

UNIVERSIDAD NACIONAL HERMILIO VALDIZÁN
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
ESCUELA ACADÉMICA PROFESIONAL DE EDUCACIÓN BÁSICA
CARRERA PROFESIONAL DE EDUCACIÓN PRIMARIA



**APLICACIÓN DEL PROGRAMA SKETCHPAD PARA MEJORAR EL
APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA EN NIÑOS DE 6to GRADO DE
PRIMARIA DEL CNA – UNHEVAL, HUÁNUCO 2014**

TESIS PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE

LICENCIADO EN EDUCACIÓN

CARRERA PROFESIONAL DE EDUCACIÓN PRIMARIA

TESISTAS

- PILCO TIMOTEO, Flor Emely
- VILLANUEVA SANTIAGO, Jimmy

HUÁNUCO - PERÚ

DEDICATORIA

A Dios, a mis queridos padres Teudulo Pilco Valdivia y Amalia Timoteo Depaz, por el apoyo económico y emocional que me brindaron durante el camino de mi formación profesional.

EMELY

A mi padre, Florentino Santiago R. In Memoriam a mi extinta madre, Emilia Bernardo B. Por enseñarme afrontar el laberinto de la vida, que fue el paradigma de mi formación como persona.

JIMMY

AGRADECIMIENTOS

Expresamos nuestros más sinceros agradecimientos:

- Agradecemos a Dios por darnos la sabiduría necesaria para alcanzar nuestras metas tan importantes en nuestras vidas como futuros profesionales en la noble tarea de enseñar.
- A la Universidad Nacional “Hermilio Valdizán”, nuestra alma mater que nos abrió las puertas del saber y darnos la oportunidad para llevar a cabo esta importante investigación.
- A nuestros Maestros por habernos brindado sus grandes conocimientos y sus apoyos motivacionales en la formación de nuestros estudios profesionales; al Mg. Manuel Blanco Aliaga por su tiempo compartido y por impulsar el desarrollo de la investigación en nuestra formación profesional.
- A nuestros familiares, por convertirse en una permanente motivación para lograr a plenitud nuestro propósito de ser mejores cada día.

Los investigadores

ÍNDICE

DEDICATORIA

AGRADECIMIENTO

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN

RESUMEN

CAPITULO I

PROBLEMAS DE INVESTIGACIÓN

Págs.

1.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	14
1.2. FORMULACIÓN DE PROBLEMA	17
1.2.1. Problema General	17
1.2.2. Problema Específico	17
1.3. OBJETIVOS DE INVESTIGACIÓN	17
1.3.1. Objetivo General	17
1.3.2. Objetivo Específico	18
1.4. JUSTIFICACIÓN E IMPORTANCIA	18
1.5. VIABILIDAD	20
1.6. LIMITACIONES	21

CAPITULO II

MARCO TEÓRICO

2.1. ANTECEDENTES DE LA INVESTIGACIÓN	22
2.1.1. A Nivel Mundial	22
2.1.2. A Nivel Local	24
2.2. BASES TEÓRICAS CIENTÍFICAS	29
2.2.1. PROGRAMA SKETCHPAD	29
2.2.1.1. DEFINICIÓN	30
2.2.1.2. FUNDAMENTACIÓN	30

2.2.1.3.	JUSTIFICACIÓN	31
2.2.1.4.	OBJETIVOS	32
2.2.1.5.	CARACTERÍSTICAS.....	32
2.2.1.6.	RECURSOS.....	33
2.2.1.7.	TEMPORALIZACIÓN	34
2.2.1.8.	EVALUACIÓN	34
2.2.1.9.	SESIONES DE APRENDIZAJE	34
2.2.2.	APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA	35
2.2.3.	HISTORIA DE LA GEOMETRÍA	40
2.2.3.1.	LA GEOMETRÍA PREHELÉNICA	40
2.2.3.2.	LA GEOMETRÍA EN GRECIA	42
2.2.3.3.	LA GEOMETRÍA EN LA EDAD MEDIA	46
2.2.3.4.	EL RENACIMIENTO DE LA GEOMETRÍA.....	48
2.2.3.5.	LAS NUEVAS GEOMETRÍAS	50
2.2.3.5.1.	GEOMETRÍA ANALÍTICA.....	50
2.2.3.5.2.	GEOMETRÍA DESCRIPTIVA.....	55
2.2.3.5.3.	GEOMETRÍA PROYECTIVA.....	56
2.2.3.5.4.	GEOMETRÍAS NO-EUCLÍDEAS.....	57
2.2.3.5.5.	GEOMETRÍAS CONTEMPORÁNEAS	60
2.2.3.5.6.	GEOMETRÍA MODERNA.....	62
2.2.4.	ELEMENTOS DE LA GEOMETRÍA	63
2.2.4.1.	Punto	63
2.2.4.2.	Recta	64
2.2.4.2.1.	Recta Secantes	
2.2.4.2.2.	Rectas Oblicuas	
2.2.4.2.3.	Rectas Perpendiculares	
2.2.4.2.4.	Rectas Paralelas	
2.2.4.2.5.	Rectas que se Cruzan	
2.2.4.3.	Plano	67
2.2.4.3.1.	Planos Paralelos	
2.2.4.3.2.	Planos Secantes	

