

**UNIVERSIDAD NACIONAL HERMILIO VALDIZÁN**

**FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN**

**ESCUELA PROFESIONAL DE MATEMÁTICA Y FÍSICA**



=====

**DERIVADAS SUCESIVAS Y EL APRENDIZAJE DE EVALUACIÓN DE  
FUNCIONES POLINÓMICAS EN LOS ESTUDIANTES DE LA INSTITUCIÓN  
EDUCATIVA JOSÉ ANTONIO ENCINAS FRANCO DE RONDOS – 2017**

=====

Tesis para optar el Título de Licenciado en Educación.  
Especialidad: Matemática y Física

**TESISTA:**

**VEGA RONQUILLO, JONATAN**

**ASESOR:**

**Dr. Fermín Pozo Ortega**

**HUÁNUCO – PERÚ**

**2019**

## **DEDICATORIA**

Esta tesis está dedicada a mis padres Zacarías Vega Rivera y Carmen Ronquillo Álvarez de Vega cuyo afecto y comprensión han sido fundamentales para mi formación profesional, a mis maestros, hermanos y amigos cuyos consejos formaron parte de este trabajo.

**Jonatan**

## AGRADECIMIENTO

Agradezco en estas líneas al Doctor. Melecio Paragua Morales por su brillante enseñanza en la investigación de las Matemáticas.

También, agradezco a mis padres. Zacarías Vega Rivera y Carmen Ronquillo Álvarez de Vega cuyo afecto y a mis hermanos que me han ayudado y apoyado en todo mi producto.

A mi asesor, Doctor: Fermín Pozo Ortega, por haberme orientado en todos los momentos que necesité sus consejos.

Así mismo, deseo expresar mi reconocimiento a la Universidad Nacional Hermilio Valdizán de Huánuco por todas las atenciones e información brindada a lo largo de esta indagación.

Jonatan

## RESUMEN

El objeto del estudio fue probar que la aplicación de derivadas sucesivas mejoran el aprendizaje de evaluación de funciones polinómicas en los estudiantes de la Institución Educativa José Antonio Encinas Franco de Rondos – 2017; en ese sentido, al estudio se le tipificó como explicativa y diseño cuasi experimental; se trabajó con una población de 196, y una muestra de 41 estudiantes, respectivamente; el instrumento utilizado para la recolección de datos fueron pruebas de desarrollo, con denominación de prueba inicial (PI), prueba de proceso (PP) y prueba final (PF), con diez indicadores cada prueba, con un valor de dos puntos por indicador; para la evaluación se usó la escala [00 - 20]; y en el procesamiento se usó la estadística descriptiva e inferencial, obteniéndose el resultado y conclusión siguiente: el valor T de prueba = 5,00 se ubica a la derecha de t crítica = 2,02; que es la zona de rechazo, por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alterna; es decir, se tiene indicios suficientes que prueban que el aprendizaje de evaluación de funciones polinómicas mejoran con la aplicación de las derivadas sucesivas en los estudiantes de la Institución Educativa José Antonio Encinas Franco de Rondos – 2017.

**Palabras clave:** Derivadas sucesivas, funciones polinómicas, evaluación de funciones polinómicas.

## ABSTRACT

The purpose of the study was to prove that the application of successive derivatives improves the learning of evaluation of polynomial functions in the students of the José Antonio Encinas Franco of Rondos Educational Institution – 2017; in that sense, the study was typified as an explanatory and quasi-experimental design; We worked with a population of 196, and a sample of 41 students, respectively; the instrument used for data collection was development tests, with an initial test designation (PI), process test (PP) and final test (PF), with ten indicators each test, with a value of two points per indicator; for the evaluation the scale [00 – 20] was used; and in the processing the descriptive and inferential statistics was used, obtaining the following result and conclusion: the test value  $T = 5.00$  is located to right of critical  $t = 2.02$ ; which is the zone of rejection, therefore, the null hypothesis is rejected and the alternate hypothesis is, there is sufficient evidence to prove that the learning of polynomial functions improves with the application of successive derivatives in the students of the José Antonio Encinas Franco de Rondos Educational Institution – 2017.

**Keywords:** Successive derivatives, polynomial functions, evaluation of polynomial functions.

## INTRODUCCIÓN

En la Institución Educativa José Antonio Encinas Franco de Rondos, se ha observado que los estudiantes del Quinto año A y B, hacen operaciones de evaluación de funciones con cierta dificultad con los números Naturales, y hasta funciones de segundo grado; sin embargo, si el valor a reemplazar es un binomio de primer grado, hallar el valor numérico, cuyo resultado es otra función, sencillamente, es muy difícil; es decir, los estudiantes carecen de competencias algebraicas.

Las falencias de los estudiantes son comunes para la región, es probable que empiezan en los primeros años de estudio y se prolongan hasta que sean profesionales.

La cantidad de saberes previos es inversa al grado de estudios de los estudiantes; es decir, cuanto más alto esté en el grado de estudios, menos saberes previos tiene para dicho grado.

Es debido a ello que se propone la evaluación de funciones para polinomios, las derivadas sucesivas; sin embargo, es preciso que los estudiantes realicen dichas evaluaciones de funciones con los números reales.

Para el estudio se formuló la hipótesis de investigación siguiente: **Ha:** La aplicación de derivadas sucesivas mejora el aprendizaje de Evaluación de funciones polinómicas en los estudiantes de la Institución Educativa José Antonio Encinas Franco de Rondos – 2017.

Con el estudio se propone superar el problema de aprendizaje de la evaluación de funciones con la aplicación de las derivadas sucesivas, ello permitió editar el informe final de la siguiente manera:

Capítulo I: Se considera la descripción y formulación del problema de investigación; en base a ello se formulan los objetivos y las hipótesis; finalmente se justifica y se determina la importancia, viabilidad, limitaciones, entre otros.

Capítulo II: Se considera el marco teórico, con sus tres componentes básicos: los antecedentes de la investigación, las teorías básicas y la definición conceptual de términos usados en la investigación.

Capítulo III: En el marco metodológico del estudio se considera: el tipo de investigación, diseño y esquema, población y muestra, instrumentos de recolección de datos, y las técnicas para el análisis, procesamiento, y presentación de los datos.

Capítulo IV: Se incluye los resultados obtenidos en el trabajo de campo; se presenta los estadígrafos en distribuciones de frecuencias y los gráficos, procesados con un software estadístico, y se hace uso de la estadística descriptiva y la estadística inferencial, también, la prueba de hipótesis para la diferencia de medias, en cada análisis se hace el contraste de los objetivos específicos y la hipótesis de investigación.

Luego del capítulo IV, se incluye la discusión de resultados, analizando lo hallado durante el trabajo de campo, el análisis e interpretación del autor, y está contrastado con referencias bibliográficas.

Finalmente se incluye las conclusiones, sugerencias, la bibliografía y los anexos.

## ÍNDICE

Dedicatoria .....	ii
Agradecimiento .....	iii
Resumen .....	iv
Abstract .....	v
Introducción .....	vi
Índice .....	viii

## CAPÍTULO I

### PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1.1. Descripción del problema .....	12
1.2. Formulación del problema .....	15
1.2.1. Problema general .....	15
1.2.2. Problemas específicos .....	16
1.3. Objetivos .....	16
1.3.1. Objetivo general .....	16
1.3.2. Objetivos específicos .....	17
1.4. Hipótesis .....	18
1.4.1. Hipótesis general .....	18
1.5. Variables .....	18
1.5.1. Variable independiente .....	18
1.5.2. Variable dependiente .....	18
1.6. Justificación e importancia .....	19
1.7. Viabilidad .....	19

## CAPÍTULO II

### MARCO TEÓRICO

2.1.	Antecedentes .....	20
2.2.	Bases teóricas .....	23
2.2.1.	Evaluación de funciones .....	23
2.2.2.	Evaluación de una función racional entera de $x$ .....	24
2.2.3.	Derivadas de orden superior .....	26
2.2.4.	Operativización de las derivadas sucesivas.....	28
2.2.5.	Identificación del escenario problema en matemática.....	31
2.2.6.	Teorías pedagógicas .....	33
2.3.	Definición conceptual de términos .....	37

## CAPÍTULO III

### METODOLOGÍA

3.1.	Tipo de investigación .....	41
3.2.	Diseño y esquema de investigación .....	41
3.3.	Población y muestra .....	42
3.3.1.	Población .....	42
3.3.2.	Muestra .....	42
3.4.	Instrumento de recolección de datos .....	43
3.5.	Técnica de procesamiento y presentación de datos .....	43

CAPÍTULO IV

RESULTADOS

3.6. Análisis descriptivo de resultados del GE ..... 45

3.7. Análisis descriptivo de resultados del G.C. .... 53

3.8. Prueba de hipótesis ..... 58

3.8.1. Datos para la prueba de hipótesis ..... 58

3.8.2. Formulación de hipótesis ..... 58

3.8.3. Determinación de la prueba ..... 59

3.8.4. Determinación del nivel de significancia de la prueba ..... 59

3.8.5. Determinación de la distribución muestral ..... 59

3.8.6. Cálculo de la T de prueba ..... 59

3.8.7. Gráfico ..... 60

3.8.8. Contraste del objetivo general o hipótesis general ..... 60

4. Discusión de resultados ..... 61

5. Conclusiones ..... 64

6. Sugerencias ..... 65

7. Referencias bibliográficas ..... 66

Anexos

Anexo N° 01. matriz de consistencia ..... 70

Anexo N° 02: Pruebas ..... 72

Anexo N° 03: Validación por menor variabilidad del instrumento de  
Recolección de datos ..... 75

Anexo N° 04: resultado de las tres observaciones ..... 76

## CAPÍTULO I

### PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

#### 1.1. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

La evaluación de funciones, se entiende como sinónimo de valor numérico de una función, donde dado una función como  $f(x) = 2x^2 + 5x - 16$ , y el que dirige la asignatura pide  $f(5)$ , significa que en la función primaria, la variable  $x$ , debe ser reemplazada por 5 y hacer las operaciones indicadas, hallando un valor, de la siguiente manera:  $f(5) = 2(5)^2 + 5(5) - 16 \rightarrow f(5) = 59$ , en la práctica diaria, la evaluación de las funciones se produce con los números Reales.

En la Institución Educativa José Antonio Encinas Franco de Rondos, se ha observado que los estudiantes del Quinto año A y B, evalúan con cierta dificultad con los números Naturales, hasta funciones de segundo grado; sin embargo, si el valor a reemplazar es un binomio de primer grado, hallar el valor numérico, cuyo resultado es otra función, sencillamente, es muy difícil; es decir, los estudiantes carecen de competencias algebraicas.

El mismo fenómeno se ha observado en algunos centros educativos de la ciudad de Huánuco, las diferencias son muy pocas entre un estudiante rural con un estudiante ciudadano, y todos tienden hacia abajo; al respecto (1) Paragua (2016), dice lo siguiente:

“(...) los estudiantes traen como máximo un 50% de saberes previos, esto, debería superarse con una retroalimentación de saberes previos faltantes; pero, ello no se realiza; y ya en clases de Límites, reciben con mucha complejidad el concepto de Límite

y como en base a ello se construye el concepto de derivada, entonces los estudiantes no se sienten seguros de sus conocimientos sobre funciones, y los muestran al realizar tareas básicos, como levantar el gráfico de una función, determinar el dominio y al hacer una gráfica analizada”.

La afirmación “hay poca diferencia”, tiene su base en la cita; efectivamente, los estudiantes traen como máximo cincuenta por ciento de saberes previos y con ello solo pueden entender la mitad y un poco menos, sobre la evaluación de funciones y siempre van teniendo falencias en cada grado.

Es importante que los estudiantes de educación secundaria entiendan que en ese nivel deben culminar con la formación de su cultura matemática para enfrentar con éxito su formación profesional en las universidades del país; tal como se dice en la siguiente cita:

“El reto del proceso aprendizaje-enseñanza de la matemática es superar esta problemática, para ello se requiere los aportes y la aplicación de diferentes estilos de aprendizaje que coadyuven a la superación de la problemática descrita. En el proceso de aprendizaje de la matemática los estudiantes de la Región Huánuco están en el penúltimo lugar y ello dice sobre la calidad de formación docente de Educación Básica en nuestra primera casa superior de estudios, la UNHEVAL”. (2) Enrique (2014, p: 2).

Es probable que los docentes de matemática y física no estén egresando con las competencias bien desarrolladas y ello se complementa con lo que los estudiantes no han asumido el verdadero rol de estudiantes, y lidian en el campo de la práctica docente con todas las falencias acumuladas por cada

uno de ellos; en este sentido, se está comprometiendo el futuro de la Región Huánuco y del país en general al formar estudiantes del nivel básico y profesionales docentes con bajos estándares en cuanto al desarrollo de capacidades matemáticas lo cual se refleja en deficientes estudiantes universitarios y deficientes ciudadanos que no aportan a su sociedad. Los estudiantes desde inicial y primaria han aprendido a ser informales en el aprendizaje de la matemática; ya en secundaria lo confirman y en la educación superior cuentan con esa base, a tal punto que terminan sus respectivas carreras sin saber para qué llevaron tantas asignaturas y cuál es la utilidad práctica que tienen.

En la educación básica los estudiantes ya tienen serios problemas de adaptación al estudio, y precisamente es en el área de matemática, es por ello la cantidad de desaprobados en dicha materia. La exigencia en la educación básica es que los *no logrados* sean retroalimentados, y los docentes en la educación pública han aprendido a disfrazarlo muy sutilmente, reportando más del 95% de logrados; es decir, de cada cien estudiantes, más de noventa y cinco son logrados en matemática y las demás asignaturas, esto quiere decir que al sistema le interesa únicamente el reporte final y no es coherente con el reporte de la prueba PISA, por ejemplo, que dice lo contrario.

Dentro del marco de interés personal los docentes actuales buscan estilos de aprendizaje que permitan al estudiante de Educación Básica, primero a cambiar de actitud y formarse una identidad, luego que sean responsables de su propio aprendizaje, que asuman su rol de estudiante y sean generadores de su propio aprendizaje, en un marco de planificación del

docente; en este sentido, uno de los objetivos centrales de la educación matemática debe ser, captar el interés de los estudiantes y motivar su propia vivencia de las matemáticas, para ello puede usar las matemáticas recreativas a través de juegos, enigmas, adivinanzas, rompecabezas, problemas, etc., de lo que se trata es que los conocimientos matemáticos sean captados por más de un sentido, por ejemplo, si el profesor te dice, entonces el estudiante lo capta por el sentido del oído; si a eso el profesor le agrega un gráfico, lo captará además, por el sentido de la vista; es más, si al estudiante se le permite manipular un material didáctico, entonces capta el conocimiento por el sentido del tacto; aprender por tres de los cinco sentidos ya es bastante favorable.

En tal sentido se propone la aplicación de las derivadas sucesivas para el aprendizaje de la evaluación de funciones con polinomios, en un afán de simplificar su aprendizaje y manejo algebraico, dicha experiencia se realizará con los estudiantes del 5° año de secundaria de la Institución Educativa José Antonio Encinas Franco de Rondos – 2017, el mismo que permite responder a la siguiente interrogante:

## **1.2. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA**

### **1.2.1. PROBLEMA GENERAL**

¿En qué medida la aplicación de las Derivada Sucesivas mejora el aprendizaje de Evaluación de funciones polinómicas en los estudiantes de la Institución Educativa José Antonio Encinas Franco de Rondos – 2017?

## **1.2.2. PROBLEMA ESPECÍFICO**

- ¿Cuál es el nivel de aprendizaje de evaluación de funciones polinómicas en los estudiantes de la Institución Educativa José Antonio Encinas Franco de Rondos – 2017?
- ¿Cuál es el nivel de aprendizaje de evaluación de funciones polinómicas durante la aplicación de derivada sucesivas en los estudiantes de la Institución Educativa José Antonio Encinas Franco de Rondos – 2017?
- ¿Cuál es el nivel de aprendizaje de evaluación de funciones polinómicas al finalizar la aplicación de derivadas sucesivas en los estudiantes de la Institución Educativa José Antonio Encinas Franco de Rondos – 2017?
- ¿Cuál es el nivel de aprendizaje de evaluación de funciones polinómicas antes y después de la aplicación de derivadas sucesivas en los estudiantes de la Institución Educativa José Antonio Encinas Franco de Rondos – 2017?
- ¿Cuál es el nivel de aprendizaje de evaluación de funciones polinómicas con y sin de la aplicación de derivadas sucesivas en los estudiantes de la Institución Educativa José Antonio Encinas Franco de Rondos – 2017?

## **1.3. OBJETIVOS**

### **1.3.1. OBJETIVO GENERAL**

Probar que la aplicación de derivadas sucesivas mejora el aprendizaje de Evaluación de funciones polinómicas en los estudiantes de la Institución Educativa José Antonio Encinas Franco de Rondos – 2017.

