

**UNIVERSIDAD NACIONAL “HERMILIO VALDIZAN”  
ESCUELA DE POST GRADO**



ENSEÑANZA DE LAS SUCESIONES, SUMATORIAS Y SERIES EN EL  
RENDIMIENTO ACADEMICO DEL QUINTO GRADO DE EDUCACION  
SECUNDARIA-IEP “JUAN PABLO PEREGRINO” 2015

TESIS PARA OPTAR EL GRADO DE MAGISTER EN EDUCACIÓN  
MENCION EN INVESTIGACION E INNOVACION PEDAGOGICA

LIC. FRANCISCO JAVIER VIVAR MANRIQUE

Lima – Perú

2015

## **DEDICATORIA**

*Este trabajo de investigación lo he concluido gracias al apoyo de mi esposa Lidia Meli Cueva C. de Vivar, del mismo modo a mis hijos Kevin Yeisson, Lidia Beatriz, Javier Iván y Joel Alexander, por haber depositado su confianza en mi persona.*

*A mi señora madre doña Amelia Beatriz Manrique Espinal de Vivar, quien desde el cielo me dio las motivaciones y las fortalezas necesarias para culminar este trabajo.*

## **AGRADECIMIENTO**

Primero quisiera agradecer a mi asesor de Tesis el Doctor Pedro Villavicencio Guardia por haberme orientado y haber depositado en mi persona toda su confianza y experiencia a lo largo de la realización del presente trabajo de investigación.

En segundo término mi agradecimiento de todo corazón a la Unidad de Post Grado de la Universidad Nacional Hermilo Valdizan de Huanuco por acogerme en la realización del presente trabajo a través del programa PROMASTER , que en realidad representa una ventana para realizar las aspiraciones que todo profesional idóneo desea alcanzar en este caso particular el grado académico de MAGISTER

En tercer término deseo agradecer a mis compañeros de promoción de la Universidad, en forma muy especial a la Doctora Dora E. Mesías Borja, quien estuvo aconsejándome y participando en la elaboración del presente trabajo de investigación,

Por ultimo mi agradecimiento a los Doctores Miguel Gerardo Inga Arias y Miguel Santibañez Lima , ambos docentes en la Universidad Nacional Mayor de San Marcos, quienes validaron el informe final de jueces en mi trabajo de investigación.

## RESUMEN

**OBJETIVO:** Determinar si la metodología de enseñanza de las sucesiones, sumatorias y series influye en el rendimiento académico de los estudiantes del quinto grado de educación secundaria

**METODOLOGÍA:** Es una investigación de tipo cuantitativo con un diseño cuasi experimental, de pre test y pos test con un solo grupo de 34 alumnos del QUINTO GRADO, estos instrumentos fueron apoyados con una entrevista donde se registraron aspectos no observables en los estudiantes.

**RESULTADOS:** El método del descubrimiento que utilizan los estudiantes del quinto grado, aplicados a los problemas de sucesiones, sumatorias y series influyen en el rendimiento académico de los estudiantes del quinto grado de educación secundaria dado el incremento de notas del pre test (para notas superiores a 17 del 0% en el pre test a un 18% en el Post), y el decremento de 29% al 17% para notas en el rango [5.00 – 8.00]

**CONCLUSIONES:** El docente debe reflexionar sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, además de preocuparse en la aplicación de distintos métodos y técnicas para propiciar un aprendizaje significativo en sus alumnos y alumnas. Se concluye que dado los valores de  $p=0.002$  menor a 0.05 según ANOVA de un factor ( $P=0.003$ ), Pruebas robustas de igualdad de las medias ( $P=0.002$ ) para la prueba de salida se acepta la hipótesis de investigación de que el razonamiento a través del método del descubrimiento contribuye a crear niveles altos de rendimiento académico en los estudiantes del quinto grado de educación secundaria.

**PALABRAS CLAVE:** Método descubrimiento, Razonamiento heurístico, estrategias inductivas, deductivas

## ABSTRAC

**OBJECTIVE:** To determine whether the teaching methodology of succession, summations and series influences the academic achievement of students in the fifth grade of secondary education

**METHODS:** A quantitative research with a quasi-experimental design, pre test and post test with one group of 34 students from the fifth year, these instruments were supported with an interview where unobservable aspects were recorded in students.

**RESULTS:** The discovery method used by fifth grade students applied to the problems of succession, summations and series influence the academic performance of students in the fifth grade of secondary education given the increased pre test notes (for higher notes 0 to 17% in the pretest to 18% in Post), and the decrease of 29% to 17% for notes in the range [5.00 - 8.00]

**CONCLUSIONS:** The teacher should reflect on the teaching and learning of mathematics, in addition to worrying about the application of different methods and techniques to foster meaningful learning in their students. It was concluded that given the values of  $p = 0.002$  less than 0.05 by one-way ANOVA ( $P = 0.003$ ), robust tests for equality of means ( $P = 0.002$ ) for the test output of the research hypothesis is accepted that the reasoning through the discovery method contributes to high levels of academic achievement in students in the fifth grade of secondary education.

**Keywords:** discovery method, heuristic reasoning, strategies inductive, deductive

## INTRODUCCION.

La teoría psicológica del aprendizaje en el aula, se constituye en un referente para dar cuenta de los mecanismos por los cuales se lleva a cabo la adquisición y la retención de los grandes cuerpos de significado que se manejan en la escuela.

El Método por descubrimiento fue desarrollado por David Paul Ausubel, psicólogo y pedagogo estadounidense, su obra más importantes es sobre la adquisición y retención del conocimiento, visto desde una perspectiva cognitiva. En general no existen pasos específicos, sino que consiste en aplicar sobre todo la creatividad. En el método heurístico el primer paso consiste en definir exactamente donde está el problema, en la mayoría de los casos graficar, si el problema es abstracto para lo cual hay que analizarlo con detenimiento. La distinción entre lo inductivo y lo deductivo se viene haciendo desde la filosofía clásica. Para esta distinción, se han considerado diferentes criterios. Mientras que lo inductivo va de lo particular a lo general, lo deductivo opera a la inversa. Un razonamiento deductivo es válido sólo si es imposible que su conclusión sea falsa mientras que sus premisas sean verdaderas. Por el contrario, si la conclusión va más allá de lo dado, la inferencia es inductiva. Todos estos antecedentes han permitido planteamos la siguiente interrogante: ¿Cómo influye la metodología de enseñanza de las sucesiones, sumatorias y series en el rendimiento académico de los alumnos del quinto grado de educación secundaria?

La idea central de la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel, D. (1968) se fundamenta en la importancia de conocer los conocimientos previos del estudiante, es decir, aprendemos utilizando aquellos conocimientos preexistentes. Desde esta perspectiva, el autor se refiere a los conocimientos previos aprendidos de forma significativa y no memorística, afirmando que: “El factor más importante que influencia el aprendizaje, es aquello que el aprendiz ya sabe. Averígüese esto y enséñense de acuerdo a ello”. Por todas estas consideraciones el objetivo de la investigación es determinar si la metodología de enseñanza de las sucesiones, sumatorias y series influye en el rendimiento académico de los estudiantes del quinto grado de educación secundaria.

El presente trabajo de investigación se inicia ubicando en un contexto, las causas y consecuencias del problema, para tal efecto se ha estructurado el estudio en capítulos.

En el Capítulo I, el lector encontrará en el planteamiento del problema una descripción de la realidad problemática que se desea abordar como es el caso, del como la nueva información interactúa con una estructura de conocimiento específica existente en la estructura cognitiva de quien aprende y el como el aprendizaje mecánico se logra sin interacciones entre el conocimiento preexistente y el nuevo conocimiento, de forma arbitraria y literal como es el caso de la memorización de fórmulas matemáticas que impide la transferencia de conocimientos, permitiendo determinar cuál método resulta óptimo en la enseñanza de nuestros estudiantes.

En el Capítulo II, en el Marco Teórico se presenta los antecedentes, las Bases Teóricas que fundamentan las correlaciones entre las diversas variables, las definiciones conceptuales.

En el Capítulo III Marco Metodológico, se precisa el tipo, nivel y diseño de la investigación teniendo en cuenta el control de las variables. Se precisa la población y los instrumentos.

En el Capítulo IV, Resultados, orientados por los objetivos e Hipótesis del estudio, se utilizan tablas y gráficos para mostrar los hallazgos del estudio, y se contrastan las hipótesis y la prueba estadística pertinente.

En el Capítulo V, Discusión, se contrastan los resultados obtenidos con los referentes bibliográficos del estudio, con las hipótesis.

Al final de la tesis se presentan las conclusiones del estudio orientado por los objetivos e hipótesis y las sugerencias del estudio. Una bibliografía utilizada y los anexos complementan la presentación de la tesis.

## INDICE DE TABLAS

<i>Tabla N° 1: Operacionalización de variables</i> _____	20
<i>Tabla N° 2: Desarrollo de las sesiones de aprendizaje</i> _____	67
<i>Tabla N° 3: Estrategias que emplea en el área de matemáticas</i> _____	68
<i>Tabla N° 4: Habilidad de resolución de problemas de sucesiones, sumatorias y series</i> _____	69
<i>Tabla N° 5: Sentimiento de alumnos al no poder comprender los contenidos de sucesiones, sumatorias y series</i> _____	70
<i>Tabla N° 6: Actitud de padres sobre bajo rendimiento de sus hijos en matemáticas</i> _____	71
<i>Tabla N° 7: Capacitación docente en el uso de estrategias de aprendizaje</i> _____	72
<i>Tabla N° 8: Estrategias Planteadas en la metodología de enseñanza</i> _____	73
<i>Tabla N° 9: El docente Participa en la ejecución de las Metodología de enseñanzas</i> _____	74
<i>Tabla N° 10: ejecución de las Metodologías de enseñanza de sucesiones, sumatorias y series.</i> _____	75
<i>Tabla N° 11: información periódica relativa al resultado de metodologías de enseñanza</i> _____	75
<i>Tabla N° 12: utiliza instrumentos para la selección de Metodologías de enseñanzas</i> _____	75
<i>Tabla N° 13: seguimiento a la ejecución de las estrategias</i> _____	76
<i>Tabla N° 14: Aplica modelo predeterminado en la ejecución de las estrategias metodologías</i> _____	76
<i>Tabla N° 15: modelo predeterminado para evaluar el impacto de la metodología de aprendizaje</i> _____	77
<i>Tabla N° 16: indicadores adecuados para evaluar el impacto metodología de aprendizaje</i> _____	77
<i>Tabla N° 17: Pruebas de entrada y salida por rendimiento</i> _____	78
<i>Tabla N° 18: Diferencia entre prueba de entrada y salida</i> _____	78
<i>Tabla N° 19: Prueba de homogeneidad de varianzas_ Método descubrimiento</i> _____	79
<i>Tabla N° 20: ANOVA de un factor</i> _____	79
<i>Tabla N° 21: Pruebas robustas de igualdad de las medias</i> _____	79

<i>Tabla Nº 22: Pruebas post hoc_ Comparaciones múltiples</i>	80
<i>Tabla Nº 23: Pruebas de entrada y salida por rendimiento</i>	81
<i>Tabla Nº 24: Diferencia entre prueba de entrada y salida</i>	82
<i>Tabla Nº 25: ANOVA de un factor_ Metodo heurístico</i>	83
<i>Tabla Nº 26: Prueba de homogeneidad de varianzas</i>	84
<i>Tabla Nº 27: ANOVA de un factor</i>	84
<i>Tabla Nº 28: Pruebas robustas de igualdad de las medias</i>	84
<i>Tabla Nº 29: Pruebas post hoc: Comparaciones múltiples</i>	85
<i>Tabla Nº 30: Pruebas de entrada y salida por rendimiento</i>	86
<i>Tabla Nº 31: Diferencia entre prueba de entrada y salida</i>	87
<i>Tabla Nº 32: ANOVA de un factor</i>	88
<i>Tabla Nº 33: Prueba de homogeneidad de varianzas</i>	89
<i>Tabla Nº 34: ANOVA de un factor</i>	89
<i>Tabla Nº 35: Pruebas robustas de igualdad de las medias</i>	89
<i>Tabla Nº 36: Pruebas post hoc: Comparaciones múltiples</i>	90
<i>Tabla Nº 37: Subconjuntos homogéneos (PruebEnt_MID)</i>	90
<i>Tabla Nº 38: Subconjuntos homogéneos (PruebSal_MID)</i>	91
<i>Tabla Nº 39: Análisis de varianza univariante: Pruebas de los efectos inter-sujetos</i>	91

## INDICE DE GRÁFICOS

Gráfico N° 1: Las sucesiones de números naturales como estructura matemática_	26
Gráfico N° 2: Determinar número de cuadros unitarios _____	51
Gráfico N° 3: Razonamiento inductivo _____	56
Gráfico N° 4: Razonamiento deductivo _____	56
Gráfico N° 5: Método por descubrimiento _____	58
Gráfico N° 6: Diseño de la Contrastación _____	63
Gráfico N° 7: Desarrollo de las sesiones de aprendizaje _____	67
Gráfico N° 8: Estrategias que emplea en el área de matemáticas _____	68
Gráfico N° 9: Sentimiento de alumnos al no poder comprender los contenidos de sucesiones, sumatorias y series _____	70
Gráfico N° 10: Actitud de padres sobre bajo rendimiento de sus hijos en matemáticas	71
Gráfico N° 11: Capacitación docente en el uso de estrategias de aprendizaje _____	72
Gráfico N° 12: Estrategias Planteadas en la metodología de enseñanza _____	73
Gráfico N° 13: El docente Participa en la ejecución de las Metodología de enseñanzas	74
Gráfico N° 14: Pruebas de entrada y salida por rendimiento _____	78
Gráfico N° 15: Diferencia entre prueba de entrada y salida _____	78
Gráfico N° 16: Pruebas de entrada y salida por rendimiento _____	81
Gráfico N° 17: Diferencia entre prueba de entrada y salida _____	82
Gráfico N° 18: Diferencia entre prueba de entrada y salida _____	83
Gráfico N° 19: Pruebas de entrada y salida por rendimiento _____	86
Gráfico N° 20: Diferencia entre prueba de entrada y salida _____	87
Gráfico N° 21: ANOVA de un factor _____	88

## INDICE DE ANEXOS

ANEXO N° 1: MATRIZ DE CONSISTENCIA DEL PROYECTO DE INVESTIGACIÓN

ANEXO N° 2: PRUEBAS SOBRE LOS TRES MÉTODOS

- PRUEBA SOBRE SUMAS (METODO DESCUBRIMIENTO)
- PRUEBA SOBRE SUCESIONES (METODO HEURÍSTICO)
- PRUEBA SOBRE SERIES (METODO INDUCTIVO DEDUCTIVO)

## CONTENIDO

DEDICATORIA.....	ii
AGRADECIMIENTO.....	iii
RESUMEN .....	iv
ABSTRAC .....	v
INTRODUCCION. ....	vi
INDICE DE TABLAS .....	viii
INDICE DE GRÁFICOS .....	x
INDICE DE ANEXOS .....	xi
I. EL PROBLEMA DE INVESTIGACION.....	16
1.1 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA.....	16
1.2 FORMULACIÓN DEL PROBLEMA. ....	17
1.2.1 Problema general.....	17
1.2.2 Problemas específicos.....	17
1.3 OBJETIVOS .....	18
1.3.1 Objetivo general.....	18
1.3.2 Objetivo específicos.....	18
1.4 Hipótesis. ....	18
1.4.1 Hipótesis general. ....	18
1.4.2 Hipótesis específicas. ....	18
1.5 VARIABLES Y SU OPERACIONALIZACIÓN .....	19
1.5.1 Variable Independiente .....	19
1.5.2 Variable dependiente .....	19
1.5.3 Operacionalizacion de variables .....	20

1.6	JUSTIFICACIÓN .....	21
1.7	VIABILIDAD .....	21
1.8	LIMITACIONES .....	22
II.	MARCO TEORICO.....	23
2.1	ANTECEDENTES.....	23
2.2	BASES TEÓRICAS.....	24
2.2.1	Sucesiones.....	24
2.2.2	Las sucesiones como estructura matemática.....	26
2.2.3	Elementos de las Sucesiones.....	26
2.2.4	Propiedades de las Sucesiones.....	27
2.2.5	Orígenes de la inducción.....	28
2.2.6	Razonamiento matemático.....	30
2.2.7	Razonamiento en la Lógica Matemática.....	31
2.2.8	Lógica de la Ciencia.....	32
2.2.9	El problema de la inducción.....	33
2.2.10	La inducción matemática.....	35
2.2.11	El problema de la inducción.....	37
2.2.12	Razonamiento inductivo en matemáticas.....	39
2.2.13	El Razonamiento Inductivo en la Adquisición de Conocimiento Matemático .....	39
2.2.14	Razonamiento.....	41
2.2.15	Rendimiento académico.....	49
2.2.16	Método Inductivo-Deductivo.....	53
	Principio de Inducción Matemática: .....	57

2.2.17 Método por descubrimiento.....	57
Gráfico N° 5: Método por descubrimiento .....	58
2.2.18 Factores y criterios de rendimiento académico. ....	59
2.2.19 Tipos de rendimiento académico.....	60
III. MARCO METODOLOGICO.....	62
3.1 DISEÑO Y TIPO DE LA INVESTIGACIÓN.....	62
3.1.1 Tipo de investigación: .....	62
3.1.2 Diseño de la investigación.....	63
3.2 POBLACIÓN, MUESTRA Y MUESTREO.....	64
3.2.1 Población.....	64
3.2.2 Muestra.....	64
3.3 TÉCNICAS E INSTRUMENTACIÓN. ....	64
3.3.1 Proceso o Técnicas e Instrumentos. ....	64
3.3.2 Proceso o Métodos de Análisis de Datos.....	65
IV. RESULTADOS .....	67
4.1 RESULTADOS DESCRIPTIVOS.....	67
4.2 RESULTADOS INFERENCIALES Y PRUEBA DE HIPOTESIS .....	77
4.2.1 Método del descubrimiento .....	77
4.2.2 Método Heurístico.....	81
4.2.3 Estrategias inductivas deductivas .....	86
CONCLUSIONES .....	92
RECOMENDACIONES .....	93
REFERENCIAS.....	94
ANEXOS.....	96



## **CAPITULO I**

### **I. EL PROBLEMA DE INVESTIGACION.**

#### **1.1 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA.**

Las estrategias metodológicas en el proceso de enseñanza, tanto dentro y fuera del aula tienen gran importancia, por eso son considerados factores de calidad del proceso enseñanza-aprendizaje. Al hacer una revisión de ellos resulta evidente que el currículo de matemática no se debe circunscribir únicamente en el desarrollo de contenidos presentados en forma aislada entre un año escolar a otro; por el contrario ellos sustentan la importancia de desarrollar en los estudiantes competencias a lo largo de su vida escolar. Se pretende entonces que los estudiantes no solo adquieran conocimientos sino que puedan aplicarlos a contextos escolares, sociales y laborales dando significado a lo que se aprende. A partir de este análisis, se detecta que al momento de solucionar problemas o simples ejercicios que tienen que ver con las secuencias numéricas presentan dificultad para comprenderlas y solucionarlas de forma adecuada. En pocas ocasiones logran establecer relaciones entre unas y otras lo cual deja en evidencia que no infieren patrones y regularidades que les permiten dar solución a los mismos. Caso contrario sucede cuando resuelven operaciones de adición, sustracción, multiplicación o división, pues en la mayoría de los casos las realizan adecuadamente siguiendo los pasos requeridos por el algoritmo. Desde esta perspectiva se observa que los estudiantes hacen un uso memorístico de las matemáticas, lo cual genera únicamente un aprendizaje a corto plazo, situación que va en contravía con el desarrollo de competencias y de los pensamientos matemáticos.

La matemática en la formación escolar es muy importante, aunque estudios recientes muestran que el Perú, los rendimientos en el aprendizaje de los estudiantes son deficientes en esta área, además “la adquisición de ciertas habilidades matemáticas básicas y la comprensión de determinados conceptos

son imprescindibles para un funcionamiento efectivo de la sociedad actual. Sin embargo, es frecuente observar la preocupación de muchos estudiantes y docentes por el rendimiento inadecuado; por el rechazo y la apatía hacia el área de matemática “(Bazán y Aparicio, 2006, p. 61). Para ello el Diseño Curricular Nacional 2014 (DCN – Rutas de Aprendizaje) propone “ser competente matemáticamente supone tener habilidad para usar los conocimientos con flexibilidad y aplicar con propiedad lo aprendido en diferentes contextos” (p.315). Entonces aprender matemática se ha convertido en una necesidad para que los estudiantes desarrollen capacidades, conocimientos y actitudes matemáticas, pues cada vez más se hace necesario el uso del pensamiento matemático y el razonamiento lógico en el transcurso de sus vidas.

## **1.2 FORMULACIÓN DEL PROBLEMA.**

### **1.2.1 Problema general.**

¿Cómo influye la metodología de enseñanza de las sucesiones, sumatorias y series en el rendimiento académico de los alumnos del quinto grado de educación secundaria?

### **1.2.2 Problemas específicos.**

- ¿De qué manera identificar el nivel de razonamiento inductivo que utilizan los estudiantes del quinto grado de educación secundaria para solucionar problemas de sucesiones, sumatorias y series?
- ¿Cómo influye el razonamiento inductivo en el rendimiento académico de los estudiantes del quinto grado de educación secundaria?
- ¿Cómo influyen las estrategias inductivas en el rendimiento académico de los estudiantes del quinto grado de educación secundaria?

### 1.3 OBJETIVOS

#### 1.3.1 Objetivo general.

Determinar si la metodología de enseñanza de las sucesiones, sumatorias y series influye en el rendimiento académico de los estudiantes del quinto grado de educación secundaria.

#### 1.3.2 Objetivo específicos.

- Identificar el nivel de razonamiento a través del método del descubrimiento que utilizan los estudiantes del quinto grado, para solucionar problemas de sucesiones, sumatorias y series.
- Analizar si el razonamiento heurístico influye en el rendimiento académico de los estudiantes del quinto grado de educación secundaria.
- Determinar si las estrategias inductivas deductivas influyen en el rendimiento académico de los estudiantes del quinto grado de educación secundaria.

### 1.4 Hipótesis.

#### 1.4.1 Hipótesis general.

Ho: La metodología de enseñanza de las sucesiones, sumatorias y series NO crea altos niveles de rendimiento académico en los estudiantes del quinto grado de educación secundaria.

Hi: La metodología de enseñanza de las sucesiones, sumas y series crea altos niveles de rendimiento académico en los estudiantes del quinto grado de educación secundaria.

#### 1.4.2 Hipótesis específicas.

Ho1: El nivel de razonamiento por el método del descubrimiento que utilizan los estudiantes del quinto grado de educación secundaria NO contribuye a generar soluciones de problemas de sucesiones, sumatorias y series.

- Hi1: El razonamiento a través del método del descubrimiento contribuye a crear niveles altos de rendimiento académico en los estudiantes del quinto grado de educación secundaria.
- Ho2: Las estrategias heurísticas NO contribuyen a crear niveles altos de rendimiento académico en los estudiantes del quinto grado de educación secundaria.
- Hi2: El nivel de razonamiento heurístico que utilizan los estudiantes del quinto grado de educación secundaria contribuye a generar soluciones de problemas de sucesiones, sumatorias y series.
- Ho3: El razonamiento inductivo deductivo NO contribuye a crear niveles altos de rendimiento académico en los estudiantes del quinto grado de educación secundaria en las soluciones de problemas relativos a sucesiones, sumatorias y series.
- Hi3: Las estrategias inductivas deductivas contribuyen a crear niveles altos de rendimiento académico en los estudiantes del quinto grado de educación secundaria.

## **1.5 VARIABLES Y SU OPERACIONALIZACIÓN**

### **1.5.1 Variable Independiente**

Metodología de la enseñanza de sucesiones, sumatorias y series.

### **1.5.2 Variable dependiente**

Rendimiento académico en las sucesiones, sumatorias y series de los estudiantes del quinto grado de educación secundaria

## 1.5.3 Operacionalización de variables

Tabla N° 1: Operacionalización de variables

VARIABLE	DEFINICION CONCEPTUAL	DEFINICION OPERACIONAL	DIMENSIONES	INDICADORES	
Metodología de la enseñanza de sucesiones, sumatorias y series	Modelo de razonamiento inductivo compuesto por siete pasos, a saber: Trabajo con casos particulares. Organización de casos particulares. Identificación de patrones. Formulación de conjeturas. Justificación Generalización. Demostración. (Cañadas y Castro, 2007)	El método del descubrimiento es activo de tal forma que adquiere el aprendizaje de los conceptos sin tener información previa sobre el contenido del aprendizaje. El método heurístico es el proceso del descubrir cómo es que se derivan los resultados matemáticos. El método inductivo deductivo ordena la observación tratando de sacar conclusiones de carácter general desde la acumulación de datos particulares.	El método del Descubrimiento Motiva explora y problematiza Construye y Transfiere el conocimiento El método heurístico Define, Elabora estrategias Muestra alternativas Ejecuta el plan El método inductivo deductivo Analiza Compara Enuncia regla Comprueba el problema Razonamiento inductivo.	Matematiza el trabajo con casos particulares	
				Representa la observación con un patrón.	
				Comunica por medio de una conjetura para el caso general	
				Razona mediante la formulación de conjeturas.	
				Argumenta y Justifica.	
				Generaliza.	
				Demuestra.	
Rendimiento académico de los estudiantes del quinto grado de educación secundaria.	La expresión de capacidades y características psicológicas del estudiante desarrolladas y actualizadas a través del proceso de enseñanza aprendizaje que le posibilita obtener un nivel de funcionamiento y logros académicos a lo largo de un período o semestre, que se sintetiza en un calificación final (cuantitativo en la mayoría de casos) evaluador del nivel alcanzado. Chadwick (1979)	El rendimiento académico de los estudiantes es la expresión de capacidades y características psicológicas que se puede medir a través de cuatro niveles: nivel de logros destacado, nivel de logro previsto, nivel de logro en proceso y nivel de logro en inicio. (López, Juan Carlos 2015)	Nivel de logro destacado de los aprendizajes en el área de matemática.	20-18: Evidencia el logro de los aprendizajes previstos.	
				Nivel de logro previsto de los aprendizajes en el área de matemática.	17-14: Evidencia el logro de los aprendizajes previstos en el tiempo programado.
				Nivel de logro en proceso de los aprendizajes en el área de matemática.	13-11: Está en camino de lograr los aprendizajes previstos.
				Nivel de logro en inicio de los aprendizajes en el área de matemática.	10-0: Está empezando a desarrollar los aprendizajes previstos o evidencia dificultades.

## 1.6 JUSTIFICACIÓN

La investigación se centra en desarrollar en forma conjunta los pensamientos numérico y variacional, enmarcados dentro de la metodología de la enseñanza de las sucesiones sumas y series en el rendimiento académico en alumnos del quinto grado de educación secundaria, que permitirá la construcción del concepto de secuencia numérica, aplicado a la solución de problemas, contribuyendo a su vez al desarrollo de competencias básicas de interpretar, argumentar y proponer, con el fin de generar aprendizaje significativo para dar respuesta a una de las necesidades educativas en el área de las matemáticas en la Institución Educativa Privada “Juan Pablo Peregrino” en alumnos del quinto grado de educación secundaria 2015. La investigación se justifica porque el investigador prestara bastante atención a la inteligencia, ansiedad, motivación, antecedentes escolares, hábitos de estudio, conocimientos anteriores, estado de salud, actitudes frente a la disciplina, etc., que se deben diagnosticar y analizar en los alumnos; y en el docente la preparación académica, preparación metodológica, motivación, didáctica, satisfacción laboral, experiencia docente, etc. Algunos otros pueden atribuirse al currículo y la programación de la enseñanza como: la elaboración y organización de objetivos, la selección y dosificación de contenidos, las estrategias seleccionadas, los recursos disponibles, los criterios y procedimientos de evaluación asumidos, uso de medios y materiales didácticos, etc.