2.2.4.3.3. Perpendiculares	
2.2.4.4. Ángulos	68
2.2.4.4.1. Ángulos agudos	
2.2.4.4.2. Ángulo llano	
2.2.4.4.3. Ángulos rectos	
2.2.4.4.4. Ángulos obtusos	
2.2.4.4.5. Ángulo Reflejo	
2.2.4.5. Polígonos	70
2.2.4.5.1. Polígono Regulares	
2.2.4.5.2. Polígonos Irregulares	
2.2.4.6. Triángulos	72
2.2.4.6.1. Según sus lados	
a) Triángulo Equilátero	
b) Triangulo Isósceles	
c) Triangulo Escaleno	
2.2.4.6.2. Según sus ángulos	
a) Triangulo Rectángulo	
b) Triangulo Oblicuángulo	
c) Triangulo Obtusángulo	
2.2.4.7. Cuadriláteros	75
2.2.4.7.1. Paralelogramo	
2.2.4.7.2. Cuadrado	
2.2.4.7.3. Rectángulo	
2.2.4.7.4. Rombo	
2.2.4.7.5. No paralelogramos	
2.2.4.7.6. Trapecio	
2.2.4.7.7. Cuadriláteros Irregulares	
2.2.4.8. Circunferencia	79
2.2.4.8.1. Centro de la circunferencia	
2.2.4.8.2. Radio de la circunferencia	
2.2.5. GEOMETRÍA Y TECNOLOGÍA	80
2.2.6. LA TECNOLOGÍA EN MATEMÁTICAS	82

2.2.7. RUTAS DE APRENDIZAJE EN GEOMETRÍA	96
2.2.8. GEOMETRÍA EN EDUCACIÓN PRIMARIA	99
2.3. DEFINICIÓN DE TÉRMINOS BÁSICOS	100

CAPITULO III

HIPÓTESIS, VARIABLES E INDICADORES

3.1. HIPÓTESIS	102
3.1.1. Hipótesis General.....	102
3.1.2. Hipótesis Específico	102
3.2. VARIABLES.....	103
3.2.1. Variable Dependiente.....	103
3.2.2. Variable Independiente	103
3.2.3. Operacionalización de Variables.....	103

CAPITULO IV

METODOLOGÍA

4.1 MÉTODOS Y TÉCNICAS	104
4.1.1 Métodos	104
4.1.2 Técnicas.....	105
4.2 TIPO Y NIVEL DE INVESTIGACIÓN	106
4.2.1 Tipo.....	106
4.2.2 Nivel.....	106
4.3 DISEÑO.....	107
4.4 POBLACIÓN Y MUESTRA.....	107
4.4.1 Población	107
4.4.2 Muestra.....	108
4.5 VALIDEZ DE INSTRUMENTOS	109