### 1.3.2. OBJETIVO ESPECÍFICO

- Determinar el nivel de saberes previos sobre Evaluación de funciones polinómicas en los estudiantes de la Institución Educativa José Antonio Encinas Franco de Rondos – 2017.
- Determinar el nivel de aprendizaje de evaluación de funciones polinómicas durante la aplicación de derivadas sucesivas en los estudiantes de la Institución Educativa José Antonio Encinas Franco de Rondos – 2017.
- Determinar el nivel de aprendizaje de evaluación de funciones polinómicas al finalizar la aplicación de derivadas sucesivas en los estudiantes de la Institución Educativa José Antonio Encinas Franco de Rondos – 2017.
- Comparar y analizar el nivel de aprendizaje de evaluación de funciones polinómicas antes y después de la aplicación de derivadas sucesivas en los estudiantes de la Institución Educativa José Antonio Encinas Franco de Rondos – 2017.
- Comparar, analizar y evaluar el nivel de aprendizaje de evaluación de funciones polinómicas con y sin de la aplicación de derivadas sucesivas en los estudiantes de la Institución Educativa José Antonio Encinas Franco de Rondos – 2017.

## **1.4. HIPÓTESIS**

### **1.4.1. HIPÓTESIS GENERAL**

**Ho:** La aplicación de derivadas sucesivas no mejora el aprendizaje de Evaluación de funciones polinómicas en los estudiantes de la Institución Educativa José Antonio Encinas Franco de Rondos – 2017.

**Ha:** La aplicación de derivadas sucesivas mejora el aprendizaje de Evaluación de funciones polinómicas en los estudiantes de la Institución Educativa José Antonio Encinas Franco de Rondos – 2017.

### **1.4.2. HIPÓTESIS ESPECÍFICAS**

**Ho:** Los saberes previos de los alumnos de los grupos experimental y de control con respecto al aprendizaje de evaluación de funciones polinómicas se encuentran en situaciones similares antes de la aplicación de derivadas sucesivas como un método.

**Ha:** El nivel de aprendizaje de los alumnos del grupo experimental con respecto al aprendizaje de evaluación de funciones polinómicas mejora sustancialmente durante el proceso de aplicación de derivadas sucesivas, en comparación con los alumnos del grupo de control.

## **1.5. VARIABLES**

### **1.5.1. VARIABLE INDEPENDIENTE**

Derivadas sucesivas.

### **1.5.2. VARIABLE DEPENDIENTE**

Evaluación de funciones polinómicas.

## **1.6. JUSTIFICACIÓN E IMPORTANCIA**

El desarrollo de la investigación se justifica y es importante porque aporta una forma muy rápida de aprender a evaluar funciones mediante las derivadas sucesivas, ello permitirá al estudiante generar su aprendizaje con el uso de matemáticas superiores.

La importancia, también se justifica porque a través de una investigación se muestra las ventajas del uso de las matemáticas superiores para el aprendizaje muy fácil de temas de educación básica regular.

## **1.7. VIABILIDAD**

La investigación es viable porque se cuenta con recursos financieros, humanos, materiales y se tiene como muestra a los estudiantes del quinto año, secciones A y B de educación secundaria de la Institución Educativa José Antonio Encinas Franco de Rondos – 2017.

## CAPÍTULO II

### MARCO TEÓRICO

#### 2.1. ANTECEDENTES

Se han considerado como antecedentes a las investigaciones, donde los autores aplican un estilo de aprendizaje para superar un problema de aprendizaje generado en el aula, en este sentido se tienen:

- Berrospi, L. A. y Otros. (2003), desarrollan la tesis: La Taptana numérica y el Aprendizaje de la Adición y Sustracción con los números enteros en los alumnos del Primer año de educación secundaria del colegio Nacional de Aplicación UNHEVAL – 2002., es un estudio de tipo explicativo, con diseño cuasi experimental, aplicado en los estudiantes del C.N.A. UNHEVAL, y comprobaron la eficacia del uso y la aplicación de la Taptana numérica como material didáctico en el aprendizaje de la adición y sustracción con los números enteros.
- Celestino, A. y Otros. (2012), desarrollan la tesis: La aplicación del ludotrix y el desarrollo de capacidades en el área de matemática en los alumnos del tercer año de educación secundaria del C.N.A UNHEVAL - Huánuco -2012, es un estudio explicativo de diseño cuasi experimental y probaron que la aplicación del ludotrix permite el desarrollo de capacidades en las unidades de análisis aplicadas.
- Aguirre, J. (2006), desarrolla la tesis: Aplicación de materiales didácticos para el aprendizaje de cuadriláteros en los alumnos del cuarto grado de educación secundaria del C.N.A UNHEVAL, es una investigación de tipo explicativo y diseño cuasi experimental y prueba que la aplicación del

material didáctico, mejoró el nivel de aprendizaje de cuadriláteros en la muestra.

- Paragua, M. y Otros. (2014), en la investigación: El método gráfico y el aprendizaje del dominio y rango de funciones en alumnos de la carrera profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL-2014, se propusieron mejorar el nivel de aprendizaje del dominio y rango de funciones aplicando el método gráfico, para la cual desarrollaron una investigación de tipo Explicativo y diseño cuasi experimental, con un grupo experimenta y otro de control, con alumnos de la especialidad de Matemática y Física de la UNHEVAL; con la finalidad de mejorar el nivel de la investigación ensayaron una prueba de hipótesis de la deferencia de dos medias, donde el valor  $Z$  de Prueba = 7,47 se ubica a la derecha de  $z$  crítica = 1,96; que es la zona de rechazo, por lo tanto se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alternativa; entonces manifiestan que se ha probado que el uso del método gráfico mejora el nivel de aprendizaje del dominio y rango de funciones en los alumnos de la especialidad de matemática y física de la UNHEVAL 2014.
- Mazgo, R. (2006), desarrollan la tesis: Uso del triángulo de la enseñanza – aprendizaje para la adición de los primeros “N” números enteros positivos de los alumnos del 4° de educación secundaria de la institución educativa “El Amauta” José Carlos Mariátegui – Amarilis, Huánuco 2006, es una investigación de tipo explicativo, diseño cuasi experimental y prueban que el uso del triángulo es efectivo en el aprendizaje de la suma de los números naturales ya que los alumnos que utilizaron el material

educativo, obtuvieron promedios más altos que aquellos que no lo utilizaron.

- Paragua, M. y Otros. (2015), en la investigación: El criterio de la primera y segunda derivada y el aprendizaje de la gráfica de funciones en alumnos de la carrera profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL – 2015, se propusieron mejorar el nivel de aprendizaje de la gráfica de funciones aplicando el criterio de la primera y segunda derivada, para la cual desarrollaron una investigación de tipo explicativo y diseño cuasi experimental, con un grupo experimenta y otro de control, con alumnos de la especialidad de Matemática y Física de la UNHEVAL; con la finalidad de mejorar el nivel de la investigación ensayaron una prueba de hipótesis de la deferencia de dos medias, donde el valor Z de Prueba = 7,09 se ubica a la derecha de z crítica = 1,96; que es la zona de rechazo, por lo tanto se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alternativa; entonces manifiestan que se ha probado que el uso del criterio de la primera y segunda derivada como método mejora el nivel de aprendizaje de la gráfica de funciones en los alumnos de la especialidad de Matemática y Física de la UNHEVAL 2015.

## 2.2. BASES TEÓRICAS

### 2.2.1. EVALUACIÓN DE FUNCIONES

Si se tiene una función definida por una fórmula y se quiere determinar el valor de la función en un valor  $x$  del dominio de la función entonces se tiene que evaluar la fórmula que define la función en el número dado. El proceso de evaluación de funciones para determinar el valor de la función en un valor se realiza con muchísima frecuencia; no sólo en valores numéricos, sino en expresiones algebraicas.

Ejemplo 01

Se pide evaluar la función  $f(x) = \frac{1}{2-3x}$  para  $f(3)$ .

Solución

$$f(x) = \frac{1}{2-3x} \rightarrow f(3) = \frac{1}{2-3(3)} \Rightarrow f(3) = -\frac{1}{7}$$

Ejemplo 02

Se pide evaluar la función  $f(x) = \frac{1}{2-3x}$  para  $f(x+h)$ .

Solución

$$f(x) = \frac{1}{2-3x} \rightarrow f(x+h) = \frac{1}{2-3(x+h)}$$

Es importante recordar que  $f(x+h)$  es la imagen de  $x+h$  según la función  $f$ . Otra forma de decir, es que,  $f(x+h)$  es el valor de la función en  $x+h$ , sabido es que  $f(x+h)$  se obtiene sustituyendo en la fórmula de la función a  $x$  por  $x+h$ .

### 2.2.2. EVALUACIÓN DE UNA FUNCIÓN RACIONAL ENTERA DE $x$

Para el estudio se sugiere el uso de las derivadas sucesiva en la evaluación o para hallar el valor de  $f(x + h)$ , cuando  $f(x)$  es una función racional entera en  $x$ ; el desarrollo de la misma es el siguiente:

$$f(x + h) = f(x) + hf'(x) + \frac{h^2}{2}f''(x) + \frac{h^3}{3}f'''(x) + \dots + \frac{h^n}{n}f^n(x)$$

Aquí,  $f'(x), f''(x), f'''(x) \dots$  se llaman primera, segunda, tercera, ... derivadas a partir de la función  $f(x)$ , entonces, el desarrollo para  $f(x + h)$ , es un caso particular del Teorema de Taylor; pero, usando las funciones primera, segunda, tercera, etc., derivadas, los mismos que se hallan con las reglas conocidas de derivación; además, la función  $f(x + h)$  es simétrica con respecto a  $x$  y a  $h$  en su desarrollo.

#### Ejemplo 03

En la función  $f(x) = 2x^4 - x^3 - 2x^2 + 5x - 1$ , halla el valor de  $f(x + 3)$ .

Solución

$$f(x) = 2x^4 - x^3 - 2x^2 + 5x - 1 \rightarrow f(3) = 2(3)^4 - (3)^3 - 2(3)^2 + 5(3) - 1 \rightarrow f(3) = \mathbf{131}$$

$$f'(x) = 8x^3 - 3x^2 - 4x + 5 \rightarrow f'(3) = 8(3)^3 - 3(3)^2 - 4(3) + 5 \rightarrow f'(3) = \mathbf{182}$$

$$\frac{f''(x)}{2} = 24x^2 - 6x - 4 \rightarrow \frac{f''(x)}{2} = 12x^2 - 3x - 2 \rightarrow \frac{f''(3)}{2} = 12(3)^2 - 3(3) - 2$$

$$\rightarrow \frac{f''(3)}{2} = \mathbf{97}$$

$$\frac{f'''(x)}{3} = 24x - 3 \rightarrow \frac{f'''(x)}{3} = 8x - 1 \rightarrow \frac{f'''(3)}{3} = 8(3) - 1 \rightarrow \frac{f'''(3)}{3} = \mathbf{23}$$

$$\frac{f^{iv}(x)}{4} = 8 \rightarrow \frac{f^{iv}(x)}{4} = \mathbf{2}$$

El resultado evaluado es:

$$f(x + 3) = 2x^4 + 23x^3 + 97x^2 + 182x + 131$$

Si la evaluación se realiza por reemplazo de variables, se tendría la función reemplazada siguiente:

$$f(x) = 2(x + 3)^4 - (x + 3)^3 - 2(x + 3)^2 + 5(x + 3) - 1$$

Realizar las operaciones indicadas se observa que es muy tedioso, es por ello que, a través del estudio, se sugiere la aplicación de las derivadas sucesivas para la evaluación de este tipo de funciones.

#### Ejemplo 04

En la función  $f(x) = 2x^4 - x^3 - 2x^2 + 5x - 1$ , halla el valor de  $f(x - 3)$ .

Solución

$$f(x) = 2x^4 - x^3 - 2x^2 + 5x - 1 \rightarrow f(-3) = 2(-3)^4 - (-3)^3 - 2(-3)^2 + 5(-3) - 1$$

$$\rightarrow f(-3) = \mathbf{155}$$

$$f'(x) = 8x^3 - 3x^2 - 4x + 5 \rightarrow f'(-3) = 8(-3)^3 - 3(-3)^2 - 4(-3) + 5$$

$$\rightarrow f'(-3) = \mathbf{-226}$$

$$\frac{f''(x)}{2} = 24x^2 - 6x - 4 \rightarrow \frac{f''(x)}{2} = 12x^2 - 3x - 2 \rightarrow \frac{f''(-3)}{2}$$

$$= 12(-3)^2 - 3(-3) - 2 \rightarrow \frac{f''(-3)}{2} = \mathbf{115}$$

$$\frac{f'''(x)}{3} = 24x - 3 \rightarrow \frac{f'''(x)}{3} = 8x - 1 \rightarrow \frac{f'''(-3)}{3} = 8(-3) - 1 \rightarrow \frac{f'''(-3)}{3} = \mathbf{-25}$$

$$\frac{f^{(4)}(x)}{4} = 8 \rightarrow \frac{f^{(4)}(x)}{4} = \mathbf{2}$$

El resultado evaluado es:

$$f(x + 3) = 2x^4 - 25x^3 + 115x^2 - 226x + 155$$

### 2.2.3. DERIVADAS DE ORDEN SUPERIOR

La derivada de la función  $y = f(x)$  da como resultado otra función  $y' = g(x)$

Por ejemplo, si  $y = x^5$  al derivarla se obtiene la función  $y' = 5x^4$  llamado primera derivada; al derivar nuevamente la primera derivada se obtiene  $y'' = 20x^3$  llamado segunda derivada, al volverla a derivar se obtiene  $y''' = 60x^2$  llamado la tercera derivada, y así sucesivamente.

#### Ejemplo 05

Usando otra nomenclatura, se tiene la función  $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x - 12$

Solución

$$f'(x) = 6x^2 - 30x + 36$$

$$f''(x) = 12x - 30$$

$$f'''(x) = 12$$

$$f^{iv}(x) = 0$$

#### Ejemplo 06

Se tiene el siguiente enunciado: Obtenga la tercera derivada de la función

$y = 5x^2 - 7x + 13$ , entonces:

Solución

$$y' = 10x - 7$$

$$y'' = 10$$

$$y''' = 0$$

## Ejemplo 07

Halla las derivadas sucesivas de la función  $y = 4x^6 + 11x^5 - 7x^3 - x + 9$

Solución

$$\text{Primera derivada } \frac{dy}{dx} = 24x^5 + 55x^4 - 21x^2 - 1$$

$$\text{Segunda derivada } \frac{d^2y}{dx^2} = 120x^4 + 220x^3 - 42x$$

$$\text{Tercera derivada } \frac{d^3y}{dx^3} = 480x^3 + 660x^2 - 42$$

$$\text{Cuarta derivada } \frac{d^4y}{dx^4} = 1440x^2 + 1320x$$

$$\text{Quinta derivada } \frac{d^5y}{dx^5} = 2880x + 1320$$

$$\text{Sexta derivada } \frac{d^6y}{dx^6} = 2880$$

$$\text{Séptima derivada } \frac{d^7y}{dx^7} = 0$$

## Ejemplo 08

Halla la cuarta derivada de la función  $y = 4x^3 + 3x^2 - 2x - 1$

Solución

$$\text{Primera derivada } \frac{dy}{dx} = 12x^2 + 6x - 2$$

$$\text{Segunda derivada } \frac{d^2y}{dx^2} = 24x + 6$$

$$\text{Tercera derivada } \frac{d^3y}{dx^3} = 24$$

$$\text{Cuarta derivada } \frac{d^4y}{dx^4} = 0$$

En todos los casos se calcula la  $n$ -ésima derivada, entonces, si la función

$$\text{es: } f(x) = \frac{1}{x}$$

$$\text{Luego: } f'(x) = -\frac{1}{x^2}$$

$$f''(x) = \frac{1 \cdot 2}{x^3} = \frac{2!}{x^3}$$

$$f'''(x) = -\frac{1 \cdot 2 \cdot 3}{x^4} = -\frac{3!}{x^4} \quad (\dots\dots) \quad f'^n(x) = (-1) \frac{n!}{x^{n+1}}$$

#### 2.2.4. OPERATIVIZACIÓN DE LAS DERIVADAS SUCESIVAS

Ejemplo 09

Se tiene la función  $f(x) = 2x^3 + 5x - 3$ . Halla el valor numérico o evalúa para  $x = 2$ .

Solución

Aplicando lo dicho en la definición conceptual de términos:

$$f(2) = 2(2)^3 + 5(2) - 3 \rightarrow f(2) = 2(8) + 10 - 3 \rightarrow \mathbf{f(2) = 23}$$

Ejemplo 10

Se tiene la función  $f(x) = 2x^2 - 3x + 6$ . Halla el valor numérico o evalúa para  $x = 2$ .

Solución

Se aplica el mismo proceso del ejemplo 1:

$$f(2) = 2(2)^2 - 3(2) + 6 \rightarrow \mathbf{f(2) = 8}$$

## Ejemplo 11

Se tiene la función  $f(x + 2) = 2x^2 - 3x + 6$ . Halla el valor numérico o evalúa para  $(x+2)$ .