## 1.7 VIABILIDAD

Es viable porque contamos con el potencial humano, recursos financieros y materiales para poder contextualizar y explicar, para dar un tratamiento metodológico que permita la aplicación consecuente de los ejercicios con sucesiones numéricas e introducir una definición acerca de lo que es una sucesión numérica. Rodríguez y Guibert, en la revista Dusol (pág.2-3) manifiesta que “Una sucesión numérica es un conjunto cuyos elementos están numerados, esto es, puestos en correspondencia biunívoca o coordinación con los números naturales, de modo que en el conjunto hay un primer elemento, un segundo elemento, etc. Los elementos que la forman se llaman términos y suelen indicarse con una misma letra afectada por un subíndice que indica el número de orden de cada término, por lo que las sucesiones

constituyen una herramienta muy poderosa para la construcción de conceptos posteriores como el de función o límite los cuales son abordados en secundaria y en el nivel universitario. En este orden de ideas, la revisión de algunos trabajos alrededor de las sucesiones, sumas y series permite asegurar que este aspecto es preocupación de varios investigadores en el ámbito de la educación matemática, no obstante y a pesar de que este concepto subyace a los primeros años escolares, la mayoría de las investigaciones se orientan en el currículo de educación básica en el nivel secundario.

Así mismo es viable porque vengo laborando por más de 20 años e impartiendo conocimientos como docente universitario y teniendo las facilidades y autorización de las autoridades para el desarrollo de la investigación en la institución.

## **1.8 LIMITACIONES**

El presente estudio responde a algunas limitaciones:

- La predisposición de los docentes en la aplicación del instrumento.
- No se han encontrado trabajos de investigación preliminares en la institución.
- Difícil acceso a información sobre metodología de la enseñanza de las sucesiones, sumatorias y series y su relación con el rendimiento académico del quinto grado de educación secundaria 2015

## **CAPITULO II**

### **II. MARCO TEORICO.**

#### **2.1 ANTECEDENTES.**

##### **A Nivel internacional.**

- María Consuelo Cañadas Santiago, desarrollo en la UNIVERSIDAD DE GRANADA, GRANADA-ESPAÑA 2007; Departamento de Didáctica de la Matemática el trabajo de investigación Titulado: “DESCRIPCION Y CARACTERIZACION DEL RAZONAMIENTO INDUCTIVO UTILIZADO POR LOS ESTUDIANTES DE EDUCACION SECUNDARIO AL RESOLVER TAREAS RELACIONADAS CON SUCESIONES LINEALES Y CUADRATICAS”. Para tal efecto teniendo como objetivo general: Describir y caracterizar el razonamiento inductivo empleado por los estudiantes del tercero y cuarto año de educación secundaria obligatoria, al resolver problemas que pueden ser modelizados mediante una progresión aritmética de números naturales de cuyo orden sea 1 o 2; después de realizada la investigación se concluye que: Se aprecia que no todos los pasos del razonamiento inductivo considerados en el modelo teórico son usados por los estudiantes de 3° y 4° , el análisis detallado de los pasos en cada uno de los problemas y la comparación entre estos y los del modelo teórico de razonamiento inductivo permite concluir que el modelo real de razonamiento inductivo que siguen los estudiantes no incluyen todos los pasos.
- Lina Janet Velásquez Naranjo, desarrollo en la UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA, MEDELLIN-COLOMBIA-2012; Facultad de Ciencias Exactas el trabajo de investigación Titulado: “ENSEÑANZA DE SUCESIONES NUMERICAS PARA POTENCIAR EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO VARACIONAL EN LOS ESTUDIANTES DE GRADO CUARTO DE BASICA PRIMARIA”. Para el efecto teniendo como objetivo general: Construir el concepto de sucesión numérica a través de la identificación de patrones de regularidad aditivo y multiplicativo para

potenciar el desarrollo de competencias y el uso del pensamiento variacional; después de realizada la investigación concluyo en que: El diseño y desarrollo de la estrategia metodológica de enseñanza aquí implementado, permite la formación de individuos participes de su propio aprendizaje y el desarrollo de competencias, sin que las definiciones y notaciones se conviertan en un obstáculo en el proceso de aprendizaje e interiorización de un concepto, esto queda en evidencia cuando los estudiantes pudieron dar cuenta de la solución de secuencias verbales y no verbales inicialmente y en el transcurso de las mismas de sus conocimientos aritméticos para acercarse a conceptos como patrón y sucesión.

### **A Nivel Nacional.**

- Orlando Mamani Flores, desarrollo en la UNIVERSIDAD SAN IGNACIO DE LOYOLA, LIMA-PERU-2012; Facultad de Educación el trabajo de investigación Titulado: "ACTITUDES HACIA LA MATEMATICA Y EL RENDIMIENTO ACADEMICO EN ESTUDIANTES DEL 5° GRADO DE SECUNDARIA. RED N° 7 CALLAO" Para el efecto teniendo como objetivo general: Determinar la relación entre las actitudes hacia la matemática y el rendimiento académico en los estudiantes del quinto grado de secundaria de la red N° 7 Callao, después de realizada la investigación concluyo en que:
- No existe correlación entre las actitudes hacia la matemática y el rendimiento académico en matemática en los estudiantes del quinto grado de secundaria de la red N°7 Callao, porque los estudiantes manifiestan creencias negativas, desagrado, rechazo hacia la matemática.

### **A Nivel Local.**

- No se encontraron investigaciones con respecto al tema tratado en nuestro medio.

## **2.2 BASES TEÓRICAS.**

### **2.2.1 Sucesiones.**

La sucesión es una función que asocia a cada elemento del conjunto de números naturales un único elemento en un conjunto  $S$ , que es diferente del conjunto nulo o vacío es decir  $f : \mathbb{N} \rightarrow S / f(n) = s_n$  Se clasifican por su generalización en sucesiones finitas e infinitas y por

su particularización en:: Sucesiones convergentes, divergentes, oscilantes, alternantes, monótonas y constantes.

Las sucesiones numéricas, contribuyen a brindar al desarrollo del pensamiento lógico reflexivo de los alumnos. Los ejercicios de este tema en particular se incluyen en las clases como una variedad para tratar los contenidos relacionados con la numeración; de allí, que el concepto de sucesión se define, algunas veces como una ley de formación aunque si logren caracterizarlo y describirlo de manera intuitiva a través del trabajo con los números naturales.

Para poder contextualizar este trabajo y explicar cómo dar un tratamiento metodológico que permita la aplicación consecuente de los ejercicios con sucesiones numéricas aquí desarrollados, se hace necesario introducir una definición acerca de lo que es una sucesión numérica.

Aunque han sido muchos los matemáticos e investigadores que han incursionado en el tratamiento de este tema, en el presente trabajo se asume la referencia citada por Rodríguez y Guibert, en la revista Dusol (pág.2-3) “Una sucesión numérica es un conjunto cuyos elementos están numerados, esto es, puestos en correspondencia biunívoca o coordinación con los números naturales, de modo que en el conjunto hay un primer elemento, un segundo elemento, etc. Los elementos que la forman se llaman términos y suelen indicarse con una misma letra afectada por un subíndice que indica el número de orden de cada término.

“Una sucesión es definida o establecida si y sólo si existe una regla dada que determina el término  $n$ ésimo correspondiente a un  $n$  entero positivo; esta regla puede estar dada por la fórmula del término  $n$ ésimo.

Por tanto resulta claro que el elemento  $n$ ésimo establece la ley de formación de la sucesión, la cual permite calcular un término cualquiera de ella. De allí, se deriva que: las sucesiones constituyen una herramienta muy poderosa para la construcción de conceptos posteriores como el de función o límite los cuales son abordados en secundaria y a nivel universitario. En este orden de ideas, la revisión de algunos trabajos alrededor de las sucesiones

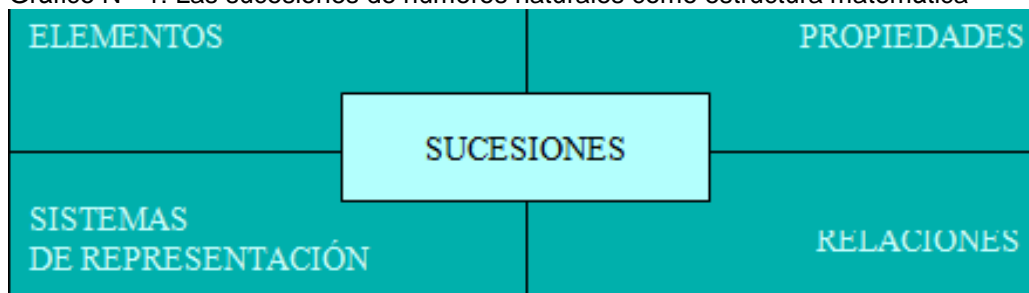
permite asegurar que este aspecto es preocupación de varios investigadores en el ámbito de la educación matemática, no obstante y a pesar de que este concepto subyace a los primeros años escolares, la mayoría de las investigaciones se orientan en el currículo de básica secundarias. Dado lo anterior resulta importante describir investigaciones en ambos ámbitos con el fin de observar el tratamiento que se les da de acuerdo con el nivel de escolaridad en que se presentan.

### 2.2.2 Las sucesiones como estructura matemática.

La segunda dimensión del análisis de contenido hace referencia a la estructura matemática del propio objeto matemático, en este caso, las sucesiones.

Para realizar esta segunda parte del análisis de contenido centramos la atención en los elementos de una sucesión, las relaciones que existen entre ellos, las diferentes propiedades que puede tener una sucesión (estas propiedades determinarán diferentes tipos de sucesiones) y los sistemas de representación en los que se pueden presentar una sucesión.

Gráfico N° 1: Las sucesiones de números naturales como estructura matemática



### 2.2.3 Elementos de las Sucesiones.

En toda sucesión, se destacan tres elementos fundamentales: el término general, los términos  $k$ -ésimos (o términos particulares) y el límite.

Como ya se vio al definir sucesión, se denomina término de la sucesión a cada uno de los valores que constituyen el conjunto

imagen que la función que la define. Se suelen escribir  $a_1, a_2, a_3, \dots$  donde el subíndice indica el número natural al que está asociado dicho término. En la correspondencia establecida,  $a_k$ , donde  $k$  toma un valor natural concreto, se refiere al término que está en el lugar  $k$  de la sucesión.

La notación más frecuente para designar una sucesión numérica es  $\{a_n\}$  (Michael Spivak, 1996). El término general, notado por  $a_n$  designa el elemento genérico del conjunto imagen.

Se dice que un número  $p$  es el límite de la sucesión  $\{a_n\}$  cuando a cada número positivo se puede hacer corresponder algún término de la sucesión, de tal manera que él y todos los que le siguen en esa sucesión difieren de  $p$  menos (De Guzmán y Rubio, 1990, p. 69)

#### 2.2.4 Propiedades de las Sucesiones.

Según sus elementos, las sucesiones poseen unas propiedades que hacen posible distinguir diferentes tipos de las mismas. Entre dichas propiedades se encuentran la finitud, la monotonía, la acotación, la Finitud. La finitud depende de los términos que tenga una sucesión. Si la sucesión tiene un número finito de términos, se llama sucesión finita. En caso contrario, se habla de una sucesión infinita.

Por ejemplo, la sucesión de los números naturales que son menores que 10 es una sucesión finita, mientras que la sucesión de números naturales es infinita.

**Monotonía.** Se dice que una sucesión  $\{a_n\}$  es creciente si  $a_n \leq a_m \forall m > n$ . Al contrario ocurre en las decrecientes, en las que  $a_n \geq a_m, \forall m > n \rightarrow a_n \geq a_m$ . En cualquiera de los dos casos, si la desigualdad es estricta, la sucesión se llama estrictamente creciente o estrictamente decreciente, respectivamente. Una sucesión se llama monótona si es creciente o decreciente.

Por ejemplo, la sucesión definida por  $1/n$ , donde  $n$  es un número natural es una sucesión estrictamente decreciente. La sucesión de los números naturales es estrictamente creciente. Se dice que la sucesión es constante. Así, las sucesiones constantes son un tipo particular de las sucesiones estacionarias.

Acotación Una sucesión  $\{a_n\}$  está acotada inferiormente cuando existe un número natural que es menor o igual que todos los términos de dicha sucesión. De manera análoga, una sucesión  $\{a_n\}$  está acotada superiormente cuando existe un número natural que es mayor o igual que todos los términos de dicha sucesión.

Una sucesión se dice que está acotada cuando está acotada inferior y superiormente.

Por ejemplo, la sucesión de los números naturales está acotada inferiormente pero no superiormente, por lo que no está acotada.

Convergencia y la recurrencia.

La Sumatoria es un operador matemático que permite representar un conjunto de sumandos mediante la letra griega sigma, también se expresa como la suma de un conjunto finito de términos de una sucesión ó números y que se denota como sigue:

$$S = \sum_{k=h}^{h+t} n_k = n_h + n_{k+1} + \dots + n_{h+t-1} + n_{h+t} , \text{ y que admiten un conjunto de}$$

propiedades específicas , con un conjunto de fórmulas de sumas notables.

La serie es la expresión de la suma de infinitos términos de una sucesión que consiste en la evaluación de la suma de un número finito de  $n$  términos sucesivos para determinar su convergencia o divergencia.

Las series infinitas también pueden determinarse como serie de potencias y representan funciones, entre las principales series tenemos la serie de Mac Laurin, la serie de Taylor, la serie de Fourier y la serie de las Transformada de Laplace..

### 2.2.5 Orígenes de la inducción.

La inducción aparece con Aristóteles (384-322 a.C.), quien habló de la inducción con una significación precisa e insistió en la importancia de establecer la diferencia entre silogismo e inducción. En esta distinción, el silogismo se mueve de lo más universal a lo menos universal, y la inducción se mueve en el sentido opuesto (Ferrater, 1988).

La inducción proviene del término griego epagogé, creado por Aristóteles para denotar al establecimiento de proposiciones universales mediante la utilización de casos particulares que pudieran estar contenidos en ella. En una primera definición, se consideró que la inducción es un tránsito de las cosas individuales a los conceptos universales. Esta definición fue criticada puesto que no contiene los casos en los que un argumento inductivo puede llevar de casos particulares a casos particulares o de lo menos general a lo más general. Se plantea entonces, otra definición por negación de lo considerado como argumento deductivo en la época. Dicha definición considera el argumento inductivo como aquel que no es de carácter demostrativo. Por su carácter negativo, esta definición de argumento inductivo, fue nuevamente criticada y se llegó a aceptar una nueva definición que define la inferencia inductiva como la que permite ir de lo conocido a lo desconocido. En este sentido, mediante la inducción se obtiene más información de la contenida en las premisas.

Aristóteles distingue dos formas de razonamiento inductivo:

- El razonamiento inductivo Perfecto
 

En el caso límite del razonamiento inductivo general. Sólo es posible con objetos que pueden ser enumerados por entero y con propiedades fácilmente obtenibles por abstracción. Se establece una conexión racional efectiva entre un concepto y otro inferido por este concepto.
- El razonamiento inductivo imperfecto.
 

Que expresa los razonamientos inductivos habituales. Opera a base de una especie de “mediación psicológica” hecha posible por una revisión de los casos particulares. (Ferrater, 1988)

Para Aristóteles, llegar a una inducción perfecta requiere de una inducción imperfecta previa. Este filósofo estableció analogías entre la inducción y la abstracción y anticipó algunas de las conclusiones que más tarde se recogerían en el empirismo, acentuando la necesidad de complementar la metodología inductiva por medio de la experimentación activa.

Aristóteles concedió un papel preponderante al papel del razonamiento deductivo como forma de adquisición de conocimiento,

ya que es el camino seguro para llegar a la verdad. Sin embargo, también considera la importancia del razonamiento inductivo como otra forma de llegar al conocimiento que agrada más al sentido común.

A lo largo de los siglos, desde que Aristóteles estableciera la diferencia entre el silogismo y la inducción, han aparecido diferentes concepciones relacionadas con el proceso inductivo. Una de ellas, la más destacada entre las que han considerado la importancia de lo inductivo, es la liderada por Francis Bacon.

#### 2.2.6 Razonamiento matemático.

En la actualidad, se reconoce que el análisis del razonamiento matemático es inaccesible para la silogística tradicional. Los trabajos de Bacon, Descartes y Galileo destacan la existencia de otros tipos de argumentos en matemáticas, además de los deductivos.

Desde la época de Descartes, el razonamiento matemático no se puede reducir a una deducción puramente formal. En el trabajo de Descartes se observa la introducción de una fase intermedia entre las premisas y la conclusión, consistente en la contemplación de un objeto individual (Piaget y Beth, 1980). Esta fase intermedia apela a la intuición y es la que planteó el problema de introducir un objeto concreto para obtener una generalización. Este problema ha sido ampliamente debatido por autores como Locke, Berkeley, Hume y Kant, quienes se esfuerzan en aclarar el significado del objeto concreto considerado y su papel en la inducción. La concepción de Kant constituye una fusión de las soluciones de Descartes y de Locke con la de Berkeley. Kant considera que el objeto individual es la expresión de una noción que, a priori, se trata de una noción universal puesto que requiere de una intuición no empírica del objeto, de forma que no se perjudica su generalidad.

Descartes y Kant están de acuerdo en colocar, junto al razonamiento formal o silogístico, un tipo nuevo de razonamiento llamado razonamiento intuitivo o constructivo (Piaget y Beth, 1980, p. 25).

La nueva lógica surge de la aplicación de los métodos matemáticos a la lógica antigua. Se puede decir que se abre un nuevo período

cuando las matemáticas se convierten en objeto de la Lógica, donde lo deductivo vuelve a primar sobre lo inductivo.

### 2.2.7 Razonamiento en la Lógica Matemática.

Peano (1858-1932) es el primero en utilizar la expresión lógica matemática porque vio en la lógica un instrumento para lograr la sistematización y fundamentación de las matemáticas, ya que se ocupa de estudiar la validez de los razonamientos que se llevan a cabo. Esta lógica se inicia con Boole, quien indica cómo la lógica aparece como un cálculo algebraico y desarrolla la lógica de clases y la lógica proposicional. El cálculo que crea Boole (1815-1864) es totalmente artificial. Se utilizan lenguajes formales que permiten enunciar prácticamente todas las tesis principales de las matemáticas modernas.

El objeto principal de estudio en la lógica matemática comprende: (a) lenguaje formal del cálculo, (b) axiomas del cálculo y (c) reglas de deducción (Ershov y Paliutin, 1990). La lógica se preocupa por perfeccionar lo deductivo y destruye lo inductivo (Lakatos, 1978). Estudia las estructuras formales del razonamiento, que consisten en una serie de proposiciones o enunciados, normalmente conectados mediante expresiones auxiliares, en el que uno de ellos llamado conclusión se supone que se sigue o se infiere de los restantes llamados premisas. Las reglas de inferencia son las expresiones del metalenguaje, que constituye la lógica, que ayudan a comprobar la validez del razonamiento. Estas reglas son:

- Regla de Conjunción.
- Regla de Simplificación.
- Regla de la Doble Negación.
- Regla del Absurdo.
- Regla del Modus Ponens.
- Regla del Modus Tollens.
- Regla del Silogismo Disyuntivo.
- Regla del Silogismo Hipotético.

Más tarde, Peirce hará aportaciones: la lógica de relaciones, el método de matrices (o tablas de verdad) y nuevos desarrollos de la

lógica proposicional. Aunque realizó notables contribuciones a la lógica matemática considerada, para Peirce la lógica es más teoría del razonamiento y se dedicó principalmente a lo que él llama la lógica de la ciencia.

#### 2.2.8 Lógica de la Ciencia.

Dentro de la lógica de la ciencia, Peirce incluye dos de los tres modos de inferencia que considera: la inducción y la abducción (la deducción es para este autor parte de la lógica matemática). Su intento de aplicar las reglas de la deducción para explicar la inducción le sugiere un tercer tipo de inferencia, la inferencia abductiva (Peirce, 1918).

La abducción constituye la preferencia por una hipótesis sobre otras, previa a todo conocimiento de su verdad y a cualquier examen a que pueda ser sometida. La abducción requiere de la formulación y comprobación de conjeturas basadas en casos particulares. Incluso cuando la regla y el caso particular del que se parte sean verdad, el caso particular inferido es una de las posibilidades, no es definitivamente verdadero.

Según Peirce, la validez del proceso mental por el que el hombre llega a construir teorías correctas sobre el universo, lo inferimos por inducción y todas ellas fueron en su origen meras conjeturas abductivas. Peirce considera cuatro pasos en el razonamiento abductivo para constituir una "lógica de descubrimiento":

1. Observación de una anomalía.
2. Abducción de hipótesis con la intención de explicar la anomalía.
3. Prueba inductiva de las hipótesis en experimentos.
4. Confirmación deductiva de que la hipótesis seleccionada predice la anomalía original.

Estas reglas tienen sentido para el razonamiento deductivo pero, sin embargo, no es posible encontrar unas reglas similares para el razonamiento inductivo, lo cual representa el aspecto lógico del problema de la inducción.

### 2.2.9 El problema de la inducción.

El problema de la inducción tiene dos aspectos, el lógico y el epistemológico. Desde la perspectiva lógica el problema surge de la necesidad de justificar las inferencias inductivas, o bajo qué condiciones están justificadas.

#### **Planteamiento de Hume**

El aspecto epistemológico del problema de la inducción es planteado por David Hume en 1739 y se centra en la justificación de las conjeturas. El argumento de Hume, obligaría a rechazar una de las tres premisas siguientes:

1. La ciencia (caso de ser verdadera) proporciona creencia justificada.
2. La ciencia usa inferencias ampliativas.
3. La justificación preserva la verdad.

El argumento seguido por Hume rechaza la primera premisa. Tras refutar la doctrina lógica de la inducción, se enfrentó con el problema de ¿cómo obtenemos realmente nuestro conocimiento, como hecho psicológico, si la inducción es un procedimiento que carece de validez lógica y es racionalmente injustificable? Hume da dos respuestas posibles:

1. Obtenemos nuestro conocimiento por un procedimiento no inductivo.
2. Obtenemos nuestro conocimiento por repetición e inducción y, por lo tanto, por un procedimiento que carece de validez lógica y es racionalmente injustificable.

Hume defiende que todo el conocimiento procede de impresiones recibidas por los sentidos o que surgen internamente en nosotros en forma de sentimientos. El punto de vista de Hume duda de la capacidad del hombre para conocer las causas de una manera racional (Díez y Moulines, 1997). Hume identifica la experiencia como la base del razonamiento inductivo y acepta que la ciencia proceda inductivamente, sin embargo, lo considera insuficiente para justificar las inferencias (Holyoak y Morrison, 2005).

La respuesta de los lógicos al problema de la inducción se basa en la distinción entre dos tipos de argumentos: deductivos e inductivos. Los argumentos inductivos se califican de fuertes o débiles, en función de la verificación que produzcan. Una proposición es verificable en sentido fuerte si su verdad se establece concluyentemente mediante la experiencia; el sentido débil se da si es posible para la experiencia hacerla probable.

El planteamiento de Hume ha sido rechazado, por su tercera premisa por algunos filósofos. Popper rechaza la segunda de las premisas es el único filósofo influyente que rechaza, o dice rechazar, que la ciencia es inductiva (Díez y Moulines, 1997, p. 407).

### **Falsacionismo de Popper como Respuesta a Hume**

Popper aborda el problema de la inducción a través de las argumentaciones presentadas por Hume y afirma que es superfluo todo principio de inducción, y que lleva forzosamente a incoherencias (incompatibilidades) lógicas (Popper, 1985, p. 28).

Al parecer, y según Popper (1967), Hume no consideró seriamente la primera alternativa y admitió humildemente la inducción por repetición. Esto implicaría que hasta el conocimiento científico es irracional, de modo que el racionalismo sería absurdo y debería ser abandonado (Popper, 1967).

Lo que propone Popper es invertir la teoría de Hume: en vez de explicar nuestra propensión a esperar regularidades como resultado de la repetición, propone explicar la repetición para nosotros como el resultado de nuestra propensión a esperar regularidades y buscarlas. La idea es tratar activamente de imponer regularidades al mundo, saltar a conclusiones sin esperar el descubrimiento de premisas. Se trata de una teoría de ensayo y error, de conjeturas y refutaciones. Las conjeturas deben ser eliminadas si entran en conflicto con observaciones que serán elegidas con la intención de someter a prueba una teoría para obtener, si es posible, una refutación decisiva. El lema del falsacionismo de Popper es que el método científico no es inductivo, el método de la ciencia es el de conjeturas y refutaciones. De este modo, da respuesta al problema de la inducción y propone

una metodología de validación basada en la falsación (Díez y Moulines, 1997).

La inducción presenta, por tanto, un problema desde la perspectiva filosófica. A este problema se le trata de dar solución desde la matemática mediante la introducción de una variable estadística que aporte una medida de la fiabilidad del razonamiento, se habla de razonamiento probabilístico.

#### 2.2.10 La inducción matemática.

Desde la Matemática, la inducción se relaciona con el Principio de Inducción Matemática. La inducción matemática o inducción completa es considerada como una forma de demostrar propiedades matemáticas y, por lo tanto, sólo se utiliza en la ciencia Matemática (Pólya, 1945). Según dicho autor, la coincidencia en el nombre se debe a que, a menudo, se llega a propiedades matemáticas por un proceso de inducción y, posteriormente, se demuestran por el método de inducción completa. Esta puede ser la causa de que en los problemas matemáticos se encuentren ambos procedimientos ligados a una misma tarea, la inducción previa a la generalización y la inducción matemática para probar la veracidad de la misma. La inducción matemática es un procedimiento útil, a menudo, para verificar conjeturas matemáticas, a las que hemos llegado por algún procedimiento inductivo (Pólya, 1966, p. 159). Se situaría así la inducción matemática como el último grado o la fase final de una investigación inductiva. Esta última fase, en la que predomina el razonamiento deductivo con frecuencia, utiliza sugerencias que habían aparecido en fases precedentes.

El principio de la inducción completa o inducción matemática fue descubierto por Pascal (Piaget y Beth, 1980). Este principio se apoya en el principio de razonamiento por recurrencia. Se trata de un modo de inferencia que afecta a todos los individuos de una clase,  $C$  – donde  $C$  puede ser la serie de números naturales –. El primer paso de la inferencia constituye el paso  $O$ , y en él se afirma que  $O$  tiene la propiedad  $P$ . Dado un número natural cualquiera, la inferencia permite afirmar que el sucesor de  $N$  tiene la propiedad  $P$ . Puesto que

todo número natural tiene un sucesor, se concluye que todo número natural tiene la propiedad P (Ferrater, 1988, p. 1677).

Desde el punto de vista matemático, la demostración por inducción matemática se basa en dos lemas y se presenta de la siguiente forma: sea una proposición  $P(n)$  en donde  $n$  indica que la proposición toma valores para un número infinito de casos, todos ellos ordenados. El primer lema indica que la proposición es verdad para el primero de dichos casos. Si  $n$  hace referencia al conjunto de los números naturales, el primer caso es cuando  $n = 1$ . Este lema tiene una comprobación fácil. El segundo lema afirma que si la proposición es verdad para un elemento cualquiera de dichos casos, ha de ser verdad para el valor siguiente. En la situación de los números naturales que estamos considerando, si suponemos que la proposición es cierta para  $n$ , entonces, ha de ser cierta para  $n + 1$ . Este lema requiere apoyarse en propiedades matemáticas que lleven a su comprobación. A veces hay que realizar un razonamiento deductivo basado en propiedades que no son evidentes. Pólya (método heurístico) considera que el razonamiento en la demostración por inducción matemática puede ser simplificado. Es suficiente saber dos cosas sobre la conjetura:

1. Es cierta para  $n = 1$ .
2. Siendo cierta para  $n$ , lo es igualmente para  $n + 1$  (Pólya, 1966, p. 156).

La inducción matemática se considera una forma muy potente cuando se trata de demostrar propiedades en las que interviene el conjunto de los números naturales u otro conjunto de características similares. Esto se debe a que permite conocer el comportamiento de los infinitos elementos de dicho conjunto utilizando un “aparato” poco sofisticado en cuanto a los elementos implicados, si bien es cierto que se deben tener en cuenta dos observaciones. La primera es que la comprobación del segundo lema puede resultar altamente difícil. La segunda es que se deben cumplir una serie de condiciones para que una propiedad matemática se pueda demostrar por inducción completa:

1. La propiedad a través del método de descubrimiento se ha de conocer de antemano de una forma precisa.
2. La propiedad debe depender de los números naturales.
3. Debe estar explicitada de tal manera que permita verificar que permanece cierta cuando se pasa de un número natural  $n$  al siguiente  $n + 1$ .

Pero en matemáticas, no todo lo relacionado con la inducción está relacionado con el razonamiento deductivo. Lo que ocurre es que debemos diferenciar entre inducción (matemática) y razonamiento inductivo en la disciplina matemática y, como mostraremos a continuación, el panorama es acorde con las consideraciones hechas en otras disciplinas.

