

UNIVERSIDAD NACIONAL HERMILIO VALDIZÁN
FACULTAD DE ECONOMÍA



**“ANÁLISIS DE LA FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN
COBB-DOUGLAS Y SU APLICACIÓN EN LA
PRODUCCION DE PAPA EN LA PROVINCIA DE
PACHITEA – HUANUCO 2015”**

TESIS PARA OPTAR EL TÍTULO DE ECONOMISTA

Presentado por :

TESISTAS : Bach. CÁRDENAS TAPIA, CESARIA MARLENI
: **Bach. MEDRANO MARTEL, NILA**
: **Bach. ORNETA LEIVA, CHARLES ORLANDO**

ASESOR : Econ. JULIO CÉSAR CASTRO CÉSPEDES

HUÁNUCO – PERÚ

2017

RESUMEN

En los tiempos actuales se puede decir que más importante que la eficiencia como motor del crecimiento, es la productividad, por lo que el ser productivo es fundamental para alcanzar ventajas competitivas que le permitan a cualquier sector crecer y conquistar mercados.

Es decir la productividad es el resultado de producir más unidades con la menor cantidad de recursos. Esta definición nos da a entender que la productividad busca la optimización de los factores productivos, no solo el trabajo sino también capital y recursos naturales, lo cual se logra a través del progreso técnico para maximizar la producción.

La presente investigación pretende realizar un análisis de la función de producción Cobb-Douglas y su aplicación en la producción de papa en la provincia de Pachitea – Huánuco 2015” esto con el objetivo de medir el efecto que tiene cada uno de los factores productivos sobre la productividad en dicho sector.

La función de producción de Cobb-Douglas, es una función muy empleada en el análisis económico, para representar la relación que existe entre el producto obtenido y la combinación de los factores o insumos que se utilizan en su obtención. La presente investigación realiza un análisis del modelo econométrico de la función de producción de Cobb-Douglas y su aplicación en la producción de papa en la provincia de Pachitea-Huánuco.

SUMMARY

In current times it can be said that more important than efficiency as the engine of growth, is productivity, so being productive is essential to achieve competitive advantages that allow any sector to grow and conquer markets.

In other words, productivity is the result of producing more units with the least amount of resources. This definition implies that productivity seeks to optimize productive factors, not only labor but also capital and natural resources, which is achieved through technical progress to maximize production.

This research aims to analyze the Cobb-Douglas production function and its application in the production of potatoes in the province of Pachitea - Huánuco 2015 "with the objective of measuring the effect of each of the factors of production on the Productivity in this sector.

The Cobb-Douglas production function is a function widely used in economic analysis to represent the relationship between the product obtained and the combination of factors or inputs used in its production. The present researches an analysis of the econometric model of the production function of Cobb-Douglas and its application in the production of potato in the province of Pachitea-Huánuco.

Agradecimientos

Primeramente nos gustaría agradecerle a ti Dios por bendecirnos para llegar hasta donde he llegado, porque hiciste realidad este sueño anhelado, el de culminar este camino. A nuestra Alma Mater Universidad Nacional Hermilio Valdizán por darnos la oportunidad de estudiar y ser unos profesionales.

También nos gustaría agradecer a nuestros profesores que durante toda nuestra carrera profesional todos han aportado con un granito de arena en nuestra formación profesional

Son muchas las personas que han formado parte de nuestra vida profesional a las que nos encantaría agradecerles su amistad, consejos, apoyo, ánimo y compañía en todo momento.

Para ellos: Muchas gracias

DEDICATORIA

A nuestros padres quienes nos dieron vida, educación, apoyo y consejos. A nuestros compañeros de estudio, a mis maestros y amigos, quienes sin su ayuda nunca hubiera podido hacer esta tesis. A todos ellos se los agradezco desde el fondo de mi alma. Para todos ellos hago esta dedicatoria.

Con cariño: Marleni, Nila y Charles

INTRODUCCIÓN

El objetivo de la presente investigación es aplicar la teoría económica neoclásica de la función de producción Cobb Douglas mediante el aporte de la evidencia empírica a la construcción de las variables productividad de los factores de producción y la producción de papas de la provincia de Pachitea 2015.

La agricultura emplea al 26% de la PEA Nacional y al 65.5% de la PEA del área rural. En contraste con su capacidad de generar empleo, es uno de los sectores con menor productividad de mano de obra debido al bajo nivel educativo de la fuerza laboral en el ámbito rural

Desde este contexto la agricultura es una de las principales actividades económicas de la región Huánuco. Huánuco es la segunda región productora de papa en el país, sin embargo, no exporta por abuso de insecticidas.

Huánuco contribuye como segundo productor de papa al mercado nacional, 530 mil toneladas por campaña seguida de regiones como Pasco, Junín, Huancavelica, Ayacucho y otras 14 regiones.

Pachitea, Huánuco, Dos de Mayo, Ambo y Huamalíes, son los principales productores mayoristas de papa en la región, según informe de la Dirección Regional de Agricultura. Siendo la provincia de Pachitea el mayor productor de papa en Huánuco.

En esta investigación se busca mostrar los principales factores que influyen de una u otra manera en la actividad productiva de la papa en la provincia de Pachitea a través de la función de producción de Cobb-Douglas, que quizás es la función de producción más utilizada en economía, basada en el cumplimiento de las propiedades básicas para determinar cómo estos factores se relacionan para desenvolver alguna actividad específica, como es en este caso la papa.

Esta función de producción nos dará a conocer la relación que existe entre la cantidad producida en el proceso productivo de la papa y la cantidad de insumos utilizados en ese proceso, es decir la utilización de las distintas cantidades de factores productivos como: mano de obra, maquinaria, parcelas de tierra, insumos, capital y otros recursos.

La función de producción Cobb-Douglas es linealizado mediante el empleo de logaritmos e introducidos los datos en el programa econométrico Stata V14 y Eviews V8. Se procesará los datos obtenidos de ENAPROVE con lo que se abordará el cálculo de la productividad, para su posterior desarrollo del modelo planteado donde se hallara los determinantes de la productividad mediante los Métodos de los Mínimos Cuadrados Ordinarios.

Los resultados obtenidos responden a las preguntas de investigación y el análisis estadístico ejecutado explica consistentemente el modelo así como el efecto medio de las variables omitidas. La explicación del coeficiente de determinación nos muestra el ajuste del modelo y la participación cuantitativa de la variable estocástica.

ÍNDICE

CAPÍTULO I	10
EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN	10
1.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	10
1.2. DEFINICIÓN DEL PROBLEMA	14
1.2.1. PROBLEMA GENERAL	14
1.2.2. PROBLEMAS ESPECÍFICOS	14
1.3. OBJETIVOS	14
1.3.1. OBJETIVO GENERAL	14
1.3.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS	15
1.4. ALCANCE Y LIMITACIONES	15
1.5. HIPÓTESIS, VARIABLES, INDICADORES Y DEFINICIÓN OPERACIONAL 16	
1.5.1. LA HIPÓTESIS DE TRABAJO	16
1.5.2. VARIABLES	16
1.5.3. OPERACIONALIZACIÓN DE LAS VARIABLES	17
CAPÍTULO II	18
MARCO TEÓRICO	18
2.1. ANTECEDENTES DE LA INVESTIGACIÓN	18
2.2. TEORÍA DE LA PRODUCCIÓN Y SUS FUNCIONES DE PRODUCCIÓN	19
2.2.1 FUNCIÓN DE LA PRODUCCIÓN	19
2.2.2 RENDIMIENTOS A ESCALA	22
2.2.3. CAMBIO TECNOLÓGICO	24
2.3. PRINCIPALES FUNCIONES DE PRODUCCION	26
2.3.1. FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN COBB-DOUGLAS	26
2.3.2. FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN CON ELASTICIDAD DE SUSTITUCIÓN CONSTANTE (CES)	28
2.3.3. FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN TRANSLOG	31
2.3.4. FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN TRASCENDENTAL	33
2.3.5. OTRAS FUNCIONES DE PRODUCCIÓN	33
2.4 PROPIEDADES DE LA FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN COBB DOUGLAS	40
2.4.1 PRODUCTO MEDIO DEL FACTOR PRODUCTIVO	40
2.4.2 PRODUCTO MARGINAL DEL FACTOR VARIABLE	41
2.4.3 GRADO DE HOMOGENEIDAD DE LA FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN	43
2.4.4 RENDIMIENTOS A ESCALA	44
2.5. DESARROLLO DE LAS PRINCIPALES TEORIAS DEL CRECIMIENTO	45

2.5.1. GENERALIDADES	45
2.5.2. MODELO PROPUESTO POR SOLOW	48
2.5.3 PRODUCTIVIDAD Y CRECIMIENTO ECONÓMICO	50
2.6 TEORÍAS DEL CRECIMIENTO ECONÓMICO. “UN BREVE ANÁLISIS CRONOLÓGICO”	52
CAPÍTULO III	55
ASPECTOS METODOLÓGICOS	55
3.1. TIPO DE INVESTIGACIÓN	55
3.2. NIVEL DE INVESTIGACIÓN	55
3.3. POBLACIÓN OBJETIVO	56
3.4. UNIDAD DE ANÁLISIS O ESTUDIO	56
3.5. DISEÑO DE LA MUESTRA	56
3.6. ESPECIFICACIÓN DEL MODELO	57
3.7. TÉCNICAS DE RECOLECCIÓN DE DATOS	57
3.7.1. INSTRUMENTO PARA LA RECOLECCIÓN DE DATOS	57
3.7.2. PROCEDIMIENTO PARA EL ANÁLISIS DE RESULTADOS	58
CAPÍTULO IV	59
RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN	59
4.1. PERFIL DE LA PROVINCIA DE PACHITEA	60
4.2. LA ESTRUCTURA PRODUCTIVA DE LAS UNIDADES AGROPECUARIAS QUE SIEMBRAN PAPA	64
4.3. DISCUSION DE RESULTADOS	73
A. COMPROBACION DEL CUMPLIMIENTO DE LOS OBJETIVO	73
B. COMPROBACIÓN DE LA HIPÓTESIS	82
CONCLUSIONES	83
RECOMENDACIONES	85
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	86
ANEXOS	88

CAPÍTULO I

EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Según el Ministerio de Agricultura el Perú¹ es uno de los doce países considerados como mega diversos y se estima que posee entre 60 y 70% de diversidad biológica. Esta ventajosa situación se ha visto amenazada con un inadecuado manejo de recursos existentes llevándolo a niveles críticos de deterioro de ciertas zonas del país. La situación de pobreza de la mayor parte de campesinos y pequeños productores agropecuarios se explican en parte por la utilización inadecuada y degradación de la base productiva de los recursos naturales debido a la aplicación de sistemas productivos que generan desequilibrios negativos entre el proceso de extracción y regeneración de los recursos naturales.

Por lo tanto la actividad agraria se caracteriza por el desorden en la producción y la disminución de su rentabilidad y competitividad. Asimismo, los procesos de post cosecha y de mercadeo están sumamente desordenados por la falta de una infraestructura vial adecuada

¹ Ministerio de Agricultura. Dirección General de Información Agraria/PROSAAMER. Zonaeconómica.com (24 de Sep de 2013). "Función de Producción Cobb-Douglas"

y la ausencia de un sistema de mercados mayoristas, lo cual incide en los altos costos de comercialización que afectan a los productores agrarios.

Un sistema de comercialización eficiente representa una de las claves para favorecer una correcta formación de precios en función de las fuerzas del mercado.

Las tareas en el campo de la asistencia técnica son múltiples, consolidar el crecimiento agrario exigirá el desarrollo de factores productivos y el impulso de la innovación tecnológica y gestión empresarial.

El tema de financiamiento agrario deberá enfrentar numerosos retos en la búsqueda por una agricultura en expansión sostenida en el tiempo y sustentable desde el punto de vista ambiental.

La agricultura emplea el 26% de la PEA Nacional y al 65.5% de la PEA del área rural. En contraste con su capacidad de generar empleo, es uno de los sectores con menor productividad de mano de obra debido al bajo nivel educativo de la fuerza laboral en el ámbito rural.

Desde este contexto la agricultura es una de las principales actividades económicas de la región Huánuco. Huánuco es la segunda región productora de papa en el país, sin embargo, no exporta por abuso de insecticidas.

Huánuco contribuye como segundo productor de papa al mercado nacional, 530 mil toneladas por campaña seguida de regiones como Pasco, Junín, Huancavelica, Ayacucho y otras 14 regiones.

Pachitea, Huánuco, Dos de Mayo, Ambo y Huamalíes, son los principales productores mayoristas de papa en la región, según informe de la Dirección Regional de Agricultura. Siendo la provincia de Pachitea el mayor productor de papa en Huánuco.

La papa es una planta originaria de los Andes, representa un alimento básico en la dieta de la población mundial y contribuye a reducir el hambre y lograr la seguridad alimentaria de vastas poblaciones en el mundo. En la actualidad, la papa es el cultivo que más contribuye a explicar el Valor Bruto de la Producción Agrícola del Perú.

La distribución de la mano de obra según la etapa de los ciclos de producción y comercialización del cultivo de la papa muestra que el mantenimiento del cultivo de la papa muestra que el mantenimiento del cultivo demanda la mayor cantidad de mano de obra, seguida de la cosecha, la preparación del terreno y la siembra. El mantenimiento del cultivo abarca las labores posteriores a la siembra y finaliza antes de la cosecha, es decir, comprende la aplicación de fertilizantes, el control fitosanitario, el aporque, entre otras. La cosecha en la papa comprende la labor de la cosecha propiamente dicha. Esta actividad es realizada de forma manual, es decir, sólo demanda mano de obra para su ejecución. La etapa de la preparación del terreno, que comprende actividades como la aradura, el rastreo, el gradeo y el surcado; tiene una alta demanda por mano de obra debido al escaso uso de maquinaria durante las labores de labranza. La siembra en la papa abarca la selección de semilla, la desinfección y el brotamiento de la semilla, la desinfección del almacén y la siembra propiamente dicha, siendo esta última la labor con mayor demanda de mano de obra (en el 100% de los terrenos, la siembra es manual). La post cosecha comprende las labores de selección y de carguío a la carretera donde el tubérculo cosechado es ensacado para su comercialización.

En el 22% de los terrenos, los productores accedieron a algún curso de capacitación (no asistencia técnica). Las capacitaciones recibidas estuvieron básicamente vinculadas a problemas fisiológicos y/o sanitarios, manejo y aplicaciones de plaguicidas y uso de variedades de papa nativa. Estas capacitaciones fueron proporcionadas básicamente por las

casas comerciales de Panao y por la Agencia Agraria. Es decir, dichas capacitaciones fueron tanto de carácter «institucional» como «no institucional».

En el 80% de los terrenos, el financiamiento de la campaña fue con recursos propios del productor. Sólo en el 20% restante de terrenos el financiamiento fue a través de crédito. Se aprecia que el mercado de crédito formal no está desarrollado y que los productores acceden a más de una fuente de crédito informal.

Los productores que financiaron su campaña de papa con recursos propios no solicitaron ningún crédito debido, principalmente, a que consideran no necesitarlo y a las altas tasas de interés cobradas. Entre otros motivos, figuran los relacionados al desconocimiento de la oferta crediticia y los relacionados a la aversión al riesgo.

La percepción de «no contar con las garantías necesarias» aparece en un reducido número de productores. Este bajo porcentaje se debería, más que a la existencia de demanda potencial de crédito en el sector formal, a la ausencia de oferta del mismo y, por tanto, al desconocimiento de los requisitos para acceder a él (garantías reales, avales, plan de cultivo, entre otros).

En esta investigación se busca mostrar los principales factores que influyen de una u otra manera en la actividad productiva de la papa en la provincia de Pachitea a través de la función de producción de Cobb-Douglas que quizás es la función más utilizada en economía, basada en el cumplimiento de las propiedades básicas para determinar cómo estos factores se relacionan para desenvolver alguna actividad específica, como es en este caso la papa.

Esta función de producción nos dará a conocer la relación que existe entre la cantidad producida en el proceso productivo de la papa y la cantidad de insumos utilizados en este proceso, es decir la utilización de las distintas cantidades de factores productivos como: mano de obra, maquinaria, parcelas de tierras, insumos, capital y otros recursos.

Para conocer acerca de estos factores intervinientes nos plantearemos las siguientes interrogantes.