Solución

Se aplica el mismo criterio de evaluación que en los ejemplos anteriores; es decir, se reemplaza a la variable por su valor, se efectúan las operaciones indicadas y se simplifica, obteniéndose el resultado, entonces:

$$f(x + 2) = 2(x + 2)^2 - 3(x + 2) + 6 \rightarrow 2(x^2 + 4x + 4) - 3x - 6 + 6$$

$$f(x + 2) = 2x^2 + 8x + 8 - 3x - 6 + 6 \rightarrow f(x + 2) = 2x^2 + 5x + 8$$

Se aplica las derivadas sucesivas a la función  $f(x) = 2x^2 - 3x + 6$  y debe evaluarse para  $(x+2)$ :

$$f(x + 2) = 2x^2 - 3x + 6 \rightarrow f(2) = 8$$

$$f'(x) = 4x - 3 \rightarrow f'(2) = 4(2) - 3 \rightarrow f'(2) = 5$$

$$f''(x) = 4 \rightarrow f''(2) = 4/2 \rightarrow f''(2) = 2$$

Con las derivadas sucesivas se han hallado los coeficientes de la función evaluada, dispuestos de forma inversa, entonces sería:

$$f(x + 2) = 2x^2 + 5x + 8$$

## Ejemplo 12

Se tiene la función  $f(x) = x^2 + 4x + 8$ . Evalúa para  $f(x+4)$ .

Solución

$$f(x + 4) = (x + 4)^2 + 4(x + 4) + 8 \rightarrow x^2 + 8x + 16 + 4x + 16 + 8$$

$$f(x + 4) = x^2 + 8x + 16 + 4x + 16 + 8 \rightarrow f(x + 4) = x^2 + 12x + 40$$

Se aplica las derivadas sucesivas a la función  $f(x) = x^2 + 4x + 8$ :

$$f(x) = x^2 + 4x + 8 \rightarrow f(4) = 16 + 16 + 8 \rightarrow f(4) = 40$$

$$f'(x) = 2x + 4 \rightarrow f'(4) = 2(4) + 4 \rightarrow f'(4) = 12$$

$$f''(x) = 2 \rightarrow f''(2) = 2/2 \rightarrow f''(2) = 1$$

Con las derivadas sucesivas se han hallado los coeficientes de la función evaluada, dispuestos de forma inversa, entonces sería:

$$f(x + 4) = x^2 + 12x + 40$$

### Ejemplo 13

Se tiene la función  $f(x) = x^4 + 2x^3 + x^2 + 4x + 1$ . Evalúa para  $f(x+2)$ .

Solución

La solución no presenta dificultades, pero sí, es muy laborioso, en consecuencia, se aplica las derivadas sucesivas a la función:

$$f(x) = x^4 + 2x^3 + x^2 + 4x + 1 \rightarrow f(2) = (2)^4 + 2(2)^3 + (2)^2 + 4(2) + 1$$

$$f(2) = (2)^4 + 2(2)^3 + (2)^2 + 4(2) + 1 \rightarrow f(2) = 16 + 16 + 4 + 8 + 1 \rightarrow f(2) = 45$$

$$f'(x) = 4x^3 + 6x^2 + 2x + 4 \rightarrow f'(2) = 4(2)^3 + 6(2)^2 + 2(2) + 4 \rightarrow f'(2) = 64$$

$$f''(x) = 12x^2 + 12x + 2 \rightarrow f''(2) = 6x^2 + 6x + 1 \rightarrow f''(2) = 37$$

$$f'''(x) = 12x + 6 \rightarrow f'''(3) = 4x + 2 \rightarrow f'''(2) = 10$$

$$f^{iv}(x) = 4 \rightarrow f^{iv}(4) = 1$$

Con las derivadas sucesivas se han hallado los coeficientes de la función evaluada, dispuestos de forma inversa, entonces sería:

$$f(x + 4) = x^4 + 10x^3 + 37x^2 + 64x + 45$$

### **2.2.5. IDENTIFICACIÓN DEL ESCENARIO PROBLEMA EN MATEMÁTICA**

Identificar el problema de investigación para los estudiantes de especialidad en la asignatura de Formulación de proyectos de Investigación Educativa, es ciertamente un problema; en educación secundaria consiste en ubicar a los estudiantes en un contexto específico y plantearles situaciones específicas de tal forma que ellos los analicen y resuelvan dichos problemas con nuevas formas que venga de ellos; en este sentido se deben formar estudiantes capaces de resolver problemas a partir de conocer y saber la teoría básica que la sustenta, en el caso de la investigación, lo que se pretende es que la evaluación de funciones de grado  $n$ , sea un camino más corto para el estudiante; sin embargo los caminos cortos son para los estudiantes más habilidosos que los comunes existentes en el sistema educativo peruano.

“Comprender el problema; elaborar un plan; ejecutar lo planificado; y, hacer la verificación”, Pólya. (1945).

Entender un problema para luego resolverlo implica tener comprensión lectora; es decir, qué pide el problema y para ello qué da, identificado éstos, el estudiante propone las formas de poder resolverlo; y planifica los pasos que debe seguir para poder resolverlo; dicho esto, lo lleva a papel y lápiz, luego de ello se hace la comprobación; y posiblemente, después el estudiante va encontrar otras formas de resolver el problema.

Los preocupados por el aprendizaje de la matemática en forma general, siempre han estado y siguen buscando formas más fáciles y atractivos de aprender la matemática; muy pocos llegaron a resolver los problemas de la realidad y entender al entorno donde se vive, luego lo teorizaron hasta el

mínimo detalle; eso, para enseñar a las nuevas generaciones, es otro problema porque la globalización está creando nuevos humanos de treinta a sesenta segundos de atención.

De Guzmán (1994) propone una variante respecto a la propuesta pedagógica de Pólya.

“Familiarizarse con el problema; buscar estrategias; Llevar a cabo la estrategia; Revisar el proceso y sacar conclusiones de él”.

De la lectura y las citas se desprende que el aprendizaje de la matemática implica de imitar y favorecer condiciones semejantes que experimentaron los grandes matemáticos, para ello la labor del docente es entender cómo los estudiantes resuelven problemas y en base a ello proponerles actividades que puedan ayudarles, implica una atención personalizada que en sistema masificados no se puede y se tiene que seguir pagando las consecuencias. El mayor reto para el docente actual es que el estudiante muestre poca valoración y motivación hacia su formación escolar, ello complementado con la actitud del padre de familia, que espera que su hijo termine de estudiar como sea y en donde sea.

El escenario descrito es el marco donde se encuentra la Institución Educativa José Antonio Encinas Franco de Rondos, se espera inculcar en los estudiantes el interés por las matemáticas, ayudándoles a encontrar los caminos cortos y lógicos de solución de problemas y con ello, deben resolver de problemas y no generarlos.

## 2.2.6. TEORÍAS PEDAGÓGICAS

- **TEORÍA COGNITIVA DE PIAGET**

La capacidad de incorporar conocimientos o de aprender dependerá, del nivel de su desarrollo cognitivo. La asimilación consiste en la incorporación de elementos exteriores dentro de las estructuras del organismo. En el plano cognitivo consiste en incorporar información proveniente del medio a nuestras estructuras o esquemas. Una condición necesaria para la asimilación es la existencia de una estructura interna en la que pueda asentarse o relacionarse la nueva información.

Son sistemas organizados de pensamiento que permiten representar mentalmente los objetos y acciones del mundo exterior y sirven de referencia para la adquisición de conocimientos y para guiar la conducta humana. Los esquemas no son estáticos, sino que están en continua modificación como consecuencia de los procesos de asimilación y acomodación. Se relaciona el pensamiento y el lenguaje, dándole esencia al pensar y a su desarrollo, sin tener que recurrir a un lenguaje social, porque el pensar es una actividad que se regula así misma, comienza antes que el lenguaje y va más allá de dicho lenguaje; éste se utiliza con el propósito de comunicarse y contribuye con la acción de pensar, pero sólo de manera periférica. Señala con claridad la diferencia que existe entre saber una palabra y comprender una situación y la necesidad de contar como para dominar las dificultades del medio lingüístico. El papel del lenguaje dentro del marco del desarrollo afirma que el lenguaje puede convertirse en un medio adecuado para la

estimulación del pensamiento y para su posterior exploración, pero para que el lenguaje pueda desempeñar este papel, el niño debe poseer mecanismos formales para pensar, es decir, la capacidad de teorizar sobre las posibilidades y situaciones hipotéticas y de combinar y retener en la mente el significado y las Interrelaciones de varias hipótesis. Pensar significa el uso activo de la inteligencia y la inteligencia implica el uso de los instrumentos mediante los cuales una persona piensa, sostuvo que la inteligencia es siempre activa y constructiva que contribuye activamente en cualquier situación con la que el individuo este en contacto.

La acomodación es el proceso de ajuste o modificación de las estructuras internas, de las estructuras asimiladoras, a las características particulares de los elementos que se asimilan. Cuando las estructuras internas no son adecuadas para incorporar la nueva información, entra en juego el proceso de acomodación. En este proceso, complementario del anterior, nuestros esquemas o estructuras cognitivas se adaptan a las características de los nuevos conocimientos o informaciones procedentes del mundo exterior para hacer posible su asimilación. Los esquemas son las estructuras básicas para la construcción del conocimiento. Son sistemas organizados de pensamiento que nos permiten representarnos mentalmente los objetos y acciones de nuestro mundo exterior y nos sirven de referencia para la adquisición de conocimientos y para guiar nuestra conducta.

- **VYGOTSKY Y EL APRENDIZAJE SOCIO CULTURAL**

La interacción y la dimensión social son las actividades fundamentales de toda educación. La inteligencia práctica permite la capacidad de hacer, las destrezas manuales de “la inteligencia reflexiva” es decir, la capacidad de construir representaciones y generalizaciones. El desarrollo de la inteligencia constituye un proceso cultural y social que es resultado de la educación. El profesor puede guiar; pero no sustituir la actividad mental que el alumno pone de, sí mismo. El aprendizaje es una construcción del conocimiento en el que intervienen activamente tanto el maestro como el alumno. Sostiene que el aprendizaje es una construcción en la que intervienen activamente tanto el docente como el estudiante; además, dice que las funciones psicológicas superiores, como el pensamiento, lenguaje, percepción y memoria, son productos de la evolución cultural, histórica de la humanidad. Requiere de medios instrumentales referidos al lenguaje y sociales surgidas de la actividad conjunta y cooperativa.

- **EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DE AUSUBEL**

El aprendizaje entendido como construcción de conocimientos es el resultado de la realización con su aprendizaje significativo, indica que la esencia del aprendizaje reside en que las ideas que se expresan de manera simbólica y son relacionadas de manera no arbitraria con lo que ya sabe o conoce. En esta teoría se afirma cuanto más activo sea el proceso, más significativos y útiles serán los conceptos asimilados.

Ausubel, dice que cuando en las clases se emplea con frecuencia materiales destinados a presentar información y los estudiantes relacionan la nueva información con lo que ya saben, se está dando aprendizaje por recepción significativa; es decir, el aprendizaje significativo es un proceso de construcción de conocimiento conceptual, procedimental y actitudinal, que se da en el sujeto e interacción con el medio. Dicha teoría ha recibido el nombre de aprendizaje significativo. La teoría sostiene que el aprendizaje significativo se da al relacionarse las nuevas ideas con las antiguas. Fundamenta su teoría en que el proceso de formación del pensamiento es producto de la organización sistemática de un fenómeno o estructura cognoscitiva.

El aprendizaje por recepción ocurre cuando el contenido principal de la tarea de aprendizaje se presenta al alumno en su forma final y él sólo tiene que incorporarlo relacionándolo activa y significativamente con los aspectos más relevantes de su estructura cognitiva.

### 2.3. DEFINICIÓN CONCEPTUAL DE TÉRMINOS

- **Derivadas sucesivas**

El proceso de derivación de funciones reales de variable real puede obviamente iterarse, obteniendo la segunda y sucesivas derivadas de una función. En este tema extendemos las reglas de derivación para que permita estudiar la existencia de las derivadas sucesivas de una función y, cuando sea posible, calcularlas.

- **Derivada sucesiva**

Sea  $f: A \rightarrow \mathbb{R}$  una función derivable en algún punto de  $A \cap A' \neq \emptyset$  y sea  $f': A_1 \rightarrow \mathbb{R}$  la función derivada de  $f$ . Entonces, para todo  $n \in \mathbb{N}$ , se verifica que  $f^{(n+1)} = (f')^{(n)}$ . Más concretamente, el conjunto  $A_{n+1}$ , de los puntos en los que  $f$  es  $n + 1$  veces derivable, coincide con el conjunto de los puntos en los que  $f'$  es  $n$  veces derivable y, cuando dicho conjunto no es vacío, se tiene  $f^{(n+1)}(x) = (f')^{(n)}(x)$  para todo  $x \in A_{n+1}$ .

- **Evaluación de funciones**

Si se tiene una función definida por una fórmula y se quiere determinar el valor de la función en un valor  $x$  del dominio de la función entonces se tiene que evaluar la fórmula que define la función en el número dado.

- **Evaluación de funciones**

Una relación matemática puede expresarse como un conjunto de pares ordenados  $(x, y)$ . Los elementos de estos pares ordenados satisfacen alguna condición matemática previamente establecida entre ellos.

- **Evaluación de funciones**

Cuando unos conjuntos de pares ordenados satisfacen la condición: "**a cada valor de x le corresponde un único valor de y**", se dice que esos conjuntos de pares ordenados representan a una **función** y cuando se tiene ese caso, "**y**" se representa como **f(x)**, esto es: **y = f(x)**. Por ejemplo, la relación que se expresa: **{(1, 2), (2, 4), (3, 6), (4, 8), ...}**, satisface la condición: "el valor de **y** es el doble del valor de **x**". Representa una función porque a cada valor de "**x**" le corresponde un solo valor de "**y**".

- **Valor numérico de funciones polinómicas**

Para calcular el valor numérico de la función polinómica, para un número real cualquiera, debe sustituirse el número dado por la variable y realizar las operaciones indicadas. El resultado, o sea el **valor numérico** es un número real.

- **Evaluación de funciones**

para los valores de  $x = 1, 2, 3$ , se tiene:  $y = f(x) = 2x$

El desarrollo:

$$f(1) = 2(1) = 2 \quad y = 2$$

$$f(2) = 2(2) = 4 \quad y = 4$$

$$f(3) = 2(3) = 6 \quad y = 6$$

- **Resolución de problemas**

La resolución de problemas es la fase que supone la conclusión de un proceso más amplio que tiene como pasos previos la identificación del problema y su modelado. Por problema se entiende un asunto del que se espera una solución que dista de ser obvia a partir del planteamiento inicial.

- **Función**

Sean A y B dos conjuntos; se dice que una relación de A en B es función si a cada elemento de A le corresponde un único elemento de B.

- **Función polinómica**

Se denomina función polinómica a toda función  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , tal que:

$$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 \quad \text{en donde } a_i \in \mathbb{R}. \text{ y } n \in \mathbb{N}$$

- **Aprendizaje**

Es un proceso cognitivo, que consiste en la adquisición de conocimientos, habilidades y destrezas, por consiguiente, promueve un cambio de conducta en los estudiantes.

- **Didáctica**

Es la disciplina científico-pedagógica que tiene como objeto de estudio los procesos y elementos existentes en la enseñanza y el aprendizaje.

Es, por tanto, la parte de la pedagogía que se ocupa de las técnicas y

métodos de enseñanza, destinados a plasmar en la realidad las pautas de las teorías pedagógicas.

- **Metodología**

Es el conjunto de procedimientos racionales utilizados para alcanzar una gama de objetivos que rigen una investigación científica.

- **Material didáctico**

El material didáctico es un instrumento que facilita la enseñanza-aprendizaje, se caracteriza por despertar el interés del estudiante adaptándose a sus características, por facilitar la labor docente y, por ser sencillo, consistente y adecuado a los contenidos.

## CAPÍTULO III

### METODOLOGÍA

#### 3.1. TIPO DE INVESTIGACIÓN

El tipo de investigación es explicativa (Paragua, 2008) porque se manipula las variables con la finalidad de obtener un resultado esperado en las unidades de análisis.

#### 3.2. DISEÑO Y ESQUEMA DE INVESTIGACIÓN

El diseño de la investigación a desarrollarse es cuasi experimental Paragua (2012), Hernández (2010), con grupo de experimento y grupo de control, el esquema de investigación es el siguiente:

GE: O1-----x-----O2-----x-----O3

GC: O1-----x-----O2-----x-----O3

Leyenda:

GE = Grupo experimental

GC = Grupo de control

X = Variable Independiente

O1, O2 y O3 = Observaciones.