#### 2.2.11 El problema de la inducción

El problema de la inducción tiene dos aspectos, el lógico y el epistemológico. Desde la perspectiva lógica el problema surge de la necesidad de justificar las inferencias inductivas, o bajo qué condiciones están justificadas.

##### **Planteamiento de Hume**

El aspecto epistemológico del problema de la inducción es planteado por David Hume en 1739 y se centra en la justificación de las conjeturas. El argumento de Hume, obligaría a rechazar una de las tres premisas siguientes:

1. La ciencia (caso de ser verdadera) proporciona creencia justificada.
2. La ciencia usa inferencias ampliativas.
3. La justificación preserva la verdad.

El argumento seguido por Hume rechaza la primera premisa. Tras refutar la doctrina lógica de la inducción, se enfrentó con el problema de ¿cómo obtenemos realmente nuestro conocimiento, como hecho psicológico, si la inducción es un procedimiento que carece de validez lógica y es racionalmente injustificable? Hume da dos respuestas posibles:

1. Obtenemos nuestro conocimiento por un procedimiento no inductivo.

2. Obtenemos nuestro conocimiento por repetición e inducción y, por lo tanto, por un procedimiento que carece de validez lógica y es racionalmente injustificable.

Hume defiende que todo el conocimiento procede de impresiones recibidas por los sentidos o que surgen internamente en nosotros en forma de sentimientos. El punto de vista de Hume duda de la capacidad del hombre para conocer las causas de una manera racional (Díez y Moulines, 1997). Hume identifica la experiencia como la base del razonamiento inductivo y acepta que la ciencia proceda inductivamente, sin embargo, lo considera insuficiente para justificar las inferencias (Holyoak y Morrison, 2005).

La respuesta de los lógicos al problema de la inducción se basa en la distinción entre dos tipos de argumentos: deductivos e inductivos. Los argumentos inductivos se califican de fuertes o débiles, en función de la verificación que produzcan. Una proposición es verificable en sentido fuerte si su verdad se establece concluyentemente mediante la experiencia; el sentido débil se da si es posible para la experiencia hacerla probable.

El planteamiento de Hume ha sido rechazado, por su tercera premisa por algunos filósofos. Popper rechaza la segunda de las premisas es el único filósofo influyente que rechaza, o dice rechazar, que la ciencia es inductiva (Díez y Moulines, 1997, p. 407).

### **Falsacionismo de Popper como Respuesta a Hume**

Popper aborda el problema de la inducción a través de las argumentaciones presentadas por Hume y afirma que es superfluo todo principio de inducción, y que lleva forzosamente a incoherencias (incompatibilidades) lógicas (Popper, 1985, p. 28).

Al parecer, y según Popper (1967), Hume no consideró seriamente la primera alternativa y admitió humildemente la inducción por repetición. Esto implicaría que hasta el conocimiento científico es irracional, de modo que el racionalismo sería absurdo y debería ser abandonado (Popper, 1967).

Lo que propone Popper es invertir la teoría de Hume: en vez de explicar nuestra propensión a esperar regularidades como resultado de la repetición, propone explicar la repetición para nosotros como el

resultado de nuestra propensión a esperar regularidades y buscarlas. La idea es tratar activamente de imponer regularidades al mundo, saltar a conclusiones sin esperar el descubrimiento de premisas. Se trata de una teoría de ensayo y error, de conjeturas y refutaciones. Las conjeturas deben ser eliminadas si entran en conflicto con observaciones que serán elegidas con la intención de someter a prueba una teoría para obtener, si es posible, una refutación decisiva. El lema del falsacionismo de Popper es que el método científico no es inductivo, el método de la ciencia es el de conjeturas y refutaciones. De este modo, da respuesta al problema de la inducción y propone una metodología de validación basada en la falsación (Díez y Moulines, 1997).

La inducción presenta, por tanto, un problema desde la perspectiva filosófica. A este problema se le trata de dar solución desde la matemática mediante la introducción de una variable estadística que aporte una medida de la fiabilidad del razonamiento, se habla de razonamiento probabilístico.

#### 2.2.12 Razonamiento inductivo en matemáticas

Hacia la mitad del siglo XIX, la Lógica y la Matemática se consideran ciencias auxiliares en el avance del conocimiento mediante la formulación de conjeturas y la justificación de las mismas. Prestamos atención a dos aspectos que han sido resaltados en el razonamiento inductivo desde diferentes disciplinas y en diferentes épocas. Por un lado, el papel del razonamiento inductivo en la adquisición de conocimiento, en particular del conocimiento matemático. Por otro lado, la función del razonamiento por descubrimiento, heurístico y el inductivo deductivo constituyen la validación del conocimiento matemático.

#### 2.2.13 El Razonamiento Inductivo en la Adquisición de Conocimiento Matemático

Uno de los hallazgos culturales decisivos del S. XIX fue el descubrimiento de que la matemática no es una ciencia natural, sino una creación intelectual del hombre (Boyer, 1999, p. 741). A finales

del siglo XIX se reconocía la matemática como una forma de pensamiento axiomático. Russell identifica la matemática con la lógica y sigue tendencias formalizadoras iniciadas por Boole, Dedekind y Peano. Russell (1973) considera que toda la matemática se deduce de la lógica simbólica. Los logicistas, encabezados por Bertrand Russell, siendo seguidores de Frege y opositores de Peirce, identifican la matemática con la lógica. Sin embargo, estas tendencias no eran compartidas por otros matemáticos como Silvester o Poincaré, quienes se inclinaron más hacia una concepción intuicionista de la matemática, considerando como el objetivo de la matemática pura el “desvelamiento de las leyes de la inteligencia humana” (Boyer, 1999, p. 742). Poincaré distingue dos fases en el proceso de invención matemática y, entre ambas, existe una fase intermedia inconsciente (Piaget y Beth, 1980). Un análisis profundo de la naturaleza del razonamiento matemático muestra que es fecundo gracias al razonamiento inductivo (Poincaré, 1902). La inducción es el término rescatado por Poincaré al responder a la pregunta de la verdadera naturaleza del razonamiento matemático. Poincaré defiende que el interés de lo deductivo radica precisamente en que participa de la naturaleza del razonamiento inductivo y que por eso es fecundo. La generalización es la intención de las matemáticas y se presenta en éstas como generadora de este conocimiento (Lakatos, 1978)

Los matemáticos seguidores de Poincaré identifican la importancia de la intuición y defienden al razonamiento inductivo en matemáticas (Smith, 2002). Uno de ellos es Hadamard, quien distingue cuatro fases en la invención de la matemática: (a) preparación, (b) incubación, (c) iluminación y (d) verificación o comprobación (Piaget y Beth, 1980).

Para Peirce, la inducción es una de las tres modalidades de razonamiento que se emplean en la ciencia, junto con la abducción y la deducción. En concreto, la inducción desempeña un papel fundamental en el método científico (Peirce 1918).

Desde mediados del siglo XX, se ha ido imponiendo la sensación... de que lo que hay que hacer es avanzar en el desarrollo de la

matemática (Boyer, 1999, p. 757), sin que exista preocupación por la concepción a la que se es fiel desde la perspectiva matemática.

En la actualidad, la Matemática combina los métodos del descubrimiento, el heurístico y el inductivo - deductivo. Las matemáticas y la ciencia están, de modo importante, inspiradas por los hechos, por las generalizaciones fácticas y luego por este imaginativo análisis deductivo (Lakatos, 1978, p. 137). En matemáticas, los logros recaen en la evidencia deductiva, aunque la práctica matemática se basa directamente en la evidencia inductiva (Brown, 1999). El razonamiento inductivo ocupa un lugar destacado dentro de la Matemática, donde la actitud inductiva es fundamental para la construcción del conocimiento.

El trabajo con casos particulares, la búsqueda de patrón, la generalización y la justificación de conjeturas son algunas de las tareas que Pólya (1945) considera asociadas al razonamiento inductivo y que permiten cumplir uno de los principales compromisos de las matemáticas: el descubrimiento.

#### 2.2.14 Razonamiento.

Desde la Psicología, el razonamiento está ligado al pensamiento humano, el razonamiento es estudiado en la rama de la Psicología que estudia el pensamiento (Santamaría, 1995). El razonamiento, a partir de los trabajos sobre la Teoría del Procesamiento de la Información, se considera un proceso que conlleva la realización de inferencias explícitas: de una o varias proposiciones se infiere otra. Dichos procesos, a su vez, están intrínsecamente ligados al lenguaje. Por otra parte, dichos procesos son inherentes a un acto de exploración, que se efectúa con objeto de adaptar una situación nueva, se trata de problemas para cuya solución es suficiente una manipulación, bien de objetos o de instrumentos (Duval, 1999). Duval (1999) apunta hacia una falta de reflexión teórica sobre la pregunta ¿qué es el razonamiento? en los estudios psicológicos y didácticos que tratan del propio razonamiento. Critica, que se supone por lo general, que la lógica y la práctica de las matemáticas proporcionarán respuestas evidentes a dicha pregunta. Reconocemos la importancia

y la necesidad de esta cuestión que apunta Duval, pero no vamos a entrar en dicha reflexión teórica porque consideramos que queda fuera de los límites de este trabajo.

Desde la Educación Matemática, Balacheff considera que el razonamiento es una actividad intelectual no completamente explícita que se ocupa de la manipulación de la información dada o adquirida, para producir una nueva información (Balacheff, 2000, p.13). Rico destaca el aspecto conceptual que forma parte del razonamiento en esta disciplina y define el razonamiento como la capacidad para establecer nuevas relaciones entre las unidades de información que constituyen un concepto y se expresa mediante una secuencia argumental. El razonamiento es la forma usual de procesar conceptos, es decir, de derivar unos conceptos de otros o implicar una nueva relación sobre la base de las relaciones ya establecidas (Rico, 1997, p. 33).

En esta investigación consideramos el razonamiento como un proceso cognitivo mediante el que se encadenan o manipulan ideas o conceptos que llevan a una conclusión.

### **Tipos de Razonamiento.**

#### **a) Razonamiento inductivo y razonamiento deductivo**

La distinción entre lo inductivo y lo deductivo se viene haciendo desde la filosofía clásica. Para esta distinción, se han considerado diferentes criterios. El más conocido de ellos es el modo de trabajo, herencia de la filosofía. Mientras que lo inductivo va de lo particular a lo general, lo deductivo opera a la inversa.

Otro criterio para distinguir entre estos dos tipos de razonamiento es atender al tipo de conclusión que se alcanza. Si en la conclusión queda incluida la información que viene dada, la inferencia será deductiva y la conclusión tendrá valor de verdad. Un razonamiento deductivo es válido sólo si es imposible que su conclusión sea falsa mientras que sus premisas sean verdaderas. Por el contrario, si la conclusión va más allá de lo dado, la inferencia es inductiva. El razonamiento inductivo tiene un carácter aumentativo en el sentido de que la conclusión contiene más información que las premisas de las que se parte (Bisanz, Bisanz y Korpan, 1994; Díez y Moulines, 1997). Un

razonamiento inductivo es fuerte sólo si es improbable que su conclusión sea falsa cuando sus premisas sean verdaderas. El razonamiento inductivo depende del apoyo empírico que le prestan las premisas para alcanzar la conclusión.

Aunque sea frecuente la separación entre lo inductivo y lo deductivo, existen dudas respecto a una separación drástica de estos dos tipos de razonamiento, como ponen de manifiesto Pedemonte (2001) y Simon (1996) desde la Educación Matemática. Estos trabajos advierten de la imposibilidad de hacer una clara distinción entre los razonamientos inductivo y deductivo debido a que los límites entre lo deductivo y lo inductivo no están claramente definidos. Por esta razón, dichos autores han visto necesaria la diferenciación entre tres tipos de razonamiento porque, aunque en la literatura de investigación se observa una continua referencia a los razonamientos deductivo e inductivo y se distinguen teóricamente, en el trabajo con los alumnos, no es tan evidente (Ibañes, 2001, Marrades y Gutiérrez, 2000). El tercer tipo de razonamiento que incluyen Pedemonte y Simon son el razonamiento abductivo (que ya fue considerado por Peirce anteriormente) y el razonamiento transformacional, respectivamente. Se trata de razonamientos intermedios entre el inductivo y el deductivo que se han tratado desde la Educación Matemática y que describimos a continuación.

**b) Razonamiento abductivo.**

Diversos autores retoman el razonamiento abductivo sugerido por Peirce en relación con la Educación Matemática. El razonamiento abductivo se relaciona con la construcción del conocimiento matemático mediante la resolución de problemas (Burton, 1984; Cifarelli, 1997; Mason, 1995). Sin embargo, tanto Mason como Anderson (1995) están de acuerdo en lo transitorio y poco estable de este tipo de razonamiento, su dificultad para promoverlo en los estudiantes y la imposibilidad de enseñarlo.

La caracterización más general de la abducción como inferencia que conduce hacia la mejor explicación ha sido una interpretación posterior a la que se extrae directamente del trabajo de Peirce. Dentro de esta interpretación, Pedemonte (2001) llega a considerar la abducción como un proceso natural que surge en los alumnos durante la formulación de conjeturas y que es necesaria y previa a la demostración formal en la que prevalece la argumentación deductiva.

**c) Razonamiento transformacional.**

Simon (1996) añade el razonamiento transformacional a la distinción tradicional entre razonamiento inductivo y deductivo. Este autor entiende por razonamiento transformacional las promulgaciones mentales o físicas de una operación o conjunto de operaciones sobre un objeto o conjunto de objetos. Estas operaciones le permiten a uno prever las transformaciones que esos objetos sufren y el conjunto de resultados de esas operaciones (p. 201). Simon considera central en el razonamiento transformacional la habilidad de considerar el razonamiento como un proceso dinámico por el que se genera un estado nuevo por medio de estados continuos.

Este autor presenta las siguientes características para el razonamiento transformacional:

1. Como ocurre con otros tipos de razonamiento, los casos de razonamiento transformacional pueden abarcar desde los relativamente triviales hasta los extremadamente potentes.
2. El razonamiento transformacional no involucra sólo la habilidad de producir promulgaciones físicas o mentales particulares, sino también el ver si ese proceso se adecua a una situación matemática particular.
3. El razonamiento transformacional no sólo produce un camino diferente de pensar en situaciones matemáticas, también involucra un conjunto diferente de preguntas (Simon, 1996, pp. 202 - 203).

Harel y Sowder (1998) destacan que, aunque las operaciones entre los objetos que se llevan a cabo mediante razonamiento transformacional se realizan dejando fijas ciertas relaciones del objeto, el sujeto es capaz de anticiparse a posibles cambios y además conoce las operaciones que se pueden aplicar para compensar esos cambios.

En otras ocasiones, desde la Ecuación Matemática se hace una reformulación de los tipos de razonamiento ya existentes, a los que se les asocian nuevas connotaciones, como exponemos en el siguiente epígrafe.

**d) El razonamiento probabilístico.**

Se considera un tipo de razonamiento no deductivo (Bueno y Pérez, 2006; Espino, 2004) y se basa en el uso de la información probabilística para realizar buenas predicciones o tomar decisiones correctas (Stenning y Monaghan, 2005). El razonamiento probabilístico se considera de gran importancia en

muchos aspectos de la rutina diaria, algunos de los cuales están vinculados a la toma de decisiones (Fisk, 2005).

Espino (2004) sitúa el inicio de la investigación psicológica sobre la emisión de juicios bajo incertidumbre en los años 60. Los investigadores parten de que, con frecuencia, la mayoría de nuestras decisiones y conductas se articulan a partir de juicios probabilísticos más que a partir de juicios certeros. En la actualidad, hay diferentes modelos de razonamiento probabilístico con percepciones teóricas totalmente diferentes. Se asume que nuestro sistema cognitivo no realiza los cálculos estadísticos tal y como se prescribe en los libros de texto, aunque dispone de procedimientos, que permiten al sistema comportarse de forma competente.

El razonamiento probabilístico, así como otros tipos de razonamiento mencionados hasta el momento, se han visto relacionados con procesos cognitivos y, en general, con investigaciones psicológicas. Dedicamos el siguiente apartado a la visión del razonamiento que ofrece la Psicología.

**e) Razonamiento en psicología.**

El razonamiento es un proceso tratado desde la Psicología en la rama que estudia el pensamiento. Esta rama trata el proceso de inferencias y este proceso comprende muchos aspectos del campo de la investigación psicológica como el razonamiento, el aprendizaje, la memoria, la comprensión o el lenguaje (González, 1998).

En este contexto, al razonamiento se le asignan procesos de pensamiento diferentes. Por una parte, los procesos que conllevan una inferencia explícita, son aquellos en los que de una o varias proposiciones se infieren otra y que están intrínsecamente ligados al lenguaje. Por otra parte, los procesos inherentes a un acto de exploración se efectúan con objeto de adaptar una situación nueva, se trata de problemas para cuya solución es suficiente una manipulación, bien de objetos o de instrumentos (Duval, 1999).

En general, cuando los estudios psicológicos tratan el razonamiento deductivo, suelen aparecer experiencias relacionadas con la resolución de problemas y, cuando tratan el razonamiento inductivo, suelen aparecer ligados a la toma de decisiones, a la formación de conceptos, a la adquisición de conocimiento, al aprendizaje o al razonamiento informal (Santamaría, 1998).

**b) Razonamiento Probabilístico.**

En el siglo XX se introduce una variable estadística al estudio de la inducción, ya que se vincula con esta ciencia y, más concretamente, con el campo de la probabilidad y la inferencia. Existen dos escuelas: para una de ellas, el problema de la inducción debe tratarse desde el punto de vista de la teoría frecuencial de la probabilidad y las inferencias inductivas son inferencias estadísticas. Para la otra, a la que pertenecen la mayor parte de los autores (Keynes, Carnap, Hempel y Goodman, entre otros), la probabilidad es un grado de confirmación (Ferrater, 1988). Actualmente, la inducción sigue apareciendo vinculada con la probabilidad (Espino, 2004).

El razonamiento probabilístico se considera un tipo de razonamiento no deductivo (Bueno y Pérez, 2006; Espino, 2004) y se basa en el uso de la información probabilística para realizar buenas predicciones o tomar decisiones correctas (Stenning y Monaghan, 2005). El razonamiento probabilístico se considera de gran importancia en muchos aspectos de la rutina diaria, algunos de los cuales están vinculados a la toma de decisiones (Fisk, 2005).

Espino (2004) sitúa el inicio de la investigación psicológica sobre la emisión de juicios bajo incertidumbre en los años 60. Los investigadores parten de que, con frecuencia, la mayoría de nuestras decisiones y conductas se articulan a partir de juicios probabilísticos más que a partir de juicios certeros. En la actualidad, hay diferentes modelos de razonamiento probabilístico con percepciones teóricas totalmente diferentes. Se asume que nuestro sistema cognitivo no realiza los cálculos estadísticos tal y como se prescribe en los libros de texto, aunque dispone de procedimientos, que permiten al sistema comportarse de forma competente.

El razonamiento probabilístico, así como otros tipos de razonamiento mencionados hasta el momento, se han visto relacionados con procesos cognitivos y, en general, con investigaciones psicológicas. Dedicamos el siguiente apartado a la visión del razonamiento que ofrece la Psicología.

**c) Razonamiento en psicología**

El razonamiento es un proceso tratado desde la Psicología en la rama que estudia el pensamiento. Esta rama trata el proceso de inferencias y este proceso comprende muchos aspectos del campo de la investigación

psicológica como el razonamiento, el aprendizaje, la memoria, la comprensión o el lenguaje (González, 1998).

En este contexto, al razonamiento se le asignan procesos de pensamiento diferentes. Por una parte, los procesos que conllevan una inferencia explícita, son aquellos en los que de una o varias proposiciones se infieren otra y que están intrínsecamente ligados al lenguaje. Por otra parte, los procesos inherentes a un acto de exploración se efectúan con objeto de adaptar una situación nueva, se trata de problemas para cuya solución es suficiente una manipulación, bien de objetos o de instrumentos (Duval, 1999).

En general, cuando los estudios psicológicos tratan el razonamiento deductivo, suelen aparecer experiencias relacionadas con la resolución de problemas y, cuando tratan el razonamiento inductivo, suelen aparecer ligados a la toma de decisiones, a la formación de conceptos, a la adquisición de conocimiento, al aprendizaje o al razonamiento informal (Santamaría, 1998).

**d) Un modelo teórico de razonamiento inductivo**

Pólya (1966) considera la necesidad de una actitud inductiva en matemáticas y la importancia de la generalización como paso de la observación de un objeto al examen de un conjunto de objetos, entre los cuales figura el primero; o bien, pasar del examen de un conjunto limitado de objetos al de un conjunto más extenso que incluya al conjunto limitado. Para un resolutor de problemas ideal, Pólya identifica que el proceso de inducción se inicia trabajando con casos particulares y concretos, se pasa por la formulación de una conjetura, llegando a la comprobación de la conjetura con nuevos casos particulares. Polya (1945) considera que se suele llamar inducción al procedimiento que usan los científicos para tratar con la experiencia. La inducción es un método para descubrir propiedades tras la observación de los fenómenos, la regularidad que presentan dichos fenómenos y la coherencia que se les supone a los mismos. La inducción empieza frecuentemente con alguna observación.

A partir del trabajo de Pólya extraemos lo que hemos llamado la primera aproximación a un modelo ideal a seguir en el proceso de razonamiento inductivo. Este modelo consta de los siguientes pasos: (a) trabajo con casos particulares, (b) búsqueda de patrones basados en la regularidad

observada en los casos particulares, (c) formulación de una conjetura de acuerdo con el patrón, y (d) comprobación posterior.

El modelo anterior fue utilizado en el estudio piloto previo a éste, que constituyó el trabajo de investigación tutelada. La reflexión sobre las producciones de aquellos alumnos en las entrevistas, unido a la ampliación de nueva información, tanto por la fundamentación teórica como por investigaciones relacionadas, nos lleva a elaborar una segunda aproximación de modelo de razonamiento inductivo compuesto por siete pasos, a saber:

1. Trabajo con casos particulares.
2. Organización de casos particulares.
3. Identificación de patrones.
4. Formulación de conjeturas.
5. Justificación.
6. Generalización.
7. Demostración. (Cañadas y Castro, 2007)

**e) Justificación.**

Ferrater (1988) entiende el término justificación en dos sentidos. Por un lado considera la serie de operaciones que se llevan a cabo para reconstruir lógicamente teorías científicas. Por otro lado, considera que son los razonamientos que, obedeciendo leyes lógicas, se producen cuando se dan razones—las llamadas a menudo “buenas razones”— para demostrar que la norma o el imperativo moral son aceptables o plausibles.

El término justificación aparece cuando se quieren analizar otros términos como argumentación, demostración o prueba. Por ejemplo, Duval (1999) define la argumentación como una justificación o refutación espontánea de una declaración en una discusión o debate (Duval, 1999, p. 144). La convicción es reconocida como la principal función de la argumentación por diversos autores como Duval (1999), Fetisov (1980), Hanna, (1989), Lithner (2000), Tall (1989), y Volmik, (1990).

Marrades y Gutiérrez (2000) consideran que una justificación es cualquier razón dada para convencer a la gente (profesor a alumnos, estudiante a otros estudiantes, por ejemplo) de la verdad de una afirmación. Estos investigadores distinguen entre las justificaciones empíricas y las justificaciones deductivas. Las justificaciones empíricas usan los ejemplos

como el principal (puede que el único) elemento de convicción. En las justificaciones deductivas la validación de las conjeturas se hace de un modo genérico y los ejemplos, cuando se usan, es para ayudar a organizar las argumentaciones.

En este trabajo nos referiremos a la justificación en el sentido en el que Marrades y Gutiérrez (2000) hablan de justificaciones empíricas, donde la validación se realiza por medio de casos particulares.

#### 2.2.15 Rendimiento académico.

El rendimiento ha sido muy estudiado por diferentes autores y existen muchas definiciones. Algunas de ellas son las siguientes:

Para Pizarro (1985), “el rendimiento académico es entendido como una medida de las capacidades respondientes o indicativas que manifiesta, en forma estimativa, lo que una persona ha aprendido como consecuencia de un proceso de instrucción o formación”. (p.85).

También Pizarro define, “el rendimiento como una capacidad respondiente de éste frente a estímulos educativos, susceptible de ser interpretado según objetivos o propósitos educativos pre-establecidos” (p.85)

Según Herán y Villarroel (1987), “el rendimiento académico se define en forma operativa y tácita afirmando que se puede comprender el rendimiento escolar previo como el número de veces que el alumno ha repetido uno o más cursos” (p. 23)

Para Kaczynska (1986), “el rendimiento académico es el fin de todos los esfuerzos y todas las iniciativas escolares del maestro, de los padres de los mismos alumnos; el valor de la escuela y el maestro se juzga por los conocimientos adquiridos por los alumnos”. (p. 45)

Según Nováez (1986) “el rendimiento académico es el quantum obtenido por el individuo en determinada actividad académica y está ligado al de aptitud, y sería el resultado de ésta, de factores volitivos, afectivos y emocionales, además de la ejercitación”. (p. 64)

Para Martínez y Otero (2002) “el rendimiento académico es como el producto que da el alumnado en los centros de enseñanza y que habitualmente se expresa a través de las calificaciones escolares”. (p. 23)

Para Páez (1987), el rendimiento académico se define “como el proceso alcanzado por los alumnos en función de los objetivos programáticos previstos, y que puede ser medido mediante la realización de actividades de evaluación”. (p.67)

Páez, (1987), también manifiesta:

El rendimiento académico es un indicador del nivel de aprendizaje alcanzado por el alumno, por ello, el sistema educativo brinda tanta importancia a dicho indicador; sin embargo, en el rendimiento académico, intervienen muchas otras variables externas al sujeto, como la calidad del maestro, el ambiente de clase, la familia, el programa educativo, etc., y variables psicológicas o internas, como la actitud hacia la asignatura, la inteligencia, la personalidad, el auto concepto del alumno, la motivación, etc. (p. 67)

Asimismo el rendimiento académico es el resultado de diferentes fenómenos que se relacionan con el estudiante, consiste en medir a través de un sistema de evaluación el grado de aprendizaje cognitivo, afectivo y conductual que ha alcanzado un estudiante; es el nivel de conocimiento de un estudiante medido en una prueba de evaluación. Entonces podemos decir que el rendimiento académico es la relación entre lo obtenido y el esfuerzo empleado para obtenerlo y como producto de calificaciones, que puede dar el estudiante, promedio de las notas, para lo cual estoy considerando los métodos del descubrimiento, heurístico y el inductivo deductivo

## MÉTODO HEURÍSTICO

En general no existen pasos específicos, sino que consiste en aplicar sobre todo la creatividad. Pero existen pasos generales previos que toda persona debe seguir para aplicar el método heurístico.

Reglas heurísticas:

El primer paso consiste en definir exactamente donde está el problema, en la mayoría de los casos graficar, si el problema es abstracto para lo cual hay que analizarlo con detenimiento.

El segundo paso es definir la estrategia a seguir para llegar a la solución y llevarla a la práctica, es decir percibir si es necesario utilizar formulas o basta con una simple aplicación práctica y creativa.

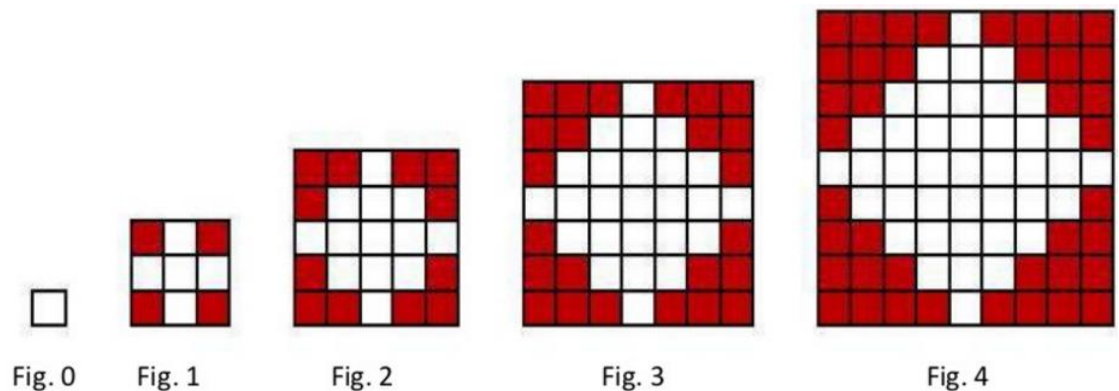
El tercer paso es definir alternativas de solución al problema y seleccionar la mejor, es decir, tenemos que plantear varias posibles soluciones al problema y seleccionar la que se considere eficaz o más adecuada.