1.2. DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

1.2.1. PROBLEMA GENERAL

¿Cuáles son los factores de la función de producción de Cobb-Douglas que influyen en la producción de papa de la Provincia de Pachitea?

1.2.2. PROBLEMAS ESPECÍFICOS

- ✓ ¿Cuál es el modelo de la función de Cobb-Douglas que a través de la econometría nos dará a conocer la producción de papa de la Provincia de Pachitea?
- ✓ ¿Cuáles son los resultados estadístico obtenidos con la función de Cobb-Douglas en la producción de la papa de la Provincia de Pachitea?
- ✓ ¿Cómo comparar el desempeño de los recursos productivos, tierra, capital y mano de obra usando la función de Cobb-Douglas en la producción de papa de la Provincia de Pachitea?

1.3. OBJETIVOS

1.3.1. OBJETIVO GENERAL

Identificar a través del modelo econométrico de la función de producción de Cobb-Douglas los factores que influyen en la producción de la papa de la Provincia de Pachitea y aplicarlo a un conjunto de datos y realizar un análisis de los resultados obtenidos.

1.3.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- ✓ Demostrar que el modelo de la función de Cobb-Douglas es útil en los cálculos de la econometría para conocer la producción de papa de la Provincia de Pachitea.
- ✓ Realizar un análisis estadístico de los resultados obtenidos con la función de Cobb-Douglas de la producción de papa de la Provincia de Pachitea.
- ✓ Analizar el desempeño de los recursos productivos, tierra, capital y mano de obra usando la función de Cobb-Douglas en la producción de papa de la Provincia de Pachitea.

1.4. ALCANCE Y LIMITACIONES

El presente estudio de investigación, tiene como principal objetivo identificar los factores de producción de Cobb-Douglas en la producción de papa de la provincia de Pachitea y los factores que influyen en la productividad (asumiendo que existen).

La función de producción de Cobb-Douglas, es una función muy empleada en el análisis económico, para representar la relación que existe entre el producto obtenido y la combinación de los factores o insumos que se utilizan en su obtención.

Una limitación encontrada fue la información, ya que la información con la que se trabajó procede del Censo Nacional Económico del 2008, elaborado por el Instituto Nacional de Estadística (INEI), y que constituye una fuente que presenta problemas tanto de omisión o falta de datos relacionados al tema, sin embargo se trató de buscar en las instituciones públicas como el Ministerio de Agricultura y centros de investigación dedicados a este tema.

Es necesario señalar que esta falta de información, ha motivado presentar una solución al problema encontrado, y realizar el cálculo de los determinantes de la productividad utilizando un modelo econométrico probabilístico, por lo cual fue necesario dicotomizar la

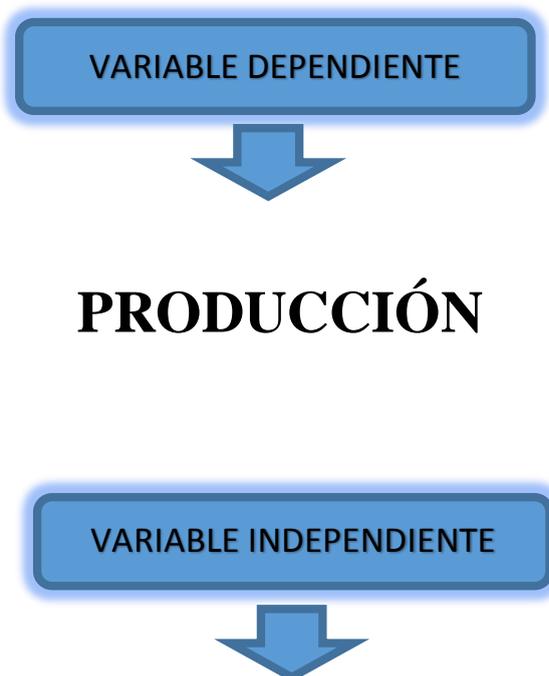
variable dependiente. De esta forma, el modelo planteado considera a la variable dependiente dicotómica en función de variables independientes.

1.5. HIPÓTESIS, VARIABLES, INDICADORES Y DEFINICIÓN OPERACIONAL

1.5.1. LA HIPÓTESIS DE TRABAJO

“La aplicación de la función de producción Coob Douglas al sector productivo de papa de la provincia de Pachitea proporciona información de la productividad media de los factores, para comparar el desempeño de los recursos productivos, capital y trabajo”

1.5.2. VARIABLES



PRODUCTIVIDAD DE LOS FACTORES DE PRODUCCIÓN

1.5.3. OPERACIONALIZACIÓN DE LAS VARIABLES

CONCEPTUALIZACIÓN	TIPO DE VARIABLE	DEFINICIÓN	INDICADORES	INSTRUMENTOS
<p>VARIABLE DEPENDIENTE</p> <p>Producción de papas</p>	Cuantitativa Continuas	<p><i>Producción</i> es el proceso mediante el cual los factores de producción se combinan entre sí para fabricar los bienes y servicios que desea la población.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Superficie cosechada - Rendimiento - Rentabilidad 	<ul style="list-style-type: none"> - Métodos de los Mínimos Cuadrados Ordinarios
<p>VARIABLE INDEPENDIENTE</p> <p>Productividad de los factores de producción</p>	Cuantitativa Continuas	<p><i>Productividad</i> es la relación entre lo obtenido tras un proceso productivo y los factores de producción utilizados</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Producción final - Factor capital - Factor mano de obra - Factor Tierra - Materiales 	<ul style="list-style-type: none"> - Prueba ANOVA - Durbin Watson (DW)

Elaboración: Propia

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

2.1. ANTECEDENTES DE LA INVESTIGACIÓN

Esta parte se basa en la revisión de escritos que abordan la problemática de esta investigación, solo se hará mención de investigaciones a nivel internacional ya que a nivel nacional y local no existen investigaciones relacionadas con el tema.

- ✓ **Título: Acercamiento a la previsión de uso de los factores para la producción de algodón en San Agustín, Valle de Juárez, (2011).** Autores: Dr. Alfonso Cortázar Martínez, MCE Francisco Javier Sánchez Carlos, LEc Cynthia Guadalupe Núñez Díaz. Este estudio aborda cuestiones referidas a los niveles y factores de producción de algodón en el Valle de Juárez, enfocado específicamente al tejido de San Agustín. En él se exponen argumentos que establecen la necesidad de disponer de información estadística sobre los costos agrícolas del algodón, además aborda los antecedentes históricos del algodón en el Valle de Juárez, particularmente en el tejido san Agustín y también se presenta un modelo empírico en el que se sostiene la formalización de la estimación de producción para el tejido de San Agustín.

✓ **Título: Patrones de desarrollo y fuentes de crecimiento de la agricultura, (2004).**

Autor Salomón Kalmanovitz y Enrique López.

La estructura económica de un país se transforma en el curso de su desarrollo. La población migra de las actividades de baja productividad en el campo hacia las mejor remuneradas en la construcción, los servicios y la industria que se concentran en las ciudades. A su vez, la agricultura y en menor medida la ganadería van adquiriendo una organización industrial: contratan trabajadores asalariados, arriendan tierras para cultivos temporales o las adquieren para establecer plantaciones, y se mecanizan, de acuerdo con las necesidades, los precios relativos y las políticas públicas. Así como se eleva la productividad de las actividades urbanas, la atención de los crecientes mercados y la competencia inducen al sector agropecuario a combinar de mejor manera los factores productivos, a reducir costos y a elevar también su productividad.

2.2. TEORÍA DE LA PRODUCCIÓN Y SUS FUNCIONES DE PRODUCCIÓN

2.2.1 FUNCIÓN DE LA PRODUCCIÓN

Según la teoría microeconómica una función de producción se define como la relación técnica que transforma los factores en producto. Representa la cantidad máxima de producción que se puede obtener aplicando eficientemente una cantidad dada de factores.

Una función de producción puede ser representada matemáticamente como:

$$\mathbf{Q = F(K, L)} \quad \mathbf{(1)}$$

En un contexto macroeconómico de una economía en particular, la producción (Q) puede representarse con el producto interno bruto o bien el producto nacional bruto, y los recursos productivos se pueden aproximar con el acervo de capital (K) y la fuerza laboral (L). En este caso la función se denominaría función de producción agregada.

Una función de producción se puede representar gráficamente en un plano de dos o tres dimensiones en el espacio de insumos. En este espacio, con una combinación eficiente de factores, es posible producir una cantidad dada de producto. Sin embargo, ésta (la altura de la curva), se puede producir con otras posibles combinaciones de factores.

En el análisis de isocuantas, se observa que en los procesos de producción que utilizan los recursos en proporciones variables, es posible sustituir un insumo por otro de forma que se puede producir la misma cantidad. Un concepto que representa esta relación es la Tasa Marginal de Sustitución (TMST), que mide en cuántas unidades se debe reducir el uso de un factor productivo al aumentar en una unidad el otro insumo, de forma que el nivel de producción se mantenga constante.

Este concepto también puede expresarse como la razón de las productividades marginales de los insumos.

$$TMST_{L,K} = \frac{\Delta K}{\Delta L} = \frac{PMg_L}{PMg_K} \quad (2)$$

Según el grado de sustitución de los factores productivos, las funciones de producción pueden asumir una de las siguientes formas:

a. Coeficientes fijos: la cual no permite la sustitución de los factores en términos de su relación capital-trabajo (K/L), pero sí admite que alguno de estos factores se utilice en una cantidad mayor aunque se seguirá produciendo lo mismo.

En este caso, la función de producción es de la forma:

$$Q = \min(\beta_K K, \beta_L L) \quad (3)$$

donde β_i = coeficiente técnico del factor i , $i = K, L$
y dado que

$$Q = \beta_K * K = \beta_L * L \quad (4)$$

entonces

$$\frac{K}{L} = \frac{\beta_L}{\beta_K} \quad (5)$$

b. Coeficientes variables o continuos: permite la sustitución capital-trabajo, en el proceso de producción, en cualquier proporción.

Una propiedad importante de las funciones de producción es su grado de homogeneidad; por medio del cual es posible conocer el tipo de rendimientos a escala que poseen. Se dice que una función de producción es homogénea de grado n si cuando cada insumo es multiplicado por algún número Z , el producto resultante corresponde a Z n veces el producto original, esto es:

$$F(\lambda K, \lambda L) = \lambda^n F(K, L) = \lambda^n Q \quad (6)$$

Cuando existe un factor fijo y otro variable es importante hablar de la ley de rendimientos decrecientes, que se refiere básicamente al fenómeno de que, a partir de cierto nivel de producción, al agregar unidades adicionales de un insumo variable a una cantidad dada de insumos fijos, cada unidad de incremento del insumo variable produce cada vez menos. Esta

ley se cumple sólo en el corto plazo y se debe a la saturación en el proceso productivo del factor fijo.

2.2.2 RENDIMIENTOS A ESCALA

Este concepto describe la reacción en la producción ante un aumento de todos los insumos utilizados. Si el producto aumenta en la misma proporción que los insumos, se dice que hay rendimientos constantes a escala. Si el producto aumenta en una proporción mayor que los factores entonces se tienen rendimientos crecientes a escala o economías de escala y si por el contrario la producción se incrementa en una proporción menor que los insumos entonces la función de producción se caracteriza por rendimientos decrecientes a escala o deseconomías de escala.

El concepto de rendimiento se puede explicar mediante funciones de producción homogéneas como las que se especificaron anteriormente en la ecuación (6): si ambos insumos se aumentan por el factor Z , el producto aumenta por el término Z^n . Por tanto los rendimientos son crecientes si $n > 1$, constantes si $n = 1$ y decrecientes si $n < 1$.

Otro concepto derivado de la teoría neoclásica es el coeficiente de elasticidad de sustitución. Este concepto lo introdujo Hicks en 1932 y "mide la reacción relativa de la relación capital-trabajo ante cambios porcentuales dados en la tasa marginal de sustitución técnica del capital por trabajo"². Se denota como:

$$\sigma = \frac{\Delta(K/L)}{\Delta TMST_{KL}} * \frac{TMST_{KL}}{(K/L)} \quad (7)$$

² Ferguson, C. E. y Gould, J. P. (1978), página 393.

La elasticidad de sustitución (σ), bajo condiciones de competencia perfecta toma una forma particular. En ella, los factores productivos son utilizados de acuerdo con sus respectivas productividades marginales, de forma que la remuneración a cada factor es igual a sus respectivas productividades marginales.

$$W = PMg_L = \frac{\partial Q}{\partial L} \quad R = PMg_K = \frac{\partial Q}{\partial K} \quad (8)$$

Si se definen las siguientes dos razones:

$$k = \frac{K}{L} \quad w = \frac{W}{R} \quad (9)$$

Donde k es la razón capital-trabajo, que mide la proporción en que se combinan los factores capital y trabajo para obtener cierto nivel de producción, y w es la razón de la remuneración trabajo-capital, el coeficiente elasticidad de sustitución toma la siguiente forma:

$$\sigma = \left(\frac{\partial k}{\partial w} \right) \left(\frac{w}{k} \right) \quad (10)$$

Esta relación se interpreta como el cambio porcentual en la razón capital-trabajo debido a cambios porcentuales en las remuneraciones de los factores de producción.

Con los conceptos desarrollados anteriormente, la literatura referida a funciones de producción define una función de producción neoclásica como aquella que cumple con las siguientes condiciones:

- a. $F(K,L) \geq 0$ para $K \geq 0, L \geq 0$, lo cual implica que el producto es positivo.
- b. $\partial Q / \partial L > 0$ y $\partial Q / \partial K > 0$, ∂ denota la primera derivada parcial. Lo anterior implica que las productividades marginales de cada factor son positivas.
- c. Las derivadas parciales de segundo orden con respecto a L y K existen, son continuas y menores que cero, en otras palabras, la producción que se obtiene de ellas es máxima.
- d. $F(0,0) = 0$, es decir, sin recursos no es posible obtener la producción.
- e. La función Q es homogénea de grado uno, esto es:

$$F(ZK, ZL) = ZF(K, L) = ZQ \quad (11)$$

2.2.3. CAMBIO TECNOLÓGICO

Es importante mencionar lo que se entiende por tecnología y cambio tecnológico. Naranjo (1971), expresa que la "tecnología es el conjunto de conocimientos utilizados por las empresas productoras. Consiste en el conocimiento y la aplicación de los principios que rigen a los fenómenos físicos y sociales, al proceso productivo y a las operaciones diarias relacionadas con la producción". Además, afirma que "una función de producción representa, para un nivel dado de tecnología, el producto máximo que puede ser obtenido utilizando cierta cantidad de insumos"³.

El cambio tecnológico se define como un elemento central en el crecimiento económico, tal que existe la capacidad de obtener más producto sin cambiar las cantidades de trabajo y capital en el proceso de producción. Los modelos más simples de crecimiento económico asumen que el progreso tecnológico es "como caído del cielo".

³ Naranjo, Fernando (1971), páginas 5 y 6.

Sin embargo, en los modelos más sofisticados se asume que el cambio tecnológico viene incluido en el nuevo acervo de capital⁴.

Por ejemplo, Naranjo caracteriza al cambio tecnológico como el avance en la tecnología utilizada para producir, el cual se presenta en forma de mejoras a uno o más insumos utilizados en el proceso productivo o en las mejoras en el método de producción.

Generalmente, el cambio tecnológico se clasifica como cambio técnico ahorrador de trabajo, de capital y cambio técnico neutral. El primero se define como el "cambio en la función de producción de manera que el mismo nivel de producción puede obtenerse usando menos capital y trabajo; pero la reducción de porcentaje de capital es, sin embargo, menor"⁵

El segundo se define igual excepto que la reducción del porcentaje de trabajo es menor.

Por su parte, el cambio técnico neutral es el cambio en función de producción de manera que la misma producción puede ser producida con reducciones iguales tanto en el insumo de capital como en el de trabajo; la proporción de los productos físicos marginales permanece igual"⁶.

Usualmente, al estimar una función de producción con datos de corte transversal se supone que la tecnología es dada; sin embargo, al estimarla a partir de datos de distintos períodos productivos, el cambio tecnológico toma importancia.

En la práctica, resulta difícil encontrar medidas directas que capturen el cambio de la tecnología a lo largo del tiempo. Algunas veces ésta se incorpora a la función de producción como una variable de tiempo, sin embargo, no es la medida más adecuada.