4.5.1 INSTRUMENTO	109
a) Programa experimental	111
b) Cuestionario.....	111
4.5.2 VALIDEZ	111

CAPITULO V

RESULTADOS

5.1 TRATAMIENTO ESTADÍSTICO Y ANÁLISIS DE DATOS	112
5.2 PRUEBA DE HIPÓTESIS	118
5.3 DISCUSIÓN DE RESULTADOS	122

CONCLUSIONES

SUGERENCIAS

REFERENCIA BIBLIOGRÁFICA

ANEXOS

INTRODUCCIÓN

De todas las ramas de la Matemática, la Geometría es una de las más intuitivas, concretas y ligadas a la realidad que conocemos. Por ello, ofrece numerosas posibilidades para experimentar, mediante materiales adecuados, conceptos, propiedades y problemas. En la actualidad se conoce que existen muchos materiales que pueden emplearse en el trabajo de aula. Algunos de ellos han sido diseñados específicamente para estudiar Geometría y otros pueden ser adaptados para utilizarse en su enseñanza. Sin embargo, son pocos los docentes que están al tanto de ello o que se animan a aplicarlos en sus clases. En muchas ocasiones, esto se debe al desconocimiento tanto del manejo de este tipo de herramientas como de las oportunidades que brinda su utilización. En consecuencia los estudiantes dan poca significación a los conceptos geométricos aprendidos, convirtiéndose ello en una meta por rebasar, esta situación nos lleva a plantear nuevas propuestas que permitan hacer de la geometría una estructura articulada con el resto de conceptos construidos. El uso del programa **SKETCHPAD** nos permitirá enseñar algunos elementos de la geometría de una manera activa y amena, desarrollando relaciones espaciales y geométricas.

En la actualidad el Ministerio de Educación difundió el nuevo Marco Curricular, en donde se encuentran los ocho aprendizajes fundamentales, y como herramienta del docente se difundió las Rutas de Aprendizaje para usar adecuadamente las competencias y capacidades que se debe de lograr en la enseñanza – aprendizaje en las diferentes áreas curriculares de Educación Primaria.

A base de estas necesidades nace nuestro trabajo de investigación titulado: APLICACIÓN DEL PROGRAMA SKETCHPAD PARA MEJORAR EL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA EN NIÑOS DE 6° GRADO DE PRIMARIA DEL CNA. - UNHEVAL, 2014.

Nuestra investigación propone una nueva estrategia para mejorar el aprendizaje de la geometría y las competencias matemáticas de una manera muy dinámica, desarrollando las capacidades de matematizar, elaborar y seleccionar estrategias, a representar matemáticamente situaciones reales, a usar expresiones simbólicas, a comunicar y argumentar, a explorar, probar y experimentar sus pensamientos espaciales así como en las Rutas de Aprendizaje (2013) sostiene: La competencia matemática es entonces un saber actuar en un contexto particular, que nos permite resolver situaciones problemáticas reales o de contexto matemático. Un actuar pertinente a las características de la situación y a la finalidad de nuestra acción, que selecciona y moviliza una diversidad de saberes propios o de recursos del entorno.

Esta investigación está organizado en 5 capítulos:

CAPÍTULO I, denominado problema investigación, donde hacemos una visión panorámica del problema; formulamos el problema y a la vez los objetivos, presentamos la justificación y las limitaciones de la investigación.

CAPÍTULO II: Se describe el marco teórico, mencionamos los antecedentes que tienen relación con la investigación sobre programas para mejorar el

aprendizaje de la geometría, se desarrolla las bases teóricas y la definición de términos básicos.

CAPÍTULO III: Hipótesis, Variables e Indicadores, se formulan las hipótesis, se identifica la variable dependiente, variable independiente y su operacionalización.

CAPÍTULO IV: denominado Metodología de la investigación, se detalla los métodos, técnicas tipo y nivel de investigación, diseño de un solo grupo, población de 31 alumnos con una muestra de 30 alumnos, los instrumentos son validados por expertos.

CAPÍTULO V: Es la parte de resultados de la investigación, se elabora el tratamiento estadístico, la prueba de hipótesis y la discusión de resultados.

Culminamos con conclusiones y sugerencias para ampliar la investigación y superar los problemas rutinarios en la enseñanza aprendizaje en el área de matemática específicamente en geometría en niños de Educación Primaria.

Esperamos haber contribuido en la solución de un problema de los muchos que existe en el sector educación dentro de nuestra sociedad.

Los investigadores

RESUMEN

De acuerdo al trabajo de investigación realizado uno de los problemas que hoy en día tienen nuestras escuelas rurales o urbanas de nuestra región, es que los estudiantes tienen muchas deficiencias con respecto al dominio de temas geométricos en el área de matemática, esta situación nos motivó a aplicar el programa SKETCHPAD para mejorar el aprendizaje de la geometría en niños de 6° grado del C. N. A. - UNHEVAL, 2014. Este proyecto de investigación se realizó con el único objetivo de que los estudiantes desarrollen los procesos de pensamiento espacial y mejoren el aprendizaje de las matemáticas así como de la geometría.

El proyecto de está conformada por 10 sesiones el cual fue elaborado con el fin de mejorar el aprendizaje de la geometría. Para poder conocer su efectividad, tuvimos una muestra de 30 alumnos del 6° grado del C. N. A. - UNHEVAL, 2014.