### 3.3. POBLACIÓN Y MUESTRA

#### 3.3.1. POBLACIÓN

La población está constituida por todos los estudiantes matriculados en la Institución Educativa José Antonio Encinas Franco – 2017, tal como se muestra en la siguiente tabla:

Tabla N° 01. Población de estudiantes de la Institución Educativa José Antonio Encinas Franco – 2017

GRADO	SECCIÓN	N° ESTUDIANTES
PRIMERO	A	15
PRIMERO	B	18
PRIMERO	C	14
SEGUNDO	A	17
SEGUNDO	B	18
TERCERO	A	18
TERCERO	B	16
CUARTO	A	19
CUARTO	B	20
QUINTO	A	20
QUINTO	B	21
TOTAL		196

Fuente: Nomina de matrícula 2017

Elaboración: El investigador

#### 3.3.2. MUESTRA

La muestra es no aleatoria, porque se ha tomado a los estudiantes del quinto grado de educación secundaria sección “A” para el grupo experimental y la sección “B” para el grupo control de la Institución Educativa José Antonio Encinas Franco de Rondos – 2017

. Su composición se presenta en la siguiente tabla:

Tabla N° 02. Muestra de estudiantes del Quinto Año de la Institución Educativa José Antonio Encinas Franco – 2017

Grado	Sección	Grupo	N° Estudiantes
Quinto	A	Experimental	20
Quinto	B	De Control	21
Total			41

Fuente: Nomina de matrícula 2017

Elaboración: El investigador

### **3.4. INSTRUMENTO DE RECOLECCIÓN DE DATOS**

Para recolectar datos se usó la prueba evaluativa, el mismo que se validó por menor variabilidad. Las pruebas se denominaron prueba inicial (PI), prueba de proceso (PP) y prueba final (PF), cada prueba estaba estructurada con 10 preguntas con un valor de dos puntos por pregunta haciendo un total de 20 puntos, por lo que se usó la escala [00 - 20]; que es una escala muy conocida, todo el sistema educativo peruano lo ha asumido para informar el nivel de rendimiento académico de los estudiantes en los diferentes niveles.

### **3.5. TÉCNICA DE PROCESAMIENTO Y PRESENTACIÓN DE DATOS**

Para procesar los datos se usó el Excel, con el que se halló los estadígrafos de la estadística descriptiva, los mismos que permitieron analizar e interpretar las medidas de tendencia central y las de dispersión, con la finalidad de entender el comportamiento de las unidades de análisis respecto al problema en estudio.

En la prueba de hipótesis se aplicó la estadística inferencial.

Los datos procesados fueron presentados en distribuciones de frecuencias, diseñados según la necesidad de explicitar la variable en estudio por parte del investigador. Además, para ayudar al entendimiento del público lector se usó como gráfico base de presentación de polígono de frecuencias, además, se usó la campana de Gauss en la prueba de hipótesis.

## CAPÍTULO IV

### RESULTADOS

Es estudio hecho es de tipo explicativo, Hernández (2010), Paragua (2014), y diseño cuasi experimental, Paragua (2014), los resultados se recogieron con las pruebas evaluativas: inicial (PI), proceso (PP) y final (PF); los mismos que se validaron por menor variabilidad, Paragua (2012), (Anexo N° 03), los mismos que estaban diseñados para la escala de calificación vigesimal: [00; 20], dividido en clases iguales con un mínimo de cinco y un máximo de quince clases, para una calificación cualitativa, **Pérez (2000)**, y es la siguiente:

[00; 04)	Pésimo
[04; 08)	Malo
[08; 12)	Regular
[12; 16)	Bueno
[16; 20]	Muy bueno

El análisis descriptivo realizado y la prueba de hipótesis hecha, estaban en el marco de la escala que antecede. También es preciso indicar que el trabajo de campo fue hecho con los estudiantes del quinto año de la Institución Educativa José Antonio Encinas Franco de Rondos.

### 3.6. ANÁLISIS DESCRIPTIVO DE RESULTADOS DEL G. E.

Tabla N° 03. Nivel de saberes previos sobre Evaluación de funciones polinómicas en los estudiantes de la Institución Educativa José Antonio Encinas Franco de Rondos – 2017.  
G. E.

ESTADÍSTICOS	VALORES
Media	10,70
Mediana	10,50
Moda	10,00
Desviación estándar	2,74
Varianza de la muestra	7,48
Coficiente de asimetría	-0,11
Rango	11,00
Mínimo	5,00
n	20,00

Fuente: Prueba de entrada (PE) <sup>29</sup>  
Diseño: El investigador

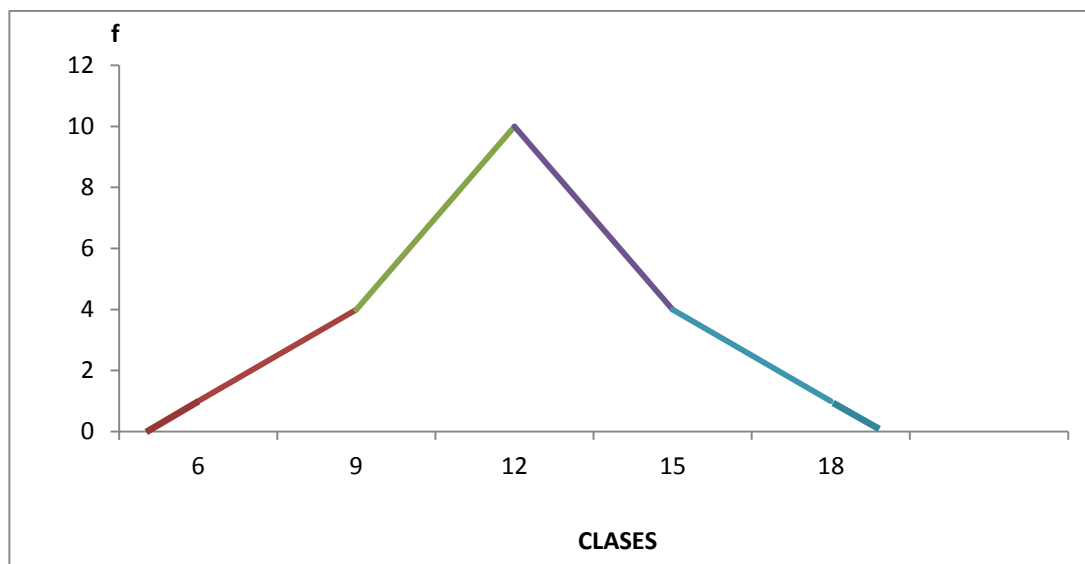
En la tabla que antecede se observa que los valores de las medidas de tendencia central se ubicaban en la clase *Regular* de la escala; es decir, de todos los temas prerequisite que deberían saber los estudiantes, solo los tenían la mitad, por lo que se tomó la decisión de retroalimentarlos sobre evaluación de funciones para valores numéricos y polinomiales, además, sobre potenciación a la  $n$  de binomios y trinomios.

Las medidas de dispersión con Rango = 11 ocupaban más de la mitad de la escala de calificación, es por ello que la Desviación estándar = 2,74 indicaba una importante dispersión individual, y también grupal, indicada por la varianza de la muestra = 7,48.

Sin embargo, el coeficiente de asimetría = -0,11 es negativo, ello quiere decir que la distribución de los saberes previos de las unidades de análisis entre el valor Mínimo = 5 y Máximo = 16, tenían una fuerte tendencia hacia el valor

máximo, indicando claramente las ganas de aprender temas novedosos por parte de los estudiantes.

Gráfico N° 01. Nivel de saberes previos sobre Evaluación de funciones polinómicas en los estudiantes de la Institución Educativa José Antonio Encinas Franco de Rondos – 2017. G. E.



Fuente: Prueba de entrada (PE)  
Diseño: El investigador

En el gráfico de polígono de frecuencias que antecede, en el eje x van las clases para los datos obtenidos a partir del trabajo de campo, en este caso para la prueba de entrada, y los valores que figuran como marcas de clase, son los extremos superiores de cada clase, y es notorio que el ancho de clase es tres, para este caso, porque la ciencia estadística dice que el ancho de clase está en función a los valores extremos de los datos obtenido en cada observación. Pérez (2000), en base a lo dicho, los valores que incluye las barras de izquierda hacia la derecha son los siguientes: 4, 5, 6; 7, 8, 9; 10, 11, 12; 13, 14, 15; 16, 17, 18, respectivamente; además, está claro que el valor extremo superior se cuenta en la misma clase, o sea, la nomenclatura es la siguiente:  $(x_i - x_s]$ .

En ese sentido, el polígono de frecuencias a simple vista, representa una distribución normal, el mayor apuntamiento sobre la clase con extremo superior 12, con una ligera tendencia hacia la derecha, por lo que configura una asimetría negativa.

### CONTRASTE DEL PRIMER OBJETIVO

El nivel de saberes previos sobre evaluación de funciones polinómicas era *Regular*, en la escala de calificaciones, con Media = 10,70; por lo tanto, eran insuficientes para desarrollar y lograr un adecuado aprendizaje de evaluación de funciones en las unidades de aprendizaje.

Tabla N° 04. Nivel de aprendizaje de evaluación de funciones polinómicas durante la aplicación de derivada sucesivas en los estudiantes de la Institución Educativa José Antonio Encinas Franco de Rondos – 2017. G. E.

ESTADÍSTICOS	VALORES
Media	11,80
Mediana	12,00
Moda	8,00
Desviación estándar	2,91
Varianza de la muestra	8,48
Coefficiente de asimetría	-0,29
Rango	11,00
Mínimo	6,00
Máximo	17,00
n	20,00

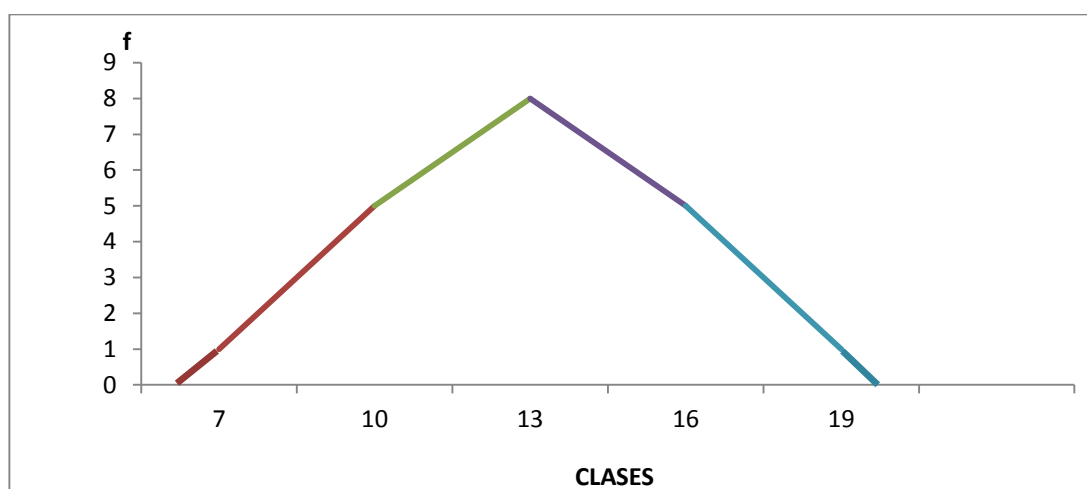
Fuente: Prueba de proceso (PP)  
Diseño: El investigador

En la tabla N° 04, se observa que los valores de las medidas de tendencia central seguían ubicados en la clase *Regular* de la escala; pero próximos a pasar a la clase siguiente; durante la aplicación de las derivadas sucesivas en la evaluación de funciones para valores numéricos y polinomiales.

Las medidas de dispersión con Rango = 11, había cambiado de valores extremos, pero seguían ocupando más de la mitad de la escala de calificación, es por ello que la Desviación estándar = 2,91 indicaba una importante dispersión individual, y también grupal, indicada por la Varianza de la muestra = 8,48. El aumento en la dispersión es porque los estudiantes con la aplicación del nuevo estilo de aprendizaje, tienen diferentes niveles de aprendizaje como de motivación.

El Coeficiente de asimetría = -0,29 sigue siendo negativo, ello quiere decir que el nivel de aprendizaje de la evaluación de funciones durante la aplicación de las derivadas sucesivas, de las unidades de análisis que se ubican entre el valor Mínimo = 6 y Máximo = 17, tenían una fuerte tendencia hacia la siguiente clase, y ello estaba provocando diferentes niveles de aprendizaje, es por ello que la dispersión aumenta en los estudiantes del quinto año de secundaria de la Institución Educativa José Antonio Encinas Franco de Rondos.

Gráfico N° 02. Nivel de aprendizaje de evaluación de funciones polinómicas durante la aplicación de derivada sucesivas en los estudiantes de la Institución Educativa José Antonio Encinas Franco de Rondos – 2017. G. E.



Fuente: Prueba de proceso (PP)  
Diseño: El investigador

En el gráfico N° 02, el ancho de clase es tres, con las mismas características que el caso anterior. Pérez (2000); en ese sentido, los valores que incluye las barras de izquierda hacia la derecha son los siguientes: 5, 6, 7; 8, 9, 10; 11, 12, 13; 14, 15, 16; 17, 18, 19; respectivamente; además, en este caso y los demás, el valor extremo superior se cuenta en la misma clase, o sea, la nomenclatura es la siguiente:  $(x_i - x_s]$ .

También en este caso el histograma, a simple vista, representa una distribución normal, con el mayor apuntamiento sobre la clase de extremo superior 13, con una ligera tendencia hacia la derecha, por lo que configura una asimetría negativa.

## CONTRASTE DEL SEGUNDO OBJETIVO

El nivel de aprendizaje de evaluación de funciones polinómicas durante la aplicación de las derivadas sucesivas, estaban en la clase *Regular* con Media = 11,80 en la escala de calificaciones, con una fuerte tendencia hacia la clase Bueno.

Tabla N° 05. Nivel de aprendizaje de evaluación de funciones polinómicas al finalizar la aplicación de derivadas sucesivas en los estudiantes de la Institución Educativa José Antonio Encinas Franco de Rondos – 2017. G. E.

ESTADÍGRAFOS	VALORES
Media	14,40
Mediana	14,00
Moda	13,00
Desviación estándar	2,16
Varianza de la muestra	4,67
Coefficiente de asimetría	-0,23
Rango	10,00
Mínimo	9,00
Máximo	19,00
n	20,00

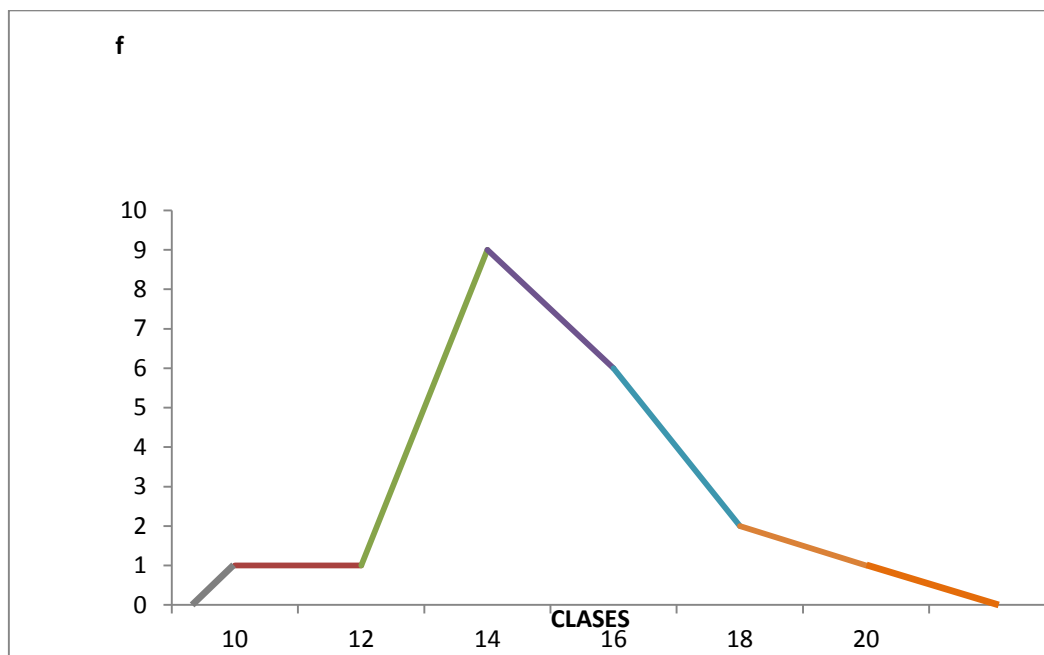
Fuente: Prueba final (PF)  
Diseño: El investigador

En la tabla N° 05, se observa que los valores de las medidas de tendencia central se ubicaron en la clase *Bueno* de la escala de calificación al finalizar la aplicación de las derivadas sucesivas en la evaluación de funciones para valores numéricos y polinomiales.

Las medidas de dispersión con Rango = 10, había cambiado de valores extremos; la disminución, indicaba mayor nivel de aprendizaje y mayor homogenización de dichos aprendizajes individuales en los estudiantes del quinto año de secundaria de la Institución Educativa José Antonio Encinas Franco de Rondos, corroborado por la Desviación estándar = 2,16 mucho menor que las dos anteriores, coherente con ello la dispersión grupal, indicada por la Varianza de la muestra = 4,67. La homogenización del nivel de aprendizaje de evaluación de funciones polinómicas e indica que la aplicación de derivadas sucesivas es efectiva.

El Coeficiente de asimetría = -0,23 se mantuvo negativo hasta el final, ello indica que el nivel de aprendizaje de la evaluación de funciones al finalizar la aplicación de las derivadas sucesivas, de las unidades de análisis, se ubican entre el valor Mínimo = 9 y Máximo = 19, con una ligera tendencia hacia la clase *muy bueno*, en los estudiantes del quinto año de secundaria de la Institución Educativa José Antonio Encinas Franco de Rondos.