⁴ Traducción libre de "The MIT Dictionary of Modern Economics", 1986

⁵ Idem la nota 3.

⁶ Le Roy Miller, r. (1980), página 265.

2.3. PRINCIPALES FUNCIONES DE PRODUCCION

2.3.1. FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN COBB-DOUGLAS

Esta es la función de producción más renombrada que se ha utilizado para representar procesos productivos. Fue utilizada por primera vez en un estudio empírico que trataba sobre la comparación de la productividad del trabajo y el capital en Estados Unidos⁷. La función de producción original se asumió homogénea de grado 1 en ambos factores, o con rendimientos constantes a escala. Su principal limitación es que no representa las tres etapas de la función de producción neoclásica.

La especificación original fue de la siguiente forma:

$$Q = A * L^{\alpha} K^{1-\alpha} \quad (12)$$

En donde α es positivo y menor que 1 y corresponde a la elasticidad del factor trabajo (L). Por su parte la elasticidad del factor capital (K) corresponde al complemento $1-\alpha$, dada la existencia de los rendimientos constantes a escala. El parámetro A es una constante.

Entre las principales características deseables que posee la función Cobb- Douglas están el ser homogénea de grado 1, exhibir rendimientos marginales decrecientes para cada factor productivo y su facilidad de estimación.

La forma general de la función Cobb-Douglas puede escribirse como:

$$Q = F(L, K) = A * L^{\alpha} K^{\beta} \quad (13)$$

⁷ Véase Cobb, Ch. W; and Douglas P. (1928).

De forma que puede exhibir diferentes rendimientos a escala:

$$\lambda^a Q = F(\lambda L, \lambda K) = \lambda^{a+\beta} (A * L^\alpha K^\beta) \quad (14)$$

Esto significa que si $a + \beta > 1$, los rendimientos son crecientes, mientras que si $a + \beta < 1$, estos rendimientos son decrecientes; y si $a + \beta = 1$ existen rendimientos constantes a escala.

Para estimar esta función se puede utilizar la transformación logarítmica:

$$\text{Log } Q = \text{Log } A + \alpha \text{Log } L + \beta \text{Log } K \quad (15)$$

La

forma del mapa de isocuantas para esta función se obtiene a partir de la ecuación (12). Si fijamos la producción en algún nivel constante, y resolvemos para el capital en términos de trabajo se obtienen curvas con pendiente negativa y convexas con respecto al origen:

$$K^\beta = \frac{Q_0}{AL^\alpha} \Rightarrow K = \left[\frac{Q_0}{AL^\alpha} \right]^{\frac{1}{\beta}} \quad (16)$$

$$K = Q^{\frac{1}{\beta}} A^{-\frac{1}{\beta}} L^{-\frac{\alpha}{\beta}} \quad (17)$$

Las productividades marginales de cada factor, calculadas por la derivada parcial del producto respecto a cada factor son:

$$\frac{\partial Q}{\partial L} = \alpha A L^{\alpha-1} K^\beta = \frac{\alpha}{L} Q$$

$$\frac{\partial Q}{\partial K} = \beta A L^\alpha K^{\beta-1} = \frac{\beta}{K} Q \quad (18)$$

las cuales son siempre decrecientes.

Por su parte, la tasa marginal de sustitución entre el trabajo y el capital es igual al negativo del cociente de sus respectivas productividades marginales:

$$TMST_{L,K} = -\frac{PMg_L}{PMg_K} = -\frac{\alpha K}{\beta L} \quad (19)$$

2.3.2. FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN CON ELASTICIDAD DE SUSTITUCIÓN CONSTANTE (CES)

La función de producción con elasticidad de sustitución constante entre los factores de producción “surgió como una necesidad de contar con un tipo de función que permita contrastar la sustitución entre factores productivos”⁸. Entre sus rasgos principales, además del mencionado anteriormente, se encuentra el de que para un conjunto dado de parámetros, la elasticidad de sustitución puede ser la misma en cualquier punto a lo largo de una isocuanta, sin importar cuál sea la relación en que son utilizados los insumos.

Además, esta función se caracteriza por ser linealmente homogénea, sin embargo, se puede modificar para que muestre cualquier grado de homogeneidad, tal y como se define más adelante

La función puede expresarse como:

$$Q = A \left[\delta K^{-\rho} + (1 - \delta) L^{-\rho} \right]^{-\frac{1}{\rho}} \quad (20)$$

⁸ Segura, J. (1969), página 43.

Donde: K y L representan el factor capital y trabajo respectivamente, A es el parámetro de eficiencia y es mayor que cero, δ el parámetro de distribución de los factores, que se encuentra entre cero y uno y ρ es el parámetro de sustitución.

Puede verificarse fácilmente que la ecuación (20) es homogénea de grado uno, ya que al variar los factores K y L en la proporción Z, la producción también varía en esa misma proporción:

$$A \left[\delta (\lambda K)^{-\rho} + (1-\delta) (\lambda L)^{-\rho} \right]^{\frac{1}{\rho}} = A \left[\delta \lambda^{-\rho} K^{-\rho} + (1-\delta) \lambda^{-\rho} L^{-\rho} \right]^{\frac{1}{\rho}} \quad (21)$$

$$A \left[\lambda^{-\rho} (\delta K^{-\rho} + (1-\delta) L^{-\rho}) \right]^{\frac{1}{\rho}} = A \lambda \left[\delta K^{-\rho} + (1-\delta) L^{-\rho} \right]^{\frac{1}{\rho}} \quad (22)$$

Por su parte la productividad marginal del factor trabajo toma la siguiente forma:

$$PM_{g_L} = \frac{A}{\left[\frac{\delta}{K^{\rho}} + \frac{(1-\delta)}{L^{\rho}} \right]^{\left(1+\frac{1}{\rho}\right)}} * \frac{1-\delta}{L^{(1+\rho)}} \quad (23)$$

Simplificando

$$PM_{g_L} = A \left[\delta K^{-\rho} + (1-\delta) L^{-\rho} \right]^{\left(1+\frac{1}{\rho}\right)} (1-\delta) L^{-(1+\rho)} \quad (24)$$

Y la del factor capital:

$$Pmg_K = \frac{A\delta}{\left[\frac{\delta}{K^{\rho}} + \frac{(1-\delta)}{L^{\rho}} \right]^{\left(1+\frac{1}{\rho}\right)} * K^{(1+\rho)}} \quad (25)$$

Estas productividades marginales son siempre positivas.

$$PM_{g_K} = A [\delta K^{-\rho} + (1-\delta) L^{-\rho}]^{-\left(1+\frac{1}{\rho}\right)} \delta K^{-(1+\rho)} \quad (26)$$

Estas productividades marginales son siempre positivas.

$$TMST_{L,K} = \frac{PM_{g_L}}{PM_{g_K}} = -\frac{1-\delta}{\delta} \left(\frac{K}{L}\right)^{1+\rho} \quad (27)$$

Por definición, la tasa marginal de sustitución del trabajo por el capital está dada por el negativo del cociente de las productividades marginales de los factores productivos, de forma que sustituyendo (24) y (26) se obtiene: esta tasa es decreciente y convexa si $\rho > -1$ y su correspondiente elasticidad de sustitución es:

$$\sigma = \frac{1}{1+\rho} \quad (28)$$

Donde el parámetro ρ está claramente relacionado con la elasticidad de sustitución ya que puede expresarse como:

$$\rho = \frac{1-\sigma}{\sigma} \quad (29)$$

La forma del mapa de isocuantas depende tanto del valor que tome el parámetro de sustitución (ρ), como el de elasticidad de sustitución (σ). Debido a esto se pueden presentar los siguientes casos:

caso 1: $\rho \rightarrow \infty, \sigma \rightarrow 0$, la función de producción se transforma en una de coeficientes constantes o proporciones fijas. No existe la posibilidad de sustitución entre los factores, sino que se combinan como complementos perfectos y la forma de las isocuantas forman ángulos rectos.

caso 2: $\rho > 0, 0 < \sigma < 1$; existe sustitución entre los factores, aunque esta no se da tan fácilmente. Las isocuantas son asintóticas a algún valor de capital (K) y de trabajo (L) en vez de hacia los ejes.

caso 3: $\rho = 0, \sigma = 1$, para este caso especial la función de producción se convierte en la función Cobb-Douglas.

caso 4: $-1 < \rho < 0, \sigma > 1$, existe sustitución de los factores, las isocuantas cortan a los ejes de los factores, lo cual sugiere que es posible la producción con la ausencia de uno de los factores productivos.

caso 5: $\rho \rightarrow 0, \sigma \rightarrow \infty$; en el límite las isocuantas adoptan la forma de una línea recta, indicando sustitución perfecta entre los factores.

La función de producción CES puede ser generalizada de manera que admita cualquier grado de homogeneidad y puede expresarse como⁹.

$$Q = A [\delta K^{-\rho} + (1 - \delta) L^{-\rho}]^{-V/\rho} \quad (30)$$

Donde V muestra el grado de homogeneidad y el resto de los parámetros son los mismos de la ecuación (20).

2.3.3. FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN TRANSLOG

Esta función de producción se ha desarrollado para la estimación de las elasticidades de sustitución entre pares de insumos complementarios. Su especificación matemática toma la siguiente forma:

⁹ Véase Henderson, J.M. y Quant, R.E. (1975), página 144.

$$Q = \alpha L^{\beta_1} K^{\beta_2} e^{\frac{\gamma}{2} \ln L * \ln K} \quad (31)$$

$$\ln Q = \ln \alpha + \beta_1 \ln L + \beta_2 \ln K + \frac{1}{2} \gamma \ln L * \ln K$$

Esta función es similar a la Cobb-Douglas, en el sentido de que nunca alcanza un máximo en la producción, sin embargo, se diferencia en que ésta no siempre genera elasticidades de sustitución unitarias.

La forma de las isocuantas de esta clase de funciones depende del parámetro γ , el cual representa el porcentaje de participación conjunta de los factores de producción. Si $\gamma=0$, la función genera isocuantas similares a la Cobb-Douglas, la tasa marginal de sustitución podría ser una función lineal de la relación de insumos (K/L), y la elasticidad de sustitución sería unitaria. En tanto γ se incrementa, las isocuantas presentan un arqueamiento hacia adentro, si el parámetro γ se incrementa más, éstas forman un ángulo recto, y la elasticidad de sustitución se vuelve cada vez menor.

El producto marginal para el factor L es:

$$PM_{g_L} = \left[\frac{\beta_1}{L} + \frac{\gamma}{2} \ln K \left(\frac{1}{L} \right) \right] Q \quad (32)$$

Y la correspondiente tasa marginal de sustitución:

$$TMST_{L,K} = - \frac{PM_{g_L}}{PM_{g_K}} = - \frac{\left[\frac{\beta_1}{L} + \frac{\gamma}{2} \ln K \left(\frac{1}{L} \right) \right]}{\left[\frac{\beta_2}{K} + \frac{\gamma}{2} \ln L \left(\frac{1}{K} \right) \right]} \quad (33)$$

2.3.4. FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN TRASCENDENTAL

Esta función surgió a partir de la Cobb-Douglas, y su principal objetivo fue representar las tres etapas de la producción de la función neoclásica, y obtener elasticidades variables en la producción. Su representación matemática para dos insumos es la siguiente:

$$Q = A L^{\alpha} K^{\beta} e^{\gamma L + \delta K} \quad (34)$$

Las productividades marginales para los dos insumos son:

$$PMg_L = Q \frac{\alpha}{L + \gamma} \quad (35)$$

$$PMg_K = Q \frac{\beta}{K + \delta}$$

Y la tasa marginal de sustitución es:

$$TMST_{L,K} = - \frac{PMg_L}{PMg_K} = - \frac{K(\alpha + \gamma L)}{L(\beta + \delta K)} \quad (36)$$

2.3.5. OTRAS FUNCIONES DE PRODUCCIÓN

Dentro de la teoría de funciones de producción, la función de Cobb-Douglas y la función de elasticidad de sustitución constante (CES) son las más comúnmente utilizadas por los economistas; sin embargo, se han desarrollado otras funciones de producción, dirigidas al estudio de casos muy específicos o bien con supuestos muy singulares.

A continuación se menciona en forma muy breve algunas de ellas:

a. Función de producción de Zellner

El propone una especificación en la que relaciona el tamaño de la empresa o industria, que denomina T, con un factor variable (L), de la siguiente forma:

$$Y = \frac{a L^3}{e^{\frac{bL}{T}} - 1} \quad (37)$$

En donde a y b son constantes positivas.

Esta función presenta productividades marginales positivas y decrecientes, sin embargo es una función homogénea de grado tres, situación que implica la existencia de rendimientos de escala fuertemente crecientes, lo cual la hace ser prácticamente inaplicable. La referencia bibliográfica estudiada menciona además que Zellner demuestra que la máxima producción se logra en aquel punto en donde:

$$\frac{L}{T} = \frac{1}{b} 0.02 \quad (38)$$

b. Función Generalizada de Hildebrand y Liu

Estos autores relacionan logarímicamente de forma lineal el valor agregado con la proporción capital-trabajo, y no con el salario real, como se plantea en la función de producción de elasticidad de sustitución constante (CES) por Arrow, Chenery, inhas y Solow¹⁰.

Plantean una función de producción lineal homogénea de grado uno bajo equilibrio competitivo:

$$Q = \left[\delta K^{-\rho} + e K^{-m\rho} \right]^{-\frac{1}{\rho}} \quad (39)$$

¹⁰ Véase Segura, J. (1969), página 60.

Donde el parámetro ρ representa la elasticidad de sustitución, δ y e son parámetros distributivos, y m es una constante.

c. Función de producción de Spillman

Esta función fue uno de los primeros esfuerzos para estimar parámetros de una función de producción. Surgió en la década de los años veinte en un estudio que intentaba determinar si la ley de los rendimientos decrecientes tenía algún sustento empírico dentro de procesos de producción agrícolas¹¹. La forma de esta función es la siguiente:

$$Q = A(1 - R_1^{X_1})(1 - R_2^{X_2}) \quad (40)$$

En la que se espera que los parámetros R_1 y R_2 oscilen entre cero y uno, y la suma de estos sea menor o igual a la unidad. Por su parte el producto marginal de ambos insumos (X_1 , X_2) es positivo pero decreciente, de forma que para el insumo X_1 se tiene:

$$PMg_{X_1} = -\ln R_1(1 - R_2^{X_2}) A R_1^{X_1} > 0 \quad (41)$$

2.3.6. EFECTO DE VARIABLES ESTADO EN LAS FUNCIONES DE PRODUCCIÓN¹²

Al respecto, la metodología propuesta por Coeymans, que se basa en un enfoque de oferta agregada, señala que los datos observados en la realidad, no reflejan situaciones de equilibrio en el mediano o largo plazo, sino más bien resultan de fuerzas que actúan también en el corto plazo. Por tanto, se pretende aislar los factores que inciden en el ciclo de otros que tienen

¹¹ Véase Debertin, D. L. (1986), página 184.

¹² Véase Coeymans, J. E. (1992).

influencia más permanente (tendencia), y descubrir la incidencia de los factores cíclicos en el desempeño de la economía de largo plazo.

En general, la producción agregada tiene como variables explicativas fundamentales los factores de producción: tierra, trabajo, capital y capacidad empresarial. Además, es necesario agregar el parámetro de cambio tecnológico, ya que la función de producción se va desplazando por efecto del mismo.

Las nuevas teorías del crecimiento coinciden en que la inversión en capital humano, en infraestructura y en investigación y desarrollo influyen en el crecimiento del producto, el cual por lo general no es explicado por las especificaciones tradicionales que incluyen solamente los factores de producción.

En esta investigación, el producto se determina mediante una función de producción agregada, que relaciona producto agregado con capital, nivel de empleo y tecnología, donde la última es modelada básicamente por los parámetros de la función de producción y depende del estado de la economía.

La tecnología que es endógena al sistema, incorpora efectos de cambios tecnológicos, cambios en la composición del producto agregado y aquellos provenientes de la utilización de factores productivos.