El cuarto paso es poner en acción las opciones elegidas y comprobar la veracidad de la solución seleccionada.

Ejemplo:

¿Cuántos cuadros unitarios en blanco, tendrá la figura 2008, si se continua con ese patrón?

Gráfico Nº 2: Determinar número de cuadros unitarios



Solución:

PASO 1.

Definiendo el problema nos damos cuenta, que no es necesario graficar el problema ya que nos dan graficado. Así el problema se hace más comprensible, lo que toca ahora es definir que nos piden exactamente, es decir, cual es la incógnita.

Nos piden el número de cuadraditos blancos en la figura 2008.

## PASO 2.

Definiendo la estrategia a utilizar, nos damos cuenta que existen pocas o ninguna fórmula a utilizar, por ende utilizaremos nuestra creatividad y habilidad mental para encontrar la forma de encontrar el patrón que siguen todas las figuras.

## PASO 3.

La solución más adecuada y practica sería la de contar primero el número total de cuadrados en cada figura y luego restar el número de cuadrados rojos de los cuadraditos rojos.

## PASO 4.

CB: Cuadrado blanco CR: Cuadrado rojo CT: Cuadrados totales

FIG.0	0 CR		
FIG.1	4CR	=	1.2.2
FIG.2	12CR	=	2.2.3
FIG.3	24 CR	=	3.2.4
.			
.			
FIG.2008		=	2008.2.2009= 8068144

Ahora el número de cuadrados totales:

FIG.0	1
FIG.1	$3^2=9$
FIG.2	$5^2=25$
.	
.	
FIG.2008	$(2008 + 2009)^2 = 16136289$

Entonces en la figura 2008 el número de cuadrados blancos es: # Total de cuadraditos - # de cuadraditos rojos = CUADRADITOS BLANCOS

$$16136289 - 8068144 = 8068145$$

El número total de cuadrados blancos es 8068145.

NOTA: Uno de los principales representante que se acerca más al método heurístico es el realizado por George Polya George Polya nació en Hungría en 1887. Obtuvo su doctorado en La Universidad de Budapest y en su disertación para obtener el grado abordó temas de probabilidad. Fué maestro en el Instituto Tecnológico Federalen Zurich, Suiza. En 1940 llegó a la Universidad de Brown en EE.UU. y pasó a la Universidad de Stanford en 1942.

En sus estudios, estuvo interesado en el proceso del descubrimiento, o cómo es que se derivan los resultados matemáticos. Advirtió que para entender una teoría, se debe conocer cómo fue descubierta. Por ello, su enseñanza enfatizaba en el proceso de descubrimiento aún más que simplemente desarrollar ejercicios apropiados. Para involucrar a sus estudiantes en la solución de problemas, generalizó su método en los siguientes cuatro pasos:

- Entender el problema.
- Configurar un plan
- Ejecutar el plan
- .. Mirar hacia atrás

#### 2.2.16 Método Inductivo-Deductivo

Cuando se centraba en el problema del conocimiento, se empezó a prestar atención a la cuestión del método, por lo que se condujo a dos tipos de métodos.

##### **a) El método inductivo..**

El filósofo inglés Francis Bacon (1561-1626) fue quien lo estudió minuciosamente proponiéndolo para todas las ciencias. El método inductivo intenta ordenar la observación tratando de extraer conclusiones de carácter universal desde la acumulación de datos particulares.

En el método inductivo los pasos que hay que dar son:

- Observación y registro de los hechos.
- Análisis y clasificación de los hechos.
- Derivación inductiva de una generalización a partir de los hechos.

Hechos ←- Generalización--→Ley

Observación	
Registro	
Análisis	
Clasificación	
____ Contrastación____	

### b) El método deductivo

Estaba vinculado a las ciencias formales: a la lógica, las matemáticas y la geometría. Así funciona: a partir de principios generales y, con la ayuda de una serie de reglas de inferencia, se demuestran unos teoremas o principios secundarios.

El siguiente esquema muestra el funcionamiento del método deductivo:

El método deductivo

i  
|\_\_Principios \_\_ deducción\_\_ consecuencias

Las ventajas del método deductivo se cifran sobre todo en el rigor y la certeza: podemos estar seguros de que, si las premisas o principios generales son verdaderos, entonces los teoremas o conclusiones también lo son. Un ejemplo clásico, procedente de la lógica aristotélica, sería el siguiente silogismo o razonamiento:

Todos los seres humanos son mortales.

Sócrates es un ser humano.

En consecuencia, Sócrates es mortal.

En el Parmenides, diálogo de Platón del 370 a.C, quizá se puede identificar un ejemplo de una explicación implícita de prueba inductiva.

La más antigua huella de la inducción matemática se puede encontrar en la demostración de Bhaskara l que usando el «método cíclico»

prueba la infinidad de los números primos. Una técnica opuesta, contando regresivamente en lugar de ascendentemente, se puede encontrar en la paradoja sorites, en donde se argumenta que si 10.000.000 de granos de arena forman un montón y removiendo un grano del montón este sigue siendo un montón, entonces, un solo grano (incluso ningún grano de arena) forma un montón.

Una implícita demostración de la inducción matemática para secuencias aritméticas fue introducida por Al - Karaji en la obra de Al - Fakhri escrita alrededor del 1000 d. C., usado para probar el teorema binomial y propiedades del triángulo de Pascal.

Ninguno de estos antiguos matemáticos explicitó la hipótesis inductiva. Otro caso similar fue el de Francesco Maurlico en su *Arithmetico romlibiduo* (1575), que usó la técnica para probar que la suma de los  $n$  primeros enteros impares es igual a  $n$  al cuadrado.

La primera formulación explícita sobre el principio de inducción fue establecida por el físico y matemático Blaise Pascal en su obra *traité du trianglearithmétique* ( 1665 ).

El moderno tratamiento de carácter riguroso y sistemático llega solo en el siglo XIX con George Boole, Augustus De Morgan- Charles Sanders Peirce. Giuseppe Peano y Richar Dedekind

### c) **Método inductivo -deductivo**

Desarrollar la capacidad de análisis para que los estudiantes se puedan enfrentar situaciones de índole diversa de lo simple al más complejo, y de lo complejo a lo simple.

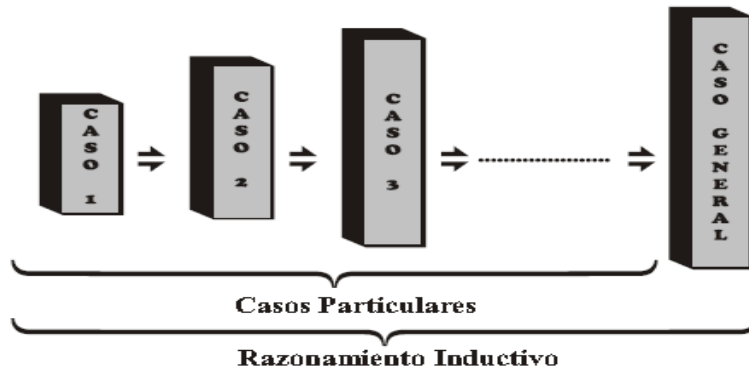
Que el estudiante pueda poseer herramientas metodológicas adecuadas para la resolución de problemas, que necesiten el pensamiento creativo y uso de la inteligencia. Ejercitar al estuante la capacidad de observación para establecer relaciones que permitan llegar a la solución de un problemas de razonamiento Inductivo – Deductivo

Pasos a seguir:

1º debemos hacer es observar los casos particulares Cada uno debe poseer una particularidad que tenga validez para todos los casos. De ahí descubrimos la ley general. También se podrá observar que el grado de la dificultad de un problema se presenta gradualmente.

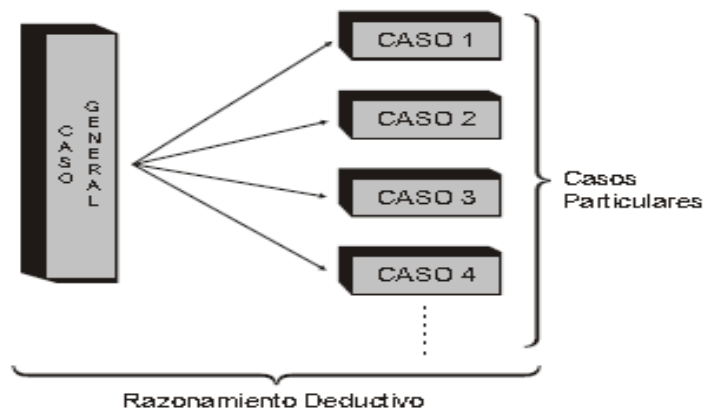
En algunos casos, se deberá dar la necesidad de darle forma más cómoda a los resultados de los casos que se van distribuyendo.

Gráfico N° 3: Razonamiento inductivo



Para llegar a este método, debemos de tener en cuentas los principios básicos de suma, resta, multiplicación y división. A partir de informaciones, o criterios generales debemos de llegar a la conclusión particular, la deducción es complemento de la inducción y viceversa.

Gráfico N° 4: Razonamiento deductivo



### Ejemplo

En el arreglo triangular, halle la suma de las primeras 20 filas

F1	1			
F2	2	3		
F3	4	5	6	
F4	7	8	9	10
F5				
F6				

Nos piden la suma de:

$$S = F1 + F2 + F3 + \dots + F20$$

Como F1 tiene un sumando

F2 tiene dos sumando

F3 tiene tres sumandos, entonces

F20 tiene veinte sumandos

Entonces el número total de sumandos será:

$$1 + 2 + 3 + \dots + 20 = (20 \cdot 21) / 2 = 210 \text{ sumandos}$$

$$\text{Luego } S = (210 \cdot 211) / 2 = 22155$$

Como podemos ver de aquí sale la fórmula general de los "n" números naturales.

Principio de Inducción Matemática:

Una proposición  $p(n)$  es verdadera para todos los valores de la variable  $n$  si se cumplen las siguientes condiciones:

PASO 1: La proposición  $p(n)$  es verdadera para  $n=1$ , o bien  $p(1)$  es verdadera.

PASO 2: Hipótesis de Inducción. Se supone que  $p(k)$  es verdadera, donde  $k$  es un número natural cualquiera.

PASO 3: Tesis de Inducción se demuestra que  $p(k+1)$  es verdadera, o también:  $P(k)$  verdadera  $\rightarrow$   $p(k+1)$  verdadera

### 2.2.17 Método por descubrimiento

Este método fue desarrollado en primera instancia por David Paul Ausubel, psicólogo y pedagogo estadounidense, una de las personalidades más importantes del constructivismo nació el 25 de octubre de 1918 en la ciudad de Brooklyn, Nueva York, Estados Unidos falleció el 09 de julio del 2008 en la localidad de Hyde Park, Nueva York, Estados Unidos, entre sus obras más importantes se encuentran: La Adquisición y retención del conocimiento: visto desde una perspectiva cognitiva, sus estudios lo realizó en la Universidad de Columbia y en la Universidad de Pensilvania

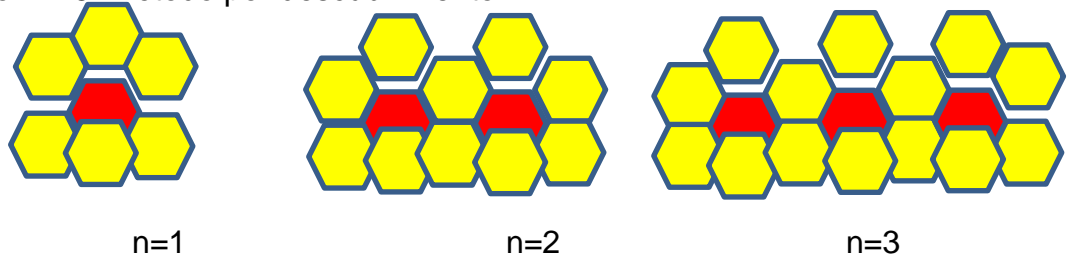
El método del descubrimiento consiste en la presentación de una situación problemática y motivadora para el alumno, consta de las siguientes fases:

- Motivación.
- Exploración

- Problematización de las variables, es decir los patrones, formas, etc. por parte del alumno.
- Construcción del aprendizaje es decir el alumno toma en cuenta los conocimientos previos con los que cuenta (andamiaje), para que el proyecto no se convierta en un obstáculo imposible de vencer..
- Transferencia, el alumno realiza una posible formulación a la solución de un problema determinado a la vida real es decir comprobarla poniendo a prueba el conocimiento obtenido,

Ejemplo:

Gráfico N° 5: Método por descubrimiento



En el gráfico adjunto que se visualiza ¿Cuántas baldosas se necesitará en el ayuntamiento para rodear 100 jardinerías?

La motivación la exploración y la problematización se encuentran en el enunciado y en el gráfico

Una vez planteado el problema, se debe dar el paso para llegar a la solución es la observación , a través de él se identifica variables y patrones, luego utilizando sus conocimientos previos y los nuevos (andamiaje) el alumno trata realizar una formulación (plantearse una hipótesis ). En este caso se le pide al alumno el valor de una sucesión para un término tal que le resultaría muy difícil complejo hacerlo mediante el procedimiento de recuento directo, es por ello que necesariamente debe desarrollar una expresión o fórmula general

La construcción del conocimiento se establece una vez captada la idea de cómo desarrollarlo, lo podrá en práctica separando y controlando variables, el alumno debe darse cuenta que debe sumar 4 repetidamente cada vez empezando desde el primer término.

- 1 jardinera 6 baldosas grises
- 2 jardinera  $6+4 = 10$  baldosas grises
- 3 jardinera  $6+4+4 = 14$  baldosas grises

Así sucesivamente hasta que se dé cuenta (descubra) de la relación que establece, entre dos términos consecutivos cualesquiera de la sucesión, la ley de la formación de los términos de la sucesión, para generalizar este conocimiento debe expresarlo matemáticamente, lo cual debe darse cuenta de que obtener el número de baldosas necesarias, tiene que sumar al número de baldosas correspondientes a una jardinería ( $a_1 = 6$ ) la diferencia constante ( $d=4$ ) tantas veces como el número de jardinerías requerido menos 1 ( $n=1$ ):

$a_n = a_1 + (n - 1)d$ ; descubriendo, entonces la formulación general.

Una vez obtenida la formulación adecuada el alumno la comprueba y aplica con la situación planteada

¿el número de baldosas necesarias para rodear 100 jardinerías?

$a_{100} = 6 + (100 - 1) 4 = 402$  baldosas.

La transferencia se da una vez descubierto el patrón (la formulación general) se da la retroalimentación aplicando el conocimiento generado a otras situaciones propuestas, luego de generado ya el nuevo conocimiento se busca la ayuda de un profesional en este caso los profesores para validarlo y perfeccionarlo, para dar la aplicación de este conocimiento a una situación real.

### 2.2.18 Factores y criterios de rendimiento académico.

Los factores determinantes del rendimiento académico son todas aquellas variables que constituyen el proceso de enseñanza aprendizaje del estudiante, del docente, del contenido, del procedimiento, del contexto, etc. Se suele tener en cuenta especialmente las variables personales de los alumnos, como la inteligencia, la personalidad, la motivación, las actitudes siendo necesarios criterios adecuados para interesarlas.

Pero los factores que están directamente relacionados al rendimiento académico son de múltiple naturaleza. Así tenemos:

- Factores socio-culturales como: discriminación étnica, discriminación social, discriminación cultural, valores culturales sobre educación, y temor al aislamiento del grupo de pertenencia por el éxito académico.
- Factores económicos como: trabajo del estudiante, falta de recursos materiales para adquisiciones básicas y vivienda adecuada para el estudio.
- Factores familiares como: dinámica familiar alterada (crisis de los padres), estructura familiar incompleta (separación de los padres), distintas expectativas de los progenitores y el adolescente frente a la educación y padres sobre-indulgentes.
- Factores individuales como: problemas de salud, enfermedades crónicas, déficit sensoriales, nutrición, retardo intelectual, trastornos mentales, trastornos emocionales (niveles de ansiedad-temor al fracaso), alcohol y drogas.
- Factores pedagógicos como: método didácticos inadecuados, ubicación inadecuada en el curso, mal aprovechamiento del tiempo libre, metodología pedagógica inadecuada al contexto cultural, hábitos de estudio poco desarrollados, experiencias previas de aprendizaje académico deficientes y las pocas posibilidades de experiencias extra culturales.

En cualquier grupo los estudiantes variaran tanto en su nivel de desarrollo cognoscitivo como en sus conocimientos y los docentes deben observar cuidadosamente mientras los estudiantes tratan de resolver los problemas académicos tratando de entender el tipo de pensamiento que está detrás de los errores o problemas. Los estudiantes son las mejores fuentes de información sobre sus propias capacidades de pensamiento.

#### 2.2.19 Tipos de rendimiento académico.

Según Álvaro (1990), "tipos de rendimiento son el objetivo requiere la utilización de instrumentos normalizados, y en él sólo se aprecia el grado de dominio o la valía intelectual del sujeto y el subjetivo, por el contrario, se lleva a cabo mediante la apreciación o juicio del profesor,

interviniendo en el mismo, como es lógico, todo tipo de referencias personales del propio sujeto”. (p.21)

El rendimiento académico es como una medida de las capacidades correspondientes o indicativos que manifiestan, en forma estimativa, lo que una persona ha aprendido como consecuencia de un proceso de formación.

Además Álvaro (1990) manifiesta:

Rendimiento Individual: se manifiesta en la adquisición de conocimientos, experiencias, hábitos, destrezas, habilidades, actitudes, aspiraciones, etc. rendimiento general, se manifiesta mientras el estudiante va al centro de enseñanza, en el aprendizaje de las líneas de acción educativa y hábitos culturales y en la conducta del alumno; rendimiento específico; se da en la resolución de los problemas personales, desarrollo en la vida profesional, familiar y social que se les presentan en el futuro; rendimiento social, la institución educativa al influir sobre un individuo, no se limita a éste sino que a través del mismo ejerce influencia de la sociedad en que se desarrolla. En lo que se refiere al rendimiento académico diremos que es la apreciación de los cambios profundos y amplios que se operan en el alumno como resultado de su experiencia educativa. (p.35)

El rendimiento académico es una dimensión educativa compleja, porque en él inciden un número de factores que actúan en forma aislada o asociada. Ellos condicionan y hasta determinan el aprendizaje individual y colectivo en función a la doctrina educación base: factores endógenos, inherentes coeficiente intelectual del estudiante, deficiencia sensorial, edad cronológica, intereses, actitudes, hábitos, motivaciones internas, aspiraciones, etc. factores exógenos: Influye el hogar, escuela, comunidad, constitución del hogar, ambiente social, condiciones físicas del hogar, de la escuela, métodos y técnicas empleados por la evaluación de la enseñanza-aprendizaje, características personales del profesor, etc.

## **CAPITULO III**

### **III. MARCO METODOLOGICO.**

#### **3.1 DISEÑO Y TIPO DE LA INVESTIGACIÓN.**

##### **3.1.1 Tipo de investigación:**

Descriptiva: Comprende la descripción, registro, análisis e interpretación de la naturaleza actual y la composición o procesos de los fenómenos. El enfoque se hace sobre conclusiones dominantes o sobre cómo una persona, grupo o cosa se conduce o funciona en el presente. La investigación descriptiva trabaja sobre realidades de hecho, y su característica fundamental es la de presentación correcta.

Aplicada: porque está referida a problemas específicos cuando se quiere dar una solución práctica aplicando teorías o conocimientos científicos (Gil Malea)

Es una investigación de tipo cuantitativo con un diseño cuasi experimental, de pre test y pos test con un solo grupo de 34 alumnos del QUINTO GRADO, estos instrumentos fueron apoyados con una entrevista donde se registraron aspectos no observables en los estudiantes

En resumen el tipo de investigación que se presenta en el trabajo es de diagnóstico específico de tipo situacional descriptivo – comparativo porque se empezó de una situación problemática de una realidad, esto es conocer el nivel del rendimiento académico en las áreas de matemática de los alumnos de quinto grado de educación secundaria a través de la recolección y análisis de los datos. La investigación diagnóstica descriptiva comprende la descripción, registro, análisis e interpretación de las condiciones existentes en el momento, sin necesidad de señalar causa efecto.

En ese sentido, el estudio es un intento por obtener información válida porque me permite plantear un programa de nivelación académica con la aplicación de los métodos de descubrimiento, inductivo deductivo y Heurístico con la finalidad de obtener las competencias necesarias (rendimiento académico) para enfrentarse con éxito a los exámenes de admisión que plantean los estudios superiores.

### 3.1.2 Diseño de la investigación.

Para la realización del diseño de contrastación se utilizará el método Pre test – Post test con un solo grupo lo que se denomina también el método de sucesión o en línea que consiste en:

- Una medición previa de la variable dependiente a ser utilizada antes de la aplicación de la variable independiente (Pre-test)
- La aplicación de la variable independiente se realiza a los sujetos de la muestra.
- Una nueva medición de la variable dependiente después de la aplicación de la variable independiente (post test).

Gráfico N° 6: Diseño de la Contrastación

METODOLOGIA DE ENSEÑANZA DE  
SUCESIONES, SUMATORIAS Y SERIES.

S1 = 34 (Sucesiones)	S1 = 34 (Sumatorias)	S1 = 34 (Series)
Alumnos del quinto grado de educación secundaria grupo A.	Alumnos del quinto grado de educación secundaria grupo A	Alumnos del quinto grado de educación secundaria grupo A

S1: Alumnos del quinto grado de educación secundaria (Método descubrimiento).

S1: Alumnos del quinto grado de educación secundaria (Razonamiento heurístico).

S1: Alumnos del quinto grado de educación secundaria (estrategias inductivas, deductivas).



## 3.2 POBLACIÓN, MUESTRA Y MUESTREO

### 3.2.1 Población.

La población considerada es del tipo probabilística tomando como sujetos involucrados en el problema, para efectos de la presente investigación, lo cual se considera los afectados directos e indirectos o también denominados los dueños del problema y para tal investigación considera los estudiantes del quinto grado de educación secundaria. La Población de alumnos del quinto grado de secundaria es de 186 alumnos

### 3.2.2 Muestra.

Las muestras no probabilísticas, también llamadas muestras dirigidas, suponen un procedimiento de selección informal, por lo que se utilizaron en muchas investigaciones y a partir de ellas, se hacen inferencias sobre la población. La Muestra para nuestra investigación fue de 34 alumnos de un solo aula, y a ellos se les aplicaron los tres métodos

## 3.3 TÉCNICAS E INSTRUMENTACIÓN.

### 3.3.1 Proceso o Técnicas e Instrumentos.

#### **Técnicas e Instrumentos**

##### **Cuestionario:**

Conjunto de preguntas relacionada con las dimensiones y variables, que ayudarán a conseguir información de los dueños del problema.

##### **Encuesta:**

Es la conversación con otras personas, de preferencia que tengan conocimientos en el tema a investigar.

Para las mediciones se utilizara La escala de Likert se denomina así por Rensis Likert, Es una escala psicométrica comúnmente utilizada en cuestionarios y es la escala de uso más amplio en encuestas para la investigación, principalmente en ciencias sociales.

Tomando como referencia la siguiente valoración: Tomando como 5 el valor más alto de ponderación y el valor de 1 como la ponderación



Mediante esta técnica nos permitirá elaborar los cuadros estadísticos con los datos codificadores utilizando la tabla de frecuencia y el análisis.

**c) La Representación Estadística:**

La representación de los resultados obtenidos se realizará mediante cuadros, gráfico de barras, gráfico de pastel o circular.

**d) Análisis e Interpretación de Datos:**

En lo referente al análisis de datos serán sometidos a un análisis y a un estudio sistemático, como a su interpretación pertinente, teniendo en cuenta los indicadores que estarán constructados.

El análisis será de carácter estadístico descriptivo, que nos permitirá arribar a la obtención de frecuencias.

## CAPITULO IV

### IV. RESULTADOS

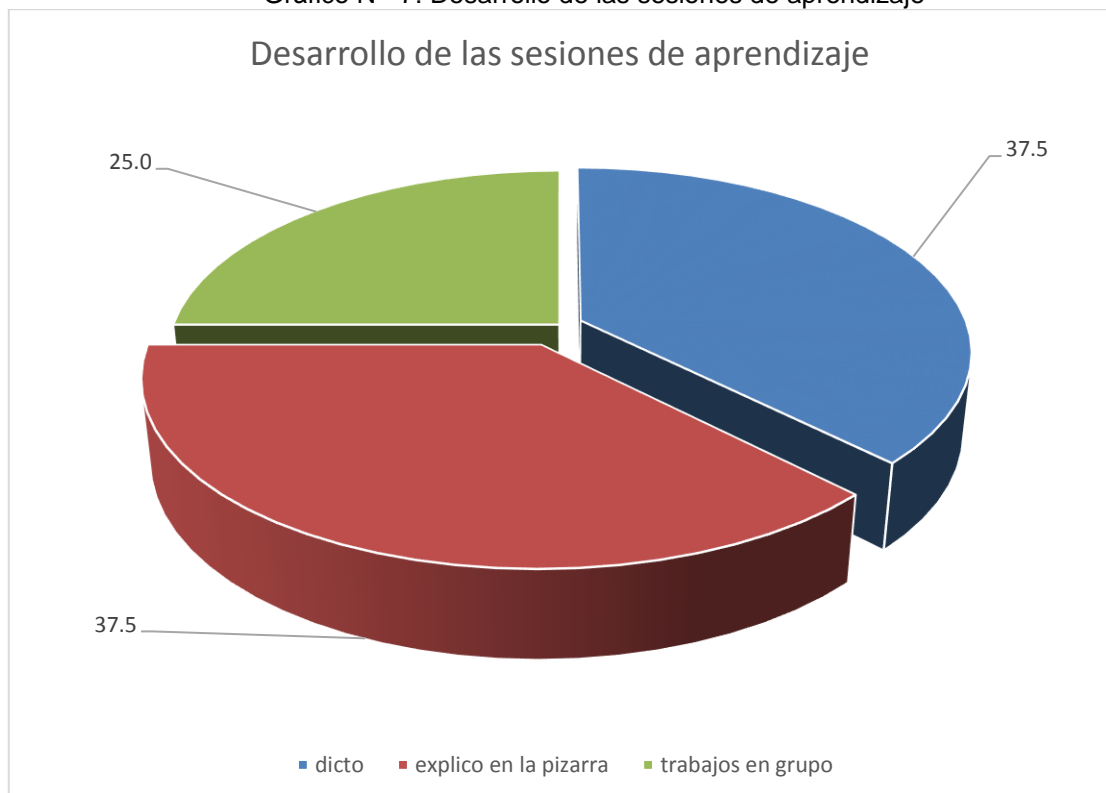
#### 4.1 RESULTADOS DESCRIPTIVOS

1. ¿De qué manera desarrolla Ud. Las sesiones de aprendizaje del área de matemáticas en los estudiantes del quinto grado de educación secundaria?