Gráfico N° 03. Nivel de aprendizaje de evaluación de funciones polinómicas al finalizar la aplicación de derivadas sucesivas en los estudiantes de la Institución Educativa José Antonio Encinas Franco de Rondos – 2017. G. E.



Fuente: Prueba de salida (PS)  
Diseño: El investigador

El polígono de frecuencias que antecede está construido con dos unidades de ancho para cada clase, con las mismas características que los dos casos anteriores. Pérez (2000); en tal sentido, los valores que incluye las barras de izquierda hacia la derecha son los siguientes: 9, 10; 11, 12; 13, 14; 15, 16; 17, 18; 19, 20; respectivamente; además, se enfatiza que en este caso y los dos anteriores, el número que se observa en el eje x es el valor extremo superior de cada clase y se le cuenta en la misma clase, o sea, la nomenclatura es la siguiente:  $(x_i - x_s]$ .

El mayor apuntamiento está sobre la clase de extremo superior 14, de allí y hacia la derecha se encuentran ubicadas la mayoría de las unidades de análisis; es decir, se ha logrado que el nivel de aprendizaje de evaluación de funciones de los estudiantes de la Institución Educativa José Antonio Encinas Franco de Rondos con la aplicación de derivadas sucesivas sean *Buenas* en la escala de calificación, con una ligera tendencia hacia la derecha, por lo que configura una asimetría negativa.

### **CONTRASTE DEL TERCER OBJETIVO**

El nivel de aprendizaje de evaluación de funciones polinómicas al finalizar la aplicación de las derivadas sucesivas, se ubicaron en la escala de calificación como *Buena* con media = 14,40.

### **CONTRASTE DEL CUARTO OBJETIVO**

La aplicación de derivadas sucesivas mejora los niveles de aprendizaje de evaluación de funciones polinómicas en 3,70 puntos en promedio, de los estudiantes de la Institución Educativa José Antonio Encinas Franco de Rondos, al finalizar la investigación.

### 3.7. ANÁLISIS DESCRIPTIVO DE RESULTADOS DEL G. C.

Tabla N° 06. Nivel de saberes previos sobre Evaluación de funciones polinómicas en los estudiantes de la Institución Educativa José Antonio Encinas Franco de Rondos – 2017. G. C.

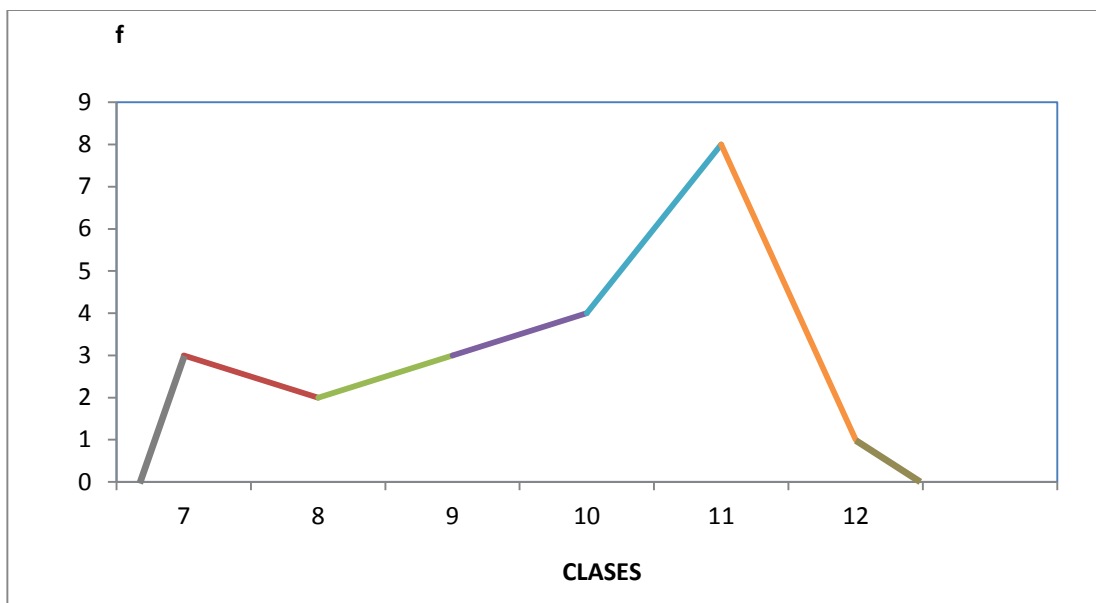
<b>ESTADÍSTICOS</b>	<b>VALORES</b>
Media	9,71
Mediana	10,00
Moda	11,00
Desviación estándar	1,55
Varianza de la muestra	2,41
Coefficiente de asimetría	-0,62
Rango	5,00
Mínimo	7,00
Máximo	12,00
n	21,00

Fuente: Prueba de entrada (PE)  
Diseño: El investigador

La media igual a 9,71 para el grupo de control muestra similar nivel de saberes previos que el grupo experimental; es decir, al inicio ambos grupos muestran falencias de saberes previos sobre valores numéricos de funciones para valores polinómicas en aproximadamente 50%. Por este motivo, al GE se les retroalimentó, en tanto, que el GC no tuvieron ese beneficio.

El rango igual a cinco indica una baja dispersión, corroborado por la desviación estándar igual a 1,55, es debido a ello que el coeficiente de asimetría es negativo.

Gráfico N° 04. Nivel de saberes previos sobre Evaluación de funciones polinómicas en los estudiantes de la I. E. José Antonio Encinas Franco de Rondos 2017. G. C.



Fuente: Prueba de entrada (PE)  
Diseño: El investigador

El gráfico para el GC muestra que el mayor apuntamiento está con una tendencia hacia la derecha; es decir, la mayoría de las unidades de análisis habían obtenido calificaciones cercanas al dato máximo, que era doce.

Tabla N° 07. Nivel de aprendizaje de evaluación de funciones polinómicas durante la aplicación de derivada sucesivas en los estudiantes de la Institución Educativa José Antonio Encinas Franco de Rondos – 2017. G.C.

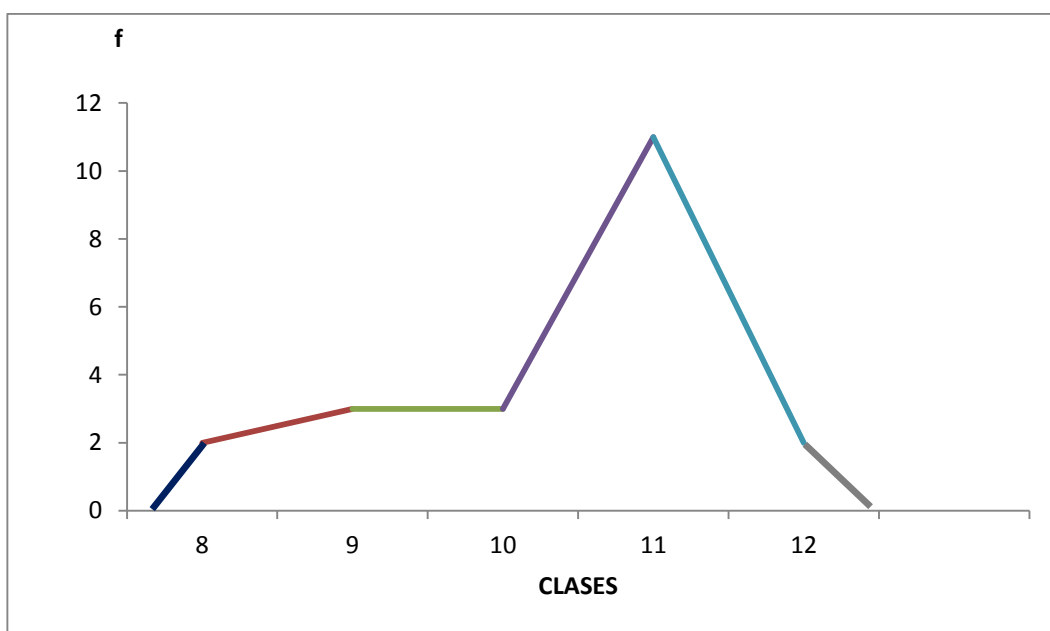
ESTADÍSTGRAFOS	VALORES
Media	10,38
Mediana	11,00
Moda	11,00
Desviación estándar	1,16
Varianza de la muestra	1,35
Coficiente de asimetría	-0,85
Rango	4,00
Mínimo	8,00
Máximo	12,00
n	21,00

Fuente: Prueba de proceso (PP)  
Diseño: El investigador

Durante el proceso el GC muestra una media igual a 10,38 evidenciando una mejora; es probable que haya alguna otra investigación o las unidades de análisis están respondiendo mejor a la clase de evaluación de funciones para valores polinómicas.

El rango igual a cuatro indica una muy baja dispersión, corroborado por la desviación estándar igual a 1,16 y el coeficiente de asimetría sigue siendo negativo.

Gráfico N° 05. Nivel de aprendizaje de evaluación de funciones polinómicas durante la aplicación de derivada sucesivas en los estudiantes de la Institución Educativa José Antonio Encinas Franco de Rondos – 2017. G.C.



Fuente: Prueba de proceso (PE)  
Diseño: El investigador

El gráfico para el GC sigue mostrando que el mayor apuntamiento está con una mejor tendencia hacia la derecha; esta vez también, la mayoría de las unidades de análisis han obtenido calificaciones cercanas al dato máximo, que seguía siendo doce.

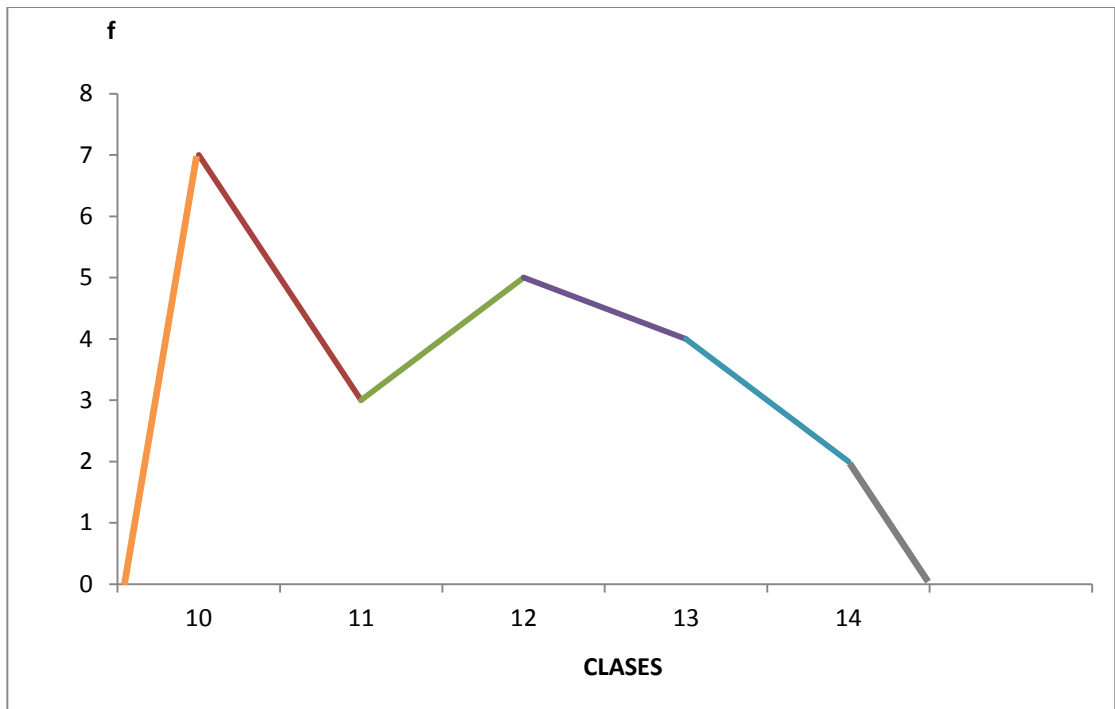
Tabla N° 08. Nivel de aprendizaje de evaluación de funciones polinómicas al finalizar la aplicación de derivadas sucesivas en los estudiantes de la Institución Educativa José Antonio Encinas Franco de Rondos – 2017. G. C.

<b>ESTADÍGRAFOS</b>	<b>VALORES</b>
Media	11,57
Mediana	12,00
Moda	10,00
Desviación estándar	1,40
Varianza de la muestra	1,96
Coefficiente de asimetría	0,26
Rango	4,00
Mínimo	10,00
Máximo	14,00
n	21,00

Fuente: Prueba de salida  
Diseño: El investigador

Al final del estudio el GC muestra una media igual a 11,57; es decir, evidenciando mostrando una mejora; los estadígrafos indican un movimiento en conjunto hacia la derecha, el intervalo mínimo-máximo es [10 - 14]; sin embargo, ese movimiento produce una heterogeneidad en el nivel de aprendizaje de evaluación de funciones para valores polinómicas, indicado por el coeficiente de asimetría que es positivo (0.26), y la desviación estándar igual a 1,40 lo confirma.

Gráfico N° 06. Nivel de aprendizaje de evaluación de funciones polinómicas al finalizar la aplicación de derivadas sucesivas en los estudiantes de la Institución Educativa José Antonio Encinas Franco de Rondos – 2017. G. C.



Fuente: Prueba de salida (PS)  
Diseño: El investigador

En el gráfico se puede observar una fuerte tendencia hacia el dato mínimo igual a diez; es decir, es evidente que ha mejorado en los niveles de aprendizaje por haber aumentado en el dato máximo igual a catorce; pero, ese fenómeno ha producido una alta dispersión.

### 3.8. PRUEBA DE HIPÓTESIS

#### 3.8.1. DATOS PARA LA PRUEBA DE HIPÓTESIS

$$\mu_e = 14,40$$

$$\mu_c = 11,57$$

$$(\delta_e)^2 = 4,67$$

$$(\delta_c)^2 = 1,96$$

$$n_e = 20$$

$$n_c = 21$$

95% de confiabilidad

E = 5% como nivel de significancia, con una sola cola, entonces  $\frac{\alpha}{2}$

t = 2,02 para 95% de confiabilidad.

#### 3.8.2. FORMULACIÓN DE HIPÓTESIS

$$H_0: \mu_E \leq \mu_C$$

$$H_A: \mu_E > \mu_C$$

**Ho:** La aplicación de derivadas sucesivas no mejora el aprendizaje de Evaluación de funciones polinómicas en los estudiantes de la Institución Educativa José Antonio Encinas Franco de Rondos – 2017.

**Ha:** La aplicación de derivadas sucesivas mejora el aprendizaje de Evaluación de funciones polinómicas en los estudiantes de la Institución Educativa José Antonio Encinas Franco de Rondos – 2017.

### 3.8.3. DETERMINACIÓN DE LA PRUEBA

La hipótesis alterna indica que la prueba es unilateral de cola a la derecha, porque se trata de verificar sólo una probabilidad.

### 3.8.4. DETERMINACIÓN DEL NIVEL DE SIGNIFICANCIA DE LA PRUEBA

Se asume un nivel de significancia de 5% y un nivel de confiabilidad del 95%.

### 3.8.5. DETERMINACIÓN DE LA DISTRIBUCIÓN MUESTRAL

La distribución muestral adecuada al estudio es la distribución de diferencia de medias, se emplea la distribución T de Student, por ser  $n < 30$ .

### 3.8.6. CÁLCULO DE LA T DE PRUEBA

La t crítica para 39 grados de libertad es:  $t = 2,02$

Fórmula: 
$$T = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}}$$

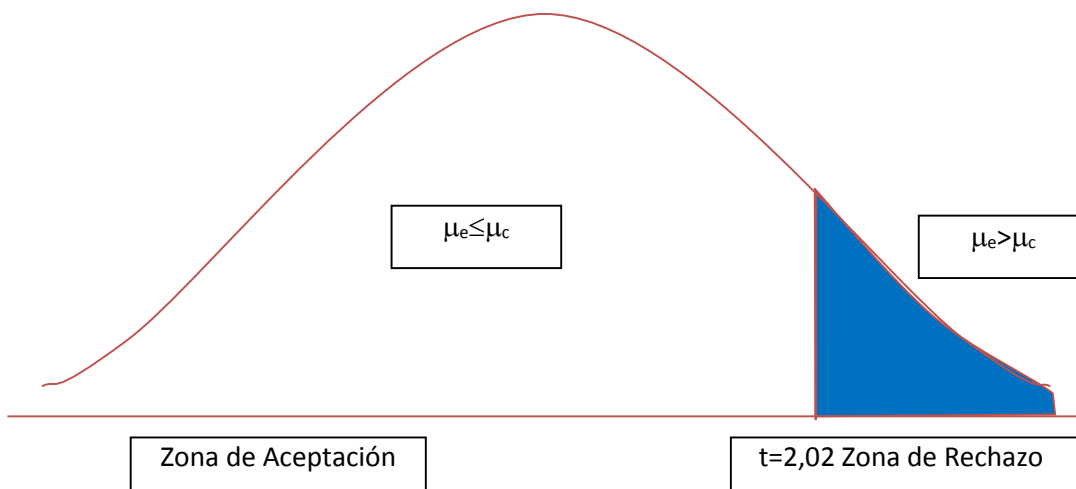
Reemplazando los datos en la fórmula:

$$T = \frac{14,40 - 11,57}{\sqrt{\frac{(20 - 1)(4,67) + (21 - 1)(1,96)}{20 + 21 - 2} \left( \frac{1}{20} + \frac{1}{21} \right)}}$$

Efectuando las operaciones indicadas, el valor de la T de prueba es:  $T = 5,00$

### 3.8.7. GRÁFICO

Gráfico N° 07: Prueba de hipótesis. Zona de rechazo y de aceptación



Fuente: Prueba de hipótesis de diferencia de dos medias  
Diseño: Los investigadores

### 3.8.8. CONTRASTE DEL OBJETIVO GENERAL O HIPÓTESIS GENERAL

El valor T de prueba ( $T = 5,00$ ) en el gráfico, se ubica a la derecha de la t crítica para 95% de confiabilidad ( $t = 2,02$ ); que es la zona de rechazo, en consecuencia, se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alterna; es decir, se tiene indicios suficientes que prueban que el nivel de aprendizaje de evaluación de funciones polinómicas con la aplicación de derivadas sucesivas mejora en los estudiantes de la Institución Educativa José Antonio Encinas Franco de Rondos – 2017.