Las variables que se denominarán de "estado"¹³, influyen en el resultado de la producción, pero su efecto sobre la función de producción es un desplazamiento de la curva causado por el cambio de las variables estado. También, estas variables hacen que los empresarios tomen diferentes decisiones entre un período y otro, acerca de cuál técnica de producción utilizar (suponiendo que son agentes optimizadores). La curva de producción agregada podría tener

¹³ Véase Coeymans J.E. (1992), página 3.

desplazamientos, dependiendo del tipo de choque que haya ocurrido. Es así como "el estado del sistema" influye en el proceso de selección tecnológica.

2.3.7. JUSTIFICACIÓN TEÓRICA DE LA IMPORTANCIA DE INCORPORAR "VARIABLES ESTADO" EN LA FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN AGREGADA

En la realidad, un mismo producto puede ser generado por más de una función de producción y la simple existencia de muchos bienes lleva a que estén coexistiendo diversas tecnologías (al menos una para cada bien o servicio).

La falta de especialización tecnológica para producir un determinado bien o servicio se explica por múltiples razones, entre ellas:

- a. Se requiere tiempo para depreciar una tecnología, o para dejar de producir un bien porque ya no es rentable.
- b. Los precios relativos son fluctuantes y hay riesgos de especialización completa en una sola función de producción.
- c. La introducción de nuevas tecnologías muchas veces requiere de capital, lo cual no es instantáneo.

Entonces, a nivel total de la economía, la función de producción agregada depende de la composición de bienes y servicios, la cual se determina conjuntamente con el nivel de utilización de los factores productivos.

Por otro lado, existe el problema adicional de que el conjunto disponible de tecnología o funciones de producción utilizables se va expandiendo en forma no exógena al sistema y en una tasa que no es constante.

La variabilidad de la tasa de cambio tecnológico se explica por el hecho de que si los empresarios tienen algún control sobre el proceso de creación y difusión tecnológica, el cambio tecnológico tendería a evitar la caída de la tasa de rentabilidad, ya que las decisiones de las firmas buscan no perjudicar sus rentabilidades.

En sí, este cambio tecnológico será a favor del capital y en contra del trabajo, ya que al aumentar la relación K/L de la economía, es de esperar que la tasa de rentabilidad se reduzca y, por tanto, los empresarios con tal de no reducir sus beneficios, adquirirán capital cada vez más productivo.

Por tanto, es posible postular que la selección tecnológica dentro de un conjunto de funciones de producción, depende de un grupo de variables económicas o "de estado" que se representarán con "z", las cuales constituyen las restricciones que enfrenta la firma al seleccionar el conjunto óptimo de posibilidades de producción, también se incluyen variables que determinan la expansión conjunta de funciones de producción por ejemplo, capital humano. Así, la producción agregada no solo depende de factores de producción, sino también del vector "z", que representa el hecho de estar seleccionando distintos conjuntos de funciones.

Entonces, se supone que la función de producción tiene la condición de concavidad estándar requerida y supuesta usualmente por la teoría, pero para un vector dado de "z". Si no se incluye el vector "z", la relación entre productividad agregada y razón capital trabajo no tienen por qué tener la forma o concavidad que describe la teoría, ya que el vector "z" está variando y su efecto no está siendo incluido en la función^{13/}, por lo cual se debe estimar una función $Q = f(k,l,z)$.

Si se excluye el efecto de las "z", es posible que se confunda un determinado curso de la economía mediante diferentes funciones de producción (la cual corresponde a un Z dado)

con una función mal comportada, por ejemplo retornos crecientes. Por otro lado, pueden existir problemas de medición del capital o, no haber indicadores adecuados y oportunos sobre el grado de utilización del mismo y del trabajo. En este caso, es necesario agregar dentro de las variables "z", una variable de demanda, lo cual lleva a no descuidar los efectos que puede tener en la producción los cambios en ésta.

La inclusión de una variable de demanda dentro de un enfoque de oferta es importante, ya que los datos de capital y trabajo disponibles miden el acervo instalado y empleo contratado y no los servicios de estos factores. Por tanto, una variable de demanda podría servir como corrector de un problema de omisión de variables, en este caso, la tasa de utilización.

Las variables de estado Z se pueden clasificar en 5 categorías:

- a. Variables que resumen información de precios.
- b. Variables que reflejan restricciones a determinadas funciones de producción, debido a que afectan la utilización de factores (por ejemplo restricción externa).
- c. Variables que representan restricciones o efectos sectoriales específicos (ejemplo: reforma agraria).
- d. Variables de expectativas.
- e. Variables que representan progreso técnico.

No obstante, es difícil captar el efecto de los precios en el proceso de selección tecnológica a menos que se encuentre un vector muy completo de ellos, por lo cual se perderían muchos grados de libertad.

Por otro lado, no es conveniente utilizar una variable sectorial, ya que no tiene efecto global, a pesar de que sea importante en el sector. Esto es, en el Análisis empírico se incluirán

variables Z cuyos efectos sean lo suficientemente importantes para todos los sectores agregados, o al menos para la mayoría de ellos.

2.4 PROPIEDADES DE LA FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN COBB DOUGLAS

2.4.1 PRODUCTO MEDIO DEL FACTOR PRODUCTIVO

El producto medio de un insumo se define como el cociente de la producción total dividida por la cantidad del insumo (Romo, 1990); reduciendo la ecuación (3) a dos factores.

$$Y = \beta_0 X_1^{\beta_1} X_2^{\beta_2} \quad (4)$$

El producto medio para cada uno, se representan por las siguientes expresiones

Producto medio del factor X1 (capital).

$$PMeX_1 = \frac{Y}{X_1} = \frac{\beta_0 X_1^{\beta_1} X_2^{\beta_2}}{X_1} = \frac{\beta_0 X_2^{\beta_2}}{X_1^{(1-\beta_1)}} \quad (5)$$

Producto medio del factor X2 (trabajo).

Producto

$$PMeX_2 = \frac{Y}{X_2} = \frac{\beta_0 X_1^{\beta_1} X_2^{\beta_2}}{X_2} = \frac{\beta_0 X_1^{\beta_1}}{X_2^{(1-\beta_2)}} \quad (6)$$

Restringiendo la función a lineal homogénea, lo cual implica que la suma de los exponentes es igual a la unidad, se tiene:

$$\beta_1 = \alpha \quad ; \quad \beta_2 = (1 - \alpha)$$

Sustituyendo en los productos medios:

$$\begin{aligned}
 PMeX_1 &= \frac{\beta_0 X_2^{(1-\alpha)}}{X_1} = \beta_0 \left\{ \frac{X_2^{(1-\alpha)}}{X_1} \right\} \\
 PMeX_2 &= \frac{\beta_0 X_1^\alpha}{X_2} = \beta_0 \left\{ \frac{X_1^\alpha}{X_2} \right\}
 \end{aligned}
 \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} PMeX_1 \\ PMeX_2 \end{aligned}} \right\} \quad (7)$$

La productividad media de un insumo indica el producto por unidad de este insumo. Se observa que cuando la función no es lineal homogénea, el producto medio está en función de las magnitudes absolutas de X_1 y X_2 a diferencia de cuando sí lo es, en el que producto medio, está en función únicamente de la relación capital-trabajo.

2.4.2 PRODUCTO MARGINAL DEL FACTOR VARIABLE

El producto marginal de un insumo se define como la adición en el producto total atribuible a la adición de una unidad de insumo variable en el proceso productivo, cuando los demás insumos permanecen constantes. O bien se define como el cambio en el producto total al cambiar en una unidad el empleo de uno de los factores productivos manteniendo constante la cantidad utilizada del otro factor productivo. Éste se representa por medio de la derivada parcial de la función con respecto al factor productivo en cuestión.

Para el factor X1 (capital) es:

$$PMgX_1 = \frac{\delta Y}{\delta X_1} = \frac{\delta(\beta_0 X_1^{\beta_1} X_2^{\beta_2})}{\delta X_1} = \beta_0 X_2^{\beta_2} \beta_1 (X_1^{\beta_1-1}) = \frac{\beta_0 \beta_1 X_2^{\beta_2}}{X_1^{1-\beta_1}} = \left(\frac{\beta_0 X_2^{\beta_2}}{\beta_1 X_1^{1-\beta_1}} \right)$$

Por la ecuación (5) entonces se tiene

$$PMgX_1 = \beta_1 (PMeX_1) \quad (8)$$

Y por la ecuación (7)

$$\frac{\delta Y}{\delta X_1} = \beta_1 \left(\frac{\beta_0 X_2^{\beta_2}}{X_1^{1-\beta_1}} \right) = \alpha \left(\frac{\beta_0 X_2^{(1-\alpha)}}{X_1^{1-\alpha}} \right) = \alpha \beta_0 X_1^{-\alpha} X_2^{\alpha} > 0$$

Para el factor X2 (trabajo) es:

$$PMgX_2 = \frac{\delta Y}{\delta X_2} = \frac{\delta(\beta_0 X_1^{\beta_1} X_2^{\beta_2})}{\delta X_2} = \beta_0 X_1^{\beta_1} \beta_2 (X_2^{\beta_2-1}) = \frac{\beta_0 \beta_2 X_1^{\beta_1}}{X_2^{1-\beta_2}} = \left(\frac{\beta_0 X_1^{\beta_1}}{\beta_2 X_2^{1-\beta_2}} \right)$$

Por la ecuación (6), se tiene:

$$PMgX_2 = \beta_2 (PMeX_2) \quad (9)$$

Y por la ecuación (7).

$$\frac{\delta Y}{\delta X_2} = \beta_2 \left(\frac{\beta_0 X_1^{\beta_1}}{X_2^{1-\beta_2}} \right) = 1-\alpha \left(\frac{\beta_0 X_1^{(1-\alpha)}}{X_2^{1-(1-\alpha)}} \right) = (1-\alpha) \beta_0 X_1 X_2^{-\alpha} > 0$$

Restringiendo las funciones de los factores X_1 y X_2 a lineal homogéneas, tenemos que:

$$PMgX_1 = \alpha \frac{\beta_0 X_1^{\beta_1} X_2^{\beta_2}}{X_1^{(1-\beta_1)}} \quad PMgX_2 = 1 - \alpha \frac{\beta_0 X_1^{\beta_1} X_2^{\beta_2}}{X_2^{(1-\beta_2)}}$$

Se dice que existen rendimientos marginales decrecientes cuando al agregar unidades adicionales de un insumo, manteniendo la cantidad de los demás insumos constantes, el producto total aumenta pero cada vez en menor cantidad o, lo que es lo mismo, cuando el producto marginal disminuye. Esto se da fundamentalmente cuando:

$$0 < \beta_i < 1$$

2.4.3 GRADO DE HOMOGENEIDAD DE LA FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN

El grado de homogeneidad de una función, depende de la reacción que tenga el producto a cambios en la cantidad de insumos utilizados. Si al multiplicar cada uno de los insumos por una constante K el valor de la producción es multiplicado por K^n entonces la función será de grado n .

Partiendo de:

$Y = G(X, Z)$ es una función homogénea de grado n si

$$G(KX, KZ) = K^n G(X, Z)$$

Entonces, dada la función de producción (4) de Cobb-Douglas:

$$Y = F(X_1, X_2) = \beta_0 X_1^{\beta_1} X_2^{\beta_2}$$

Multiplicando cada factor por una constante K y desarrollando, tenemos:

$$Y = F(KX_1, KX_2) = \beta_0 (KX_1)^{\beta_1} (KX_2)^{\beta_2}$$

$$= K^{\beta_1 + \beta_2} \beta_0 X_1^{\beta_1} X_2^{\beta_2}$$

Donde $\beta_1 + \beta_2$ es el grado de homogeneidad

Ahora bien para nuestra función (4), restringida a lineal homogénea de

grado uno; es decir:

$$Y = F(X_1, X_2) = \beta_0 X_1^\alpha X_2^{1-\alpha}$$

Con

$$\beta_1 = \alpha \quad ; \quad \beta_2 = 1 - \alpha$$

Sustituyendo

$$Y = F(KX_1, KX_2) = \beta_0 (KX_1)^\alpha (KX_2)^{1-\alpha} = K^{\alpha + (1-\alpha)} \beta_0 X_1^\alpha X_2^{1-\alpha}$$

$$= K \beta_0 X_1^\alpha X_2^{1-\alpha} = KF(X_1, X_2)$$

Por tanto el grado de homogeneidad es 1.

2.4.4 RENDIMIENTOS A ESCALA

La función de producción presenta rendimientos constantes a escala. Es decir, si el capital y el trabajo se incrementan en la misma proporción, la producción también aumenta en esa proporción. Que se puede expresar también de la siguiente manera:

Cuando la suma de los exponentes de la función es igual a la unidad, significa que existen rendimientos constantes a escala, es decir, que al aumentar en un mismo porcentaje la

cantidad de cada insumo utilizando la proporción se incrementará en un porcentaje igual al del incremento de los insumos.

Para demostrar que la función de producción de Cobb-Douglas (4), tiene rendimientos a escala, observamos qué ocurre cuando se multiplica el capital y el trabajo (X_1 y X_2) por una constante.

Expandiendo los términos al segundo miembro.

$$Y = F(\lambda X_1, \lambda X_2) = \beta_0 \lambda^\alpha X_1^\alpha \lambda^{1-\alpha} X_2^{1-\alpha}$$

Reordenando para agrupar los términos similares, se obtiene

$$Y = F(\lambda X_1, \lambda X_2) = \lambda^{\alpha + (1-\alpha)} \beta_0 X_1^\alpha X_2^{1-\alpha}$$

$$Y = F(\lambda X_1, \lambda X_2) = \beta_0 (\lambda X_1)^\alpha (\lambda X_2)^{1-\alpha}$$

Dado que, $\lambda^{\alpha + (1-\alpha)} = \lambda$ la función se convierte en

$$Y = F(\lambda X_1, \lambda X_2) = \lambda \beta_0 X_1^\alpha X_2^{1-\alpha}$$

Pero $\beta_0 X_1^\alpha X_2^{1-\alpha} = F(X_1, X_2)$, por lo que,

$$Y = F(\lambda X_1, \lambda X_2) = \lambda F(X_1, X_2) = \lambda Y$$

Por tanto, la cantidad de producción Y aumenta en el mismo factor, λ , lo que implica que esta función de producción tiene rendimientos constantes a escala.

2.5. DESARROLLO DE LAS PRINCIPALES TEORIAS DEL CRECIMIENTO

2.5.1. GENERALIDADES

El nivel de producción de un país puede permanecer constante, crecer o bien disminuir de un año a otro, sin embargo, a largo plazo se espera que este agregado macroeconómico evolucione en forma ascendente. Si se realiza un estudio del comportamiento del nivel de

producción (Y) de una serie de países se observa que algunos de ellos han crecido más rápido que otros, otros con mayor lentitud, pero en general se nota una tendencia ascendente; lo cual representa el crecimiento económico de un país¹⁴.

Cuando se tiene una serie de datos del producto interno bruto, en realidad éste es el producto de una serie de acontecimientos de corto, mediano y largo plazo. Entre las variables que pueden afectar el producto de corto plazo se encuentran las políticas monetarias, fiscales y cambiarias. Al analizar la serie, se observan movimientos del producto en torno a la tendencia. Generalmente dicha tendencia es positiva, lo cual es un reflejo de que el país está experimentando crecimiento económico.

Al respecto surgen muchas interrogantes, por ejemplo; ¿Qué determina la tasa de crecimiento de una economía en particular?, ¿Qué condiciones deben darse para que la tasa de crecimiento a largo plazo se acelere, desacelere o permanezca invariable?, entre otros.

A lo largo de la historia los economistas han tratado de identificar algunos de los factores que determinan este crecimiento: aumento de la población, de la fuerza de trabajo, mejoras en los métodos de producción, avances tecnológicos, inversión en capital humano y físico.

De acuerdo con la literatura consultada se pueden identificar tres categorías de desarrollo de teorías de crecimiento económico durante los últimos 50 años, a saber,

- a. La primera está asociada con el trabajo de Roy F. Harrod (1948) y Evsey D. Domar (1947). El principio básico de estos autores, el cual está incorporado en toda la teoría moderna del crecimiento es el efecto dual de la inversión neta: "la inversión neta constituye una demanda de producción pero también aumenta la capacidad de producción de la economía"¹⁵.

¹⁴ Véase Eduard Shapiro, E. (1975), página 536.

¹⁵ Idem anterior, página 555.