Tabla N° 2: Desarrollo de las sesiones de aprendizaje

	Frecuencia	Porcentaje
Dicto	3	37.5
explico en la pizarra	3	37.5
trabajos en grupo	2	25.0
Total	8	100.0

Gráfico N° 7: Desarrollo de las sesiones de aprendizaje



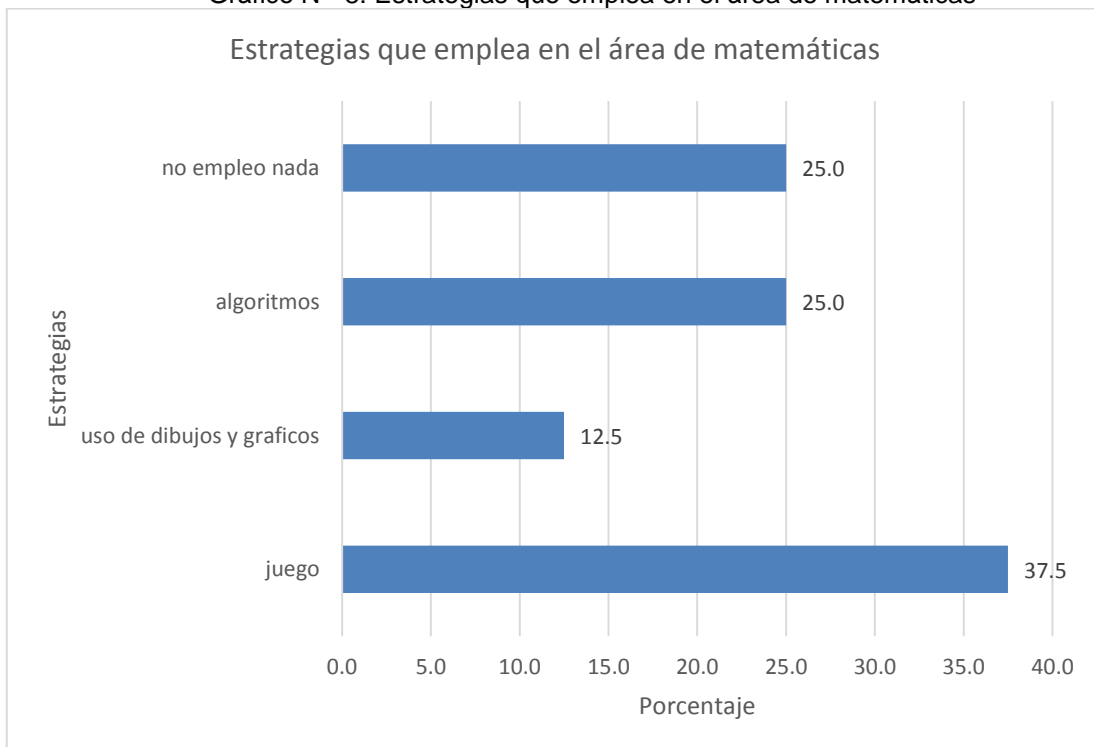
Análisis: el 37.5% dicta en el desarrollo de las sesiones de aprendizaje del área de matemáticas en los estudiantes del quinto grado de educación secundaria; y un 25% los desarrolla con trabajos en grupo

2. ¿Qué estrategias emplea Ud. En el área de matemáticas, en cuanto a la metodologías de enseñanza de sucesiones, sumatorias y series?

Tabla N° 3: Estrategias que emplea en el área de matemáticas

	Frecuencia	Porcentaje
juego	3	37.5
uso de dibujos y gráficos	1	12.5
algoritmos	2	25.0
no empleo nada	2	25.0
Total	8	100.0

Gráfico N° 8: Estrategias que emplea en el área de matemáticas



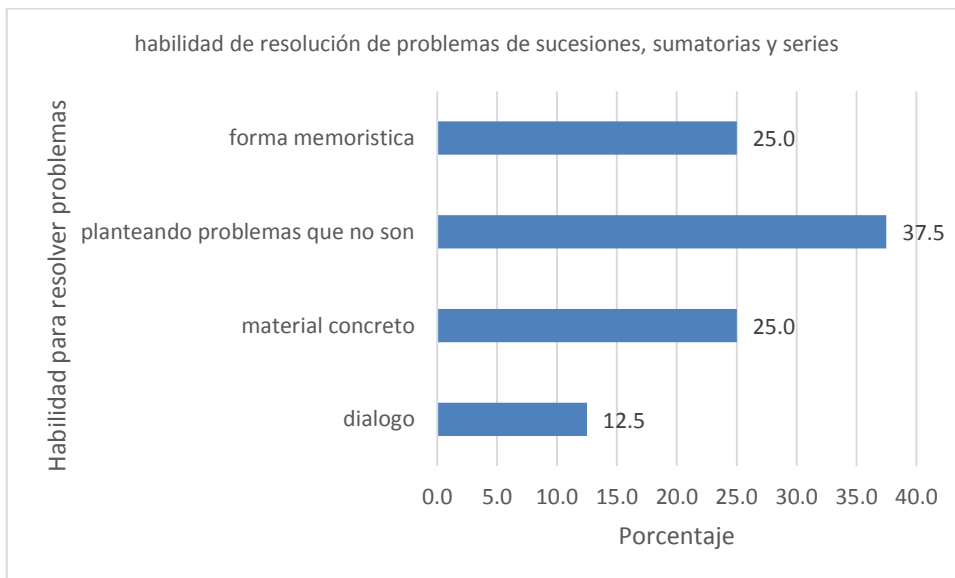
Análisis: Las Estrategias que emplea en el área de matemáticas un 37.5% es mediante el juego, y un 25% emplea algoritmos y lo tradicional (no emplea nada) y el 12.5% mediante el uso de dibujos y gráficos

3. ¿De qué manera considera Ud. Que los alumnos del quinto grado mejorarían la habilidad de resolución de problemas de sucesiones, sumatorias y series?

Tabla N° 4: Habilidad de resolución de problemas de sucesiones, sumatorias y series

	Frecuencia	Porcentaje
dialogo	1	12.5
material concreto	2	25.0
planteando problemas que no son	3	37.5
forma memorística	2	25.0
Total	8	100.0

Gráfico N° habilidad de resolución de problemas de sucesiones, sumatorias y series



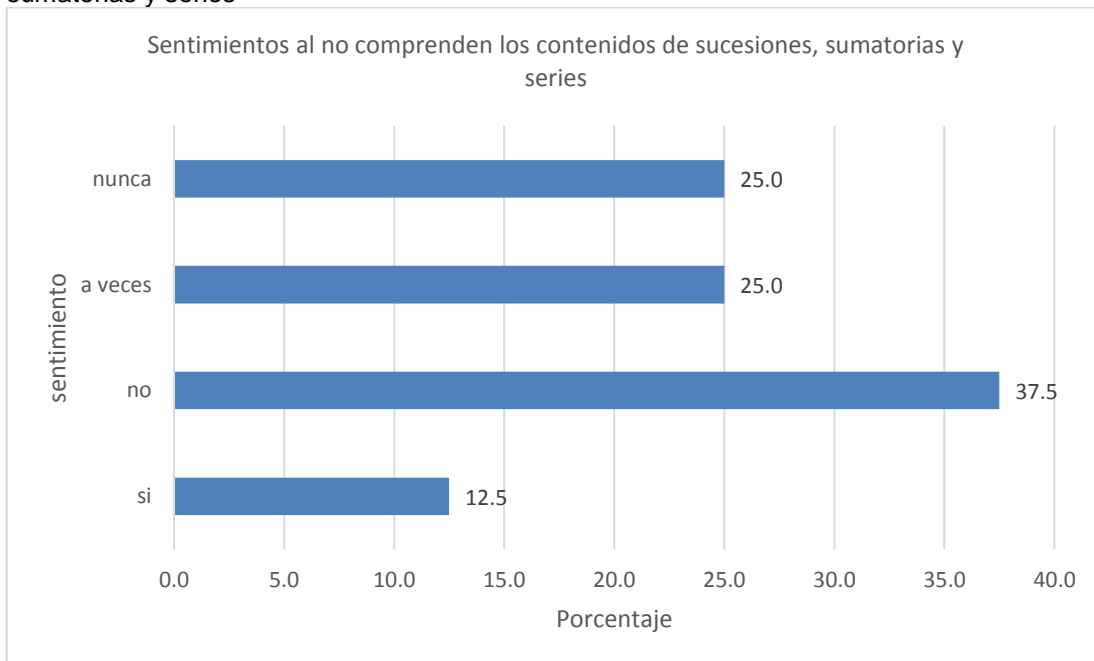
Análisis: la habilidad en la resolución de problemas en temas de sucesiones, sumatorias y series es mediante el planteamiento de problemas que no son (37.5%) y mediante el dialogo 12.5% (menor porcentaje)

4. ¿Cómo se sienten los alumnos del quinto grado de educación secundaria al no poder comprender los contenidos de sucesiones, sumatorias y series?

Tabla N° 5: Sentimiento de alumnos al no poder comprender los contenidos de sucesiones, sumatorias y series

	Frecuencia	Porcentaje
se sienten retraídos	3	37.5
prefieren no hablar	3	37.5
insisten en la comunicación oral	1	12.5
son indiferentes	1	12.5
Total	8	100.0

Gráfico N° 9: Sentimiento de alumnos al no poder comprender los contenidos de sucesiones, sumatorias y series



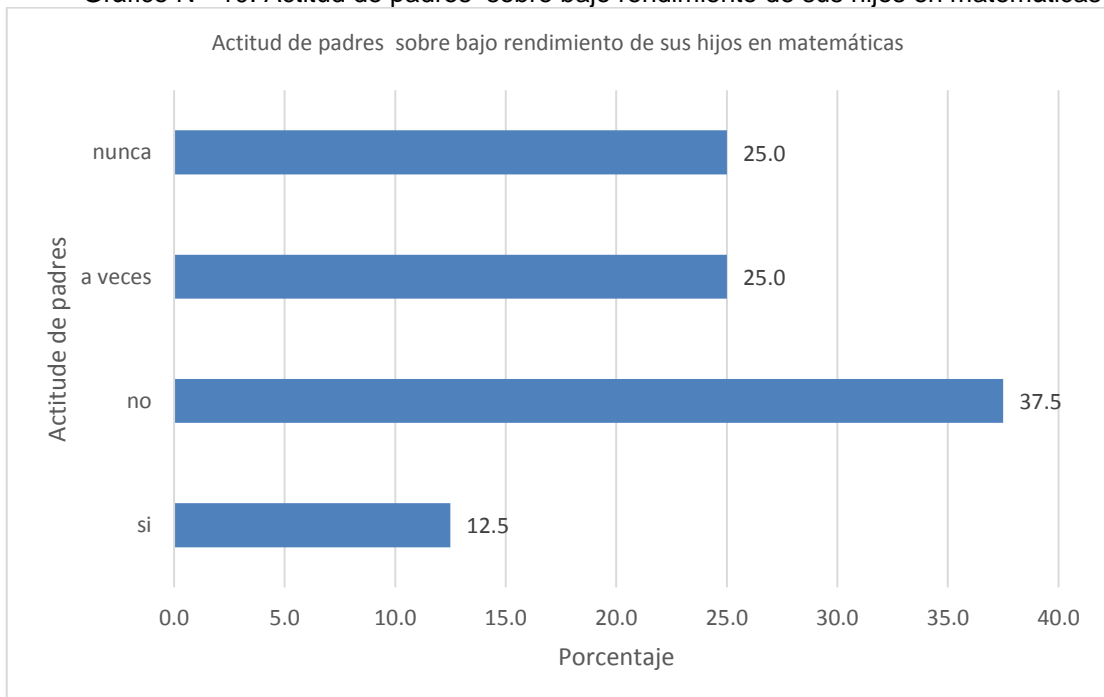
Análisis: El Sentimiento de alumnos al no poder comprender los contenidos de sucesiones, sumatorias y series es que prefieren no hablar y sentirse retraídos (37.5%) y sentirse indiferentes e insisten en la comunicación oral (12.5)

5. ¿Qué actitud toman los padres respecto al problema de bajo rendimiento de sus hijos en matemáticas?

Tabla Nº 6: Actitud de padres sobre bajo rendimiento de sus hijos en matemáticas

	Frecuencia	Porcentaje
proponen alternativas	2	25.0
son indiferentes al problema	2	25.0
Tratan de que sus hijos mejoren en matemáticas	1	12.5
Buscan apoyo en otros profesionales	3	37.5
Total	8	100.0

Gráfico Nº 10: Actitud de padres sobre bajo rendimiento de sus hijos en matemáticas



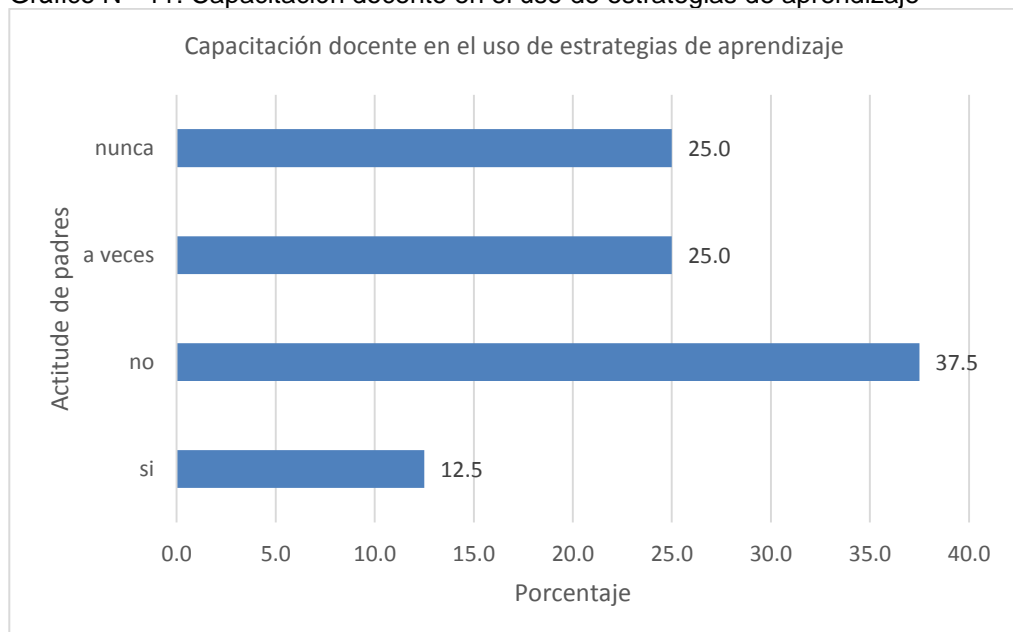
Análisis: La Actitud de padres sobre bajo rendimiento de sus hijos en matemáticas es la de buscar apoyo en otros profesionales (37.5%) y un 12.5% tratan de que sus hijos mejoren.

6. ¿Considera Ud. Que es necesaria la capacitación docente en el uso de estrategias para la metodología de aprendizaje de sucesiones, sumatorias y series?

Tabla N° 7: Capacitación docente en el uso de estrategias de aprendizaje

	Frecuencia	Porcentaje
si	1	12.5
no	3	37.5
a veces	2	25.0
nunca	2	25.0
Total	8	100.0

Gráfico N° 11: Capacitación docente en el uso de estrategias de aprendizaje



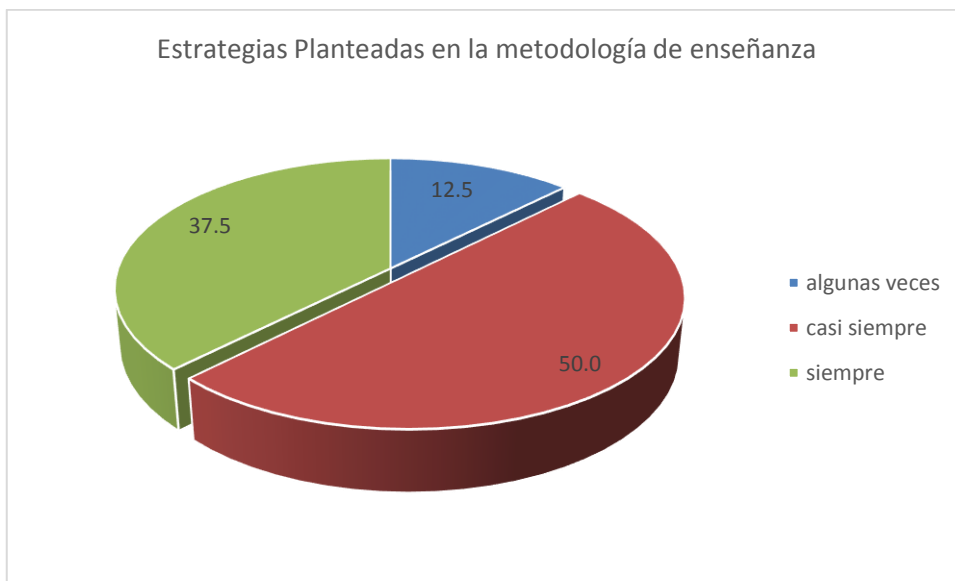
Análisis: el 37.5% considera que no es necesaria la capacitación docente en el uso de estrategias para la metodología de aprendizaje de sucesiones, sumatorias y series. Mientras que el 12.5% manifiesta que Si

7. El docente formula las estrategias Planteadas en la metodología de enseñanza de sucesiones, sumatorias y series.

Tabla N° 8: Estrategias Planteadas en la metodología de enseñanza

	Frecuencia	Porcentaje
algunas veces	1	12.5
casi siempre	3	37.5
siempre	4	50.0
Total	8	100.0

Gráfico N° 12: Estrategias Planteadas en la metodología de enseñanza



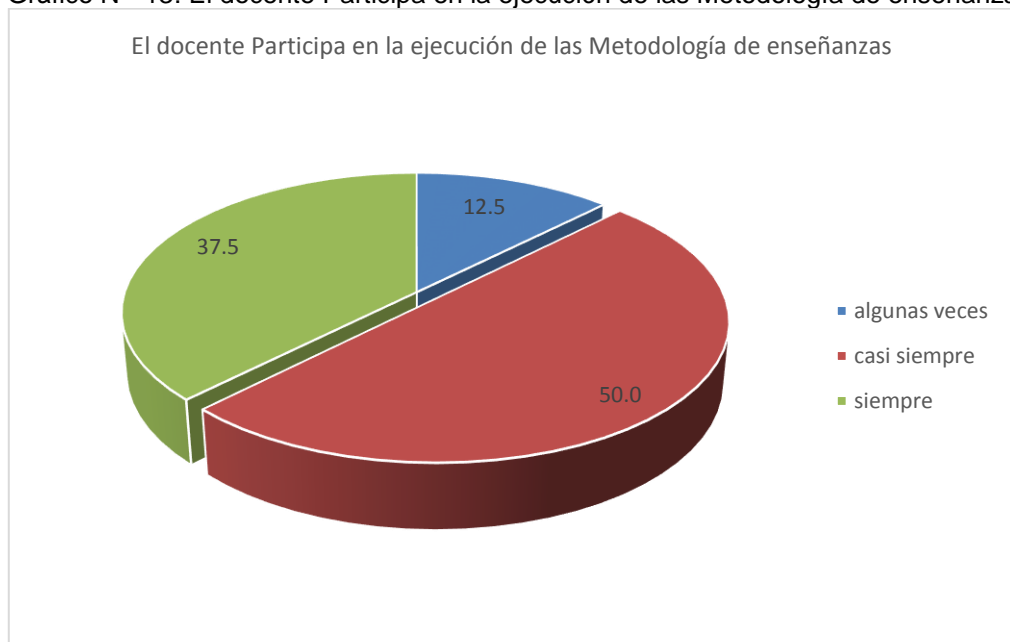
Análisis: el 50.0% considera que el docente formula las estrategias Planteadas en la metodología de enseñanza de sucesiones, sumatorias y series y el 12.5% algunas veces

8. Participa el docente en la ejecución de las Metodología de enseñanzas de sucesiones, sumas y series.

Tabla N° 9: El docente Participa en la ejecución de las Metodología de enseñanzas

	Frecuencia	Porcentaje
algunas veces	1	12.5
casi siempre	4	50.0
Siempre	3	37.5
Total	8	100.0

Gráfico N° 13: El docente Participa en la ejecución de las Metodología de enseñanzas



Análisis: el 50.0% considera que casi siempre el docente Participa en la ejecución de las Metodología de enseñanzas y el 12.5% algunas veces

9. Participa usted en la ejecución de las Metodologías de enseñanza de sucesiones, sumatorias y series.

Tabla N° 10: ejecución de las Metodologías de enseñanza de sucesiones, sumatorias y series.

	Frecuencia	Porcentaje
algunas veces	1	12.5
casi siempre	5	62.5
siempre	2	25.0
Total	8	100.0

Análisis: 62.5% casi siempre participa usted en la ejecución de las Metodologías de enseñanza de sucesiones, sumatorias y series.

10. Recaba usted información periódica relativa al resultado de metodologías de enseñanza de sucesiones, sumatorias y series.

Tabla N° 11: información periódica relativa al resultado de metodologías de enseñanza

	Frecuencia	Porcentaje
algunas veces	1	12.5
casi siempre	3	37.5
Siempre	4	50.0
Total	8	100.0

Análisis: 50% siempre recaba usted información periódica relativa al resultado de metodologías de enseñanza de sucesiones, sumatorias y series.

11. Se utiliza instrumentos para la selección de Metodologías de enseñanzas de sucesiones, sumatorias y series.

Tabla N° 12: utiliza instrumentos para la selección de Metodologías de enseñanzas

	Frecuencia	Porcentaje
algunas veces	2	25.0
casi siempre	4	50.0
Siempre	2	25.0
Total	8	100.0

Análisis: 50% casi siempre utiliza instrumentos para la selección de Metodologías de enseñanzas de sucesiones, sumatorias y series

12. Se hace algún tipo de diagnóstico o recogida de datos antes de formular las metodologías de enseñanza de sucesiones, sumatorias y series.

	Frecuencia	Porcentaje
algunas veces	2	25.0
casi siempre	4	50.0
siempre	2	25.0
Total	8	100.0

Análisis: 50% casi siempre hace algún tipo de diagnóstico o recogida de datos antes de formular las metodologías de enseñanza de sucesiones, sumatorias y series.

13. Hace usted seguimiento a la ejecución de las estrategias planteadas en las metodologías de sucesiones, sumatorias y series.

Tabla N° 13: seguimiento a la ejecución de las estrategias

	Frecuencia	Porcentaje
algunas veces	1	12.5
casi siempre	5	62.5
siempre	2	25.0
Total	8	100.0

Análisis: 62.50% casi siempre hace seguimiento a la ejecución de las estrategias planteadas en las metodologías de sucesiones, sumatorias y series

14. Se aplica un modelo predeterminado en la ejecución de las estrategias metodológicas en el aprendizaje de las sucesiones, sumatorias y series

Tabla N° 14: Aplica modelo predeterminado en la ejecución de las estrategias metodológicas

	Frecuencia	Porcentaje
algunas veces	1	12.5
casi siempre	4	50.0
siempre	3	37.5
Total	8	100.0

Análisis: 50% casi siempre aplica un modelo predeterminado en la ejecución de las estrategias metodológicas en el aprendizaje de las sucesiones, sumatorias y series

15. Se aplica un modelo predeterminado para evaluar el impacto de la metodología de aprendizaje de sucesiones, sumatorias y series.

Tabla N° 15: modelo predeterminado para evaluar el impacto de la metodología de aprendizaje

	Frecuencia	Porcentaje
casi siempre	4	50.0
siempre	4	50.0
Total	8	100.0

Análisis: 50% casi siempre y siempre aplican un modelo predeterminado para evaluar el impacto de la metodología de aprendizaje de sucesiones, sumatorias y series.

16. Se elaboran indicadores adecuados para evaluar el impacto metodología de aprendizaje de sucesiones, sumatorias y series.

Tabla N° 16: indicadores adecuados para evaluar el impacto metodología de aprendizaje

	Frecuencia	Porcentaje
algunas veces	2	25.0
casi siempre	3	37.5
siempre	3	37.5
Total	8	100.0

Análisis: 37.5% casi siempre y siempre elaboran indicadores adecuados para evaluar el impacto metodología de aprendizaje de sucesiones, sumatorias y series.

## 4.2 RESULTADOS INFERENCIALES Y PRUEBA DE HIPOTESIS

Para determinar si la metodología de enseñanza de las sucesiones, sumatorias y series influye en el rendimiento académico de los estudiantes del quinto grado de educación secundaria según el Método del descubrimiento, el método heurístico, y las Estrategias inductivas deductivas

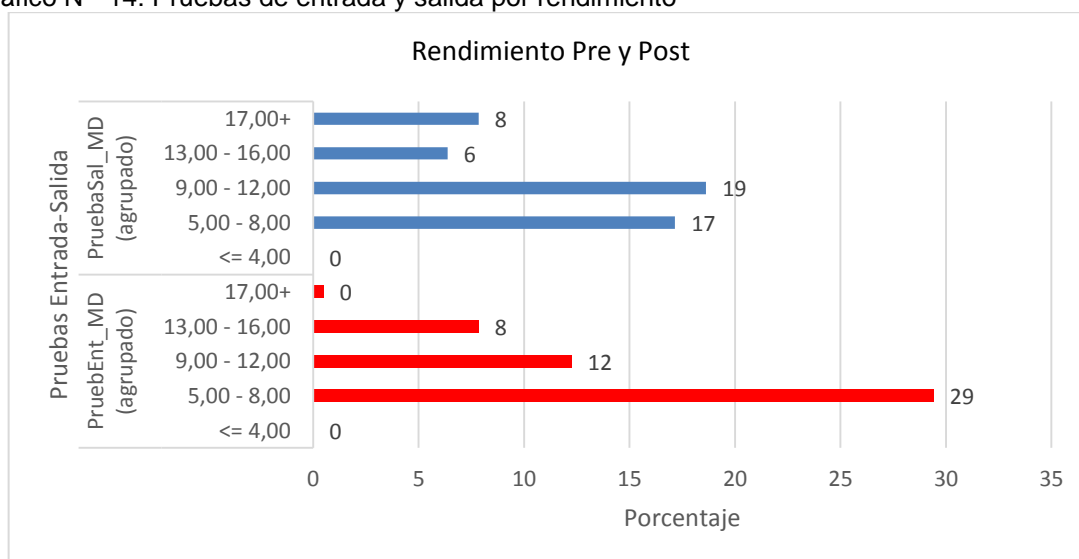
### 4.2.1 Método del descubrimiento

Identificar el nivel de razonamiento a través del método del descubrimiento que utilizan los estudiantes del quinto grado, para solucionar problemas de sucesiones, sumatorias y series.

Tabla N° 17: Pruebas de entrada y salida por rendimiento

		Tema						TOTAL	%
		series		sucesiones		sumatoria			
		FEMENINO	MASCULINO	FEMENINO	MASCULINO	FEMENINO	MASCULINO		
PruebEnt_MD (agrupado)	<= 4,00	0	0	0	0	0	0	0	0
	5,00 - 8,00	9	9	8	14	7	13	60	29
	9,00 - 12,00	2	7	3	6	3	4	25	12
	13,00 - 16,00	0	6	0	3	1	6	16	8
	17,00+	0	1	0	0	0	0	1	0
PruebaSal_MD (agrupado)	<= 4,00	0	0	0	0	0	0	0	0
	5,00 - 8,00	1	0	5	11	7	11	35	17
	9,00 - 12,00	8	12	5	6	3	4	38	19
	13,00 - 16,00	2	3	1	3	1	3	13	6
	17,00+	0	8	0	3	0	5	16	8
		22	46	22	46	22	46	204	100

Gráfico N° 14: Pruebas de entrada y salida por rendimiento

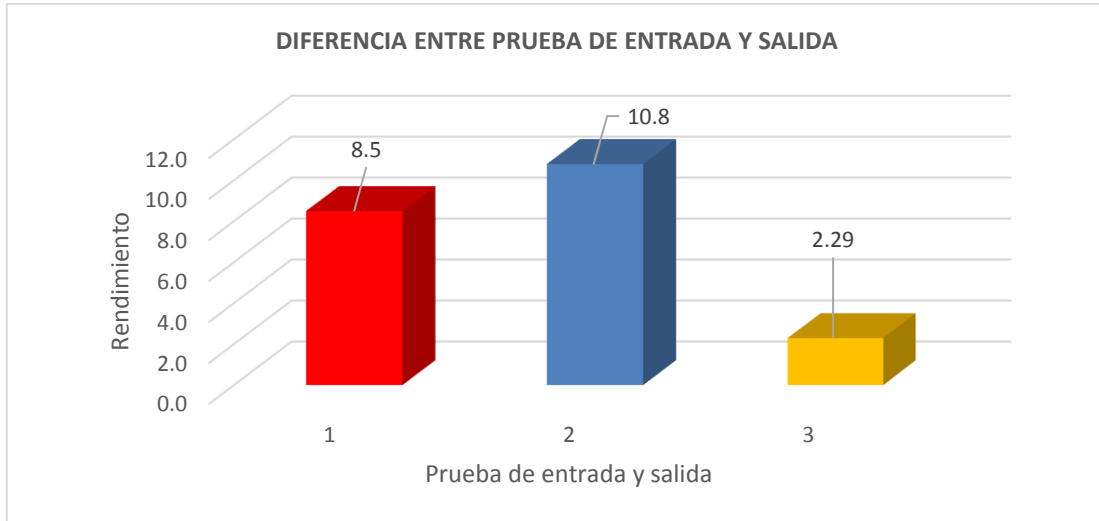


Análisis: el nivel de razonamiento a través del método del descubrimiento que utilizan los estudiantes del quinto grado, para solucionar problemas de sucesiones, sumatorias y series influyen en el rendimiento académico de los estudiantes del quinto grado de educación secundaria dado el incremento de notas en el pre para notas superiores a 17 del 0% a un 18% en el Post, aplicando la estrategia del método de descubrimiento; y el decremento de 29% al 17% para notas en el rango [5.00 – 8.00]

Tabla N° 18: Diferencia entre prueba de entrada y salida

	Tema						Diferencia de medias
	series		sucesiones		sumatoria		
	FEMENINO	MASCULINO	FEMENINO	MASCULINO	FEMENINO	MASCULINO	
PruebEnt_MD	7.55	10.91	7.27	8.30	7.73	9.22	8.5
PruebaSal_MD	10.91	14.30	9.18	10.57	8.82	10.96	10.8
Diferencia	3.36	3.39	1.91	2.26	1.09	1.74	2.29

Gráfico N° 15: Diferencia entre prueba de entrada y salida



- Análisis: el nivel de razonamiento a través del método del descubrimiento influyen en el rendimiento académico de los estudiantes del quinto grado de educación secundaria dado el incremento promedio de notas de 8.5 a 10.8

Tabla N° 19: Prueba de homogeneidad de varianzas\_ Método descubrimiento

	Estadístico de Levene	gl1	gl2	Sig.
PruebEnt_MD	1.580	2	99	.211
PruebaSal_MD	.682	2	99	.508

Tabla N° 20: ANOVA de un factor

		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
PruebEnt_MD	Inter-grupos	58.961	2	29.480	2.515	.086
	Intra-grupos	1160.529	99	11.723		
	Total	1219.490	101			
PruebaSal_MD	Inter-grupos	206.373	2	103.186	6.330	.003
	Intra-grupos	1613.706	99	16.300		
	Total	1820.078	101			

Tabla N° 21: Pruebas robustas de igualdad de las medias

		Estadístico <sup>a</sup>	gl1	gl2	Sig.
PruebEnt_MD	Welch	2.756	2	65.346	.071
PruebaSal_MD	Welch	6.961	2	65.596	.002

a. Distribuidos en F asintóticamente.