#### 4. DISCUSIÓN DE RESULTADOS

El estudio de las funciones apasiona a los matemáticos, docentes de matemática y estudiantes; las matemáticas superiores basan su explicación sobre la realidad en base al estudio de funciones, ya sea a través de las derivadas, integrales, o a través de modelos matemáticos.

En ese sentido hay muchas investigaciones proponiendo el uso de diferentes métodos o estilos de aprendizaje para mejorar el entendimiento de los estudiantes sobre funciones; las tareas esenciales es la interpretación y la construcción de las funciones.

En el estudio, se propone el tema de evaluación de funciones para polinomios a través de las derivadas sucesivas, debido a que, por la metodología del reemplazo a la variable de la función por el valor a evaluarse es un tanto complicado cuando aumentan el número de términos o aumenta el grado del polinomio.

Se debe entender que el estudiante ha interpretado la realidad cuando lo entiende o lo ha internalizado a través de una gráfica y lo explica mediante la pendiente, por ejemplo; además, hay otros puntos, como: máximos, mínimos, puntos de inflexión, que, junto a otras características como la concavidad y otros, permiten una mejor interpretación de la realidad (Arrieta & Díaz, 2015).

El estudio estaba centrado en la evaluación de funciones para valores numéricos, luego se enfatizó para valores polinómicos; era preciso determinar el nivel de saberes previos sobre evaluación de funciones que tenían las unidades de análisis (Benítez, 2010). dicha evaluación mostró que estaban en promedio, ubicados en la clase *regular*, sobre la escala de calificaciones, con Media = 10,70; y ello era insuficiente para desarrollar y lograr un adecuado aprendizaje de evaluación de funciones.

Era necesario una retroalimentación sobre los temas faltantes, luego de ello se les aplicó las derivadas sucesivas para la evaluación de funciones para valores polinómicas, dicha aplicación fue de manera constructiva, con la estrategia de derivadas sucesivas (Castillo, 2008), es por ello que en la evaluación de proceso arrojaron una Media = 11,80 sobre la escala de calificaciones; es decir, seguían en la clase *regular*, con una mejora de diez centésimos en promedio.

Se mejoró el nivel de los ejercicios alcanzándose mayor fluidez en el desarrollo de cada uno de ellos por parte de las unidades de análisis; la evaluación final mostró una Media = 14,40 pasando a ser *buena* y con una ligera tendencia hacia la clase *muy buena* en la escala de calificaciones.

Se hizo la comparación cruzada entre las evaluaciones finales del grupo experimental y el grupo de control sobre la aplicación de derivadas sucesivas en la evaluación de funciones para valores polinómicas; la diferencia hallada

fue de 3,70 puntos en promedio en favor de las unidades de análisis experimentales.

El valor T de prueba cuyo valor es cinco, se ubica a la derecha de la t crítica para 95% de confiabilidad cuyo valor es 2,02; por lo que se rechaza la hipótesis nula, aceptándose la hipótesis alterna; por que se estaba probando que el nivel de aprendizaje de evaluación de funciones para valores polinómicas con la aplicación de derivadas sucesivas estaba mejorando en los estudiantes de la Institución Educativa José Antonio Encinas Franco de Rondos.

## CONCLUSIONES

- El nivel de saberes previos sobre evaluación de funciones para valores polinómicas era *regular* sobre la escala de calificaciones, con Media = 10,70; por lo tanto, eran insuficientes para desarrollar y lograr un adecuado aprendizaje de evaluación de funciones en las unidades de aprendizaje.
- El nivel de aprendizaje de evaluación de funciones para valores polinómicas durante la aplicación de las derivadas sucesivas, estaban en la clase *Regular* con Media = 11,80 en la escala de calificaciones, con una fuerte tendencia hacia la clase Bueno.
- El nivel de aprendizaje de evaluación de funciones para valores polinómicas al finalizar la aplicación de las derivadas sucesivas, se ubicaron en la escala de calificación como *Buena* con Media = 14,40.
- La aplicación de derivadas sucesivas mejora los niveles de aprendizaje de evaluación de funciones polinómicas en 3,70 puntos en promedio, de los estudiantes de la Institución Educativa José Antonio Encinas Franco de Rondos, al finalizar la investigación.
- El valor T de prueba ( $T = 5,00$ ) en el gráfico, se ubica a la derecha de la t crítica para 95% de confiabilidad ( $t = 2,02$ ); que es la zona de rechazo, en consecuencia, se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alterna; por tener indicios suficientes que probaban que el nivel de aprendizaje de evaluación de funciones para valores polinómicas con la aplicación de derivadas sucesivas mejoran, en los estudiantes de la Institución Educativa José Antonio Encinas Franco de Rondos – 2017.

## SUGERENCIAS

- Se sugiere a los docentes, aplicar la prueba de entrada para diagnosticar el nivel de saberes previos sobre evaluación de funciones para valores polinómicas, tienen las unidades de análisis para tomar la decisión de retroalimentarlos sobre temas faltantes.
- Se sugiere a los docentes, aplicar la prueba de proceso para para saber si el nivel de aprendizaje de evaluación de funciones para valores polinómicas, está mejorando durante la aplicación de derivadas sucesivas; en caso contrario hacer las correcciones del caso.
- Se sugiere a los docentes, aplicar la prueba final sobre evaluación de funciones para valores polinómicas, les permitirá conocer el nivel de aprendizaje hasta ese instante.
- Se sugiere a los docentes la comparación de resultados inicial con la final de las unidades de análisis del GE con el GC, la que permitirá conocer el nivel de aprendizaje de mejora.
- Se sugiere la comparación cruzada de los resultados finales del GC, con los del GE, para establecer la efectividad de la aplicación metodológica.

## 5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aguirre, J., (2006). Tesis: Aplicación de materiales didácticos para el aprendizaje de cuadriláteros en los alumnos del cuarto grado de educación secundaria del C.N.A UNHEVAL. Huánuco. Perú.
- Arrieta, J. & Díaz, L. (2015). Una perspectiva de la modelación desde la Socioepistemología. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa, 18(1), 19-48.
- Benítez, A. A. (2010). Estudio numérico de la gráfica para construir su expresión algebraica. El caso de los polinomios de grado 2 y 3. Revista Educ. mat vol. 22 no 1. Recuperado de: [http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1665-58262010000100002](http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-58262010000100002)
- Berrosipi B., L. A., y otros. (2003). Tesis: La Taptana numérica y el Aprendizaje de la Adición y Sustracción con los números enteros en los alumnos del Primer año de educación secundaria del colegio Nacional de Aplicación UNHEVAL – 2002. UNHEVAL. Huánuco. Perú.
- Castillo; S. (2008). Propuesta pedagógica basada en el constructivismo para el uso óptimo de las TIC en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. Relime vol. 11 N° 2. Recuperado de: [http://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S1665-24362008000200002%20&script=sci\\_arttext](http://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S1665-24362008000200002%20&script=sci_arttext)
- Celestino, A., y otros (2012). Tesis: La aplicación del ludotrix y el desarrollo de capacidades en el área de matemática en los alumnos del tercer año de educación secundaria del C.N.A UNHEVAL -Huánuco -2012. UNHEVAL. Huánuco. Perú.
- De Guzmán, M. (1994). *Para pensar mejor: desarrollo de la creatividad a través de los procesos matemáticos*. Pirámide.

- Enrique, P., Lazarte, J. y Solórzano, S. (2014). El Lúdico “carrera hacia la meta” y el aprendizaje de la adición y sustracción con números enteros en los alumnos del C.N. “César Vallejo” – Amarilis – 2014. UNHEVAL. Huánuco. Perú.
- Hernández, R. y Otros. (2010). Metodología de la Investigación. Editorial Mc. Graw Hill. 5º Edición. México.
- Mazgo, R., y otros. (2006). Tesis: Uso del triángulo de la enseñanza – aprendizaje para la adición de los primeros “N” números enteros positivos de los alumnos del 4º de educación secundaria de la institución educativa “El Amauta” José Carlos Mariátegui – Amarilis, Huánuco 2006. UNHEVAL. Huánuco. Perú.
- Paragua, M. y Otros. (2014). El método gráfico y el aprendizaje del dominio y rango de funciones en alumnos de la carrera profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL-2014. Huánuco. Perú.
- Paragua, M. y Otros. (2016). Los cuatro pasos para determinar  $f'(x)$  y el aprendizaje del cálculo de la derivada en alumnos de la carrera profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL-2016. Huánuco. Perú.
- Paragua, M. (2012). Investigación científica aplicada a la educación ambiental con análisis estadístico. Sociedad Geográfica de Lima. Primera edición. Lima. Perú.
- Paragua, M. y Otros. (2015). El criterio de la primera y segunda derivada y el aprendizaje de la gráfica de funciones en alumnos de la carrera profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL-2015. Huánuco. Perú.
- Paragua, M. (2008). Investigación Educativa. Primera Edición. JTP Editores. E.I.R.L. Huánuco. Perú.

Pólya, G. (1945). *Cómo plantear y resolver problemas*. Universidad de Princeton.

## BIBLIOGRAFÍA

- Peña, E. (2000). Tesis: El aprendizaje de la matemática con la técnica de rompecabezas en los alumnos de primer grado de Colegio Nacional de Aplicación UNHEVAL. Huánuco. Perú.
- Garay, G., y otros. (2000). Tesis: La dinámica grupal en el aprendizaje de la matemática en el tercer grado de educación secundaria en el Colegio Nacional "José Carlos Mariátegui" El Amauta Amarillis – 2000. UNHEVAL. Huánuco. Perú.
- MINEDU (2013). Rutas de Aprendizaje. Lima. Perú.
- De Guzmán, M. (1996). Diseño de un modelo de situaciones de problemas en la enseñanza de las matemáticas. Editorial Popular, S.A. Madrid.
- MINEDU. (2002). Manual para el docente. Lima. Perú.
- Sánchez, C. (1992). Metodología y Diseños en la Investigación Científica. Lima. Perú.
- Leithold, L. (1980). El Cálculo con Geometría analítica. Séptima Edición. Pepperdine University.

# ANEXOS

## ANEXO N° 01

## MATRIZ DE CONSISTENCIA

Título: Derivadas sucesivas y el aprendizaje de Evaluación de funciones polinómicas en los estudiantes de la Institución Educativa José Antonio Encinas Franco de Rondos – 2017

PROBLEMA	OBJETIVO	HIPÓTESIS	METODOLOGÍA
<p><b>Problema General:</b> Las derivadas sucesivas y el aprendizaje de Evaluación de funciones polinómicas en los estudiantes de la Institución Educativa José Antonio Encinas Franco de Rondos – 2017</p> <p><b>Problemas Específicos:</b></p> <p>3. ¿Cuál es el nivel de saberes previos sobre Evaluación de funciones polinómicas en los estudiantes de la Institución Educativa José Antonio Encinas Franco de Rondos – 2017?</p> <p>4. ¿Cuál es el nivel de aprendizaje de evaluación de funciones polinómicas durante la aplicación de derivadas sucesivas en los estudiantes de la Institución Educativa José Antonio Encinas Franco de Rondos – 2017?</p> <p>5. ¿Cuál es el nivel de aprendizaje de evaluación de funciones polinómicas al finalizar la aplicación de derivada sucesivas en los estudiantes de la Institución Educativa José Antonio Encinas Franco de Rondos – 2017?</p> <p>6. ¿Cuál es el nivel de aprendizaje de evaluación de funciones polinómicas antes y después de la aplicación de derivadas sucesivas en los estudiantes de la Institución Educativa José Antonio Encinas Franco de Rondos – 2017?</p> <p>7. ¿Cuál es el nivel de aprendizaje de evaluación de funciones polinómicas con y sin de la aplicación de derivadas sucesivas en los estudiantes de la Institución Educativa José Antonio Encinas Franco de Rondos – 2017?</p>	<p><b>Objetivo General</b> Probar que la aplicación de Derivadas sucesivas mejorará el aprendizaje de Evaluación de funciones polinómicas en los estudiantes de la Institución Educativa José Antonio Encinas Franco de Rondos – 2017.</p> <p><b>Objetivos Específicos:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Determinar el nivel de saberes previos sobre Evaluación de funciones polinómicas en los estudiantes de la Institución Educativa José Antonio Encinas Franco de Rondos – 2017.</li> <li>• Determinar el nivel de aprendizaje de evaluación de funciones polinómicas durante la aplicación de derivadas sucesivas en los estudiantes de la Institución Educativa José Antonio Encinas Franco de Rondos – 2017.</li> <li>• Determinar el nivel de aprendizaje de evaluación de funciones polinómicas al finalizar la aplicación de derivadas sucesivas en los estudiantes de la Institución Educativa José Antonio Encinas Franco de Rondos – 2017.</li> <li>• Comparar y analizar el nivel de aprendizaje de evaluación de funciones polinómicas antes y después de la aplicación de derivadas en los estudiantes de la Institución Educativa José Antonio Encinas Franco de Rondos – 2017.</li> <li>• Comparar, analizar y evaluar el nivel de aprendizaje de evaluación de funciones polinómicas con y sin la aplicación de derivadas sucesivas en los estudiantes de la Institución Educativa José Antonio Encinas Franco de Rondos – 2017. Integrado 32706 – Santa María del Valle – 2017?</li> </ul>	<p><b>Hipótesis General:</b></p> <p><b>Ho:</b> La aplicación de Derivadas sucesivas no mejorará el aprendizaje de Evaluación de funciones polinómicas en los estudiantes de la Institución Educativa José Antonio Encinas Franco de Rondos – 2017.</p> <p><b>Ha:</b> La aplicación de Derivadas sucesivas mejorará el aprendizaje de Evaluación de funciones polinómicas en los estudiantes de la Institución Educativa José Antonio Encinas Franco de Rondos – 2017.</p> <p><b>Variables:</b> <b>Variables Independiente:</b> Derivadas sucesivas.</p> <p><b>Variable Dependiente:</b> Evaluación de funciones polinómicas.</p>	<p>Tipo de Investigación: Explicativo</p> <p>Diseño de Investigación: Cuasi-experimental</p> <p>Esquema: GE: 01--x--02--x--03 GC: 01--x--02--x--03</p>

## MATRÍZ DE CONSISTENCIA

Título: Título: Derivadas sucesivas y el aprendizaje de Evaluación de funciones polinómicas en los estudiantes de la Institución Educativa José Antonio Encinas Franco de Rondos – 2017.

POBLACIÓN			MUESTRA				INSTRUMENTOS
Estudiantes de la Institución Educativa José Antonio Encinas Franco – 2017			Estudiantes de la Institución Educativa José Antonio Encinas Franco – 2017				Pruebas de evaluación escrita. Prueba de entrada (PE) Prueba de proceso (PP) Prueba de salida (PS)
Grado	N° Alumnos	Total	Grado	N° de Alumnos	GE	GC	
1° A	15	196	5° A	20	20		
1° B	18		5° B	21		21	
1° C	14		TOTAL		20	21	
2° A	17		Fuente: Nómina de matrícula – 2017. Elaboración: Investigadora				
2° B	18						
3° A	18						
3° B	16						
4° A	19						
4° B	20						
5° A	20						
5° B	21						
Fuente: Nómina de matrícula – 2017 Elaboración: Investigador.							

Anexo N° 02  
PRUEBAS

## PRUEBA DE ENTRADA

APELLIDOS Y NOMBRES.....

SECCION.....FECHA.....