El instrumento utilizado es el cuestionario; después del tratamiento los resultados obtenidos mediante la prueba estadística “t” de Student entre el Pre Test arrojaron una “t” calculada de 6,15, y una “t” crítica de 1,68. Dichos resultados son confiables donde α es igual a 0,05 con 58 gl. Razón por la cual afirmamos que la aplicación del PROGRAMA SKETCHPAD mejoró el aprendizaje de la geometría desarrollando el pensamiento espacial.

PALABRA CLAVE: Geometría, Sketchpad, aprendizaje

ABSTRACT

According to research carried out one of the problems today have our rural or urban schools in our region is that students have many shortcomings with regard to the domain of geometrical issues in the area of mathematics, this situation led us to SKETCHPAD apply the program to enhance learning of geometry in 6th grade children ANC - UNHEVAL, 2014. This research project was carried out with the sole objective of students develop spatial thinking processes and improve learning mathematics and geometry.

The draft consists of 10 sessions which was developed in order to improve learning of geometry. To know its effectiveness, we had a sample of 30 students from 6th grade ANC - UNHEVAL, 2014.

The instrument used was the questionnaire; after treatment the results obtained by the statistical test "t" of Student Test between Pre threw a "t" calculated of 6.15, and a "t" criticism of 1.68. These results are reliable where α is equal to 0.05 with 58 df. Which is why we say that the implementation of the program improved SKETCHPAD learning geometry developed spatial thinking.

KEYWORDS: Geometry Sketchpad, learning.

CAPÍTULO I

PROBLEMAS DE INVESTIGACIÓN

1.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Uno de los problemas que hoy en día tienen las escuelas rurales o urbanas de nuestra región, es lo relacionado con los temas de geometría en el área de matemática, sobre todo cuando los alumnos memorizan o mecanizan, y no se logra un aprendizaje significativo. Debido a esto, muchos profesores exponen que hay muchas deficiencias con respecto al dominio de términos geométricos, por lo que es necesario utilizar nuevas ideas o formas para enseñar la geometría, que sirvan para mejorar dicha enseñanza. Éstas pueden ser actividades de recursos tecnológicos, las cuales permiten al niño obtener un aprendizaje significativo, además de estimularle para que a la hora de aprender

geometría no se aburran; sino más bien tengan satisfacción, diversión y creatividad.

El programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes (PISA), cuyo objetivo es conocer en qué medida los estudiantes de quince años de edad son capaces de utilizar los conocimientos y habilidades que han desarrollado en las áreas de **Comunicación, Matemática y Ciencia**, para hacer frente a las situaciones y desafíos que les plantea la sociedad actual con el fin de que puedan participar de manera pertinente. Según el resultado de PISA, en la evaluación que realizaron en el 2012 los estudiantes evaluados en el Perú se encuentra debajo del nivel 1 con un porcentaje de 47,0 %, esto quiere decir que los estudiantes no lograron el nivel 1. En la Evaluación Censal de Estudiantes 2013 (ECE 2013) realizado por el Ministerio de Educación, los estudiantes se ubican en el nivel Inicio con un porcentaje 50,9 % a nivel nacional y en la región Huánuco los estudiantes del segundo grado se encuentran en el nivel inicio con un porcentaje de 64,6 %; esto nos demuestra que en mayor porcentaje nuestros estudiantes no logran significativamente los aprendizajes en el área de matemática.

El **Ministerio de Educación**, como parte del proceso de globalización, impulsa el uso didáctico de la tecnología para lo cual está otorgando a las instituciones educativas públicas con equipos tecnológicos como laptops y computadoras necesarias para impulsar las estrategias pedagógicas con el apoyo de recursos tecnológicos

adecuados a la enseñanza y aprendizaje de los educandos. Pero en nuestro contexto no son usados adecuadamente estos equipos tecnológicos específicamente en el área de matemática ya que los docentes aun todavía pensamos que la computadora solo se usa para enseñar a escribir, dibujar o buscar las tareas si tenemos accesos a internet.

Nuestro trabajo de investigación surge de las experiencias adquiridas durante las prácticas pre profesionales realizadas en diferentes instituciones educativas de educación primaria en zonas rurales y urbanas de nuestra región; hemos podido describir que los estudiantes tienen muchas dificultades en el área de matemática ya que solo se mecanizan para resolver, específicamente en temas de geometría.