Tabla N° 22: Pruebas post hoc\_Comparaciones múltiples

Variable dependiente				Diferencia de medias (I-J)	Error típico	Sig.	Intervalo de confianza al 95%	
							Límite inferior	Límite superior
PruebEnt_MD	HSD de Tukey	series	sucesiones	1.85294	.83040	.071	-.1230	3.8289
			sumatoria	1.08824	.83040	.393	-.8877	3.0641
		sucesiones	series	-1.85294	.83040	.071	-3.8289	.1230
			sumatoria	-.76471	.83040	.628	-2.7406	1.2112
		sumatoria	series	-1.08824	.83040	.393	-3.0641	.8877
			sucesiones	.76471	.83040	.628	-1.2112	2.7406
	Games-Howell	series	sucesiones	1.85294	.78529	.055	-.0310	3.7368
			sumatoria	1.08824	.87933	.436	-1.0205	3.1969
		sucesiones	series	-1.85294	.78529	.055	-3.7368	.0310
			sumatoria	-.76471	.82388	.625	-2.7425	1.2131
		sumatoria	series	-1.08824	.87933	.436	-3.1969	1.0205
			sucesiones	.76471	.82388	.625	-1.2131	2.7425
PruebaSal_MD	HSD de Tukey	series	sucesiones	3,08824*	.97920	.006	.7583	5.4182
			sumatoria	2,94118*	.97920	.009	.6112	5.2712
		sucesiones	series	-3,08824*	.97920	.006	-5.4182	-.7583
			sumatoria	-.14706	.97920	.988	-2.4770	2.1829
		sumatoria	series	-2,94118*	.97920	.009	-5.2712	-.6112
			sucesiones	.14706	.97920	.988	-2.1829	2.4770
	Games-Howell	series	sucesiones	3,08824*	.92744	.004	.8641	5.3124
			sumatoria	2,94118*	.98481	.011	.5779	5.3045
		sucesiones	series	-3,08824*	.92744	.004	-5.3124	-.8641
			sumatoria	-.14706	1.02297	.989	-2.6005	2.3063
		sumatoria	series	-2,94118*	.98481	.011	-5.3045	-.5779
			sucesiones	.14706	1.02297	.989	-2.3063	2.6005

\*. La diferencia de medias es significativa al nivel 0.05.

Se concluye que dado los valores de  $p=0.002$  menor a 0.05 según ANOVA de un factor ( $P=0.003$ ), Pruebas robustas de igualdad de las medias ( $P=0.002$ ) para la prueba de salida se acepta la hipótesis de investigación de que el razonamiento a través del método del descubrimiento contribuye a crear niveles altos de rendimiento académico en los estudiantes del quinto grado de educación secundaria.

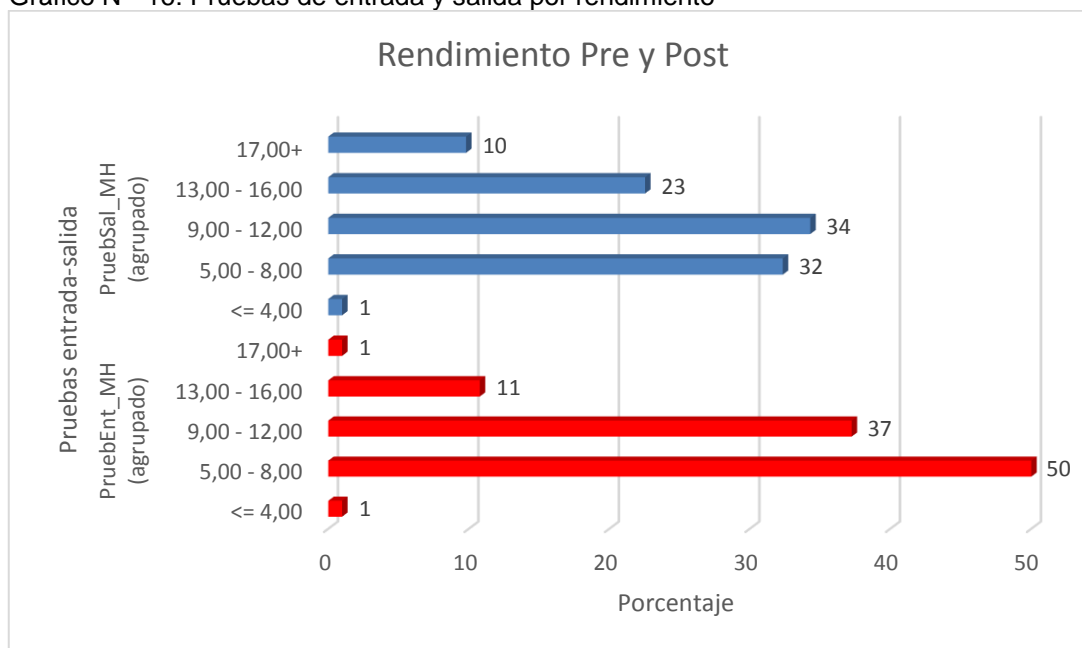
#### 4.2.2 Método Heurístico

Analizar si el razonamiento heurístico influye en el rendimiento académico de los estudiantes del quinto grado de educación secundaria.

Tabla Nº 23: Pruebas de entrada y salida por rendimiento

		Tema						total	%
		series		sucesiones		sumatoria			
		FEMENINO	MASCULINO	FEMENINO	MASCULINO	FEMENINO	MASCULINO		
PruebEnt_MH (agrupado)	<= 4,00	0	1	0	0	0	0	1	1
	5,00 - 8,00	9	6	6	12	6	12	51	50
	9,00 - 12,00	2	10	5	10	3	8	38	37
	13,00 - 16,00	0	5	0	1	2	3	11	11
	17,00+	0	1	0	0	0	0	1	1
PruebSal_MH (agrupado)	<= 4,00	0	0	0	0	0	1	1	1
	5,00 - 8,00	1	0	4	10	7	11	33	32
	9,00 - 12,00	10	9	6	6	3	1	35	34
	13,00 - 16,00	0	7	1	6	1	8	23	23
	17,00+	0	7	0	1	0	2	10	10
		22	46	22	46	22	46	204	200

Gráfico Nº 16: Pruebas de entrada y salida por rendimiento

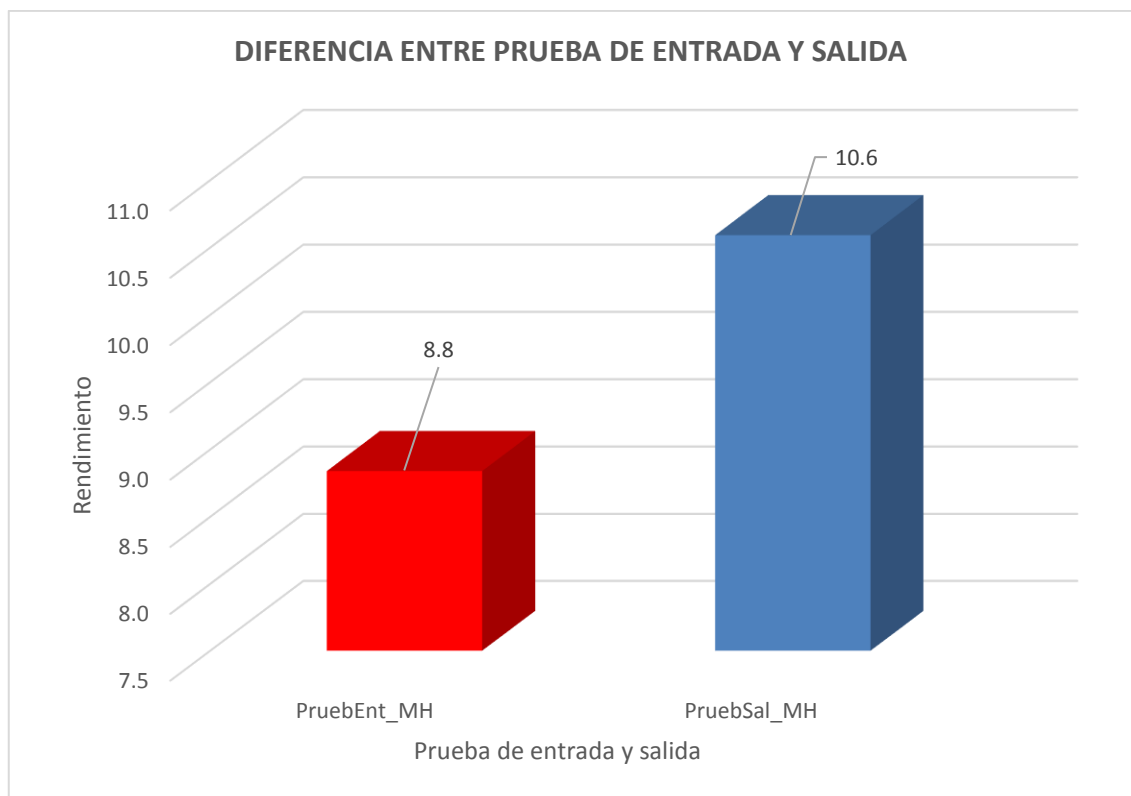


Análisis: las estrategias del razonamiento heurístico influyen en el rendimiento académico de los estudiantes del quinto grado de educación secundaria dado el incremento de notas en el pre para notas superiores a 17 del 1% a un 10% en el Post aplicando la estrategia del razonamiento heurístico; y el decremento del 50% al 32% para notas en el rango [5.00 – 8.00]

Tabla N° 24: Diferencia entre prueba de entrada y salida

	Tema						Promedio Media
	series		sucesiones		sumatoria		
	FEMENINO	MASCULINO	FEMENINO	MASCULINO	FEMENINO	MASCULINO	
PruebEnt_MH	7.64	10.22	8.55	9.09	8.64	8.91	8.8
PruebSal_MH	10.09	14.09	10.00	10.61	8.55	10.22	10.6
Salida-Entrada	2.45	3.87	1.45	1.52	-0.09	1.30	1.75

Gráfico N° 17: Diferencia entre prueba de entrada y salida

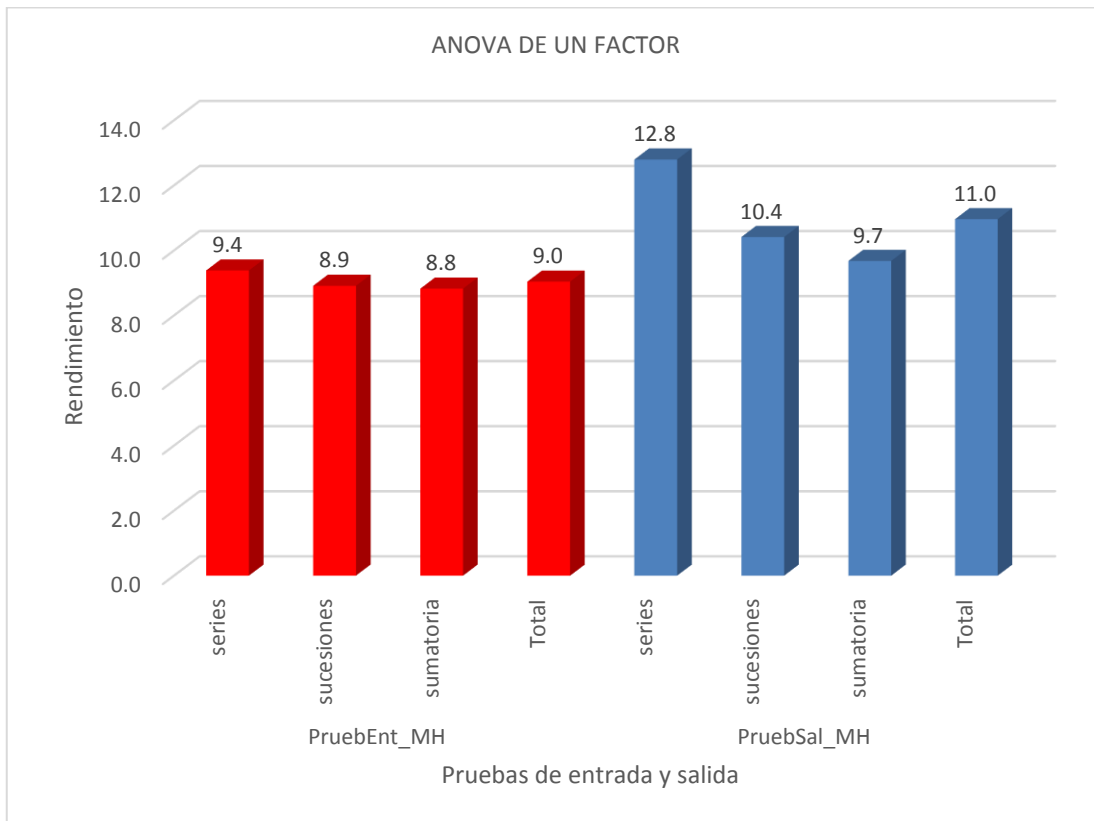


Análisis: las estrategias del razonamiento heurístico influyen en el rendimiento académico de los estudiantes del quinto grado de educación secundaria dado el incremento promedio de notas de 8.8 a 10.6

Tabla N° 25: ANOVA de un factor\_Metodo heurístico

		N	Media	Desviación típica	Error típico	Intervalo de confianza para la media al 95%		Mínimo	Máximo
						Límite inferior	Límite superior		
PruebEnt_MH	series	34	9.3824	3.50769	.60156	8.1585	10.6062	1.00	17.00
	sucesiones	34	8.9118	2.52704	.43338	8.0300	9.7935	5.00	16.00
	sumatoria	34	8.8235	3.19536	.54800	7.7086	9.9384	5.00	15.00
	Total	102	9.0392	3.08276	.30524	8.4337	9.6447	1.00	17.00
PruebSal_MH	series	34	12.7941	3.52291	.60417	11.5649	14.0233	5.00	20.00
	sucesiones	34	10.4118	3.26708	.56030	9.2718	11.5517	5.00	18.00
	sumatoria	34	9.6765	4.55086	.78047	8.0886	11.2643	0.00	18.00
	Total	102	10.9608	4.01216	.39726	10.1727	11.7488	0.00	20.00

Gráfico N° 18: Diferencia entre prueba de entrada y salida



Análisis: las estrategias del razonamiento heurístico influyen en el rendimiento académico de los estudiantes del quinto grado de educación secundaria dado el incremento promedio de notas en series (de 9.4 a 12.8), sucesiones (de 8.9 a 10.4), sumatoria (de 8.8 a 9.7), y un total promedio (de 9.0 a 11.0)

Tabla N° 26: Prueba de homogeneidad de varianzas

	Estadístico de Levene	gl1	gl2	Sig.
PruebEnt_MH	1.704	2	99	.187
PruebSal_MH	3.100	2	99	.049

Tabla N° 27: ANOVA de un factor

		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
PruebEnt_MH	Inter-grupos	6.137	2	3.069	.319	.728
	Intra-grupos	953.706	99	9.633		
	Total	959.843	101			
PruebSal_MH	Inter-grupos	180.608	2	90.304	6.186	.003
	Intra-grupos	1445.235	99	14.598		
	Total	1625.843	101			

Tabla N° 28: Pruebas robustas de igualdad de las medias

	Estadístico <sup>a</sup>	gl1	gl2	Sig.
PruebEnt_MH Welch	.272	2	64.654	.763
PruebSal_MH Welch	6.284	2	64.926	.003

a. Distribuidos en F asintóticamente.

Tabla N° 29: Pruebas post hoc: Comparaciones múltiples

Variable dependiente				Diferencia de medias (I-J)	Error típico	Sig.	Intervalo de confianza al 95%	
							Límite inferior	Límite superior
PruebEnt_MH	HSD de Tukey	series	sucesiones	.47059	.75277	.807	-1.3206	2.2618
			sumatoria	.55882	.75277	.739	-1.2324	2.3500
		sucesiones	series	-.47059	.75277	.807	-2.2618	1.3206
			sumatoria	.08824	.75277	.992	-1.7030	1.8794
		sumatoria	series	-.55882	.75277	.739	-2.3500	1.2324
			sucesiones	-.08824	.75277	.992	-1.8794	1.7030
	Games-Howell	series	sucesiones	.47059	.74142	.802	-1.3112	2.2524
			sumatoria	.55882	.81375	.772	-1.3927	2.5103
		sucesiones	series	-.47059	.74142	.802	-2.2524	1.3112
			sumatoria	.08824	.69866	.991	-1.5890	1.7655
		sumatoria	series	-.55882	.81375	.772	-2.5103	1.3927
			sucesiones	-.08824	.69866	.991	-1.7655	1.5890
PruebSal_MH	HSD de Tukey	series	sucesiones	2,38235*	.92667	.031	.1774	4.5874
			sumatoria	3,11765*	.92667	.003	.9126	5.3226
		sucesiones	series	-2,38235*	.92667	.031	-4.5874	-.1774
			sumatoria	.73529	.92667	.708	-1.4697	2.9403
		sumatoria	series	-3,11765*	.92667	.003	-5.3226	-.9126
			sucesiones	-.73529	.92667	.708	-2.9403	1.4697
	Games-Howell	series	sucesiones	2,38235*	.82399	.014	.4064	4.3583
			sumatoria	3,11765*	.98699	.007	.7477	5.4876
		sucesiones	series	-2,38235*	.82399	.014	-4.3583	-.4064
			sumatoria	.73529	.96076	.726	-1.5737	3.0443
		sumatoria	series	-3,11765*	.98699	.007	-5.4876	-.7477
			sucesiones	-.73529	.96076	.726	-3.0443	1.5737

\*. La diferencia de medias es significativa al nivel 0.05.

Se concluye que dado los valores de p menor a 0.05 según ANOVA de un factor (P=0.003), Pruebas robustas de igualdad de las medias (P=0.002) para la prueba de salida se acepta la hipótesis de investigación de que el nivel de razonamiento heurístico que utilizan los estudiantes del quinto grado de educación secundaria contribuye a generar soluciones de problemas de sucesiones, sumatorias y series

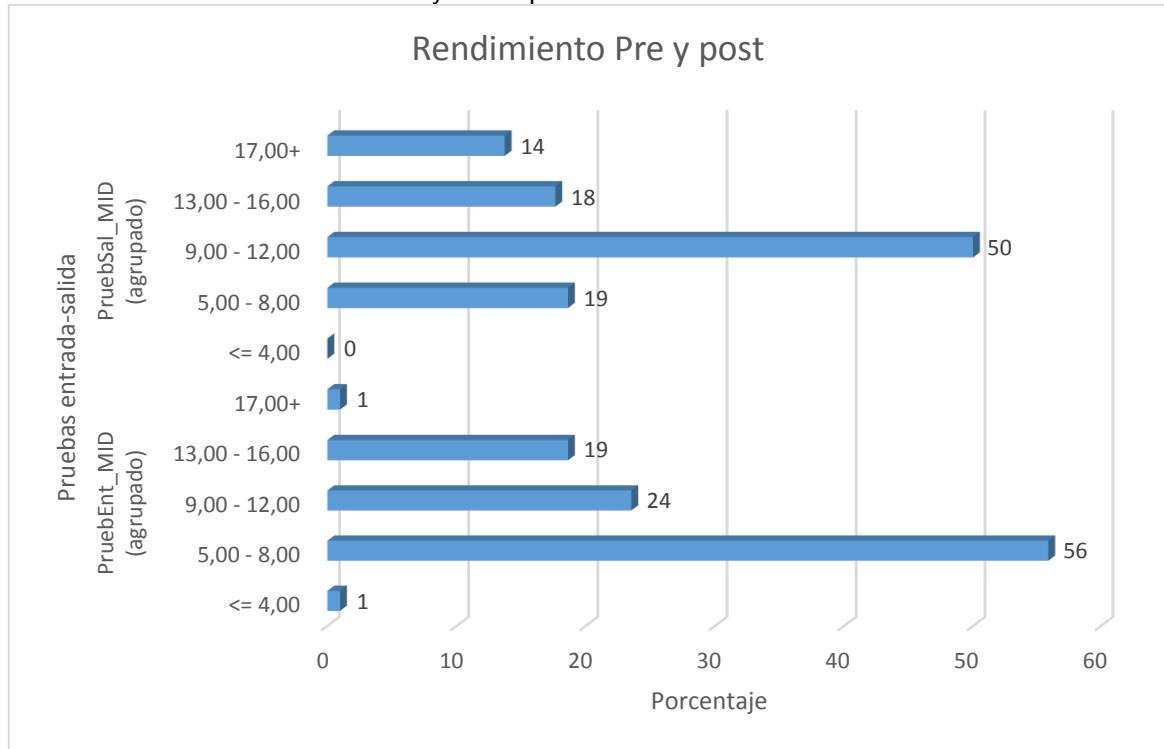
### 4.2.3 Estrategias inductivas deductivas

Determinar si las estrategias inductivas deductivas influyen en el rendimiento académico de los estudiantes del quinto grado de educación secundaria.

Tabla N° 30: Pruebas de entrada y salida por rendimiento

	Tema	series						total	%
		sucesiones		sumatoria					
		FEMENINO	MASCULINO	FEMENINO	MASCULINO	FEMENINO	MASCULINO		
PruebEnt_MID (agrupado)	<= 4,00	0	0	0	0	0	1	1	1
	5,00 - 8,00	9	11	8	13	7	9	57	56
	9,00 - 12,00	2	5	2	6	3	6	24	24
	13,00 - 16,00	0	7	1	3	1	7	19	19
	17,00+	0	0	0	1	0	0	1	1
PruebSal_MID (agrupado)	<= 4,00	0	0	0	0	0	0	0	0
	5,00 - 8,00	3	1	3	4	4	4	19	19
	9,00 - 12,00	7	11	5	13	5	10	51	50
	13,00 - 16,00	1	3	2	4	2	6	18	18
	17,00+	0	8	1	2	0	3	14	14
		22	46	22	46	22	46	204	200

Gráfico N° 19: Pruebas de entrada y salida por rendimiento

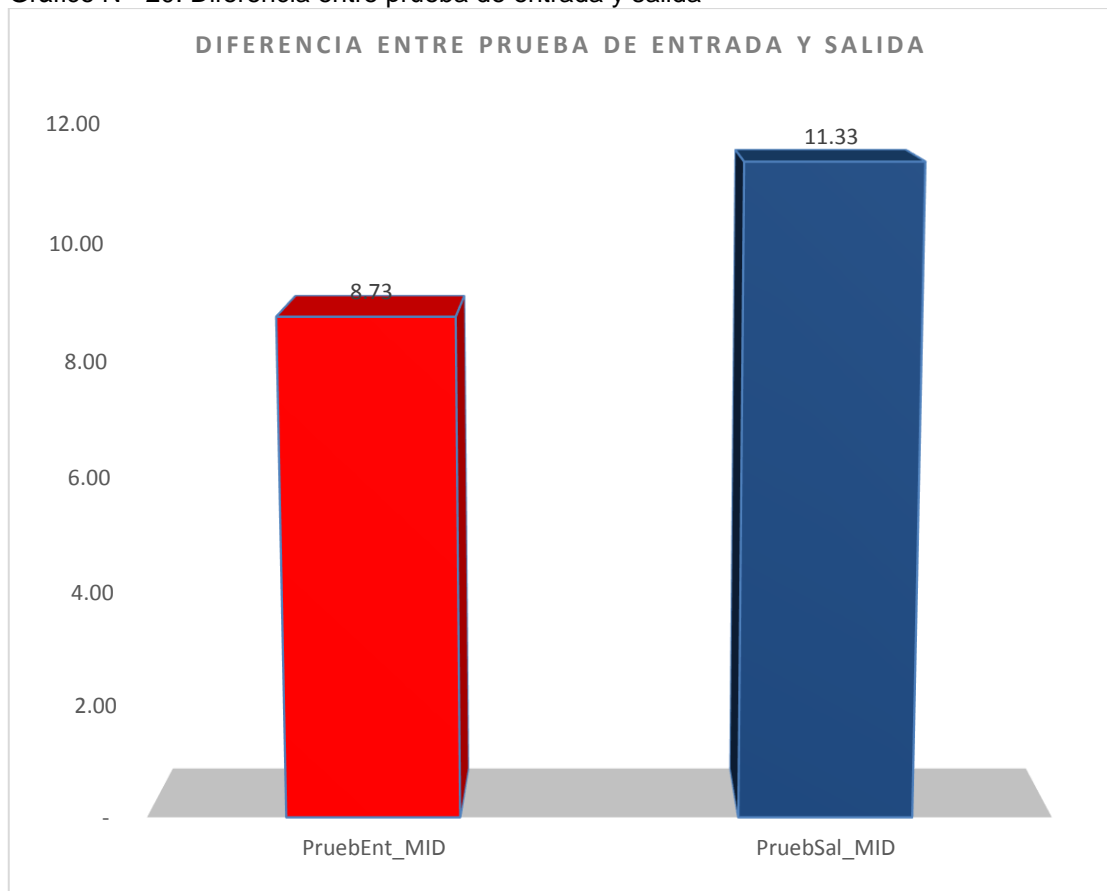


- Análisis: las estrategias inductivas deductivas influyen en el rendimiento académico de los estudiantes del quinto grado de educación secundaria dado el incremento de notas en el pre para notas superiores a 17 del 1% a un 14% en el Post aplicando la estrategia inductiva deductiva; y el decremento del 56% al 19% para notas en el rango [5.00 – 8.00]

Tabla N° 31: Diferencia entre prueba de entrada y salida

PRUEBA	Tema						Promedio media
	series		Sucesiones		sumatoria		
	FEMENINO	MASCULINO	FEMENINO	MASCULINO	FEMENINO	MASCULINO	
	Media	Media	Media	Media	Media	Media	
PruebEnt_MID	6.73	9.87	8.18	9.48	8.45	9.70	8.73
PruebSal_MID	10.09	13.52	10.73	11.43	10.18	12.04	11.33
Sal-Ent	3.36	3.65	2.55	1.96	1.73	2.35	2.60