1. Se tiene la función  $f(x) = 2x + 3$ . Halla el valor numérico o evalúa para  $x = 1$ .
2. Se tiene la función  $f(x) = 2x^2 - 4x + 16$ . Halla el valor numérico o evalúa para  $x = 2$
3. Se tiene la función  $f(x) = x^2 - 4x + 1$ . Halla el valor numérico o evalúa para  $x = 3$
4. Se tiene la función  $f(x) = x^2 + x + 1$ . Halla el valor numérico o evalúa para  $x = 5$
5. Se tiene la función  $f(x) = x^2 - x - 4$ . Halla el valor numérico o evalúa para  $x = 2$
6. Se tiene la función  $f(x) = x^3 - x - 4$ . Halla el valor numérico o evalúa para  $x = 6$
7. Se tiene la función  $f(x) = x^2 - 4x + 1$  Halla el valor numérico o evalúa para  $f(x+2)$ .
8.  $f(x) = 2x^2 + 3x + 10$  Halla el valor numérico o evalúa para  $f(x+5)$
9. Se tiene la función  $f(x) = x^2 + 4x + 3$ . Evalúa para  $f(x+4)$ .
10. Se tiene la función  $f(x) = 2x^3 + 3x^2 + 4x + 1$ . Evalúa para  $f(x+1)$ .

Anexo N° 02  
PRUEBA DE PROCESO

APELLIDOS Y NOMBRES.....

SECCION.....FECHA.....

1. Se tiene la función  $f(x) = 5x - 3$ . Halla el valor numérico o evalúa para  $x = 3$ .
2. Se tiene la función  $f(x) = 2x^2 - 3x + 6$ . Halla el valor numérico o evalúa para  $x = 6$ .
3. Halla la segunda derivada de la función  $y = 5x^2 - 2x + 12$ .
4. Halla la cuarta derivada de la función  $y = 7x^3 + 9x^2 - 2x - 11$ .
5. Obtenga la tercera derivada de la función siguiente:  $y = 5x^2 - 7x + 11$ .
6. Halla la cuarta derivada de la función  $y = x^6 + 2x^5 - 3x^3 - x + 6$ .
7. Se tiene la función  $f(x) = 4x^2 - 5x + 2$ . Halla el valor numérico o evalúa para  $f(x+1)$ .
8.  $f(x) = 2x^2 + 3x + 16$ . Halla el valor numérico o evalúa para  $f(x+3)$ .
9. Se tiene la función  $f(x) = x^2 + 3x + 10$ . Evalúa para  $f(x+6)$ .
10. Se tiene la función  $f(x) = 2x^3 + x^2 + 4x + 1$ . Evalúa para  $f(x+4)$ .

Anexo N° 02  
PRUEBA DE SALIDA

APELLIDOS Y NOMBRES.....

SECCION.....FECHA.....

1. Se tiene la función  $f(x) = 2x^3 + 5x - 3$ . Halla el valor numérico o evalúa para  $x = 2$ .
2. Se tiene la función  $f(x) = 2x^2 - 3x + 6$ . Halla el valor numérico o evalúa para  $x = 2$ .
3. Halla la segunda derivada de la función  $y = 7x^3 + 2x^2 - 2x + 1$ .
4. Halla la cuarta derivada de la función  $y = 4x^3 + 3x^2 - 2x - 1$ .
5. Obtenga la tercera derivada de la función  $y = 5x^2 - 7x + 13$ .
6. Halla la cuarta derivada de la función  $y = 4x^6 + 11x^5 - 7x^3 - x + 9$ .
7. Se tiene la función  $f(x) = 2x^2 - 3x + 6$ . Halla el valor numérico o evalúa para  $(x+2)$ .
8. Halla el valor numérico o evalúa la función  $f(x) = 2x^2 + 3x + 16$  para  $(x+5)$ .
9. Se tiene la función  $f(x) = x^2 + 4x + 8$ . Evalúa para  $f(x+4)$ .
10. Se tiene la función  $f(x) = x^4 + 2x^3 + x^2 + 4x + 1$ . Evalúa para  $f(x+2)$ .

## Anexo N° 03

## VALIDACIÓN POR MENOR VARIABILIDAD DEL INSTRUMENTO DE RECOLECCIÓN DE DATOS

Proceso de **validez** del Instrumento de Recolección de Datos por menor variabilidad de la tesis: **Derivadas Sucesivas y el aprendizaje de Evaluación de funciones polinómicas en los estudiantes de la Institución Educativa José Antonio Encinas Franco de Rondos – 2017**, para optar el título de Licenciado en Ciencias de la Educación, en la especialidad de Matemática y Física, del bachiller: VEGA RONQUILLO, JONATAN, y es como sigue:

	REGISTRO DE DATOS OBTENIDOS									
PILOTO 1	9	7	12	13	11	5	10	10	12	14
PILOTO 2	10	8	12	14	14	9	11	12	12	15
PILOTO 3	12	16	14	16	13	16	15	13	14	17

Proceso y Análisis de los datos obtenidos respecto a la prueba evaluativa (PE, PP, PF).

ESTADÍSTICOS	RESULTADOS		
	PILOTO 1	PILOTO 2	PILOTO 3
Media	10,30	11,70	14,60
Mediana	10,50	12,00	14,50
Moda	12,00	12,00	16,00
<b>Desviación estándar</b>	<b>2,75</b>	<b>2,26</b>	<b>1,65</b>
Varianza de la muestra	7,57	5,12	2,71
Coficiente de asimetría	-0,71	-0,18	-0,13
Rango	9,00	7,00	5,00
Xmín.	5,00	8,00	12,00
Xmáx.	14,00	15,00	17,00
n	10,00	10,00	10,00

Fuente: Tres pruebas pilotos aplicados

Juicio de Experto:

La desviación estándar del resultado de la muestra piloto indica la variabilidad del nivel de aprendizaje de la evaluación de funciones. La desviación estándar con valores de: **2,75; 2,26 y 1,65**; respectivamente para el piloto 1, piloto 2 y piloto 3, muestran una clara tendencia descendente, indicando la *validez* de *contenido* y de *construcción* del instrumento de recolección de datos para la investigación.

Se estableció la relación existente entre los ítems de la prueba con los basamentos teóricos y los objetivos de la investigación indicada, mostrando una consistencia y coherencia técnica; en consecuencia, se establece el vínculo de las variables entre sí y la hipótesis de la investigación.

Se emite el juicio de experto diciendo; que los ítems de la prueba son **válidos** para medir tendencias coherentes.

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

## Anexo N° 04

## RESULTADO DE LAS TRES OBSERVACIONES A AMBOS GRUPOS

CUADRO COMPARATIVO DEL DESARROLLO DE CAPACIDADES EN EL GRUPO EXPERIMENTAL Y GRUPO DE CONTROL SEGÚN SUS RESPECTIVAS NOTAS DE LA PRUEBA DE ENTRADA, PRUEBA DE PROCESO Y PRUEBA DE SALIDA

GRUPO EXPERIMENTAL			N° Ord	GRUPO DE CONTROL		
PE	PP	PS		PE	PP	PS
9	10	12	1	9	10	10
7	8	10	2	10	11	12
12	12	14	3	11	11	13
13	14	16	4	11	11	12
11	14	13	5	7	9	12
5	6	9	6	9	9	11
10	11	11	7	11	11	10
10	12	13	8	7	8	10
12	12	14	9	9	11	13
14	15	17	10	12	11	12
10	13	13	11	11	11	12
7	8	9	12	10	9	10
8	8	11	13	7	10	10
14	15	17	14	11	11	11
11	11	13	15	10	11	13
16	17	19	16	8	8	10
14	13	17	17	11	10	11
10	9	11	18	8	11	10
11	15	13	19	10	11	13
10	13	14	20	11	12	14
			21	11	12	14



**PLANIFICACIÓN DE LA SESIÓN DE APRENDIZAJE**

ÁREA	TRIM	UNID	USO TIC	Sesión	Grado	Fecha	Hora	Duración	
MAT	II	VI		01	5to	A	01/.10...../2018	8-9:30	90 minutos
						B	01/.10...../2018	9:30-11	
						C			
<b>DOCENTE:</b>		VEGA RONQUILLO, Jonatan							

**I. TÍTULO DE LA SESIÓN**

**VALOR NUMERICO**

**II. APRENDIZAJES ESPERADOS**

COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES
<b>ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE REGULARIDAD, EQUIVALENCIA Y CAMBIO.</b>	Razona y argumenta generando ideas matemáticas.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Propone conjeturas basados en casos particulares para diferenciar una variable de un número.</li> </ul>
	Elabora y usa estrategias.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Halla el valor de un término de un valor numérico con recursos gráficos y otros.</li> </ul>

**III. SECUENCIA DIDÁCTICA**

**Inicio: (20 minutos)**

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y

Se tiene la función  $f(x) = 2x^2 - 3x + 6$ . Halla el valor numérico o evalúa para  $x = 2$ .

- El docente recoge los saberes previos de los estudiantes planteando interrogantes respecto a la información que contiene:

- De acuerdo al ejercicio propuesto, ¿qué tipo de función es?
- ¿Puedes determinar si es función cubica o cuadrática?
- 
-



- El docente recoge los saberes previos de los estudiantes para determinar qué saben y qué no respecto a las interrogantes presentadas. Organiza la información, reconociendo la participación, actitud e interés de los estudiantes al responder las interrogantes. El docente evita emitir juicios de valor.
- El docente presenta el propósito de la sesión, luego lo escribe en la pizarra:

**Desarrollo: (50 minutos)**

- Los estudiantes, organizados en grupos de trabajo, desarrollan la actividad que consiste en resolver problemas de valor numérico.

Se tiene la función  $f(x) = 2x^2 - 3x + 6$ . Halla el valor numérico o evalúa para  $x = 2$ .



Solución

Se aplica el mismo proceso del ejemplo 1:

$$f(2) = 2(2)^2 - 3(2) + 6 \rightarrow f(2) = 8$$

- Los estudiantes, organizados en grupos de trabajo, desarrollan la actividad 1 respondiendo las interrogantes de manera aproximada.

1. Reflexiona: ¿Se requiere hacer suposiciones o crear un dato como referencia?

- El docente monitorea a los estudiantes y pone atención en la manera como realizan el registro de datos, organizándolos y planteando conjeturas.



- El docente finaliza la actividad e invita a los grupos a presentar los resultados y socializar sus respuestas.
- El docente modera la participación de los grupos y los invita a refutar, de ser el caso, las conclusiones dadas por los otros grupos.



**Cierre: (20 minutos)**

- El docente consolida el tema haciendo una presentación formal de la fórmula del binomio al cuadrado  
Se tiene la función  $f(x) = 2x^2 - 7x + 6$ . Halla el valor numérico o evalúa para  $x = 4$ .
  
- El docente promueve la reflexión en los estudiantes a través de las siguientes preguntas:
  - ¿Te fue fácil comprender el valor numérico? ¿Por qué?
  - Si no te fue fácil, ¿qué hiciste para comprenderlas?



**PLANIFICACIÓN DE LA SESIÓN DE APRENDIZAJE**

ÁREA	TRIM	UNI D	USO TIC	Sesió n	Grado	Fecha	Hora	Duraci ón	
MAT	II	VI		02	5to	A	02./..10./2018	8-9:30	90 minuto s
						B	..02./..10./2018	9:30- 11	
						C			
<b>DOCENTE:</b>		VEGA RONQUILLO, Jonatan							

**I. TÍTULO DE LA SESIÓN**

**EVALUACION DE UNA FUNCION**

**II. APRENDIZAJES ESPERADOS**

COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES
<b>ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE REGULARIDAD, EQUIVALENCIA Y CAMBIO.</b>	Razona y argumenta generando ideas matemáticas.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Propone conjeturas basados en casos particulares para diferenciar una función.</li> </ul>
	Elabora y usa estrategias.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Halla el valor de un término de un valor numérico con recursos gráficos y otros.</li> </ul>

**III. SECUENCIA DIDÁCTICA**

**Inicio: (20 minutos)**

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y
  - ¿Qué es una función lineal y cuadrática?**
- El docente recoge los saberes previos de los estudiantes planteando interrogantes respecto a la información que contiene:
  - De acuerdo al ejercicio propuesto, ¿qué tipo de función es?
  - ¿Puedes determinar si es función cubica o cuadrática?

- El docente recoge los saberes previos de los estudiantes para determinar qué saben y qué no respecto a las interrogantes presentadas. Organiza la información, reconociendo la participación, actitud e interés de los estudiantes al responder las interrogantes. El docente evita emitir juicios de valor.
- El docente presenta el propósito de la sesión, luego lo escribe en la pizarra:
  - ✓ Elabora conjeturas con base en la observación de casos particulares para generalizar la suma de un valor numérico.

#### **Desarrollo: (50 minutos)**

- Los estudiantes, organizados en grupos de trabajo, desarrollan la actividad 1.
- La actividad consiste en identificar información relevante y asociar **datos con los términos de un valor numérico**.



#### **Evaluación de funciones**

Cuando unos conjuntos de pares ordenados satisfacen la condición: "a cada valor de  $x$  le corresponde un único valor de  $y$ ", se dice que esos conjuntos de pares ordenados representan a una función y cuando se tiene ese caso, " $y$ " se representa como  $f(x)$ , esto es:  $y = f(x)$ . Por ejemplo, la relación que se expresa:  $\{(1, 2), (2, 4), (3, 6), (4, 8), \dots\}$ , satisface la condición: "el valor de  $y$  es el doble del valor de  $x$ ".  
Representa una función para los valores de  $x = 1, 2, 3$ , se tiene:  $y =$

$$f(x) = 2x$$

El desarrollo:

$$f(1) = 2(1) = 2y = 2$$

$$f(2) = 2(2) = 4y = 4$$

$$f(3) = 2(3) = 6y = 6$$

que a cada valor de "x" le corresponde un solo valor de "y".

- Los estudiantes, organizados en grupos de trabajo, desarrollan la actividad 1 respondiendo las interrogantes de manera aproximada.

1. Reflexiona: ¿Se requiere hacer suposiciones o crear un dato como referencia?

- El docente monitorea a los estudiantes y pone atención en la manera como realizan el registro de datos, organizándolos y planteando conjeturas.



- El docente finaliza la actividad e invita a los grupos a presentar los resultados y socializar sus respuestas.
- El docente modera la participación de los grupos y los invita a refutar, de ser el caso, las conclusiones dadas por los otros grupos.

### Cierre: (20 minutos)

- El docente consolida el tema haciendo una presentación formal de una función cuadrática.  
Se tiene la función  $f(x) = 2x^2 - 7x + 6$ . Halla el valor numérico o evalúa para  $x = 4$ .
- El docente promueve la reflexión en los estudiantes a través de las siguientes preguntas:
  - ¿Te fue fácil comprender las funciones cuadráticas? ¿Por qué?



**INTITUCIÓN EDUCATIVA “JOSE ANTONIO ENCINAS FRANCO”**

*Sembrando valores para el éxito*

**PLANIFICACIÓN DE LA SESIÓN DE APRENDIZAJE**

ÁREA	TRIM	UNI D	USO TIC	Sesió n	Grado	Fecha	Hora	Duraci ón	
MAT	II	VI		03		A	03/10./2018	8-9:30	90 minuto s
						B	03./10/2018	9:30- 11	
						C			
<b>DOCENTE:</b>		VEGA RONQUILLO, Jonatan							
<b>I. TÍTULO DE LA SESIÓN</b>									
<b>DERIVADAS SUCESIVAS</b>									

**II. APRENDIZAJES ESPERADOS**

COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES
<b>ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE REGULARIDAD, EQUIVALENCIA Y CAMBIO.</b>	Razona y argumenta generando ideas matemáticas.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Propone conjeturas basados en casos particulares de derivadas sucesivas.</li> </ul>
	Elabora y usa estrategias.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Halla el valor de un término de un valor numérico con recursos gráficos y otros.</li> </ul>

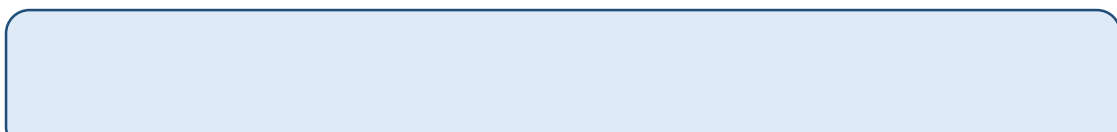
**III. SECUENCIA DIDÁCTICA**

**Inicio: (20 minutos)**

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y

Se tiene el siguiente enunciado: Obtenga la tercera derivada de la función

$$y = 5x^2 - 7x + 13, \text{ entonces:}$$



- El docente recoge los saberes previos de los estudiantes para determinar qué saben y qué no respecto a las interrogantes presentadas. Organiza la información, reconociendo la participación, actitud e interés de los estudiantes al responder las interrogantes. El docente evita emitir juicios de valor.
- El docente presenta el propósito de la sesión, luego lo escribe en la pizarra:
  - ✓ Elabora conjeturas con base en la observación de casos particulares para generalizar una derivada sucesiva.

#### Desarrollo: (50 minutos)

- Los estudiantes, organizados en grupos de trabajo, desarrollan ejercicios en grupos de 5. La actividad consiste en identificar información relevante y asociar datos con las siguientes derivadas sucesivas.