Por ejemplo, la construcción de una industria genera la demanda de materiales de construcción, pero luego de construida y equipada aumenta la capacidad productiva de la economía.

- b. La segunda categoría de teorías económicas es la que se basa en el modelo tradicional de crecimiento de Solow (1956).

Este modelo enfatiza en la acumulación del capital y las tasas exógenas de cambio en la población y en el progreso tecnológico, como los factores que determinan el crecimiento. Todas las economías basadas en el mercado eventualmente alcanzarán la misma tasa de crecimiento constante si tienen la misma tasa de progreso tecnológico y crecimiento de la población. Más aún, el modelo asume que la tasa de crecimiento de largo plazo está fuera del alcance de los ejecutores de políticas.

- c. La tercera se refiere a los modelos de crecimiento endógeno con innovación.

Uno de los primeros trabajos corresponde a Paul Romer (1986).

Esta teoría se inicia como una reacción a las omisiones y deficiencias del modelo neoclásico de crecimiento. Hace énfasis en que el crecimiento económico es un resultado endógeno de un sistema económico y no de fuerzas externas.

El modelo de Solow tiene la limitación de que supone que el progreso tecnológico no es explicado por las fuerzas económicas, en tanto que los modelos de crecimiento endógeno han intentado articular los modelos económicos detrás del desarrollo tecnológico.

Además, en estos modelos, la fuerza de trabajo con cierto nivel de educación juega un papel especial en la determinación de la tasa de innovación tecnológica y el crecimiento a largo plazo.

Los países con mayores niveles de educación, esto es, con mayor capital humano, deben proveer mayores incentivos para la invención y, por tanto, tasas de crecimiento mucho más altas.

Esta teoría de crecimiento endógeno señala que los países pueden divergir si tienen diferentes niveles de capital humano, manteniéndose constantes todos los otros factores y por consiguiente, éste tiende a estar positivamente correlacionado con el crecimiento económico.

2.5.2. MODELO PROPUESTO POR SOLOW¹⁶

Solow desarrolló un modelo para determinar la participación de los principales factores en el crecimiento económico. En él se parte de una función de producción:

$$Q = Q (K, L, T) \quad (42)$$

Lo cual se puede expresar como:

$$Q = T * F (K, L) \quad (43)$$

Donde F (K, L) es una función de producción neoclásica de K, L.

Diferenciando (13) se obtiene

$$\Delta Q = \Delta T * F(K, L) + T * F_K * \Delta K + T * F_L * \Delta L \quad (44)$$

donde Δ = cambio

Si $T * F_K = PMgK$ y $T * F_L = PMgL$

Entonces

$$\frac{T * F_L * L}{Q} = \text{Particip. costos laborales en el producto total} \quad (45)$$

¹⁶ Robert Solow, Premio Nobel (MIT).

Si se denominan a las participaciones de los factores trabajo y capital en el producto como S_L y S_K , en donde $S_L + S_K = 1$, entonces se puede escribir con truco algebraico:

$$\frac{\Delta Q}{Q} = S_L * \frac{\Delta L}{L} + S_K * \frac{\Delta K}{K} + \frac{\Delta T}{T} \quad (46)$$

Esto quiere decir que la tasa de crecimiento del producto ($\Delta Q/Q$) es igual a la suma de tres términos: a) la tasa de progreso tecnológico ($\Delta T/T$), b) la tasa de incremento del insumo laboral, ponderado por la participación del trabajo en el producto (S_L) y c) la tasa de crecimiento del capital ($\Delta K/K$), ponderada por la participación del capital en el producto (S_K).

Expresando la ecuación anterior por unidad de insumo laboral, o sea determinar el crecimiento de (Q/L):

$$\frac{\Delta(Q/L)}{Q/L} = \frac{\Delta Q}{Q} - \frac{\Delta L}{L} = \frac{\Delta T}{T} + S_K * \left(\frac{\Delta K}{K} - \frac{\Delta L}{L} \right) \quad (47)$$

Suponiendo por simplicidad que la tasa de crecimiento de la población es igual a la de la fuerza laboral, entonces los dos factores que determinan el crecimiento del producto per cápita son: el progreso tecnológico $\Delta T/T$ y el crecimiento del capital por trabajador ($\Delta K/K - \Delta L/L$) ponderado por la participación del capital en el ingreso (S_K).

Como el progreso técnico no se puede observar directamente, se calcula $\Delta T/T$ como elemento residual en la ecuación de tal forma que:

$$\frac{\Delta T}{T} = \frac{\Delta(Q/L)}{(Q/L)} - S_K * (\Delta K/K - \Delta L/L) \quad (48)$$

Entonces, $\Delta T/T$ se calcula como la diferencia entre la tasa de crecimiento observada en el producto por trabajador menos el cambio en el capital por trabajador multiplicado por la participación del capital en el producto. Esto es lo que se llama el Residuo de Solow. Los economistas lo interpretan como aquella parte del crecimiento económico que debe atribuirse al progreso tecnológico.

2.5.3 PRODUCTIVIDAD Y CRECIMIENTO ECONÓMICO

La productividad puede ser analizada desde distintas ópticas. Desde el punto de vista clásico la productividad es considerada como un factor de producción más que permite aumentar el output dada una dotación de factores productivos tradicionales como la tierra, trabajo y capital. Desde el enfoque keynesiano, la productividad es la consecuencia de la inversión, permitiendo una mejor asignación de los factores productivos.

Los economistas neoclásicos parten del supuesto clásico de que la oferta agregada, es decir, la producción total de bienes que se ofrecen en el sistema económico, crea su propia demanda agregada¹⁷.

En palabras de Say: [...] Un producto terminado ofrece, desde ese preciso instante, un mercado a otros productos por todo el monto de su valor. En efecto, cuando un productor termina un producto, su mayor deseo es venderlo, para que el valor de dicho producto no permanezca improductivo en sus manos. Pero no está menos apresurado por deshacerse del dinero que le provee su venta, para que el valor del dinero tampoco quede improductivo. Ahora bien, no podemos deshacernos del dinero más que motivados por el deseo de comprar un producto cualquiera. Vemos entonces que el

¹⁷ Es la cantidad de bienes y servicios que los habitantes, las empresas, las entidades públicas y el resto del mundo desean y pueden consumir del país para un nivel determinado de precio. (Francisco Chacón, Introducción a la Macroeconomía, tercera edición, 2005, página 11).

simple hecho de la formación de un producto abre, desde ese preciso instante, un mercado a otros productos. (Say, 1803: 124).

La ley de Say llega al punto de exponer que:

[...] La oferta crea su propia demanda, como si el simple acto de ofrecer cualquier bien o servicio en el mercado garantizara la venta del mismo”, [sin embargo], “[...] La ley de Say no dice que los productores puedan arriesgarse a ignorar las preferencias de los consumidores. La idea que trata de transmitir esta ley es que los recursos productivos no permanecerán indefinidamente ociosos por falta de demanda agregada. (Rodríguez, 2003: 83-84).

Estas afirmaciones, dan la pauta para pensar que no existe la posibilidad de una situación de sobreproducción y/o subempleo de factores, es decir, puede interpretarse como que nunca existe una insuficiencia en la demanda para absorber la oferta.

Por su parte James Mill de forma más precisa sostiene al respecto que: “[...] Como la totalidad de la producción anual del país se pone en venta, entonces toda la renta nacional se emplea en comprar la totalidad de la producción; por grande que pueda ser la producción anual, siempre creará un mercado para ella”. (Mill, 1808: 137).

Mill nuevamente pone de manifiesto que los factores de la producción siempre serán productivos, igualando de esta manera el total de la producción con el total de poder de compra, es decir se analiza la productividad desde el punto de vista de la oferta

A partir de esta idea se construye la noción neoclásica de crecimiento económico, que es determinada fundamentalmente por el incremento de la oferta agregada, representada en la función de producción, en la que se incluye la eficiencia de los factores, es decir la productividad.

2.6 TEORÍAS DEL CRECIMIENTO ECONÓMICO. “UN BREVE ANÁLISIS CRONOLÓGICO”

Muchas de las ideas básicas que se encuentran en las teorías modernas del crecimiento económico, son aportes de los economistas clásicos, como Adam Smith (1776), Thomas Malthus (1798) y David Ricardo (1817). Posterior a ellos también se presentan contribuciones de Frank Ramsey (1928), Allyn Young (1928), Joseph Schumpeter (1934) y Frank Knight (1944).

Estas ideas incluyen “[...] los enfoques básicos de la dinámica del comportamiento competitivo y del equilibrio, el papel de los rendimientos decrecientes y su relación con la acumulación de capital físico y humano, la interacción entre la renta per cápita y la tasa de crecimiento de la población, los efectos del avance tecnológico que se presentan en forma de aumento de la especialización del trabajo y de invenciones de nuevos bienes y métodos de producción, y el papel del poder monopolístico como incentivo del avance tecnológico”. (Barro, 2009: 15).

Lo anterior demuestra que los economistas clásicos, tenían claro que la capacidad productiva¹⁸, la inversión, las mejoras en la maquinaria y el uso eficiente de la mano de obra eran elementos importantes para la creación de riqueza como parte de un conjunto amplio de factores para el crecimiento económico.

Si se realiza un análisis estrictamente cronológico, [...] El inicio de la teoría moderna del crecimiento es el artículo clásico de Ramsey (1928). El tratamiento de Ramsey de la optimización en el tiempo del comportamiento de los hogares va más allá de su simple aplicación a la teoría del crecimiento; en la actualidad resulta difícil hablar de la teoría del consumo, de los precios de los activos o incluso del ciclo

¹⁸ Máxima cantidad de producto o servicio que puede ser obtenido en una determinada unidad productiva durante un cierto periodo de tiempo. (Blanco, s/f: 5).

económico sin acudir a las condiciones de optimización que Ramsey y Fisher en 1930, aportaron a la economía. La función de utilidad intertemporal de Ramsey se utiliza hoy en día tanto como la función de producción Cobb-Douglas. Posteriormente, Harrod en 1939 y Domar en 1946, “[...] trataron de integrar el análisis keynesiano en la teoría del crecimiento económico. Utilizaron funciones de producción con escaso grado de sustitución entre los factores para argumentar que el sistema capitalista era fundamentalmente inestable” (Barro, 2009: 16).

Después de Harrod y Domar, los siguientes aportes fueron los de Solow (1956) y Swan (1956), que se constituyen prácticamente como el inicio de las teorías neoclásicas del crecimiento económico. Estas teorías ponen de manifiesto que el principal factor del crecimiento económico es el cambio tecnológico.

En 1971 Corden extiende los modelos neoclásicos, al incluir el sector externo dentro del modelo, con lo cual esta situación de apertura de cada uno de los países al mercado internacional, promoviendo más aun la situación de convergencia planteada por Solow en 1956. Luego Feder (1983) completa el modelo al introducir los efectos de externalidades.

Estas dos extensiones al modelo de Solow, sostienen que: “[...] en la medida que las externalidades desaparecen con el tiempo, solo producen efectos temporales sobre la tasa de crecimiento del PBI por habitante y en el equilibrio dinámico de acuerdo a la ley de Say, los resultados de la economía cerrada se extienden para el caso de economías abiertas al comercio internacional”. (Tello, 2008: 75).

Después de casi treinta años de la contribución de Robert Solow a la teoría de crecimiento económico y tras un casi olvido de las teorías de crecimiento, a partir de la segunda mitad de la década de los ochenta, nuevamente se da un impulso a las teorías de crecimiento

constituyéndose como un campo de investigación activo a partir de los trabajos seminales de Paul Romer (1986) y Robert Lucas (1988).

Si bien los aportes de estos autores parten de las ideas neoclásicas del crecimiento a largo plazo, marcan una diferencia en cuanto a las hipótesis consideradas por las corrientes neoclásicas ortodoxas y proponen que el crecimiento a largo plazo es generado por variables que se encuentran dentro del mismo modelo.

Estas nuevas teorías cuestionan la exogeneidad del cambio tecnológico y plantean que la tasa de crecimiento a largo plazo puede ser positiva y particular de cada país, debido al no cumplimiento del supuesto de rendimientos marginales decrecientes precisamente por la consideración del progreso técnico como una variable endógena al sistema económico de los países. Es así que estas nuevas corrientes toman el nombre de teorías de crecimiento endógeno.

CAPÍTULO III

ASPECTOS METODOLÓGICOS

3.1. TIPO DE INVESTIGACIÓN

Por el tipo de la investigación, el presente estudio reúne las condiciones. Metodológicas de una investigación aplicada, en razón ya se utilizaron conocimientos de las Ciencias Económicas, son aquellas que tienen por objeto central la medición precisa de una o más variables dependientes, en una población definida o en una muestra de una población. Estas investigaciones están orientadas al conocimiento de una realidad en una situación espacio-temporal dadas, es decir, cómo es el fenómeno X, cuáles son sus características como es “Análisis de la función de producción cobb-douglas y su aplicación en la producción de papa en la provincia de Pachitea – Huánuco 2015”

3.2. NIVEL DE INVESTIGACIÓN

En nuestra investigación se conducirá con un nivel de investigación descriptiva - correlacional. Son aquellas que actúan en el presente miden y evalúan con precisión el grado de relación que existe entre dos conceptos o variables en un grupo de sujetos durante la

investigación. La correlación puede ser positiva o negativa. Exigen el planteamiento de hipótesis que se comprobarán. Su utilidad radica en saber cómo se puede comportar un concepto o variable, conociendo el comportamiento de otra variable relacionada.

3.3. POBLACIÓN OBJETIVO

La población objetivo estará constituida por las unidades agropecuarias que producen el cultivo de papa en el distrito de Panao, provincia de Pachitea, Región de Huánuco. Las mismas que fueron calculadas por el Programa de Servicios de Apoyo para Acceder a los Mercados Rurales (PROSAAMER) – Estudios de Rentabilidad (ERENTA) cuyos datos se tomaran para el análisis respectivo de la función de producción.

3.4. UNIDAD DE ANÁLISIS O ESTUDIO

La unidad de análisis es la unidad agropecuaria donde al menos existe un terreno con intenciones de siembra de papa entre julio y agosto en el distrito de Panao, provincia de Pachitea, Región de Huánuco.

3.5. DISEÑO DE LA MUESTRA

Por tal motivo se presenta una explicación del Marco Muestral del Ministerio de Agricultura a través de la ENAPROVE (Encuesta nacional de Promoción y Ventas), pues es el mismo que utiliza la ERENTA el cual es una investigación por muestreo cuyo diseño muestral está fundamentada en el muestreo probabilístico de áreas.

Para la realización de la ENAPROVE se propone la selección de una muestra de Segmentos utilizando un diseño muestral probabilístico, estratificado, bietápico y replicado, que permite

la generación de estimaciones con un nivel de precisión y confiabilidad controlados, cuyos datos alimentara para el conocimiento del “Análisis de la función de producción Cobb-Douglas y su aplicación en la producción de papa en la provincia de Pachitea – Huánuco 2015”.

3.6. ESPECIFICACIÓN DEL MODELO

Para la realización de este trabajo, se procedió con la estructuración del modelo; en el cual se utilizó la función de producción de Cobb-Douglas, haciendo uso de la información antes descrita y aplicado al sistema económico, más concretamente al sector productivo de papa.

El modelo es:

$$Y = \beta_0 X_1^{\beta_1} X_2^{\beta_2} X_3^{\beta_3} e^{\mu_i}$$

Y = Producción

X_1 = Factor de producción capital

X_2 = Factor de producción mano de obra

X_3 = Factor de producción tierra

3.7. TÉCNICAS DE RECOLECCIÓN DE DATOS

3.7.1. INSTRUMENTO PARA LA RECOLECCIÓN DE DATOS

En la presente investigación, el instrumento que se utilizó fue los resultados del Ministerio de agricultura a través de La ENAPROVE (Encuesta nacional de Promoción y Ventas) quien recoge la información de todas las unidades agropecuarias que poseen al menos una parcela en el segmento seleccionado. La información recogida corresponde a las cosechas

ejecutadas, superficie sembrada en el momento de la encuesta, las intenciones de siembra, etc. La ERENTA utiliza como padrón censal el listado de todas las unidades agropecuarias que presentan intenciones de siembra de papa.