Gráfico N° 20: Diferencia entre prueba de entrada y salida

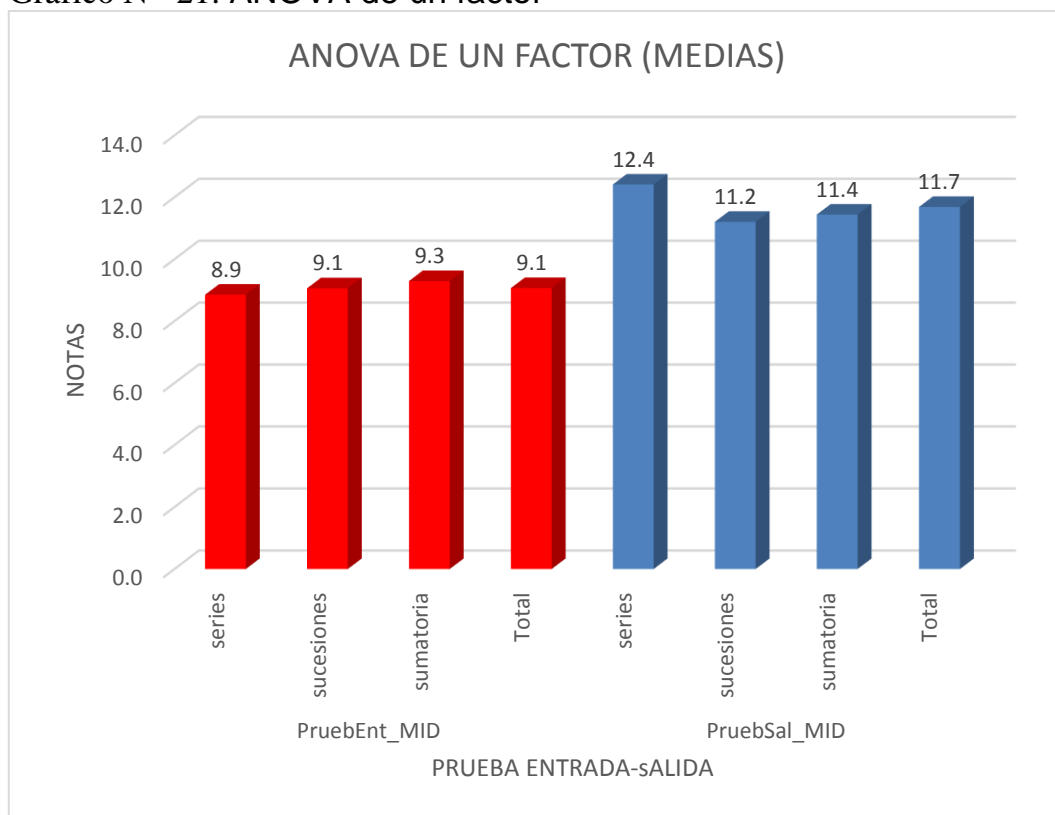


- Análisis: las estrategias inductivas deductivas influyen en el rendimiento académico de los estudiantes del quinto grado de educación secundaria dado el incremento promedio de notas de 8.73 a 11.33

Tabla N° 32: ANOVA de un factor

		N	Media	Desviación típica	Error típico	Intervalo de confianza para la media al 95%		Mínimo	Máximo
						Límite inferior	Límite superior		
PruebEnt_MID	series	34	8.8529	3.47399	.59578	7.6408	10.0651	5.00	15.00
	sucesiones	34	9.0588	3.36597	.57726	7.8844	10.2333	5.00	18.00
	sumatoria	34	9.2941	3.62257	.62127	8.0301	10.5581	1.00	16.00
	Total	102	9.0686	3.45912	.34250	8.3892	9.7481	1.00	18.00
PruebSal_MID	series	34	12.4118	3.48258	.59726	11.1966	13.6269	5.00	18.00
	sucesiones	34	11.2059	3.39143	.58163	10.0226	12.3892	8.00	20.00
	sumatoria	34	11.4412	3.50922	.60183	10.2168	12.6656	6.00	20.00
	Total	102	11.6863	3.46690	.34327	11.0053	12.3672	5.00	20.00

Gráfico N° 21: ANOVA de un factor



Análisis: las estrategias inductivas deductivas influyen en el rendimiento académico de los estudiantes del quinto grado de educación secundaria dado el incremento promedio de notas en serie (de 8.9 a 12.4), sucesiones (de 9.1 a 11.2), sumatoria (de 9.3 a 11.4), y un total promedio (de 9.1 a 11.7)

Tabla N° 33: Prueba de homogeneidad de varianzas

	Estadístico de Levene	gl1	gl2	Sig.
PruebEnt_MID	.028	2	99	.972
PruebSal_MID	.014	2	99	.986

Tabla N° 34: ANOVA de un factor

		Suma de cuadrados	gl	Media cuadrática	F	Sig.
PruebEnt_MID	Inter-grupos	3.314	2	1.657	.136	.873
	Intra-grupos	1205.206	99	12.174		
	Total	1208.520	101			
PruebSal_MID	Inter-grupos	27.784	2	13.892	1.159	.318
	Intra-grupos	1186.176	99	11.982		
	Total	1213.961	101			

Tabla N° 35: Pruebas robustas de igualdad de las medias

		Estadístico <sup>a</sup>	gl1	gl2	Sig.
PruebEnt_MID	Welch	.130	2	65.941	.878
PruebSal_MID	Welch	1.150	2	65.986	.323

a. Distribuidos en F asintóticamente.

Tabla N° 36: Pruebas post hoc: Comparaciones múltiples

Variable dependiente				Diferencia de medias (I-J)	Error típico	Sig.	Intervalo de confianza al 95%		
							Límite inferior	Límite superior	
PruebEnt_MID	HSD de series Tukey	sucesiones	sumatoria	-.20588	.84623	.968	-2.2195	1.8077	
		sucesiones	sumatoria	-.44118	.84623	.861	-2.4548	1.5724	
		sucesiones	series	.20588	.84623	.968	-1.8077	2.2195	
		sucesiones	sumatoria	-.23529	.84623	.958	-2.2489	1.7783	
		sucesiones	series	.44118	.84623	.861	-1.5724	2.4548	
		sucesiones	sumatoria	.23529	.84623	.958	-1.7783	2.2489	
	Games- Howell	series	sucesiones	sumatoria	-.20588	.82957	.967	-2.1950	1.7832
		series	sucesiones	sumatoria	-.44118	.86077	.866	-2.5051	1.6228
		series	sucesiones	sumatoria	.20588	.82957	.967	-1.7832	2.1950
		series	sucesiones	sumatoria	-.23529	.84806	.958	-2.2689	1.7983
		series	sucesiones	sumatoria	.44118	.86077	.866	-1.6228	2.5051
		series	sucesiones	sumatoria	.23529	.84806	.958	-1.7983	2.2689
PruebSal_MID	HSD de series Tukey	sucesiones	sumatoria	1.20588	.83952	.326	-.7917	3.2035	
		sucesiones	sumatoria	.97059	.83952	.482	-1.0270	2.9682	
		sucesiones	series	-1.20588	.83952	.326	-3.2035	.7917	
		sucesiones	sumatoria	-.23529	.83952	.958	-2.2329	1.7623	
		sucesiones	series	-.97059	.83952	.482	-2.9682	1.0270	
		sucesiones	sumatoria	.23529	.83952	.958	-1.7623	2.2329	
	Games- Howell	series	sucesiones	sumatoria	1.20588	.83367	.323	-.7930	3.2048
		series	sucesiones	sumatoria	.97059	.84789	.490	-1.0624	3.0036
		series	sucesiones	sumatoria	-1.20588	.83367	.323	-3.2048	.7930
		series	sucesiones	sumatoria	-.23529	.83695	.957	-2.2421	1.7715
		series	sucesiones	sumatoria	-.97059	.84789	.490	-3.0036	1.0624
		series	sucesiones	sumatoria	.23529	.83695	.957	-1.7715	2.2421

Tabla N° 37: Subconjuntos homogéneos (PruebEnt\_MID)

Tema	N	Subconjunto para alfa = 0.05	
		1	
HSD de Tukey <sup>a</sup>	series	34	8.8529
	sucesiones	34	9.0588
	sumatoria	34	9.2941
	Sig.		.861

Se muestran las medias para los grupos en los subconjuntos homogéneos.

a. Usa el tamaño muestral de la media armónica = 34,000.

Tabla N° 38: Subconjuntos homogéneos (PruebSal\_MID)

Tema	N	Subconjunto para alfa = 0.05	
		1	
HSD de Tukey <sup>a</sup>			
sucesiones	34		11.2059
sumatoria	34		11.4412
series	34		12.4118
Sig.			.326

Se muestran las medias para los grupos en los subconjuntos homogéneos.

a. Usa el tamaño muestral de la media armónica = 34,000.

Tabla N° 39: Análisis de varianza univariante: Pruebas de los efectos inter-sujetos

Variable dependiente: PruebSal\_MID

Origen	Suma de cuadrados tipo III	gl	Media cuadrática	F	Sig.
Modelo corregido	852,123 <sup>a</sup>	5	170.425	45.216	.000
Intersección	224.716	1	224.716	59.620	.000
Tema	9.898	2	4.949	1.313	.274
PruebEnt_MID	822.467	1	822.467	218.211	.000
Tema * PruebEnt_MID	9.086	2	4.543	1.205	.304
Error	361.837	96	3.769		
Total	15144.000	102			
Total corregida	1213.961	101			

a. R cuadrado = ,702 (R cuadrado corregida = ,686)

Se concluye que dado los valores de p mayor a 0.05 según ANOVA de un factor (P=0.318), Pruebas robustas de igualdad de las medias (P=0.323) para la prueba de salida se acepta la hipótesis nula de que el razonamiento inductivo deductivo NO contribuye a crear niveles altos de rendimiento académico en los estudiantes del quinto grado de educación secundaria en las soluciones de problemas relativos a sucesiones, sumatorias y series

## CONCLUSIONES

- Se concluye que dado los valores de  $p=0.002$  menor a 0.05 según ANOVA de un factor ( $P=0.003$ ), Pruebas robustas de igualdad de las medias ( $P=0.002$ ) para la prueba de salida se acepta la hipótesis de investigación de que el razonamiento a través del método del descubrimiento contribuye a crear niveles altos de rendimiento académico en los estudiantes del quinto grado de educación secundaria.
- El nivel de razonamiento a través del método del descubrimiento que utilizan los estudiantes del quinto grado, para solucionar problemas de sucesiones, sumatorias y series influyen en el rendimiento académico de los estudiantes del quinto grado de educación secundaria dado el incremento de notas en el pre para notas superiores a 17 del 0% a un 18% en el Post, aplicando la estrategia del método de descubrimiento; y el decremento de 29% al 17% para notas en el rango [5.00 – 8.00]
- Se concluye que dado los valores de  $p$  menor a 0.05 según ANOVA de un factor ( $P=0.003$ ), Pruebas robustas de igualdad de las medias ( $P=0.002$ ) para la prueba de salida se acepta la hipótesis de investigación de que el nivel de razonamiento heurístico que utilizan los estudiantes del quinto grado de educación secundaria contribuye a generar soluciones de problemas de sucesiones, sumatorias y series
- Las estrategias del razonamiento heurístico influyen en el rendimiento académico de los estudiantes del quinto grado de educación secundaria dado el incremento de notas en el pre para notas superiores a 17 del 1% a un 10% en el Post aplicando la estrategia del razonamiento heurístico; y el decremento del 50% al 32% para notas en el rango [5.00 – 8.00]
- Se concluye que dado los valores de  $p$  mayor a 0.05 según ANOVA de un factor ( $P=0.318$ ), Pruebas robustas de igualdad de las medias ( $P=0.323$ ) para la prueba de salida se acepta la hipótesis nula de que el razonamiento inductivo deductivo NO contribuye a crear niveles altos de rendimiento académico en los estudiantes del quinto grado de educación secundaria en las soluciones de problemas relativos a sucesiones, sumatorias y series

## RECOMENDACIONES

- El docente debe reflexionar sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, además de preocuparse en la aplicación de distintos métodos y técnicas para propiciar un aprendizaje significativo en sus alumnos y alumnas.
- Para que un aprendizaje sea potencialmente significativo, la nueva información debe interactuar con la estructura cognitiva, esto implica que ni el aprendizaje por descubrimiento necesariamente es significativo ni que el aprendizaje por recepción es necesariamente mecánico. Tanto uno como el otro puede ser significativo o mecánico, dependiendo de la manera como la nueva información es almacenada en la estructura cognitiva, por lo que el aprendizaje puede alcanzarse tanto por recepción como por descubrimiento, en cuanto a estrategia de enseñanza, y con cualquiera de estos dos tipos puede lograrse un aprendizaje significativo.
- El método heurístico se recomienda porque pone en primer plano los procesos de aprendizaje y en segundo lugar las acciones de enseñanza, ubicando al docente como un orientador del aprendizaje y no como un frío instructor, donde el alumno se convierte en el gestor o constructor de su aprendizaje, que busca el desarrollo cognoscitivo, con capacidad de comprender y resolver problemas en lugar de intelectualista, memorista y acumulador o almacenador de información. Este método facilita el desarrollo del campo afectivo compatibilizando con las capacidades cognoscitivas y de participación social inteligente de esta manera contribuye a la formación de la mentalidad cooperativa y de participación en los estudiantes.
- El Método inductivo deductivo se recomienda porque contribuye al desarrollo de los razonamientos ya que permite diseñar un programa para docentes, a partir de trabajo colaborativo de docentes, donde se exprese la importancia de estos razonamientos para el alcance del pensamiento crítico y se ofrezca algunas estimulaciones significativas a desarrollar en el aula. Motivar al mejoramiento de la calidad educativa desde la reflexión del quehacer pedagógico en el aula y el trabajo en investigación.

## REFERENCIAS

- Bueno, A. y Pérez, L. (2006). El razonamiento inductivo desde los enfoques de dominio general y específico. *EduPsykhé*, 5(1), 73-97.
- Cañadas, M. C. (2002). Razonamiento inductivo puesto de manifiesto por alumnos de Secundaria. Trabajo de Investigación Tutelada. Dpto. de Didáctica de la Matemática, Granada: Universidad de Granada.
- Díaz, F.; Barriga, A.; G. Hernández (1998) Estrategias docentes para un Aprendizaje Significativo. México: Mc Graw – Hill.
- Gálvez Carrillo, Walter. (1993): Estudio Comparativo de los Métodos de Enseñanza de la Matemática Básica I en la Universidad. Lima – Perú: UIGV.
- Gonzales, R. (1991). Estrategias metodológicas para el mejoramiento académico en la asignatura de matemáticas de los alumnos del 7 grado de la U.E.N. Antonio Arraiz. Instituto Pedagógico. Venezuela, Caracas
- (Flores, 2012) actitudes hacia la matemática y el rendimiento académico en estudiantes del 5º grado de secundaria: red nº 7 callao.
- Moreno, I. (2004). La utilización de medios y recursos didácticos en el aula. Madrid: Universidad Complutense de Madrid. Referencia electrónica, recuperado el 25 de abril del 2012, de <http://www.ucm.es/info/doe/profe/isidro/merecur.pdf>
- (Naranjo, 2012) enseñanza de sucesiones numéricas para potenciar el desarrollo del pensamiento variacional en estudiantes de grado cuarto de básica primaria.
- (Quiñones, 2006) influencia de los hábitos de estudio en el rendimiento académico de los estudiantes del i año del ISTH – Huaral.
- (Rosa Isabel Cabrera Cáceda, 2009) aplicación de la historieta como estrategia en el proceso de enseñanza-aprendizaje, para mejorar el rendimiento académico del área de lógico- matemática, en los alumnos del quinto grado de primaria de la i.e. "Nuestra Señora de Guadalupe" N° 81703, del distrito de Guadalupe.
- Shiefelbein, Ernesto; (1982) Elementos para una discusión sistemática de Estrategias, que consideren las causas externas del fracaso escolar. Lima – Perú: INIDE,
- Uculmana, Héctor (1994): Tecnología de la Enseñanza de la Matemática. Lima – Perú: San Marcos.

- Valdivia, Oscar (1973): Factores del Rendimiento Académico en la Universidad. México: Fondo Educativo Interamericano S.A.
- ALMEIDA, B. Los procedimientos heurísticos en la enseñanza de la matemática. José M. González y Silvia Hernández. 1999
- COMENDEIRO TORRES, I. El libro de texto / Irene Torres Comendero. En Educación, 1989.
- GONZÁLEZ C. V. Los medios de enseñanza / Vicente González Castro. En Educación, 1979
- MATEMÁTICA: Libro de texto / Luis Campestre: Editorial Pueblo y educación, 1995.
- SAEZ, EDUARDO, Inducción Matemática, Departamento de Matemática, Universidad Técnica Federico Santa María
- <http://www.profesorenlinea.cl/matematica/Sumatoria.html>
- (<http://unesdoc.unesco.org/images/0005/000524/052474so.pdf>, s.f.)
- Razonamiento Matemático, Ediciones Lumbreras, 2002, Lima
- JimenezPierre,O.et al. Edusfarm, revista d'educació superior en Farmàcia. Núm. 2. 2007
- Bloc del área de formación docente, MINEDU, DIGESUTP, 2014.
- George Polya: Estrategias para la resolución de problemas, I.E.S.
- Rosa Chacel, Dto. De Matemáticas. Madrid , 2013
- La Propuesta de Polya, euclides.us.es/da/apuntes/met/Polya, 2012.

## **ANEXOS**

ANEXO N° 1: MATRIZ DE CONSISTENCIA DEL PROYECTO DE  
INVESTIGACIÓN

ANEXO N° 2: PRUEBAS SOBRE LOS TRES MÉTODOS

- PRUEBA SOBRE SUMAS (METODO DESCUBRIMIENTO)
- PRUEBA SOBRE SUCESIONES (METODO HEURÍSTICO)
- PRUEBA SOBRE SERIES (METODO INDUCTIVO  
DEDUCTIVO)

## ANEXO 1: MATRIZ DE CONSISTENCIA DEL PROYECTO DE INVESTIGACIÓN

## TÍTULO: METODOLOGIA DE LA ENSEÑANZA DE LAS SUCESIONES SUMAS Y SERIES EN EL RENDIMIENTO ACADEMICO DEL quinto grado DE EDUCACION SECUNDARIA 2015

PROBLEMA	OBJETIVOS	HIPÓTESIS	VARIABLES	DIMENSIONES	INDICADORES	INSTRUMENTOS	METODOLOGÍA
<p><b>GENERAL:</b> ¿Cómo influye la metodología de enseñanza de las sucesiones, sumatorias y series en el rendimiento académico de los alumnos del quinto grado de educación secundaria?</p>	<p><b>GENERAL:</b> Determinar si la metodología de enseñanza de las sucesiones, sumatorias y series influye en el rendimiento académico de los estudiantes del quinto grado de educación secundaria.</p>	<p><b>GENERAL:</b> Ho: La metodología de enseñanza de las sucesiones, sumatorias y series NO crea altos niveles de rendimiento académico en los estudiantes del quinto grado de educación secundaria. Hi: La metodología de enseñanza de las sucesiones, sumatorias y series crea altos niveles de rendimiento académico en los estudiantes del quinto grado de educación secundaria.</p>	<p><b>INDEPENDIENTE:</b>  Metodología de la enseñanza de las sucesiones, sumatorias y series en el quinto grado de educación secundaria</p>	<p>Método del descubrimiento</p> <p>Método heurístico</p> <p>Método Inductivo deductivo</p> <p>Estrategias inductivas.</p>	<p>Identifica trabajo con casos particulares</p> <p>Observación de un patrón.</p> <p>Formulación de una conjetura para el caso general</p> <p>Analiza las conjeturas.</p> <p>Justificación.</p> <p>Generalización.</p> <p>Demostración.</p> <p>Estrategias</p> <p>Razonamiento</p> <p>Expresa las destrezas</p>	<p>Anexo No 01 Pruebas de selección múltiple</p> <p>Anexo Nº 2: CUESTIONARIO</p> <p>Anexo Nº 3: ENTREVISTA</p>	<p><b>POBLACION Y MUESTRA</b> * Población: 102 alumnos, 10 docentes * Muestra: 102 alumnos, 10 docentes</p> <p>* <b>Esquema del proyecto:</b> <b>Razonamiento inductivo.</b> <b>Estrategias inductivas</b></p> <p>* <b>Tipo de investigación:</b> observacional, transversal, descriptivo y retrospectivo</p> <p>* <b>Diseño</b> No experimental, transeccional y comparativa Cuyo Diagrama es:</p> <pre> graph TD     M((M)) --&gt; OX((Ox))     M((M)) --&gt; OY((Oy))     OX((Ox)) &lt;--&gt;  r  OY((Oy))   </pre> <p>Dónde: Ox = Metodología de la enseñanza de sucesiones, sumas y series Oy = Rendimiento académico de los estudiantes del quinto grado de educación secundaria M = Intervención para analizar la relación entre las variables mostradas r = Relación intervariables</p> <p><b>TÉCNICAS A UTILIZAR</b></p> <p>1. Para acopio de datos: Observación y fichas 2. Instrumento de recolección de datos:</p>
<ul style="list-style-type: none"> <li>¿De qué manera identificar el nivel de razonamiento inductivo que utilizan los estudiantes del quinto grado, para solucionar problemas de sucesiones, sumatorias y series?</li> <li>¿Cómo influye el razonamiento por descubrimiento, heurístico e inductivo deductivo en el</li> </ul>	<p><b>ESPECÍFICOS:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Identificar el nivel de razonamiento inductivo que utilizan los estudiantes del quinto grado, para solucionar problemas de sucesiones, sumas y series.</li> <li>Analizar si el razonamiento inductivo influye el rendimiento académico de</li> </ul>	<p><b>ESPECÍFICAS:</b></p> <p>Ho1: El nivel de razonamiento por descubrimiento que utilizan los estudiantes del quinto grado de secundaria NO contribuye a generar soluciones de problemas de sucesiones, sumas y series. Hi1: El nivel de razonamiento por descubrimiento que utilizan los estudiantes del quinto grado de educación secundaria contribuye a</p>	<p><b>DEPENDIENTE:</b>  Rendimiento académico de los estudiantes del quinto grado de educación secundaria</p>	<p>Nivel de logro destacado de los aprendizajes en el área de matemática.</p> <p>Nivel de logro previsto de los aprendizajes en el área de matemática.</p>	<p>20-18: Evidencia el logro de los aprendizajes previstos.</p> <p>17-14: Evidencia el logro de los aprendizajes previstos en el tiempo programado.</p>	<p><b>Anexo Nº 4A, 4B, 4C,</b></p>	

<p>rendimiento académico de los estudiantes del quinto grado de educación secundaria?</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Cómo influyen las estrategias metodológicas de descubrimiento, heurístico e inductivo deductivo en el rendimiento académico de los alumnos del quinto grado de educación secundaria?</li> </ul>	<p>los estudiantes del quinto grado de educación secundaria.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Determinar si las estrategias inductivas influyen en el rendimiento académico de los estudiantes del quinto grado de educación secundaria.</li> </ul> <p>*</p>	<p>generar soluciones de problemas de sucesiones, sumatorias y series.</p> <p>Ho2: El razonamiento heurístico NO contribuye a crear niveles altos de rendimiento académico en los estudiantes del quinto grado de educación secundaria.</p> <p>Hi1: El razonamiento heurístico contribuye a crear niveles altos de rendimiento académico en los estudiantes del quinto grado de educación secundaria.</p> <p>Ho2: Las estrategias inductivas deductivas NO contribuyen a crear niveles altos de rendimiento académico en los estudiantes del quinto grado de educación secundaria.</p> <p>Hi3: Las estrategias inductivas deductivas contribuyen a crear niveles altos de rendimiento académico en los estudiantes del quinto grado de educación secundaria.</p>		<p>Nivel de logro en proceso de los aprendizajes en el área de matemática.</p> <hr/> <p>Nivel de logro en inicio de los aprendizajes en el área de matemática.</p>	<p>13-11: Está en camino de lograr los aprendizajes previstos.</p> <hr/> <p>10-0: Está empezando a desarrollar los aprendizajes previstos o evidencia dificultades.</p>	<p>Guías de observación de la administración de personal y desempeño docente.</p> <p>3. Para el procesamiento de datos: Codificación y tabulación de datos</p> <p>4.- Técnicas para el análisis e interpretación de datos: Estadística descriptiva e inferencial para cada variable.</p> <p>5. Para la presentación de datos: Cuadros, tablas estadísticas y gráficos.</p> <p>6. Para el informe final: Esquema propuesto por la Escuela de Posgrado</p>
---	--	--	--	--	---	--

**ANEXO Nº 2: PRUEBAS SOBRE LOS TRES MÉTODOS**

**IEP“JUAN PABLO PEREGRINO” 5º GRADO DE SECUNDARIA**

**PRUEBA SOBRE SUMAS (METODO DESCUBRIMIENTO)**

Apellidos y Nombres.....

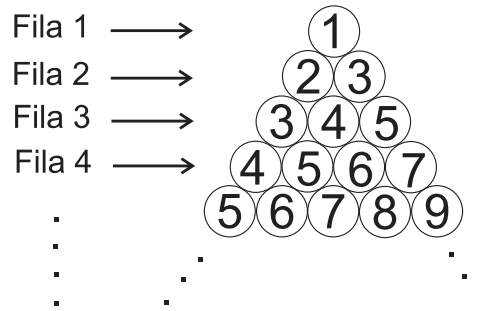
**INSTRUCCIONES:**

Siga los pasos para desarrollar los siguientes ejercicios considerando:

- 1º Explore el problema
- 2º Problematice el problema.
- 3º Construya el problema.
- 4º Transfiera el problema

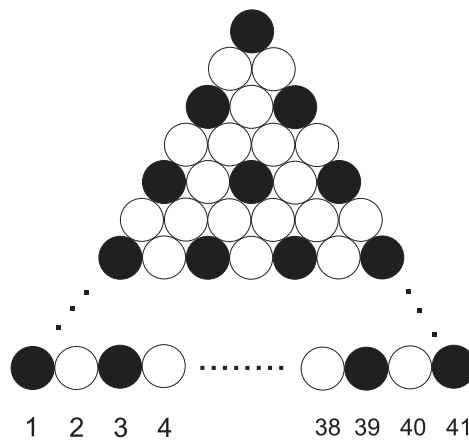
1. En la figura, la suma de los números que aparecen en cada ficha numérica de la última fila del arreglo es 2501. ¿Cuántas filas tiene el arreglo?

- A) 39
- B) 40
- C) 41
- D) 42
- E) 43

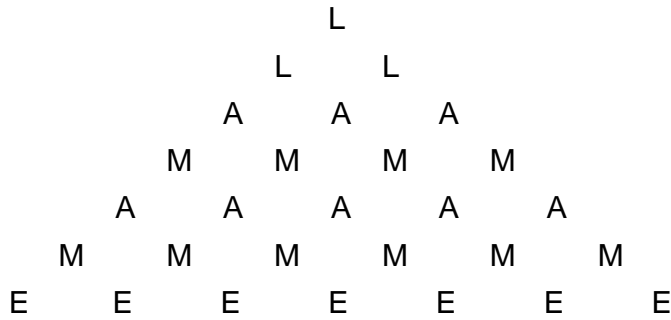


2. En el arreglo de discos, halle el total de discos no sombreados.

- A) 420
- B) 630
- C) 720
- D) 412
- E) 520



3. ¿De cuántas maneras diferentes se puede leer la palabra LLAMAME, a igual distancia mínima de una letra a otra?



A) 32                      B) 128                      C) 64                      D) 63                      E) 127

4. Halle las 2 últimas cifras (es decir, las 2 cifras de la derecha) del

resultado del siguiente producto:  $P = 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times \dots \times 7$  (2015 veces).

A) 07                      B) 49                      C) 39                      D) 43                      E) 01

5. ¿De cuántas formas diferentes se puede leer la palabra ESTUDIA, a igual distancia mínima de una letra a otra?

- A) 252
- B) 124
- C) 212
- D) 504
- E) 1020



6. Si  $P = \sqrt{10305050301 + 2040604020}$ , halle el valor de P. Dé cómo respuesta la suma de sus cifras.

A) 9                      B) 7                      C) 6                      D) 5                      E) 8

7. ¿Cuál es el número total de círculos, desde la figura 1 hasta la figura 19?

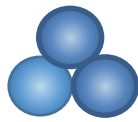


FIG. 1

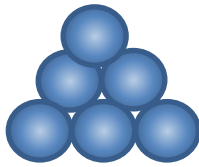


FIG. 2

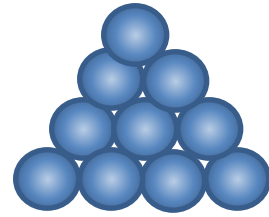
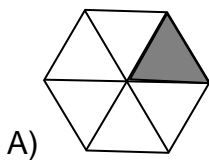
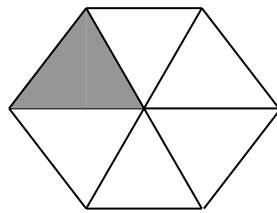


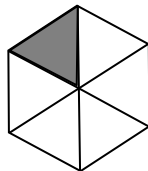
FIG. 3

- A) 1539      B) 1449      C) 1249      D) 1519      E) 1439

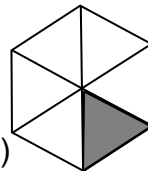
8. La figura mostrada es un exágono regular; si ésta gira  $1260^\circ$  sobre su centro de gravedad O, en sentido antihorario, ¿cuál será figura resultante?