En el Fascículo General II de Rutas de Aprendizaje 2013 en el área de matemática dice:

“Requerimos ambientes educativos que brinden confianza y tranquilidad, así como respeto mutuo, tolerancia y libertad, donde se puedan generar dinámicas de aprendizajes significativos y de reflexión crítica. La finalidad es propiciar el aprender y el aprender a aprender matemática de manera fácil y profunda utilizando los conocimientos matemáticos en diversas situaciones, no sólo en el ámbito escolar sino también fuera de él”.

En concreto, el problema que se pretende abordar es cómo interviene el programa de geometría SKECHKPAD en el desarrollo de competencias geométricas y didácticas en la formación de los niños.

1.2. FORMULACIÓN DE PROBLEMA

1.2.1. Problema General

¿Qué efectividad tiene la aplicación del programa SKETCHPAD para mejorar el aprendizaje de la geometría en niños de 6º grado de primaria del C.N.A. – UNHEVAL, Huánuco 2014?

1.2.2. Problema Específico

- a) ¿Cuál es la estrategia más adecuada para mejorar el aprendizaje de las figuras geométricas en niños de 6º grado de primaria del C.N.A. – UNHEVAL, Huánuco 2014?
- b) ¿Cuál es grado de dificultad para mejorar el aprendizaje de la geometría en niños de 6º grado de primaria del C.N.A. – UNHEVAL, Huánuco 2014?

1.3. OBJETIVOS DE INVESTIGACIÓN

1.3.1. Objetivo General

Determinar la efectividad que tiene la aplicación del programa SKETCHPAD para mejorar el aprendizaje de la geometría en niños de 6º grado de primaria del C.N.A. – UNHEVAL, Huánuco 2014.

1.3.2. Objetivo Específico

- a) Aplicar la estrategia más adecuada para mejorar el aprendizaje de la geometría en niños de 6º grado de primaria del C.N.A. – UNHEVAL, Huánuco 2014.
- b) Estudiar el grado de dificultad para mejorar el aprendizaje de la geometría en niños de 6º grado de primaria del C.N.A. – UNHEVAL, Huánuco 2014.

1.4. JUSTIFICACIÓN E IMPORTANCIA

El Nuevo Marco Curricular propone un conjunto delimitado de competencias o macro competencias considerados como aprendizajes fundamentales para encarar los desafíos que nos plantean el país y los tiempos actuales a todos los peruanos y peruanas, desde lo particular de nuestra diversidad. Al final de su escolaridad, todos los estudiantes deben haber logrado cada uno de ellos, pues en conjunto los habilitan para participar activamente en la sociedad peruana y la comunidad mundial, sea en el campo productivo, social, científico, tecnológico o cultural en general, como agentes de cambio. En el Nuevo Marco Curricular se encuentran las competencias generales o macro competencias también conocido como aprendizajes fundamentales.

Esta perspectiva de aprendizaje de la matemática obliga a repensar y resignificar la manera como miramos la educación matemática de tal forma que concuerde con las características del ciudadano que queremos y necesitamos formar; el énfasis no estará, entonces, en memorizar el conocimiento o en reproducirlo, por el contrario estará en desarrollar saberes significativos y con sentido para que el estudiante, en un ambiente de desarrollo de competencias, aprenda a usar la matemática en distintos ámbitos de su vida y a aprender durante toda la vida. Rutas de Aprendizaje – Fascículo General N° 2(2013).

Ofrecer propuestas innovadoras y que permitan desarrollar en los niños y niñas destrezas para enfrentar problemas espaciales es mejorar el aprendizaje en el área de la matemática. Así las matemáticas ofrecen una vía para la comprensión y la valoración de nuestro entorno; esto favorecerá la oportunidad de elevar el rendimiento en esta área, como también aportar en los sectores más pobres, social y económicamente para superar las diferencias y contribuir al principio de equidad establecido desde las políticas educacionales.

La geometría como cuerpo de conocimientos es la ciencia que tiene por objetivo analizar, organizar y sistematizar los conocimientos espaciales. El uso del programa SKETCHPAD proporciona amplias posibilidades para visualizar, explorar, analizar y conjeturar resultados. Existen programas que le proporciona al usuario la posibilidad de colocar las construcciones geométricas en diversas situaciones, a diferencia de

los dibujos estáticos y casi únicos de un libro, o lo que se puede hacer con gises de colores en un pizarrón tradicional. Al usar programas para realizar construcciones geométricas, otro elemento de gran apoyo, aunque parezca simple, es el hecho de poder borrar y trazar cuantas veces sea necesario y hacerlo con extrema limpieza.