3.7.2. PROCEDIMIENTO PARA EL ANÁLISIS DE RESULTADOS

Los métodos utilizados en la recopilación de información cualitativa y cuantitativa para la construcción de la función de producción, además de otros aspectos elementales del estudio fueron los siguientes

Como parte fundamental, se procedió a la recopilación estadística de datos correspondientes a los ciclos agrícolas entre 2015

Se procesará los datos obtenidos de ENAPROVE con lo que se abordará el cálculo de la productividad, para su posterior desarrollo del modelo planteado donde se hallará los determinantes de la productividad mediante los Métodos de los Mínimos Cuadrados Ordinarios, Prueba ANOVA, Eviews.

CAPÍTULO IV

RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN

Para la estimación del modelo Probit de la función de producción y la productividad de la papa, se utilizó la base de datos obtenida por ENAPRES y PROSAAMER 2015, cuyos datos corresponden a la actividad económica de las unidades agropecuarias de los años mencionados. Esta es la única fuente de datos completa donde se puede calcular la productividad y considerar algunas variables de interés para su análisis.

El modelo plantea como variable dependiente o explicada la variable productividad (Productividad Factores Productivos) en función de diversas variables independientes (continuas y discretas) para tratar de explicar la naturaleza de la Productividad o comprobar si verdaderamente cada una de las variables independientes escogidas, determinan el comportamiento de la variable dependiente o endógena.

La presentación de los resultados se dará a conocer previa información del área geográfica de la investigación, para luego presentar los resultados y el análisis de los mismos.

4.1. PERFIL DE LA PROVINCIA DE PACHITEA

✓ Ubicación Política

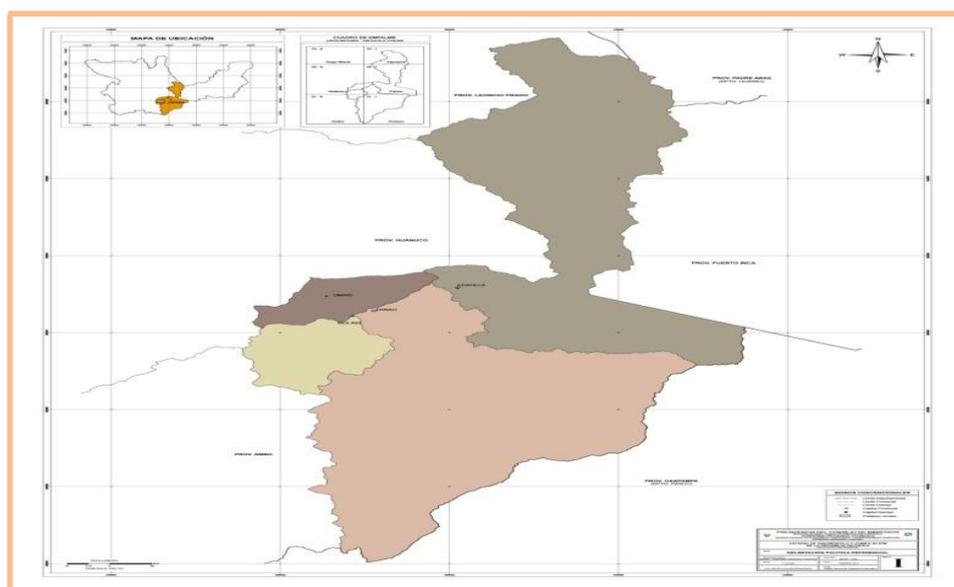
La provincia Pachitea se encuentra ubicada políticamente al Sur Este del departamento Huánuco, cuyos límites son:

Por el Norte, con la provincia Leoncio Prado (Distritos Mariano Dámaso Beraún, Luyando y Daniel Alomía Robles) y Provincia Padre Abad (Distrito Padre Abad) del departamento Ucayali.

Por el Este, provincia Puerto Inca (Distrito Codo del Pozuzo) y Provincia Oxapampa (Distrito Pozuzo en el departamento Pasco).

Por el Sur, con las provincias Oxapampa (Distrito Pozuzo) y Pasco (Distrito Ticslacayán) del departamento Pasco.

Por el Oeste, con las provincias Huánuco (Distritos Amarilis, Santa María del Valle, Churubamba y Chinchao) y Provincia Ambo (Distritos Conchamarca, Tomay-Kichwa, Ambo y San Rafael).



- 1 INEI. Perú Compendio Estadístico 2010.
- 2 <http://www.inei.gob.pe/biblioineipub/bancopub/Est/Lib0433/Cap-01/cap00105.xl>.
- 3 INEI. Perú Compendio Estadístico 2010

✓ **Superficie**

El distrito de Pachitea cuenta con una superficie de 2.630 km²

✓ **Características fisiográficas**

La provincia Pachitea se ubica en los flancos oriental de la Cordillera Central y Occidental de la Cordillera Oriental en la región sierra, presenta una gama de pisos ecológicos y clima variado: frío de alta montaña tropical en las cumbres nevadas, frío de alta montaña tropical en las punas o altas mesetas, templado frío en zonas limítrofes con las punas, con temperaturas de 15°C y menores de 0°C en las noches en época de invierno; templado de montaña tropical, el templado cálido de los valles profundos y el clima húmedo y nuboso de la ceja de selva. Presenta zonas de vida desde bosque húmedo- Páramo Tropical, bosque húmedo - Montano Tropical, bosque muy húmedo-Montano Bajo Tropical.

✓ **Infraestructura vial**

La provincia de Pachitea conecta con Huánuco mediante la ruta Huánuco-Panao-Chaglla, que une a la ciudad de Huánuco con las localidades de Tambillo, Molinos, Panao y Chaglla. Esta ruta tiene una longitud de 92,6 km, de los cuales 29,8 km corresponden a carretera asfalta, 51,6 km es carretera afirmada y 11,24 km de trocha¹⁹.

¹⁹ Plan Vial Departamental Participativo Huanuco 2006 - 2015. Gobierno Regional Huánuco. 2005

✓ **Condiciones socioeconómicas**

Pachitea cuenta con una población de 17,143 mil habitantes, representando el 2,4% de la población de la Región Huánuco. Pachitea es una provincia preponderantemente rural: el 83% de la población vive en esa área.

La provincia de Pachitea se encuentra dentro de los 100 más pobres del país, se considera a la actividad productiva como su principal actividad por lo tanto del poblador rural en Pachitea su actividad es la agricultura, entonces se puede concluir que las unidades productivas agrícolas enfrentan una dotación de activos públicos limitada, impactando en su la capacidad productiva y en las condiciones de vida del productor y su familia.

La mayor parte de la población de Pachitea vive en caseríos, los que se ubican principalmente en la zona norte del distrito, cerca de Panao, Molinos y Chaglla.

✓ **El cultivo de papa en provincia de Pachitea.**

La provincia de Pachitea es un importante productor de papa a nivel nacional, ubicándose entre los 10 principales distritos productores a nivel nacional²⁰.

Durante el año 2015, Huánuco se consagró como el segundo productor a nivel nacional de papa, su producción alcanzó las 624 723 toneladas (13.3% del total nacional).

²⁰ http://www.inrena.gob.pe/irh/irh_infointeres_atdr.htm

CUADRO N° 01
Provincia de Pachitea:
Indicadores del cultivo de la papa (2010-2015)

AÑO	Superficie cosechada (ha)	Producción (t)	Rendimiento (t/ha)
2010	31846	426873	13
2011	35336	547100	15
2012	37507	566988	15
2013	39622	618671	16
2014	41276	2457363	16
2015	40915	626299	15

Fuente: Ministerio de Agricultura. Dirección General de Información Agraria
 Elaboración: Propia

Se observa un incremento de la superficie cosechada, ello se explica por la incorporación de nuevas tierras a la agricultura esto debido al desarrollo de infraestructura vial. Existe una mejora en el rendimiento en la producción de papa esto se da por las relaciones establecidas entre los productores y los mayoristas, así mismo por la implementación de proyectos de capacitación a los productores, entre otros factores.

La época de siembra se da dos veces al año: la primera entre los meses de mayo y agosto, mientras que la campaña chica entre los meses de diciembre y enero. Esto se da por las condiciones medioambientales, pues Pachitea se caracteriza por tener condiciones de humedad atmosférica a lo largo del año que permite el desarrollo de la papa. Se siembran variedades nativas (Tumbay y Peruanita) y modernas (Yungay y Canchan).

4.2. LA ESTRUCTURA PRODUCTIVA DE LAS UNIDADES AGROPECUARIAS QUE SIEMBRAN PAPA

CUADRO N° 02

Estructura productiva de las unidades agropecuarias que siembran papa en la provincia de Pachitea 2010-2015

INDICADOR	RESULTADO
1. Distribución de las UA según tamaño (%)	
Minifundio (menor a 3 ha)	73,9
Pequeña agricultura (de 3 a 9,9 ha)	17,8
Mediana agricultura (10 a 49 ha)	8,3
Total	100,0
2. Participación de la superficie sembrada en la superficie total de la UA (%)	78,1
24. Participación de la superficie sembrada de papa en la superficie sembrada de la UA (%)	94,5

Fuente: Se tomó base de datos de PROSAAMER

Elaboración: Propia

En el cuadro estructurado vemos el que una UA el cual es la Unidad Agropecuaria definida según el INEI como el terreno o conjunto de terrenos, dentro de un distrito, utilizados total o parcialmente para la producción agropecuaria, conducido como una unidad económica por el productor agropecuario, sin considerar la extensión, régimen de tenencia y condición jurídica. Las unidades agropecuarias que siembran papa el 73.9% de las UA que cuentan con menos de 3 hectáreas, mientras que el 17.8% de las UA que cuentan con más de 3 hectáreas y solo un 8.3% están dentro del rango de 10 a 49 has de las UA.

El 94,5% de la superficie total sembrada corresponde al cultivo de la papa, lo que denota la especialización de las UA en la siembra de este cultivo.

CUADRO N° 03

Provincia de Pachitea: activos de capital humano de las unidades agropecuarias que siembran papa

INDICADOR	RESULTADOS
1. Sexo de los productores que conducen las UA (%)	
Hombres	99,8
Mujeres	0,20
Total	100,0
2. Edad de los productores que conducen las UA (%)	
Menos de 40 años	63,4
De 40 a 59 años	33,3
Más de 59 años	3,3
Total	100,0
1. Nivel de educación de los productores que conducen las UA (%)	
Ninguno	6,1
Primaria	65,8
Secundaria	24,1
Superior	4,0
Total	100,0
2. Años de experiencia del productor en la siembra de la papa (Promedio)	
Más de 4 años	28.1
Más de 9 años	71.9

Fuente: PROSAAMER

Elaboración: Propia

El cultivo de la papa representa una de las actividades más importantes en el medio de vida de los agricultores, Se aprecia un débil patrimonio de activos de capital humano de los productores: el 65% ha cursado al menos un año de educación primaria y solo el 4% tiene educación superior incompleta.

Además se puede apreciar la gran experiencia de los productores en la siembra del cultivo de la papa con un 71.9% y menos de 4 años un 28% tiene cultivando papa.

CUADRO N° 04
Provincia de PACHITEA: Tecnología empleada en el cultivo de papa

Indicador	Resultado
Semilla	
1. Variedades sembradas (%)	
Yungay	25,0
Peruanita	25,0
Tumbay	25,0
Chaulina	9,1
Canchán	6,8
Huayro	6,8
Mariva	2,3
Total	100,0
2. Procedencia de la semilla usada (%)	
Comprada	88,6
Propia	9,1
Prestada	2,3
Total	100,0
3. Cantidad promedio de semilla (kg/ha)	703
Variedades nativas	(0,16)
	1139
Variedades modernas	(0,19)
	852
Total	(0,5)
4. Combinación de labores de labranza (% de lotes)	
Aradura animal, gradeo animal y surcado animal	56,9
Aradura animal, gradeo manual y surcado animal	15,9
Aradura animal y surcado animal	13,6
Aradura mecánica, rastreo mecánico y surcado animal	6,8
Aradura mecánica, gradeo mecánico y surcado animal	4,6
Gradeo manual y surcado manual	2,3
Total	100,0
Siembra	
5. Prácticas de desinfección y brota miento de la semilla (% de lotes)	
Realizaron desinfección y brota miento químico	4,6
Realizaron sólo brota miento químico	0,0
Realizaron sólo desinfección	63,6
No desinfectaron ni brotaron químicamente	31,8
Total	100,00
6. Fecha de siembra (% de lotes)	
Junio	20,5
Julio	56,8
Agosto	15,9
Septiembre	6,8
Total	100,0
7. Siembra en húmedo (% de lotes)	56,8
8. Siembra manual (% de lotes)	100,0
9. Distanciamiento entre surcos (m)	0,7-1
10. Distanciamiento entre golpes (m)	0,25-0,4
11. Densidad de siembra (promedio de plantas por ha)	37887
	(0,14)
	Resultado

Indicador	
Mantenimiento del cultivo	
12. Uso de fertilizantes sintéticos y orgánicos (% de lotes)	
Sintéticos y orgánicos	100,0
Sólo sintéticos	0,0
Total	100,0
13. Uso de fertilizantes sintéticos (% de lotes)	
Fosfato diamónico	86,4
Cloruro de potasio	81,8
Nitrato de amonio	47,7
Urea	29,5
Compomaster 20-20-20	22,7
Superfosfato triple	15,9
Molimax super 12	9,1
Compomaster 12-12-12	9,1
Compomaster Papa	6,8
Super mix	6,8
Compomaster Papa Sierra	4,5
Sulfato de amonio	2,3
14. Uso de nitrógeno (% de lotes)	100,0
15. Cantidad promedio aplicada de nitrógeno (kg/ha)	243
	(0,5)
16. Fraccionamientos del nitrógeno aplicado (% de lotes)	68,2
0 fraccionamiento (aplicó en un solo momento)	31,8
1 fraccionamiento	100,0
Total	
17. Principal momento de aplicación de nitrógeno	En la siembra
18. Momento de segunda aplicación de nitrógeno (dds) 1/	30-60
19. Uso de fósforo (% de lotes)	97,7
20. Cantidad promedio aplicada de fósforo (kg/ha)	331
	(0,5)
21. Fraccionamientos al fósforo aplicado (% de lotes)2/	
0 fraccionamiento	69,8
1 fraccionamiento	30,2
Total	100,0
22. Principal momento de aplicación de fósforo	En la siembra
23. Momento de segunda aplicación de fósforo (dds)	30-60
24. Uso de potasio (% de lotes)	97,7
25. Cantidad promedio aplicada de potasio (kg/ha)	190
	(0,6)
26. Fraccionamientos al potasio aplicado (% de lotes)	
0 fraccionamiento (aplicó en un solo momento)	69,8
1 fraccionamiento	30,2
Total	100,0
Indicador	Resultado
Mantenimiento del cultivo	
27. Aplicaciones contra insecto plagas (% de lotes)	

Gorgojo de los Andes (<i>Premnotrypes</i> spp.)	88,6
Pulguilla (<i>Epirix</i> spp)	34,1
Gusano de tierra (<i>Copitarsia turbata</i> y <i>Feltia experta</i>)	11,4
Polilla de la papa (<i>Phthorimaea operculella</i>)	11,4
Mosca minadora (<i>Liriomyza huidobrensis</i>)	11,4
Polilla (<i>Scrobipalpula absoluta</i>)	2,3
Pulgón de la papa (<i>Myzus persicae</i>)	2,3
Gusano ejército (<i>Spodoptera eridania</i> .)	2,3
28. Aplicaciones contra enfermedades (% de lotes)	2,3
Rancho de la papa (<i>Phytophthora infestans</i>)	100,0
Tizón temprano (<i>Alternaria solani</i>)	9,1
Rizoctonias (<i>Rhizoctonia solani</i>)	6,8
Pudrición blanda (<i>Erwinia</i> spp.)	2,3
Oidiosis (<i>Erysiphe cichoracearum</i>)	2,3
Nemátodos	2,3
Cosecha	
29. Práctica de cosecha mecánica (% de lotes)	0,0
30. Fechas de cosecha	Noviembre-Marzo
31. Período vegetativo	
Variedades nativas	190
	(0,09)
Variedades modernas	177
	(0,09)
Total	186
	(0,1)
32. Rendimiento promedio (Kg/ha)	
Variedades nativas	20 480
	(0,34)
Variedades modernas	26 308
	(0,35)
Total	22 467
	(0,36)

La información entre paréntesis corresponde al coeficiente de variación.