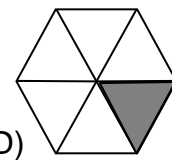
A)



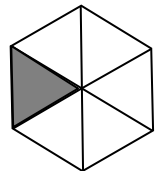
B)



C)



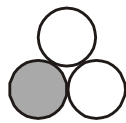
D)



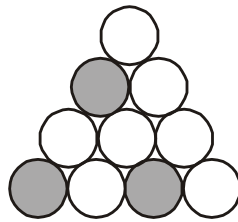
E)

9. En la secuencia mostrada, ¿cuántos círculos no sombreados hay en

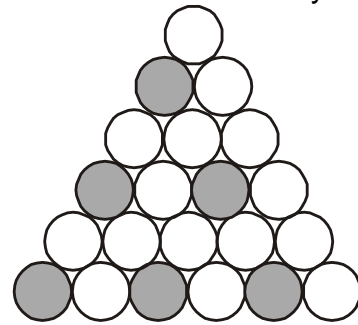
$F_{32}$ ?



$F_1$



$F_2$

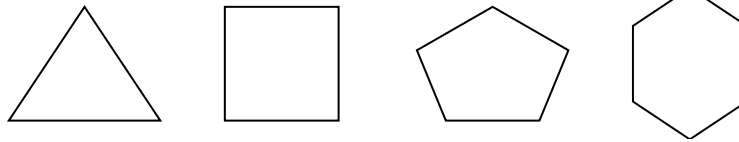


$F_3$

- A) 1324      B) 1600      C) 1836      D) 1552      E) 1234

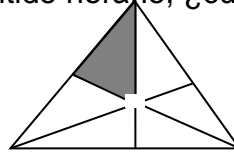
10. En las figuras. Si la diferencia positiva entre el número de lados de la figura  $(k+1)$  y el valor numérico en el interior de ésta es 900, ¿cuál es el

valor numérico en el interior de la figura (k+2)?



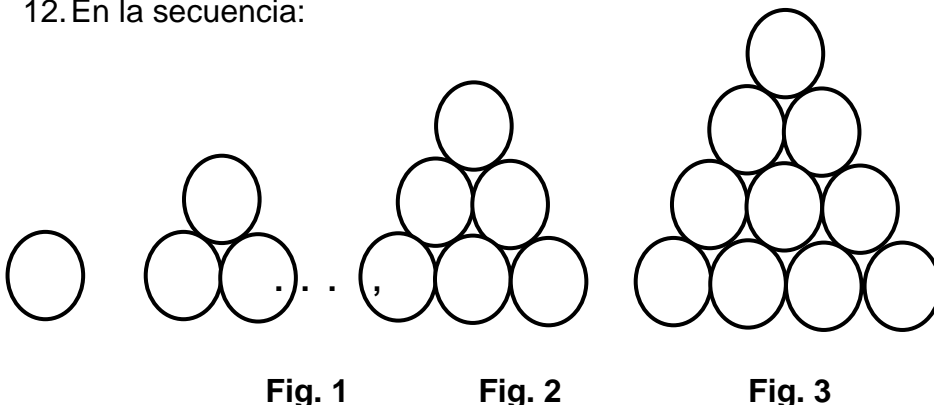
- A) 876      B) 992      C) 756      D) 870      E) 650

11. La figura mostrada es un triángulo equilátero; si ésta rota  $1500^\circ$  sobre su centro de gravedad O, en sentido horario, ¿cuál será la figura resultante?



- A)      B)      C)      D)      E)

12. En la secuencia:



hallar la suma de los #(s) impares de la Fig. 53

- A)  $1431^2$       B)  $717^2$       C)  $715^2$       D)  $716^2 - 1$       E)  $716^2$

13. En una dulcería P compra 3 cajas con chocolates y el vendedor le regala uno por su compra. En una segunda vez compra 8 cajas y le regalan 2, la tercera vez compra 15 cajas y le regalan 4, la cuarta vez compra 24 cajas y le regalan 7. Si la política de la tienda es la misma y cada caja contiene 6 chocolates, ¿cuántos chocolates recibirá cuando compre en la tienda

por duodécima vez?

- A) 1075      B) 787      C) 1085      D) 788      E) 1086

14. El costo de una casa se vincula al # de jardines que llevan en los interiores, cotizando el 1er jardín en \$3, el 2º en \$9, el 3º \$27 y así sucesivamente siempre triplicando hasta el último jardín. Hallar el costo de una casa, si en total lleva 8 jardines.

- A) \$ 9 840      B) \$ 3 280      C) \$ 29 520      D) \$ 12 680      E) \$ 9 060

15. En una fiesta se reparten 492 caramelos entre 12 niños. El reparto se hizo según el orden de llegada. Si cada uno recibió 2 más que su antecesor, ¿cuántos recibió el niño que llegó último?

- A) 52      B) 54      C) 50      D) 48      E) 56

16. Halle la suma de cifras de  $117P$  si  $P = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{3}{64} + \frac{1}{64} + \frac{5}{1024} + \frac{3}{2048} + \dots$

- A) 6      B) 9      C) 10      D) 11      E) 7

17. Halle  $S = \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{26}{3^6} + \frac{242}{3^{10}} + \frac{2186}{3^{14}} + \dots$

- A)  $\frac{7}{36}$       B)  $\frac{8}{25}$       C)  $\frac{17}{25}$       D)  $\frac{21}{80}$       E)  $\frac{9}{40}$

18. Halle el valor de  $S = \frac{1 \times 3}{7} + \frac{4 \times 9}{7^2} + \frac{8 \times 27}{7^3} + \frac{16 \times 81}{7^4} + \dots$

- A)  $3\frac{9}{32}$       B)  $\frac{32}{49}$       C)  $5\frac{4}{7}$       D)  $2\frac{1}{7}$       E)  $3\frac{19}{32}$

19. Si  $E = 2,7 + 0,027 + 0,00027 + 0,0000027 + \dots$

$F = 1 + 0,3 + 0,09 + 0,027 + 0,0081 + \dots$ . Hallar el valor de  $(3E^{-1} - F^{-1})$

- A)  $\frac{3}{5}$       B)  $\frac{5}{2}$       C)  $\frac{8}{5}$       D)  $\frac{2}{5}$       E)  $\frac{4}{5}$

20. Si  $M = \frac{1}{8} + \frac{2}{8^2} + \frac{3}{8^3} + \frac{4}{8^4} + \dots$ , hallar el valor de  $\frac{16}{M}$

- A) 90      B) 94      C) 96      D) 98      E) 95



E) 30435

29. Halle el valor de la siguiente sumatoria  $1 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \dots - 100^2$ .

A) 5050

B) -5050

C) 5151

D) -5151

E) 6262

30. A Lily se le ofrece pagar una suma de dinero por cada grupo de 10 casas que diseñe. Por el primer grupo se le pagará una cierta suma, por el segundo el doble del primero  $1^{\circ}$  por el tercero  $3^{\circ}$  el doble del anterior, así sucesivamente. Si Carla diseñó 120 casas y recibe S/. 32760, ¿cuánto le pagaron por el quinto  $5^{\circ}$  grupo de casas que diseñó?

A) S/. 128

B) S/. 164

C) S/. 258

D) S/. 192

E) S/. 148

**Anexo Nº 2: PRUEBAS SOBRE LOS TRES MÉTODOS**

IEP“JUAN PABLO PEREGRINO” 5º GRADO DE SECUNDARIA

**PRUEBA SOBRE SUCESIONES (METODO HEURÍSTICO)**

Apellidos y Nombres.....

**INSTRUCCIONES:**

Siga los siguientes pasos para desarrollar los siguientes ejercicios:

1º Definir El problema.

2º Definir la estrategia.

3º Definir las alternativas

4º Ejecutar el plan.

1. En una empresa farmacéutica se realiza una prueba de control de calidad de sus medicamentos teniendo que el primer día se realiza el control a 35 fármacos ¿Cuántos medicamentos se sometieron a dicha prueba después de 5 días?

A)165 – 2      B)173 – 4      C)253 – 6      D)175 – 5      E)125 – 5

2. Si los términos de una de una progresión aritmética es creciente entonces:

- A) Los términos son iguales
- B) La razón es negativa
- C) La razón es positiva
- D) Los términos son sucesivos
- E) Los términos son iguales

3. En una sucesión de términos el cociente de cualquier termino entre el anterior es siempre el mismo, entonces:

- A) Es una sucesión oscilante
- B) Es una sucesión creciente
- C) Es una Progresión geométrica
- D) Es una Progresión aritmética
- E) Es una sucesión constante.

4. una función es:

- A) Una relación.
- B) Una correspondencia.
- C) Un principio.
- D) Una función.
- E) Una secuencia numérica.

5. El cuarto término de una sucesión polinomial de segundo orden y razón

constante 4, es 4 veces el primer término. Si el segundo término de la sucesión es  $\frac{3}{2}$  de la razón constante, halle la suma de las ifras del doceavo término.

- A) 8
- B) 15
- C) 11
- D) 9
- E) 10

6. Lucho desea obsequiarle a su novia, el día de su cumpleaños, un vestido que cuesta \$ 360. Si sólo cuenta con 10 días para poder juntar el dinero y la forma como ahorra es: El primer día ahorra \$ 1, el segundo día \$ 3, el tercer día \$ 7, el cuarto día \$ 13 y así sucesivamente, halle la cantidad de dinero que le faltó para comprar el regalo.

- A) \$20
- B) \$ 10
- C) \$ 5
- D) \$15
- E) \$22

7. En la sucesión : 37 ; 44 ; 51 ; 58 ; . . .Halle la cantidad de términos de 3 cifras que terminan en 3.

- A) 15
- B) 9
- C) 10
- D) 14
- E) 12

8. Halle el término que ocupa el undécimo lugar en la siguiente sucesión:

-1 ; 5 ; 23 ; 59 ; 119 ;...

- A) 1229
- B) 1412
- C) 1319
- D) 1275
- E) 1349

9. Los tres primeros términos de una sucesión son 1, 2 y 3. A partir del cuarto término, cada uno de los siguientes términos se calcula a partir de los tres precedentes, restando el tercero a la suma de los dos anteriores. Halle el término que ocupa el lugar 2014 en esta sucesión.

- A) -2014      B) -2010      C) -2016      D) -2012      E) -2018

10. ¿Cuántas sucesiones crecientes de tres números impares consecutivos positivos y de 3 cifras verifican que la suma de 16 términos consecutivos es un cubo perfecto?

- A) 6      B) 5      C) 2      D) 3      E) 4

11. La suma de los  $n$  primeros términos de una sucesión está dada por la expresión  $S_n = n(2n + 9)$ ;  $n \geq 1$ . Calcule la suma de las cifras del primer término de 3 cifras de esta sucesión.

- A) 5      B) 9      C) 6      D) 8      E) 4

12. tres amigos siguen la ley de formación de una sucesión que empieza con el # 13. El primero suma 1 y dice 14, el segundo suma 2 a este número y dice 16, el tercero suma a este número 3 y dice 19, como le toca el turno al primero este suma 1 y dice 20 y así sucesivamente siguen obteniendo los demás términos de la sucesión. Si a Lidia se le escucha decir 61, a Iván 40 y a Meli 602. Halle el valor de verdad de las proposiciones:


i) Meli menciona el # 2006.

ii) Lidia menciona el # 2014.

iii) Iván menciona el # 2015.

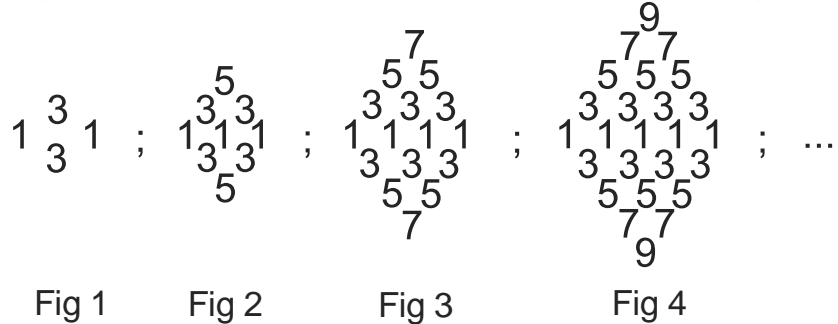
- A) VFV      B) VVV      C) FVV      D) VVF      E) VFF

13. En la sucesión de figuras, ¿Indicar cuántas circunferencias hay en total en la figura  $F_{10}$ ?



A)  $512^{F_1}$       B)  $1024^{F_2}$       C)  $256^{F_3}$       D)  $384^{F_4}$       E) 128

14. En la sucesión de figuras, halle la suma de todos los números de la figura número 20.



- A) 6602                  B) 6601                  C) 6600                  D) 4500                  E) 6524

15. En la sucesión de figuras, halle la suma de las cifras del número que está en el centro del bloque B50.



- A) 12                  B) 10                  C) 15                  D) 18                  E) 14

16. Tres términos consecutivos de la sucesión  $3; 6; 11; 18; \dots$  suman 371.

Halle el 3er término de los 3 mencionados.

- A) 146                  B) 138                  C) 152                  D) 162                  E) 123

17. En la sucesión:  $6; 12; 18; 24; \dots; x; \dots$ , se multiplica por 1 al 1er término, por 2 al 2º, por 3 al 3º y así sucesivamente. Si se suman los productos obtenidos y el resultado es 3900, halle el valor de x.

- A) 92                  B) 58                  C) 68                  D) 80                  E) 72

18. En  $S_1: 1; 5; 13; 25; 41; \dots$  y  $S_2: 41; 81; 121; 161; \dots$  El término 20 de la primera sucesión es igual al último de la tercera Halle el término central de la segunda sucesión.

- A) 412                  B) 208                  C) 301                  D) 401                  E) 410

19. En un negocio de venta de caramelos, P obtuvo su ganancia de la forma siguiente: el primer día ganó S/.2, el segundo día S/. , el tercer día S/. 14, el cuarto día S/. 23 y así sucesivamente. ¿Cuál fue su ganancia en nuevos

soles del décimo día? Dé como respuesta la suma de cifras de este resultado.

- A) 12                      B) 11                      C) 14                      D) 9                      E) 8

20. Al sumarle 1 a c/u de los términos de la sucesión  $14, 17, 20, 23, \dots, 131$ , ¿cuántos resultan ser cuadrados perfectos?

- A) 2                      B) 3                      C) 6                      D) 7                      E) 4

21. Dada la sucesión  $26; 37; 50; 65; \dots$  Hallar el número de términos de 3 cifras que terminan en 5.

- A) 3                      B) 5                      C) 6                      D) 4                      E) 7

22. ¿Cuántos términos tiene la sucesión?  $0; 0; 1; 3; 6; \dots; 1830$

- A) 62                      B) 60                      C) 61                      D) 63                      E) 64

23. Se reparten 1600 regalos entre un  $\frac{1}{4}$  de ciento de niños, dándole a c/u 2 regalos más que al anterior. ¿Cuántos regalos le dieron a los 15

primeros?

- A) 800                      B) 900                      C) 910                      D) 1010                      E) 810

24. Sea  $4; 9; 25; 49; \dots; m^n; \dots; 361; a; 841; \dots$ . Si  $11 < m < 17$ , hallar  $(m + n + a)$

- A) 35                      B) 36                      C) 37                      D) 38                      E) 39

25. L y J van de compras a un kiosco, ella le dice yo avanzaré de modo constante 15 pasos/min. y tú avanzarás 2 pasos el primer minuto, 4 pasos en segundo, 6 pasos el tercero y así sucesivamente y si llegamos juntos yo pagaré la cuenta pero

sino sucede eso tú pagarás la cuenta. él aceptó la propuesta y finalmente ella fue quien pagó la cuenta. ¿Cuánto fue la cantidad de pasos que dio cada un

- A) 210      B) 310      C) 180      D) 200      E) 150

26. Si  $a_n: 13; 17; 21; 25; \dots$  y  $b_n: 43; 46; 49; 52; \dots$ . Halle el valor de  $(a_{100} + b_{100})$ .

- A) 749      B) 760      C) 730      D) 720      E) 746

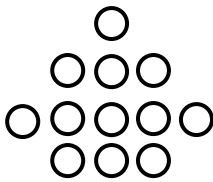
27. En  $\underbrace{5; 8; 11; 14; \dots; 242; \dots}_{n\text{-terminos}}$  ¿cuántos de los  $n$  primeros términos terminan en la cifra 3?

- A) 8      B) 7      C) 10      D) 6      E) 11

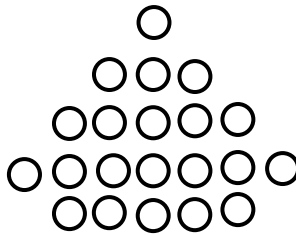
28. Si  $1(5) + 2(6) + 3(7) + \dots + (a)(b) = 3710$ , halle el valor de  $(a + b)$

- A) 46      B) 48      C) 50      D) 44      E) 52

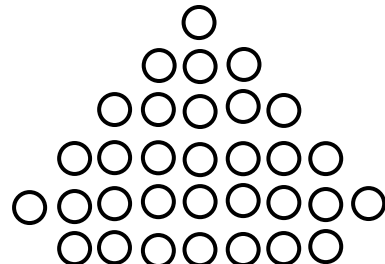
29. En la secuencia:



**Fig. 1**



**Fig. 2**

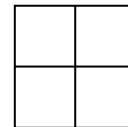
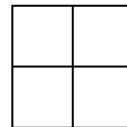
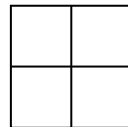
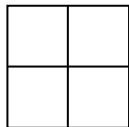
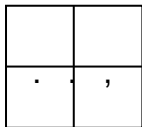


**Fig. 3**

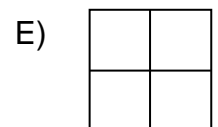
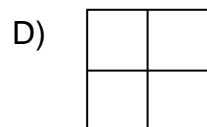
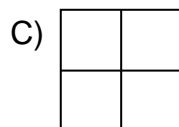
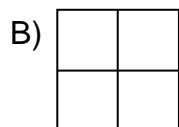
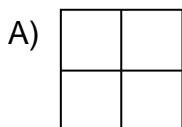
¿cuántas esferitas hay en total en la Fig. 13?

- A) 320      B) 192      C) 252      D) 272      E) 255

30. En la secuencia:



determinar la figura. 238



## Anexo N° 2: PRUEBAS SOBRE LOS TRES MÉTODOS

IEP "JUAN PABLO PEREGRINO" 5° GRADO DE SECUNDARIA

### PRUEBA SOBRE SERIES (MÉTODO INDUCTIVO DEDUCTIVO)

Apellidos y Nombres .....

#### INSTRUCCIONES:

Siga los pasos para desarrollar los siguientes ejercicios considerando:

- 1° Analice el problema.
- 2° Establecer semejanzas con este problema.
- 3° Enuncie una regla general para el problema.
- 4° Compruebe el problema.

1. Si  $a = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^n$ ,  $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = 4$  y  $|q| < 1$ , hallar el valor de  $a + 4q$ .

- A) 10                      B) 6                      C) 8                      D) 9                      E) 12

2. Los radios en cm de una sucesión de semicírculos son:  $1; \frac{1}{3}; \frac{1}{9}; \frac{1}{27}; \frac{1}{81};$

Hallar la suma de las áreas correspondientes.

- A)  $\frac{9\pi}{16} \text{ cm}^2$     B)  $\frac{5\pi}{16} \text{ cm}^2$     C)  $\frac{9\pi}{6} \text{ cm}^2$     D)  $\frac{7\pi}{8} \text{ cm}^2$     E)  $\frac{13\pi}{4} \text{ cm}^2$

3. Calcule el valor de M, si:

$$M = \frac{\left(1 - \frac{1}{2^2}\right)\left(1 - \frac{1}{3^2}\right)\left(1 - \frac{1}{4^2}\right)\dots\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)}{1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n}$$

- A) 2n                      B)  $n^2$                       C)  $\frac{1}{n^2}$                       D)  $n^3$                       E) n

4. Halle el valor de 96M, si:

$$M = \frac{1}{7} + \frac{2}{7^2} + \frac{1}{7^3} + \frac{2}{7^4} + \frac{1}{7^5} + \frac{2}{7^6} + \frac{1}{7^7} + \dots$$

- A) 48                      B) 18                      C) 9                      D) 3                      E) 96

5. Halle el valor de  $E = 2 + \frac{5}{3} + \frac{8}{9} + \frac{11}{27} + \frac{14}{81} + \dots$

- A)  $\frac{15}{4}$       B)  $\frac{21}{4}$       C)  $\frac{20}{3}$       D)  $\frac{13}{4}$       E)  $\frac{9}{2}$

6. Si  $E = 2,7 + 0,027 + 0,00027 + 0,0000027 + \dots$

$F = 1 + 0,3 + 0,09 + 0,027 + 0,0081 + \dots$ . Hallar el valor de  $(3E^{-1} - F^{-1})$

- A)  $3/5$       B)  $5/2$       C)  $8/5$       D)  $2/5$       E)  $4/5$

7. En : 2; 9; 22; 41; 66; ... hallar la suma de los 15 primeros términos.

- A) 3495      B) 2020      C) 2510      D) 2810      E) 2340

8. Si  $a = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{2}{3}\right)^n$ ,  $\sum_{n=0}^{\infty} q^n = 4$  y  $|q| < 1$ , hallar el valor de  $a + 4q$ .

- A) 10      B) 6      C) 8      D) 9      E) 12

9. Los radios en cm de una sucesión de semicírculos son:  $1; \frac{1}{3}; \frac{1}{9}; \frac{1}{27}; \frac{1}{81};$

Hallar la suma de las áreas correspondientes.

- A)  $\frac{9\pi}{16} \text{ cm}^2$     B)  $\frac{5\pi}{16} \text{ cm}^2$     C)  $\frac{9\pi}{6} \text{ cm}^2$     D)  $\frac{7\pi}{8} \text{ cm}^2$     E)  $\frac{13\pi}{4} \text{ cm}^2$

10. Calcule el valor de M, si:

$$M = \frac{\left(1 - \frac{1}{2^2}\right)\left(1 - \frac{1}{3^2}\right)\left(1 - \frac{1}{4^2}\right)\dots\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)}{1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n}$$

- A)  $2n$       B)  $n^2$       C)  $\frac{1}{n^2}$       D)  $n^3$       E)  $n$

11. Halle el valor de  $96M$ , si:

$$M = \frac{1}{7} + \frac{2}{7^2} + \frac{1}{7^3} + \frac{2}{7^4} + \frac{1}{7^5} + \frac{2}{7^6} + \frac{1}{7^7} + \dots$$

- A) 48      B) 18      C) 9      D) 3      E) 96

12. Halle el valor de  $E = 2 + \frac{5}{3} + \frac{8}{9} + \frac{11}{27} + \frac{14}{81} + \dots$

- A)  $\frac{15}{4}$       B)  $\frac{21}{4}$       C)  $\frac{20}{3}$       D)  $\frac{13}{4}$       E)  $\frac{9}{2}$

13. Hallar el valor de  $S = \sum_{i=3}^{12} \left[ \sum_{k=1}^{40} (\sqrt{2k+1} - \sqrt{2k-1}) \right] (2i-5)$

- A) 600      B) 500      C) 700      D) 800      E) 100

14. Sean A y B #(s) enteros y positivos sabiendo que:

$$\sum_{i=1}^A \left( i^2 - \frac{0}{2} - \frac{i}{3} \right) = 1944 \text{ y } \sum_{i=1}^A (2i - 1) = 1024 ; \text{ halle } A + B$$

- A) 60      B) 50      C) 70      D) 80      E) 10

15. Sea  $R = 1.3.5 + 2.5.7 + 3.7.9 + \dots + 30.61.63$  Halle el valor de la suma de cifras de R.

- A) 31      B) 27      C) 32      D) 28      E) 35

16. Halle una fórmula para

$$\sum_{k=1}^n \text{sen } kx$$

- A)  $\text{Cos}(n+1) + \text{cos } nx$     B)  $\text{Cos}(n+1) + \text{cos } nx \cdot \text{cos } x$     C)  $\text{cos } (n+a)x / 2\text{Sen } x$   
 D)  $\text{cos } (n+1)x + \text{cos } nx - 1 / 2\text{Sen } x$     E)  $\text{cos } (n+4)x / 2\text{Sen } x$

17. Halle una fórmula para

$$\sum_{k=1}^n k k!$$

- A)  $(n+1)! - 1$     B)  $(n-1)!$     C)  $(n+1)!$     D)  $(n+2)!$     E)  $(n+3)!$

18. Halle una fórmula para la serie

- A)  $L(n+1)$     B)  $L(n-1)!$     C)  $L(n+1)!$     D)  $L(n+2)!$     E)  $L(n+3)!$

19. Desarrolle la siguiente serie finita .  $\sum_{i=1}^5 i$

- A) 13      B) 13      C) 14    D) 15    E) 16

20. Desarrolle la siguiente serie  $\sum_{i=1}^{50} i$

- A) 1315      B) 1325      C) 1415      D) 1275      E) 1650

21. Halle el valor de la siguiente serie .  $\sum_{i=1}^5 i^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 = 55$

- A) 35      B) 25      C) 45      D) 75      E) 55

22. Desarrollar  $\sum [i^3]$

- A) 235      B) 225      C) 245      D) 275      E) 255

23. Halle el valor de  $\sum_{i=1}^5 10$

- A) 50      B) 20      C) 40      D) 70      E) 60

24. Halle el valor de la serie numérica  $\sum_{i=1}^5 5i$

- A) 50      B) 20      C) 40      D) 75      E) 60

25. Halle el valor de la siguiente serie numérica  $\sum_{i=1}^5 i^2 + 3i + 8$

- A) 150      B) 120      C) 140      D) 175      E) 160

26. Halle el valor de ;  $\sum_{i=1}^5 (4i^2 + 12i)$

- A) 450      B) 420      C) 440      D) 475      E) 400

27. Hallar el valor de  $S = \sum_{i=3}^{12} \left[ \sum_{i=1}^{40} (\sqrt{2k+1} - \sqrt{2k-1}) \right] (2i-5)$

- A) 600      B) 500      C) 700      D) 800      E) 100

28. Sean A y B números enteros enteros y positivos de tal forma que si:

$$\sum_{i=1}^A \left( i^2 - \frac{0}{2} - \frac{i}{3} \right) = 1944 \text{ y } \sum_{i=1}^A (2i - 1) = 1024 ; \text{ hallar } A + B$$

- A) 60                      B) 50                      C) 70                      D) 80                      E) 10

29. Sea  $R = 1.3.5 + 2.5.7 + 3.7.9 + \dots + 30.61.63$  Halle el valor de la suma de cifras de  $R$ .

- A)31                      B)27                      C)32                      D)28                      E)35

30. Calcular el valor de  $\sum_{k=1}^n (k+2)^2 - k^2$

- A)  $2n^2 + 6n$     B)  $2n^2 + 3n$     C)  $5n^2 + 6n$   
D)  $3n^2 + 7n$     E)  $8n^2 + n$

**S O L U C I O N A R I O****TIPO DE PRUEBA: SELECCIÓN MÚLTIPLE****TIEMPO DE DURACIÓN: 1 HORA CON 50 MINUTOS****PRUEBA SOBRE SUMAS (METODO DESCUBRIMIENTO)****C L A V E S**

1. C	7. A	13. A	19. D	25. E
2. B	8. D	14. A	20. D	26. D
3. B	9. D	15. A	21. C	27. A
4. D	10. B	16. E	22. C	28. B
5. A	11. E	17. D	23. E	29. C
6. C	12. E	18. C	24. A	30. A

**PRUEBA SOBRE SUCESIONES (METODO HEURÍSTICO)****C L A V E S**

1. D	7. E	13. A	19. B	25. A
2. C	8. C	14. B	20. A	26. A
3. C	9. B	15. A	21. D	27. A
4. D	10. D	16. A	22. A	28. D
5. C	11. E	17. E	23. E	29. C
6. A	12. E	18. D	24. D	30. B

**PRUEBA SOBRE SERIES (METODO INDUCTIVO DEDUCTIVO)****C L A V E S**

1. B	7. A	13. D	19. D	25. C
2. A	8. B	14. B	20. D	26. E
3. C	9. A	15. A	21. E	27. D
4. B	10. C	16. D	22. B	28. B
5. B	11. B	17. A	23. A	29. A
6. D	12. B	18. D	24. D	30. A