En la actualidad se conoce que existen muchos materiales que pueden emplearse en el aula. Sin embargo, son pocos los docentes que están aplicando en sus clases. Por eso proponemos la aplicación de un nuevo programa para la enseñanza de los alumnos en el área de matemática, que nos permitirá desplegar algunos elementos de la geometría de una manera activa, desarrollando y estimulando en los niños y niñas la creatividad geométrica.

Esta investigación aborda el desarrollo de la enseñanza y el aprendizaje de la geometría en los niños de la escuela primaria de nuestra región.

Con este programa SKETCHPAD se pretende que el estudiante trabaje personalmente en problemas geométricos interesantes; no rutinarios, asequibles a su edad.

1.5. VIABILIDAD

Nuestra investigación es viable en cuanto a recursos financieros (autofinanciado) que el desarrollo investigativo requiere; asimismo hay

disponibilidad del potencial humano (asesoría docente); finalmente los recursos materiales (literatura, medios informáticos como Internet, útiles de escritorio, etc.) también está a nuestra disposición.

1.6. LIMITACIONES

Las limitaciones que existe en nuestra investigación es:

- Escasa bibliografía especializada sobre el tema investigado.
- Se tiene pocos antecedentes relacionado a nuestra investigación.
- No contamos con el asesoramiento de profesionales especialistas en el tema.

Gracias al esfuerzo en nuestro trabajo de investigación hemos podido superar todas estas limitaciones.

CAPITULO II

MARCO TEÓRICO

2.1. ANTECEDENTES DE LA INVESTIGACIÓN

2.1.1. A Nivel Mundial

- ANÁLISIS DEL DESARROLLO DE COMPETENCIAS GEOMÉTRICAS Y DIDÁCTICAS MEDIANTE EL SOFTWARE DE GEOMETRÍA DINÁMICA GEOGEBRA EN LA FORMACIÓN INICIAL DEL PROFESORADO DE PRIMARIA 2012 de ; cuya conclusión es:

Hemos obtenido resultados estadísticamente significativos que respaldan la mejora en la competencia didáctica de los

estudiantes que han trabajado con GeoGebra. Sin embargo, en esta investigación no hemos profundizado en las razones por las que GeoGebra favorece la adquisición de esta competencia. Podemos conjeturar que el entorno GeoGebra produce implícitamente una mejora de las competencias didácticas, pero sería adecuado seguir investigando este aspecto para poder dar una respuesta que explique el por qué y el cómo.

- María Eugenia Gómez Naranjo – 2012, en sus tesis DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA BASADA EN EL DISEÑO CURRICULAR DE EDUCACIÓN INICIAL – NIVEL PREESCOLAR, cuya conclusión es: *Donde mayor porcentaje se obtuvo, fue en la categoría referida al pensamiento matemático con un 60% lo cual fue aprovechado para a partir de sus conocimientos previos, profundizar en los contenidos de la propuesta. En consecuencia, es importante resaltar que no basta saber de qué se habla, ni hablar correctamente desde el punto de vista gramatical, el profesorado requiere lo que se ha llamado competencia comunicativa, esto es, capacidad de interactuar comunicativamente en el contexto del aula y de promover con su intervención la construcción del conocimiento matemático, pero como una iniciativa personal que contribuya a su crecimiento profesional siempre en beneficio de la infancia venezolana.*

- Rubén A. Pizarro – 2009, en su tesis LAS TICS EN LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS. APLICACIÓN AL CASO DE MÉTODOS NUMÉRICOS, cuyo resultado es: Se desarrolló una herramienta didáctica muy valiosa como es el software educativo, que además se convierte en el inicio de una etapa en la cual este software podrá ser ampliado con nuevos contenidos y nuevas posibilidades de acceso. Durante su diseño, se investigaron diferentes herramientas para el desarrollo del mismo y a su vez, se detectaron inconvenientes para los cuales se propusieron diferentes alternativas.