#### EJEMPLO

1. Se tiene el siguiente enunciado: Obtenga la tercera derivada de la función  $y = 5x^2 - 7x + 13$ , entonces:

Solución

$$y' = 10x - 7$$

$$y'' = 10$$

$$y''' = 0$$

2. Usando otra nomenclatura, se tiene la función  $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x - 12$

Solución

$$f'(x) = 6x^2 - 30x + 36$$

$$f''(x) = 12x - 30$$

$$f'''(x) = 12$$

$$f^{iv}(x) = 0$$

- Los estudiantes, organizados en grupos de trabajo, desarrollan la actividad 1 respondiendo las interrogantes de manera aproximada.

1. Reflexiona: ¿Se requiere hacer suposiciones o crear un dato como referencia?

- El docente monitorea a los estudiantes y pone atención en la manera como realizan el registro de datos, organizándolos y planteando conjeturas.



- El docente finaliza la actividad e invita a los grupos a presentar los resultados y socializar sus respuestas.
- El docente modera la participación de los grupos y los invita a refutar, de ser el caso, las conclusiones dadas por los otros grupos.

### Cierre: (20 minutos)

- El docente consolida el tema haciendo una presentación formal de la fórmula del término general y de la suma de los términos de una progresión geométrica. De ser necesario, muestra la deducción de la fórmula.

3. Se tiene el siguiente enunciado: Obtenga la tercera derivada de la

función  $y = 5x^3 - 7x + 13$ , entonces:

- El docente promueve la reflexión en los estudiantes a través de las siguientes preguntas:
  - ¿Te fue fácil comprender las progresiones geométricas? ¿Por qué?
  - Si no te fue fácil, ¿qué hiciste para comprenderlas?



**INTITUCIÓN EDUCATIVA “JOSE ANTONIO ENCINAS FRANCO”**

*Sembrando valores para el éxito*

**PLANIFICACIÓN DE LA SESIÓN DE APRENDIZAJE**

ÁREA	TRIM	UNI D	USO TIC	Sesió n	Grado	Fecha	Hora	Duraci ón	
MAT	II	VI		04	5to	A	04/.10 ./2018	8-9:30	90 minuto s
						B	04/ 10./2018	9:30- 11	
						C			
<b>DOCENTE:</b>		VEGA RONQUILLO, Jonatan							

**I. TÍTULO DE LA SESIÓN**

**EVALUACIÓN DE UNA FUNCIÓN RACIONAL ENTERA DE  $x$**

**II. APRENDIZAJES ESPERADOS**

COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES
<b>ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE REGULARIDAD, EQUIVALENCIA Y CAMBIO.</b>	Razona y argumenta generando ideas matemáticas.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Propone conjeturas basados en casos particulares para diferenciar una variable de un número.</li> </ul>
	Elabora y usa estrategias.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Halla el valor de un término de un valor numérico con recursos gráficos y otros.</li> </ul>

**III. SECUENCIA DIDÁCTICA**

**Inicio: (20 minutos)**

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y recoge información
- **¿Qué se entiende por evaluación de una función racional?**

- De acuerdo al ejercicio propuesto, ¿qué tipo de función es?
- ¿Puedes determinar si es función cubica o cuadrática?

- El docente recoge los saberes previos de los estudiantes para determinar qué saben y qué no respecto a las interrogantes presentadas. Organiza la información, reconociendo la participación, actitud e interés de los estudiantes al responder las interrogantes. El docente evita emitir juicios de valor.
- El docente presenta el propósito de la sesión, luego lo escribe en la pizarra:

✓ Elabora conjeturas con base en la observación de casos particulares para generalizar una función.

✓ .

▪

### Desarrollo: (50 minutos)

- Los estudiantes, organizados en grupos de trabajo, Analizan la siguiente teoría de una función racional.



## EVALUACIÓN DE UNA FUNCIÓN RACIONAL ENTERA DE $x$

Para el estudio se sugiere el uso de las derivadas sucesiva en la evaluación o para hallar el valor de  $f(x + h)$ , cuando  $f(x)$  es una función racional entera en  $x$ ; el desarrollo de la misma es el siguiente:

$$f(x + h) = f(x) + hf'(x) + \frac{h^2}{2}f''(x) + \frac{h^3}{3}f'''(x) + \dots + \frac{h^n}{n}f^n(x)$$

Aquí,  $f'(x), f''(x), f'''(x) \dots$  se llaman primera, segunda, tercera, ... derivadas a partir de la función  $f(x)$ , entonces, el desarrollo para  $f(x + h)$ , es un caso particular del Teorema de Taylor; pero, usando las funciones primera, segunda, tercera, etc., derivadas, los mismos que se hallan con las

reglas conocidas de derivación; además, la función  $f(x + h)$  es simétrica con respecto a  $x$  y a  $h$  en su desarrollo.

### EJEMPLO

Se tiene la función  $f(x) = x^2 + 4x + 8$ . Evalúa para  $f(x+4)$ .

Solución

$$f(x + 4) = (x + 4)^2 + 4(x + 4) + 8 \rightarrow x^2 + 8x + 16 + 4x + 16 + 8$$

$$f(x + 4) = x^2 + 8x + 16 + 4x + 16 + 8 \rightarrow f(x + 4) = x^2 + 12x + 40$$

Se aplica las derivadas sucesivas a la función  $f(x) = x^2 + 4x + 8$ :

$$f(x) = x^2 + 4x + 8 \rightarrow f(4) = 16 + 16 + 8 \rightarrow f(4) = 40$$

$$f'(x) = 2x + 4 \rightarrow f'(4) = 2(4) + 4 \rightarrow f'(4) = 12$$

$$f''(x) = 2 \rightarrow f''(2) = 2/2 \rightarrow f''(2) = 1$$

Con las derivadas sucesivas se han hallado los coeficientes de la función evaluada, dispuestos de forma inversa, entonces sería:

$$f(x + 4) = x^2 + 12x + 40$$

- Los estudiantes, organizados en grupos de trabajo, desarrollan la actividad 1
- El docente monitorea a los estudiantes y pone atención en la manera como realizan el registro de datos, organizándolos y planteando conjeturas.
- El docente finaliza la actividad e invita a los grupos a presentar los resultados y socializar sus respuestas.



- El docente modera la participación de los grupos y los invita a refutar, de ser el caso, las conclusiones dadas por los otros grupos.

**Cierre: (20 minutos)**

- El docente consolida el tema haciendo una presentación formal de la fórmula del binomio de Newton. muestra la deducción de la fórmula y plantea más ejercicios de derivadas sucesivas de orden superior

1. Se tiene el siguiente enunciado: Obtenga la tercera derivada de la función  $y = 5x^2 - 7x + 13$ , entonces:

Solución

$$y' = 10x - 7$$

$$y'' = 10$$

$$y''' = 0$$

2. Usando otra nomenclatura, se tiene la función  $f(x) = 2x^3 - 15x^2 + 36x - 12$

Solución

$$f'(x) = 6x^2 - 30x + 36$$

$$f''(x) = 12x - 30$$

$$f'''(x) = 12$$

$$f^{iv}(x) = 0$$

- El docente promueve la reflexión en los estudiantes a través de las siguientes preguntas:

- ¿Te fue fácil comprender las progresiones geométricas? ¿Por qué?
- Si no te fue fácil, ¿qué hiciste para comprenderlas?



**PLANIFICACIÓN DE LA SESIÓN DE APRENDIZAJE**

ÁREA	TRIM	UNI D	USO TIC	Sesió n	Grado	Fecha	Hora	Duraci ón	
MAT	II	VI		05	5to	A	05/.10/2018	8-9:30	90 minuto s
						B	05./.10/2018	9:30- 11	
						C			
<b>DOCENTE:</b>		VEGA RONQUILLO, Jonatan							

**I. TÍTULO DE LA SESIÓN**

**VALOR NUMERICO**

**II. APRENDIZAJES ESPERADOS**

COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES
<b>ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE REGULARIDAD, EQUIVALENCIA Y CAMBIO.</b>	Razona y argumenta generando ideas matemáticas.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Propone conjeturas basados en casos particulares para diferenciar una variable de un número.</li> </ul>
	Elabora y usa estrategias.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Halla el valor de un término de un valor numérico con recursos gráficos y otros.</li> </ul>

**III. SECUENCIA DIDÁCTICA**

**Inicio: (20 minutos)**

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y  
  
Se tiene la función  $f(x) = 2x^2 - 3x + 6$ . Halla el valor numérico o evalúa para  $x = 2$ .
- El docente recoge los saberes previos de los estudiantes planteando interrogantes respecto a la información que contiene:
 

- De acuerdo al ejercicio propuesto, ¿qué tipo de función es?
  - ¿Puedes determinar si es función cubica o cuadrática?



- El docente recoge los saberes previos de los estudiantes para determinar qué saben y qué no respecto a las interrogantes presentadas. Organiza la información, reconociendo la participación, actitud e interés de los estudiantes al responder las interrogantes. El docente evita emitir juicios de valor.
- El docente presenta el propósito de la sesión, luego lo escribe en la pizarra:

#### **Desarrollo: (50 minutos)**

- Los estudiantes, organizados en grupos de trabajo, desarrollan la actividad 1 “consiste en analizar la derivada.

La derivada, por lo tanto, representa cómo se modifica una función a medida que su entrada también registra alteraciones. En los casos de las funciones de valores reales de una única variable, la derivada representa, en un cierto punto, el valor de la pendiente de la recta tangente al gráfico de la función en dicho punto.

El nacimiento y uso de las derivadas en el ámbito matemático, aunque tienen su origen en la Antigua Grecia, podemos establecer que hacen aparición como tal gracias a dos figuras históricas muy importantes: el matemático inglés Isaac Newton y el lógico alemán Gottfried Leibniz.



- Los estudiantes, organizados en grupos de trabajo, desarrollan la actividad 1 respondiendo las interrogantes de manera aproximada.
- El docente monitorea a los estudiantes y pone atención en la manera como realizan el registro de datos, organizándolos y planteando conjeturas.
- El docente finaliza la actividad e invita a los grupos a presentar los resultados y socializar sus respuestas.





- El docente modera la participación de los grupos y los invita a refutar, de ser el caso, las conclusiones dadas por los otros grupos.

**Cierre: (20 minutos)**

- El docente consolida el tema haciendo una presentación formal de la fórmula del binomio al cuadrado, muestra la deducción de la fórmula.

Se tiene la función  $f(x) = 2x^2 - 7x + 6$ . Halla el valor numérico o evalúa para  $x = 4$ .

- El docente promueve la reflexión en los estudiantes a través de las siguientes preguntas:
  - Si no te fue fácil, ¿qué hiciste para comprenderlas?



**INSTITUCIÓN EDUCATIVA “JOSE ANTONIO ENCINAS FRANCO”**

*Sembrando valores para el éxito*

**PLANIFICACIÓN DE LA SESIÓN DE APRENDIZAJE**

ÁREA	TRIM	UNI D	USO TIC	Sesió n	Grado	Fecha	Hora	Duraci ón	
MAT	II	VI		06	5to	A	07/.10 ./2018	8-9:30	90 minuto s
						B	07 ./10 ./2018	9:30- 11	
						C			
<b>DOCENTE:</b>		VEGA RONQUILLO, Jonatan							

**I. TÍTULO DE LA SESIÓN**

**DEFINICION DE DERIVADA**

**II. APRENDIZAJES ESPERADOS**

COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADORES
<b>ACTÚA Y PIENSA MATEMÁTICAMENTE EN SITUACIONES DE REGULARIDAD, EQUIVALENCIA Y CAMBIO.</b>	Razona y argumenta generando ideas matemáticas.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Propone conjeturas basados en casos particulares para diferenciar una variable de un número.</li> </ul>
	Elabora y usa estrategias.	<ul style="list-style-type: none"> <li>Halla el valor de un término de un valor numérico con recursos gráficos y otros.</li> </ul>

**III. SECUENCIA DIDÁCTICA**

**Inicio: (20 minutos)**

- El docente da la bienvenida a los estudiantes y

Se tiene la función  $f(x) = 2x^2 - 3x + 12$ . Halla por definición de derivada

- El docente recoge los saberes previos de los estudiantes planteando interrogantes respecto a la información que contiene:

- De acuerdo al ejercicio propuesto, ¿qué tipo de función es?
- ¿Puedes determinar si es función cubica o cuadrática?
- 
-

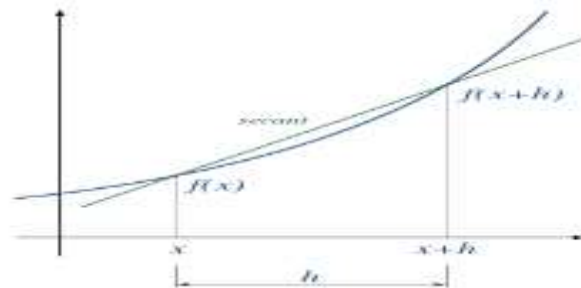
- El docente recoge los saberes previos de los estudiantes para determinar qué saben y qué no respecto a las interrogantes presentadas. Organiza la información, reconociendo la participación, actitud e interés de los estudiantes al responder las interrogantes. El docente evita emitir juicios de valor.
- El docente presenta el propósito de la sesión, luego lo escribe en la pizarra:

**Desarrollo: (50 minutos)**

- Los estudiantes, organizados en grupos de trabajo, desarrollan la actividad 1 “La singular dieta de Juan” (anexo 1). La actividad consiste en resolver problemas de



**Límite como cociente de diferencias**

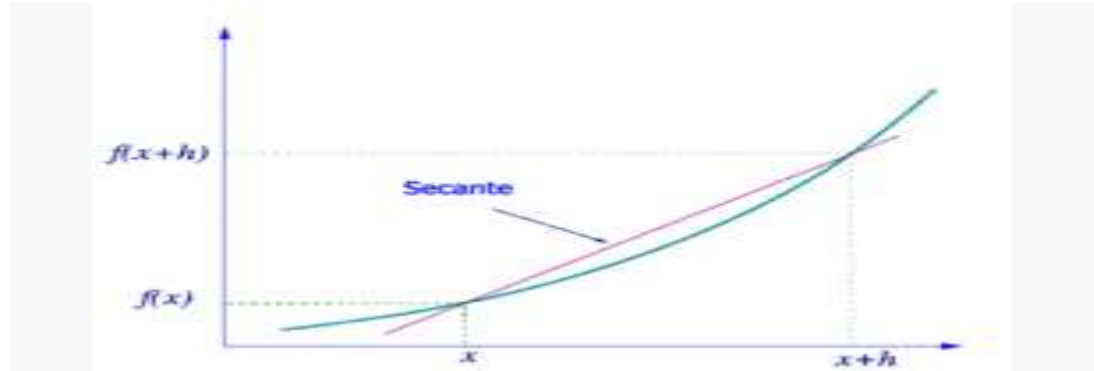


Recta secante entre  $f(x)$  y  $f(x+h)$

La derivada de una función es la pendiente geométrica de la recta tangente del gráfico de  $f(x)$  en  $x$ . Sin el concepto que se va a definir, no es posible encontrar directamente la pendiente de la línea tangente a una función dada,

porque solamente se conoce un punto en la línea tangente:  $(x, f(x))$ . La idea es aproximar la línea tangente con múltiples líneas secantes que tienen distancias progresivamente más pequeñas entre los dos puntos que cruzan. Cuando se toma el límite de las pendientes de las líneas secantes de esta progresión, se consigue la pendiente de la línea tangente. Se define, pues, la derivada tomando el límite de la pendiente de las líneas secantes, al acercarlas a la línea tangente. Para encontrar las pendientes de las líneas secantes próximas, se elige un

número  $h$  relativamente pequeño.  $h$  representa un cambio relativamente pequeño en  $x$ , el cual puede ser positivo o negativo. La pendiente de la recta que pasa por los dos puntos  $(x, f(x))$  y  $(x+h, f(x+h))$  es:



La derivada es entonces el límite del valor del cociente diferencial, conforme las líneas secantes se aproximan a la línea tangente:

- Los estudiantes, organizados en grupos de trabajo, desarrollan la actividad 1 respondiendo las interrogantes de manera aproximada.

1. Reflexiona: ¿Se requiere hacer suposiciones o crear un dato como referencia?

- El docente finaliza la actividad e invita a los grupos a presentar los resultados y socializar sus respuesta. El docente monitorea a los estudiantes y pone atención en la manera como realizan el registro de datos, organizándolos y planteando conjeturas.



- El docente modera la participación de los grupos y los invita a refutar, de ser el caso, las conclusiones dadas por los otros grupos.

**Cierre: (20 minutos)**

- El docente consolida el tema haciendo una presentación formal del binomio al cuadrado.
- Se tiene la función  $f(x) = 2x^2 - 7x + 4$ . Halla la función por definición de derivada
- El docente promueve la reflexión en los estudiantes a través de las siguientes preguntas:

- ¿Te fue fácil comprender la definición de derivada? ¿Por qué?
- Si no te fue fácil, ¿qué hiciste para comprenderlas?

#### IV. TAREA A TRABAJAR EN CASA

- El docente solicita a los estudiantes que resuelvan el siguiente cuestionario:
  1. ¿Qué se entiende por definición de derivada?

## EVIDENCIAS