Fuente: Se tomó datos de PROSAAMER

Elaboración: Propia

Cabe señalar que el manejo integrado del cultivo de papa es la consolidación de factores que se agrupan para obtener una buena producción y productividad que hagan que el agricultor obtenga buena rentabilidad. Estos factores son: semilla de alta calidad genética, manejo agronómico y manejo fitosanitario adecuado que hacen que el productor pueda mejorar en un 35 % su producción en peso bruto.

Según el III CENAGRO, en la sierra del país se concentra el 96% de la superficie sembrada de papa mientras que los niveles de rendimiento por hectárea son inferiores con respecto a

las zonas productoras de costa. Los rendimientos dependen del nivel de tecnología usada, principalmente por el empleo de semilla certificada, variedades mejoradas, fertilizantes, nivel de mecanización, adecuadas prácticas agronómicas, riego tecnificado, ocurrencia de factores abióticos y el control efectivo de plagas y enfermedades.

CUADRO N° 05
Provincia de Pachitea. Tecnología empleada en el cultivo de papa

Indicadores	Resultado
1. Lotes que fueron afectados por eventos climáticos (%)	78,1
2. Principales eventos climáticos 1/ (% de lotes afectados)	72,1
Exceso de lluvias	28,9
Sequías	7,5
Baja temperatura	
3. Rendimiento promedio estimado que se hubiese obtenido sin la presencia del evento climático (kg/ha)	25 946
Variedades nativas	(0,35)
	31 049
Variedades modernas	(0,31)
	27 686
Total	(0,34)

Fuente: PROSAAMER

Elaboración: Propia

El clima es un factor que no puede ser controlado por el productor y sus impactos pueden ser negativos o positivos el rendimiento en la calidad de la papa cosechada.

PROSAAMER dice para conocer el impacto del clima en el rendimiento (o en la calidad del producto) se requiere conocer en qué fase fenológica se encontraba el cultivo, la sensibilidad de cada fase al evento analizado, la altitud y la pendiente del lote investigado.

La ERENTA recoge la opinión de los productores respecto a qué eventos climáticos afectaron el normal desarrollo de su cultivo. Al respecto, se señala que el 89% de los lotes fueron afectados por algún evento climático adverso durante la campaña agrícola analizada.

El mayor porcentaje de los lotes que fueron afectados por el exceso de lluvias se encuentra sobre los 3 400 m.s.n.m. Según los productores, este evento se dio, principalmente, entre los meses de abril y junio. Al analizar la fase fenológica en la que se encontraban estos lotes, se aprecia que poco menos del 50% fueron afectados en la fase de plena floración. Esta fase es sensible a los cambios climáticos, incentivando la presencia de la «rancharía de la papa».

En los años 2014 – 2015 de esta investigación se pudo observar (cuadro n°01) , la zona productora de la región presentan decremento en los rendimientos por el ataque de enfermedades debido al exceso de humedad como consecuencia de las intensas lluvias, esta presencia de enfermedades fungosas es debido al exceso de humedad por las lluvias constantes.

La papa ocupa un lugar importante en la dieta nacional, ya que representa el 9,6% de la cantidad consumida de la canasta básica de alimentos (Enaho 2011), únicamente detrás del arroz corriente a granel. En total, el consumo per cápita promedio de papa alcanza los 85 kilos al año (Minag 2013).

CUADRO N° 06

Provincia de Pachitea. Costos de producción del cultivo de papa

DESCRIPCION	UNIDAD DE MEDIDA	CANTIDAD	PRECIO UNITARIO SOLES	COSTO TOTAL SOLES
I.- COSTOS DIRECTOS:				9254.4
A) MANO DE OBRA:				1836.0
1) Preparacion del terreno :				160,00
Limpieza y quema de brozas	Jornales	2	20,00	40,00
Acequia y cortadera	Jornales	2	20,00	40,00
Machaco	Jornales	2	20,00	40,00
Despaje, botada y quema	Jornales	2	20,00	40,00
2) Siembra :				366,00
Desinfección de semillas	Jornales	2	20,00	40,00
Selección y limpia	Jornales	2	20,00	40,00
Llenado de semillas	Jornales	2	20,00	40,00
Transporte del predio	Fletes	1	40,00	40,00
Siembra	Jornales	6	20,00	120,00
Sacos	Sacos	43	2,00	86,00
3) Labores culturales :				610,00
Tomeo de Acequia	Jornales	2	20,00	40,00
Levante de Acequia	Jornales	1	20,00	20,00
Deshierbos	Jornales	5	20,00	100,00
Riego de mantenimiento (10)	Jornales	10	20,00	200,00
Mezcla de abono	Jornales	1	20,00	20,00
2do Abonamiento	Jornales	4	20,00	80,00
Tratamiento Fitosanitarios				0,00
A Mochila manual	Jornales	6	25,00	150,00
4) Cosecha :				700,00
Recolectores	Jornales	10	20,00	200,00
Guardiania	Jornales	20	25,00	500,00
B.- MAQUINARIA				487,50
Aradura	Hora / Maqui.	1	75,00	75,00
Gradeo y nivelado	Hora / Maqui.	2	75,00	150,00
Rayado para siembra	Hora / Maqui.	2	75,00	150,00
Corte de hojas	Hora / Maqui.	1	75,00	75,00
Cosecha	Hora / Maqui..	2	75,00	37,50
C.- INSUMOS				5544.4
1.- Semillas :				3000,00
Semilla	Kilos	3 000,00	1,00	3000,00
2.- Fertilizantes :				2544,4
Urea Agricola 45 %	Bolsa (50 Kg.)	7,2	82,00	590,40
Fosfato Diamoniaco	Bolsa (50 Kg.)	6	111,00	666,00
Sulfato de Potasio 50 %	Bolsa (50 Kg.)	4	122,00	488,00
Gallinaza	Kilos	10 000	0,08	800,00
DESCRIPCION	UNIDAD DE MEDIDA	CANTIDAD	PRECIO UNITARIO SOLES	COSTO TOTAL SOLES
3.- Pesticidas :				1386,50
Dithane M - 45 (Fungicida)	Kilos	4	32,00	128,00
Fitoraz (Fungicida)	Kilos	4	75,00	300,00
Lorsban (Insecticida)	Litro	2	46,00	92,00
Cypermex (Insecticida)	Litros	1,5	75,00	112,50
Patron (Insecticida)	Tarro x 70 Grs.	4	70,00	280,00
Abamex (Acaricida)	Sobre/250Grs.	2	60,00	120,00
Multifrut (Abono foliar)	Kg.	4	18,00	72,00
Stimplex (Fitohormona)	Litros	1	128,00	128,00
Confidor (Insecticida)	Envase x 100 c	2	59,00	118,00
Agriwet (adherente)	Litros	2	18,00	36,00
4.- Agua :				75,00
II.- TOTAL COSTOS INDIRECTOS :				1380,20
A	Imprevistos	5%		530,85
B	Gastos administrativos	5%		849,35
III.- COSTO TOTAL DE PRODUCCION (I+II) :				10634.60

Fuente: Dirección Regional de Agricultura

CUADRO N° 07
Provincia de Pachitea: Análisis económico

1. PRECIO s/.	0.79
2. RENDIMIENTO (G/HA)	42532.00
3. VALOR BRUTO DE LA PRODUCCION	33600.00
4. COSTOS DE PRODUCCION	10634.60
5. UTILIDAD NETA DE LA PRODUCCION	22965.4
6. UTILIDAD NETA PROMEDIO	3827.6

Fuente: Dirección Regional de Agricultura
 Elaboración: propia

Para hacer un análisis referente a los costos de producción aclaremos que el costo total es la valorización económica de todos los recursos empleados por un productor durante los procesos de producción y comercialización de un cultivo en una determinada campaña agrícola, en nuestra investigación en primer lugar a través de los datos analizados se pudo observar una estabilización en la superficie sembrada que varía entre las 27, 997 total hectáreas cultivadas, lo que si se compara con lo que sucedía hace no tantos años atrás es una clara disminución, la que sin embargo, no había incidido en una menor producción debido al aumento sostenido de rendimientos por Ha, por el nivel de especialización que han ido logrando los productores del rubro y la aplicación de tecnología y conocimientos específicos por parte de los mismos.

Si bien el consumo de papa es algo ancestral en nuestras costumbres culinarias, no debemos perder de vista que los niveles de precio y la calidad heterogénea del producto ofertado, está presionando fuertemente a la baja la tendencia y llevando al consumidor a preferir alimentos de más fácil manipulación y preparación y de menor costo final.

Por otra parte el uso de papa consumo de bajo calibre usada como semilla, debido a malas prácticas, al alto costo de la semilla legal y a la falta de disponibilidad, y que no garantiza las condiciones sanitarias ni tiene el potencial de rendimiento adecuado, ha hecho que

nuestros costos sean muy altos para ser competitivos a nivel industrial, llevándonos a la actual situación.

Está muy claro que el desarrollo del cultivo pasa por aumentar los rendimientos por hectárea y mejorar la calidad del producto final, lo que significa optimizar las tecnologías desde el pequeño productor hasta el más grande. Abrir el mercado de la papa fresca a los pequeños y canalizando a los más grandes hacia el cultivo industrial, de tal manera que todos los productores ganen y se sientan incorporados al negocio, desarrollándolo al nivel que a cada uno corresponda en respuesta a sus esfuerzos, tanto personales como económicos.

4.3. DISCUSIÓN DE RESULTADOS

A. COMPROBACIÓN DEL CUMPLIMIENTO DE LOS OBJETIVO

Objetivo General

“Identificar a través del modelo econométrico de la función de producción de Cobb-Douglas los factores que influyen en la producción de la papa de la Provincia de Pachitea y aplicarlo a un conjunto de datos y realizar un análisis de los resultados obtenidos”

EL Modelo

$$Y = \beta_0 X_1^{\beta_1} X_2^{\beta_2} X_3^{\beta_3} e^{\mu_i}$$

Resultados de la estimación de la función de producción Cobb-Douglas para la producción de papa de la provincia de Pachitea, mediante mínimos cuadrados ordinarios.

Tabla 1: Función de producción Cobb-Douglas (2010)

variable	$\Delta h y (t)$
C	-3.415142
	(-3.3773)
Lnk(-2)	.6674
	(8.5893)
LnI	.4212
MA(1)	(2.5791)
	-0.9446
R² Ajustada	(-20.9268)
	0.65
σ^2	0.5840
DW	2.04

Nota: (*) t-estadístico
 [lnY=Producción, lnk= Capital, lnI= Trabajo
 Fuente: ENAPRES.
 Elaboración propia

Tabla 2: Función de producción Cobb-Douglas (2011)

variable	$\Delta h y (t)$
C	-3.415142
	(-3.3779)
Lnk(-2)	.7967
	(8.5893)
LnI	.4498
MA(1)	(2.5791)
	-0.9446
R² Ajustada	(-20.9268)
	0.65
σ^2	0.5840
DW	2.04

Nota: (*) t-estadístico
 lnY=Producción, lnk= Capital, lnI= Trabajo
 Fuente: ENAPRES.
 Elaboración propia

Tabla 3: Función de producción Cobb-Douglas (2012)

variable	$\Delta h y (t)$
C	-3.415142
	(-3.3779)
Lnk(-2)	.7897
	(8.5893)
LnI	.3929
MA(1)	(2.5791)
	-0.9446
R² Ajustada	(-20.9268)
	0.65
σ^2	0.5840
DW	2.04

Nota: (*) t-estadístico

InY=Producción, Ink= Capital, InI= Trabajo

Fuente: ENAPRES.

Elaboración propia

Tabla 4: Función de producción Cobb-Douglas (2013)

variable	$\Delta h y (t)$
C	-3.415142
	(-3.3779)
Lnk(-2)	.8752
	(8.5893)
LnI	.4521
MA(1)	(2.5791)
	-0.9446
R² Ajustada	(-20.9268)
	0.65
σ^2	0.5840
DW	2.04

Nota: (*) t-estadístico

InY=Producción, Ink= Capital, InI= Trabajo

Fuente: ENAPRES.

Elaboración propia

Tabla 5: Función de producción Cobb-Douglas (2014)

variable	$\Delta h y (t)$
C	-3.415142
	(-3.3779)
Lnk(-2)	.7721
	(8.5893)
LnI	.4510
MA(1)	(2.5791)
	-0.9446
R² Ajustada	(-20.9268)
	0.65
σ^2	0.5840
DW	2.04

Nota: (*) t-estadístico
 InY=Producción, Ink= Capital, InI= Trabajo
 Fuente: ENAPRES.
 Elaboración propia

Tabla 6: Función de producción Cobb-Douglas (2015)

variable	$\Delta h y (t)$
C	-3.415142
	(-3.3779)
Lnk(-2)	.6464
	(8.5893)
LnI	.4311
MA(1)	(2.5791)
	-0.9446
R² Ajustada	(-20.9268)
	0.65
σ^2	0.5840
DW	2.04

Nota: (*) t-estadístico
 InY=Producción, Ink= Capital, InI= Trabajo
 Fuente: ENAPRES.
 Elaboración propia

Analizando los resultados de la estimación de la función de producción Cobb-Douglas para la producción de papa de la provincia de Pachitea se puede observar en las Tablas 1, 2, 3, 4, 5 y 6 que las variaciones de los datos $\ln k$ y $\ln l$ son relativamente pequeñas entre los años 2010-2015 por lo tanto el análisis se hará en forma global.

La interpretación es lo siguiente si se da un incremento en una unidad de trabajo se tendrá como resultado un incremento en la producción de papa 70%, ocasionando con ello que la función para el área en estudio sea más intensiva en trabajo.

Con ello cabe suponer que la función de producción de papa es intensiva en trabajo, por lo que es necesario que los agricultores inviertan más en este insumo porque, bajo esta combinación de factores, ellos podrán obtener un mayor nivel de producción en su campo.

En el caso del factor capital, los resultados tienen también un efecto directo sobre la producción, es decir, si aumenta 1 unidad el trabajo dará como resultado un incremento de 40% sobre la producción., por lo que el impacto sobre la producción de papa es menor.

❖ **Objetivos Específicos**

OE1 = Demostrar que el modelo de la función de Cobb - Douglas es útil en los cálculos de la econometría para conocer la producción de papa de la Provincia de Pachitea.

Modelo planteado para nuestra investigación

$$\text{El modelo } Y = \beta_0 X_1^{\beta_1} X_2^{\beta_2} X_3^{\beta_3} e^{\mu_i}$$

Para conocer la utilidad del modelo de Coob Douglas en los cálculos econométricos en la producción de papa se linealizará el modelo, se va transformar en la siguiente función logarítmica:

$$\ln Y = \ln A + \alpha \ln L + \beta \ln K + \varepsilon_t$$

Dónde:

Y: Producción, medido como el valor agregado de la producción agrícola de papa de la provincia de Pachitea.

K: Capital, representado por la semilla utilizada para la producción de la papa de la provincia de Pachitea.

L: Trabajo o número de trabajadores que participan en la producción de papa de la provincia de Pachitea

Por lo anterior mencionado y para que se incremente la producción de papa de la provincia de Pachitea, es necesario que inviertan de manera intensiva en trabajo en lugar de hacerlo en capital.

Dado que los parámetros de la función Cobb-Douglas son:

$$\alpha = 0.74 \text{ y } \beta = 0.43$$

La suma de los dos parámetros es mayor que la unidad por lo que se puede decir que, con los datos estimados, la función de producción de papa de la provincia de Pachitea presenta rendimientos crecientes, mostrando la necesidad de ser intensivos en trabajo para que se den ese tipo de rendimientos en el lugar de nuestra investigación.