2.1.2. A Nivel Local

- Firma falcón, Jessica Hermelinda; Hilario Pasquel, Jackelin, Rufino Melendez, elena – 2012, en sus tesis “APLICACIÓN DEL PROGRAMA GEOLÚDICO PARA DESARROLLAR LAS HABILIDADES GEOMÉTRICAS EN NIÑOS DE PRIMER GRADO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA N°32896 DE HUÁNUCO – 2012” Cuyas conclusiones son:
 1. Se determinó la efectividad que tiene la aplicación del programa GEOLÚDICO para desarrollar las habilidades geométricas en niños de primer grado de educación primaria de la institución educativa N° 32896 – Huánuco - 2012
 2. Se demostró que existe una diferencia significativa en los resultados del postest de ambos grupos (GE y GC) ya que la

t calculada (17,31) es mayor que la t crítica(1,70); a un nivel α (0.05) con una cola a la derecha y 26 gl, es decir se tiene indicios suficientes afirmar que la aplicación del programa GEOLÚDICO es efectiva entonces permitirá desarrollar las geométricas en niños de primer grado

3. En el aspecto espacio vivido se puede observar que ninguna unidad de análisis del grupo experimental se ubica en la escala de calificación “en inicio”, mientras que el 100% de las unidades de análisis del grupo de control se ubica en esta escala. Es decir un alumno que representa al 7% del total de las unidades de análisis del grupo experimental, se ubican en la escala de calificación “En Procesos” lo cual implica que su nota fluctúa de 11 a 13, mientras en grupo ningún alumno obtuvo una nota que lo ubique en esta escala.

Asimismo se observa que 11 alumnos que representan el 79% del total de las unidades de análisis del grupo experimental, se ubican en el nivel “Logro previsto” lo cual implica que sus notas fluctúan de 14 a17, mientras que en grupo de control ningún alumno obtuvo una nota que lo ubique en esta escala, en tanto que 2 alumnos que representa el 14 % del total de las unidades de análisis del grupo experimental, se ubican en el nivel “logro destacado” lo cual implica que sus notas fluctúan de 18 a 20, mientras que en el grupo de control ningún alumno obtuvo nota que lo ubique en esta escala.

- Celestino García, Héctor Manuel 2002, en su tesis “APLICACIÓN DE UN SOFTWARE PARA EL LOGRO DE COMPETENCIAS DE APRENDIZAJE DE MULTIPLICACIÓN Y ADICIÓN DE NÚMEROS NATURALES DEL SEGUNDO CICLO DEL TERCER GRADO DE LA ESCUELA PRIMARIA DE MENORES N° 32011 “HERMILIO VALDIZÁN” – HUÁNUCO 2002” Cuyas conclusiones son:
 1. Al inicio de la investigación el nivel de aprendizaje de los niños del 3er Grado “A” de la EPM N° “Hermilio Valdizán” – Huánuco; respecto a la multiplicación y división de los números naturales era deficiente con un promedio 5.555, por lo que concluimos que es factible la aplicación del Software Educativo.
 2. Luego de aplicado el software educativo para el logro de aprendizaje de la multiplicación y adición de números naturales, obteniéndose los resultados siguientes:
 - El número de aprobados en el grupo experimental es 22, equivalente al 100% (obteniendo una nota promedio de 179 cualitativamente en “A”)
 - El número de aprobados en el grupo de control es 4 equivalente al 81,82% (obteniendo una nota promedio 7,41 y cualitativamente en “C”).
- Saavedra Rojas, Yury Yanina 2001 “ENSEÑANZA DE LA ASIGNATURA DE MATEMÁTICA; TEORÍA DE

CONJUNTOS, USANDO COMO HERRAMIENTA LA COMPUTADORA, PARA EL APRENDIZAJE DE LAS ALUMNAS DEL PRIMER AÑO DE SECUNDARIA DEL COLEGIO ECLESIAL “LA INMACULADA CONCEPCIÓN” – HUÁNUCO – 2001” Cuyas conclusiones fueron:

1. Se comprobó elevar el nivel de aprendizaje en las alumnas que se ubicaron en el grupo experimental, dando el número de aprobados es 8 que equivale al 80%. El número de aprobados en el grupo control es 4 equivalente al 40% y el número de desaprobados es 6 que equivale a un 60%.

➤ Cano Cornejo, Rosmery – 2002 en su tesis “NIVEL DE EFECTIVIDAD DE APLICACIÓN DEL SOFTWARE EDUCATIVO “TRAMPOLIN INFANTIL” PARA EL APRENDIZAJE DE LAS NOCIONES LÓGICO MATEMÁTICA EN NIÑOS DE 4 AÑOS EN EL C.E.I. N° 013 AMARILIS 2002” cuyas conclusiones son:

1. A través del nivel de efectividad de la aplicación del software educativo “Trampolín Infantil” se ha incrementado un porcentaje elevado el nivel de logro de las habilidades de las nociones matemáticas en los niños de 4 años del C.E.I. N° 013 – Amarilis.