- ❖ **OE2 = Realizar un análisis estadístico de los resultados obtenidos con la función de Cobb-Douglas de la producción de papa de la Provincia de Pachitea.**

Para demostrar este objetivo se presenta los resultados de eviews para su análisis siguiente:

Dependent Variable: LNY				
Method: Least Squares				
Date: 02/01/17 Time: 16:05				
Sample: 2010 2015				
Included observations: 6				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	-4.415102	4.172643	-0.716228	0.5256
LNL	0.740500	0.020529	2.098765	0.0345
LNK	0.434333	0.004315	250.6476	0.0000
R-squared	0.974536	Mean dependent var		12592.83
Adjusted R-squared	0.963246	S.D. dependent var		981.3867
S.E. of regression	0.579046	Akaike info criterion		2.051984
Sum squared resid	1.005884	Schwarz criterion		1.947864
Log likelihood	-3.155953	Hannan-Quinn criter.		1.635182
F-statistic	7181143.	Durbin-Watson stat		1.528769
Prob(F-statistic)	0.786534			

Elaboración: Propia

El Modelo:

$$Lny = -4.415102 + 0.740500LNL + 0.434333LNK$$

El coeficiente de determinación (R^2) de 0.974536 mide la proporción de la variación total en la producción, que es explicada por el modelo de regresión estimado, es decir, mide la capacidad explicativa del modelo estimado por capital y trabajo.

El coeficiente de determinación corregido \bar{R}^2 0.963246 mide el porcentaje de variación de la producción pero teniendo en cuenta las variables capital y trabajo. Se puede afirmar que los valores obtenidos de 2.098765 y 250.6476 son estadísticamente significativas al 5%, ya que estos valores son mayores que el estadístico de tabla (1.96).

El valor estadístico de prueba resultante F nos dice que 7181143 es mayor que el valor de tabla 8.941 al 5% de error, es decir el capital y el trabajo explican conjuntamente el modelo de producción.

Finalmente tenemos un Durbin Watson de 1.528769 Puesto que d es aproximadamente igual a $2(1 - r)$, $d = 2$ indica que no hay autocorrelación. El valor de d siempre está entre -1 y 1,5.

- ❖ **OE3 =Analizar el desempeño de los recursos productivos, tierra, capital y mano de obra usando la función de Cobb-Douglas en la producción de papa de la Provincia de Pachitea.**

$$\ln Y = \ln A + \alpha \ln L + \beta \ln K$$

α y β son las elasticidades producto del trabajo y el capital, respectivamente.

Estos valores son constantes determinadas por la tecnología disponible.

La elasticidad del producto mide la respuesta del producto a un cambio en los niveles del trabajo o del capital usados en la producción, si permanecen constantes los demás factores.

Si $\alpha = 0,15$, un aumento del 1% en la cantidad de trabajo, provocaría un incremento aproximado del 0,15% en el volumen de producción de papa.

Así, si:

$$\alpha + \beta = 1,$$

La función de producción tiene rendimientos de escala constantes, es decir que si L y K aumenta cada uno el 20%, Y aumenta también el 20%. Esto significa que la función Cobb-Douglas es *homogénea de grado 1* e implica que el costo mínimo es independiente del volumen de la producción y depende sólo de los precios relativos de los factores de producción.

Si $\alpha + \beta < 1$, rendimientos de escala son decrecientes

Si $\alpha + \beta > 1$, rendimientos de escala son crecientes

Suponiendo competencia perfecta, α y β pueden ser obtenidos como la cuota de L y de K con respecto a Y . Un avance tecnológico que aumenta el parámetro A incrementa proporcionalmente el producto marginal de L y de K .

B. COMPROBACIÓN DE LA HIPÓTESIS

HIPÓTESIS DE TRABAJO

“La aplicación de la función de producción Coob Douglas al sector productivo de papa, proporciona información de la productividad media de los factores, para comparar el desempeño de los recursos productivos, capital y trabajo”

La función de producción Cobb Douglas para este trabajo resultó ser:

$$\ln Y = \beta_1 + \alpha \ln L + \beta \ln K + U_x$$

$$\ln Y = -4.4151 + 0.7405 \ln L + 0.4330 \ln K + U$$

$$t = (-3.3779) \quad (8.5893) \quad (.4330)$$

Esa función mostró rendimientos crecientes lo que significa que, al existir un incremento en una unidad de trabajo, dará como resultado un incremento en la producción de papa en la provincia de Pachitea en un 70 por ciento.

En el caso del factor capital se tiene también un efecto directo sobre la producción, es decir, si se aumenta una unidad de trabajo se tendrá como resultado un incremento de 40 por ciento sobre la producción.

CONCLUSIONES

Esta investigación llegó a las siguientes conclusiones:

- Según la teoría económica citada en este trabajo se puede considerar que el sector agrícola es esencial para el desarrollo de una nación, y por ende del pueblo de Pachitea pues con él que se satisfacen las necesidades primarias de los pobladores.
- No existe un ambiente de competencia que incentive a mejorar las condiciones de las UA o la tecnología utilizada.

La estimación de funciones de producción de papa en la provincia de Pachitea permite identificar la importancia de distintos factores de producción. Esa función mostró rendimientos crecientes lo que significa que, al existir un incremento en una unidad de trabajo, dará como resultado un incremento en la producción de papa en la provincia de Pachitea en un 70%, si se aumenta una unidad de capital se tendrá como resultado un incremento de 40% sobre la producción.

- Ha permitido identificar algunos determinantes de la productividad de la papa en la provincia de Pachitea, a partir de la estimación de funciones de producción agregados, donde la producción puede variar por el nivel de uso de insumos o por la llamada productividad total de factores.
- Los estudios sobre productividad agrícola en el Perú solo aportan información parcial para el análisis de problemas como el efecto del tamaño de la parcela sobre

la productividad, o la importancia de la calificación de la mano de obra (educación); temas que deben ser abordados con mayor celeridad.

- El estudio muestra que a pesar de que el productor tiende a ser racional termina subutilizado factores de producción, en este caso el factor capital y trabajando con costos superiores en un 41 por ciento por encima del costo mínimo estimado en la función comprometiendo su eficiencia y competitividad.

RECOMENDACIONES

- Minimizar los costos y la racionalidad del productor con el objetivo de analizar la racionalidad del productor respecto a la utilización de los factores de producción
- Realizar evaluaciones para conocer el grado de ineficiencia productiva para establecer el factor que se está subutilizando, lo cual conlleva a un análisis técnico económico para racionalizar el uso de los factores de producción para mejorar la eficiencia y aumentar la competitividad de la producción de papa.
- Simular los diferentes cambios que puedan presentarse en el uso de los insumos y en la producción para ver los cambios en el costo total.
- Se entendiendo que la Productividad Total de los Factores es la diferencia entre la tasa de crecimiento de la producción y la tasa de incremento de los factores, se sugiere profundizar el estudio en investigar que variables determina la PTF a través de la función de producción Coob Douglas.
- Es importante extender la aplicación de la función de producción a otros sectores de la actividad económica como industria, turismo e incluso a la economía regional en su conjunto que nos permita contrastar la teoría y la práctica.
- Es importante profundizar el análisis econométrico a la actividad económica a través de violación de los supuestos, presencia de Multicolinealidad, Heteroscedasticidad y Autocorrelación.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Bellod, José (2011). "La función de producción Cobb Douglas y la economía española". *Revista de economía crítica* No. 12.
2. Bichara, E. y Garza, M. 1990. *Consideraciones sobre la función de producción Cobb- Douglas*. Tesis de Licenciatura. Universidad Autónoma de Nuevo León, 35 pp
3. Gujarati, Damodar (2009). *Econometría. Quinta edición*. Editorial Mc Graw Hill. Impreso en México. 69 12.
4. Hernández, Fernández Baptista. "Metodología de la Investigación". McGraw Hill 1994. Colombia
5. INEI. Perú Compendio Estadístico 2005.
<http://www.inei.gob.pe/biblioineipub/bancopub/Est/Lib0433/Cap-01/cap00105.xls>
6. López & Palomares (1999). "Análisis de la función de producción agraria para distintos niveles de agregación". Recuperado de la página web <http://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/176028.pdf>
7. Ministerio de Agricultura Porta Web:
www.minag.gob.pe
DGPA - [Dirección](#) General de [Promoción](#) Agraria
Limitar a <http://www.portalagrario.gob.pe/>
8. Mankiw, N. G. 2004. *Macroeconomía. Cuarta edición*.
http://books.google.com.mx/books?id=XzgZZqXPQsMC&pg=PA93&lpg=PA93&dq=propiedades+de+la+funcion+de+produccion+cobb+douglas&source=web&ots=jUQ2833zsl&sig=AnFFxxfhMBRbiAMILIPd7kRFp0I&hl=es&sa=X&oi=book_result&resnum=8&ct=result#PPA93,M1. (Septiembre del 2008).
9. Ministerio de Agricultura. *Dirección General de Información Agraria*. 2015
10. Naranjo V., Fernando C. "Cambio Tecnológico y la Función de Producción Agregada, el Caso de Costa Rica". Instituto de Investigaciones, Escuela de Ciencias Económicas y Sociales, U.C.R., 1971.
11. Ruíz, A. L. 1982. *Estimación de una función producción Cobb-Douglas para la Economía de Puerto Rico*. Notas de clase, Número 4.
12. Sachs, J. y Larraín, F. "Macroeconomía en la Economía Global". Prentice Hall. Hispanoamericana, S.A.. México, 1994
13. Sanchoa, A. 2005. *Econometría de económicas, Función de producción Cobb-Douglas* <http://www.uv.es/sancho/funcion%20cobb%20douglas.pdf> (Septiembre del 2008).

14. *Steve, Brito (2010), en la tesis titulada "Productividad y crecimiento económico: El caso de Guatemala 1970-2008". Recuperado de la página http://www.economia.puc.cl/docs/tesis_sbrito.pdf*
15. *Samuelson , Paul (1999). Economía. Sexta edición. Editorial Mc Graw Hill. Impreso en México. Pg. 394.*
16. *Taylor, S.J. y R. Bogdan. Introducción a los métodos cualitativos de investigación. Barcelona: Paidós. 1987.*
17. *Webster, Allen. (2001). Estadística aplicada a los negocios y la economía. Tercera edición. Ed. Mc Graw Hill SA.*

ANEXOS

DATOS QUE SIRVIERON COMO BASE PARA LOS DIVERSOS CÁLCULOS

COSECHA	2010	2011	2012	2013	2014	2015
OTRAS VARIEDADES DE PAPA	19932.5	20235	21391.5	23089.5	24452	23347
PAPA AMARILLA	12514	15101.5	16116	16532.5	16824	17568.25
TOTAL	32446.5	35336.5	37507.5	39622	41276	40915.25

RENDIMIENTO	2010	2011	2012	2013	2014	2015
TXha	13.40	14.62	15.12	15.61	15.93	15.31

SIEMBRA	2010	2011	2012	2013	2014	2015
O.V.PAPA	19914	21444	23896.5	23766	23167	20375
PAPA A.	13071	16554	16672.5	16741	17840	16444
TOTAL	32985	37998	40569	40507	41007	36819

PRODUCCION	2010	2011	2012	2013	2014	2015
O.V.PAPA	281237	364303	364303	409877	440971	406132
PAPA A.	145636	182797	202685	208794	2016392	220167
TOTAL	426873	547100	566988	618671	2457363	626299

AÑOS	INFLACIÓN	MANO DE OBRA s/.	CAPITAL S/.	PRODUCCION s/.
2010	2,08	2357	10555	11416
2011	4,74	2830	12879	13930
2012	2,65	2428	11053	11955
2013	2,86	2469	11237	12153
2014	3,22	2538	11551	12494
2015	4,40	2764	12582	13609

Papa	2010	2011	2012	2013	2014	2015
Siembra (ha)	4505.00	4363.0	4769.00	4854.00	4864.00	4642.00
Cosechas (ha)	4203.00	4699.0	4657.00	5028.00	5245.00	4616.00
Rendimiento (kg/ha)	23928.60	27821.6	27238.70	29351.60	28807.05	27181.90
Producción (t)	100572.00	130734.0	126851.00	147580.00	151093.00	125472.00
Precio en Chacra (s/kg)	0.61	0.5	0.52	0.53	0.36	0.97

Papa Amarilla 2	2010	2011	2012	2013	2014	2015
Siembra (ha)	3533.00	4174.0	4091.00	4300.00	4105.00	3892.00
Cosechas (ha)	3177.00	4352.0	4193.00	4361.00	4058.00	3889.00
Rendimiento (kg/ha)	14737.00	14897.2	15160.70	15679.00	15391.80	15000.70
Producción (t)	46822.00	64833.0	63569.00	65241.00	62460.00	58338.00
Precio en Chacra (s/kg)	0.98	0.7	1.33	1.12	0.73	1.25

MATRIZ DE CONSISTENCIA

“ANÁLISIS DE LA FUNCIÓN DE PRODUCCIÓN COBB-DOUGLAS Y SU APLICACIÓN EN LA PRODUCCION DE PAPA EN LA PROVINCIA DE PACHITEA – HUANUCO 2015”

PROBLEMA	OBJETIVOS	HIPÓTESIS	VARIABLES	METODOLOGÍA
<p>PROBLEMA GENERAL</p> <p>¿Cuáles son los factores de la función de producción de Cobb-Douglas que influyen en la producción de papa de la Provincia de Pachitea?</p> <p>PROBLEMA ESPECÍFICOS</p> <p>✓ ¿Cuál es el modelo de la función de Cobb-Douglas que a través de la econometría nos dará a conocer la producción de papa de la Provincia de Pachitea</p> <p>✓ ¿Cuáles son los resultados estadístico obtenidos con la función de Cobb-Douglas en la producción de papa de la Provincia de Pachitea?</p> <p>✓ ¿Cómo comparar el desempeño el desempeño de los recursos productivos, tierra, capital y mano de obra?</p>	<p>OBJETIVO GENERAL</p> <p>Identificar a través del modelo econométrico de la función de producción de Cobb-Douglas los factores que influyen en la producción de papa de la Provincia de Pachitea y aplicarlo a un conjunto de datos y realizar un análisis de los resultados obtenidos</p> <p>OBJETIVOS ESPECIFICOS</p> <p>✓ Demostrar que el modelo de la función de Cobb-Douglas es útil en los cálculos de la econometría para conocer la producción de papa de la Provincia de Pachitea</p> <p>✓ Realizar un análisis estadístico de los resultados obtenidos con la función de Cobb-Douglas de la papa de la Provincia de Pachitea</p> <p>✓ Analizar el desempeño de los recursos productivos, tierra, capital y mano de obra usando la función de Cobb-Douglas.</p>	<p>HIPÓTESIS DE TRABAJO</p> <p>“La aplicación de la función de producción Coob Douglas al sector productivo de papa, proporciona información de la productividad media de los factores, para comparar el desempeño de los recursos productivos, tierra, capital y mano de obra”</p>	<p>VARIABLE DEPENDIENTE</p> <p>Productividad de los factores de producción</p> <p>INDICADORES</p> <ul style="list-style-type: none"> - Producto final - Factor capital - Factor mano de obra - Factor Tierra <p>VARIABLE INDEPENDIENTE</p> <p>Producción de papas</p> <p>INDICADORES</p> <ul style="list-style-type: none"> - Superficie cosechada - Rendimiento - Rentabilidad 	<p>Tipo de Investigación</p> <p>Por el tipo de la investigación, el presente estudio reúne las condiciones. Metodológicas de una investigación aplicada, en razón ya se utilizaron conocimientos de las Ciencias Económicas , a fin de aplicarlas en el la producción de papas a través del análisis de la función de producción de Cobb- Douglas</p> <p>Nivel de la investigación En nuestra investigación se conducirá con un nivel de investigación descriptiva correlacional.</p> <p>Población objetivo</p> <p>La población objetivo estará constituida por las unidades agropecuarias que producen el cultivo de papa en el distrito de Panao, provincia de Pachitea, Región de Huánuco.</p> <p>Diseño de la muestra</p> <p>Se presenta una explicación del Marco Muestral del Ministerio de Agricultura a través de la ENAPROVE (Encuesta nacional de Promoción y Ventas), pues es el mismo que utiliza la ERENTA el cual es una investigación por muestreo cuyo diseño muestral está fundamentada en el muestreo probabilístico de áreas.</p> <p>Especificación del Modelo</p> <p>Para la realización de este trabajo, se procedió con la estructuración del modelo; en el cual se utilizó la función de producción de Cobb Douglas.</p> <div style="border: 1px solid orange; padding: 5px; display: inline-block; margin: 10px 0;"> $Y = \beta_0 X_1^{\beta_1} X_2^{\beta_2} e^{u_i}$ </div> <p>γ = Producto Final X₁ = Factor de producción capital X₂ = Factor de producción mano de obra X₃ = Factor de producción mano de obra</p>

--	--	--	--	--