➤ Cueva Pasquel Yuly y Cabrera Carmen – 2000, en sus tesis “IMPLEMENTACIÓN DE UN SOFTWARE EDUCATIVO

UTILIZANDO COMO ENTORNO EL LENGUAJE DE PROGRAMACIÓN LOGO PARA EL LOGRO DE COMPETENCIAS DE APRENDIZAJES EN ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE NÚMEROS NATURALES EN LOS NIÑOS DEL PRIMER GRADO DE LA EPM N° 32004 “SAN PEDRO” – HUÁNUCO – 2000” cuyas conclusiones principales son:

1. El nivel real de aprendizajes adquiridos por los niños del C.E. N° 32004 “San Pedro” con respecto al aprendizaje de la adición y sustracción de números naturales antes de la ejecución del experimento es como sigue: El promedio de rendimiento académico es bajo; alcanzando la nota de 5,5 que es desaprobatorio y cualitativamente estaría en “C”. Los porcentajes de aprobados son mínimos (10%) y los desaprobados casi alcanzan al 90%.
- Mogollón trinidad, José - 1998, en sus tesis “USO DE MINICOMPUTADORAS EN LA ENSEÑANZA APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA EN EL 5TO AÑO DE SECUNDARIA 1998” cuya conclusión principal es:
- El uso de minicomputadoras es altamente significativo y contribuye positivamente en el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática de los alumnos del 5to año de secundaria.

2.2. BASES TEÓRICAS CIENTÍFICAS

2.2.1. PROGRAMA SKETCHPAD

a) PROGRAMA

Un programa o software es un elemento imprescindible para el normal funcionamiento de una computadora. Puede ser tanto un programa ejecutable como su código fuente, que es escrito por los programadores. Por otra parte, de acuerdo a sus funciones, un programa puede ser catalogado como un software de sistema o un software de aplicación.

En este ámbito tecnológico se puede hablar de multitud de programas que tienen como objetivo el que podamos realizar una tarea concreta de una manera sencilla. Este sería el caso de SKETCHPAD, que es un programa que nos ayuda a crear y diseñar figuras geométricas.

Básicamente, un programa de computadora, aplicación o software, como también son llamados, son un conjunto de instrucciones en forma secuencial, llamado código, que a través de su interpretación por el sistema operativo o hardware, le permiten desarrollar una acción específica a una computadora.

2.2.2. DEFINICIÓN DEL PROGRAMA SKETCHPAD

Sketchpad fue el primer programa informático que permitía la manipulación directa de objetos gráficos; o sea el primer programa de dibujo por computadora.

Se trataba de un sistema gráfico, creado mucho antes que el término interfaz gráfica fuera concebido. Ivan Sutherland fue un pionero de la investigación de los gráficos por computadora, y su trabajo ayudó a establecer las bases del desarrollo de la interfaz gráfica de usuario tal y como la conocemos ahora, a principios del siglo XXI. La primera experiencia de Sutherland con una computadora fue con SIMON, una máquina basada en un motor mecánico con únicamente capacidad de sumar. Sutherland, durante su época en el instituto, diseñó el programa más largo que nadie escribiría nunca para este sistema; 8 páginas de código de algoritmos que permitían a SIMON, además de sumar, la capacidad de dividir. Este programa desarrolla todo cálculos geométricos de una manera muy dinámica.

2.2.3. FUNDAMENTACIÓN DEL PROGRAMA SKETCHPAD

Sketchpad es la herramienta óptima para mejorar el aprendizaje de la geometría. Los maestros lo pueden usar diariamente ilustrar y clarificar ideas matemáticas.

2.2.4. JUSTIFICACIÓN

Antes que todo, se desea aclarar que el programa SKETCHPAD no es un libro, ni pretende reemplazar a ningún libro y mucho menos al maestro en la enseñanza de la Geometría Moderna, tampoco pretende reemplazar el trabajo que debe realizar el estudiante para comprender alguna demostración de geometría. Simplemente, se pretende sea una herramienta de apoyo al estudio de tan importante materia.

El programa SKETCHPAD es una herramienta de construcción y exploración dinámica originalmente creada para hacer geometría plana y desde su aparición en 1990, su desarrollo y aceptación ha sido impresionante. Actualmente se usa también para explorar temas de álgebra, geometría analítica y cálculo, entre otras materias.

Permite trabajar con puntos, rectas, segmentos de recta, rayos, círculos, ángulos, polígonos, curvas cónicas, funciones, etcétera y cuenta con diversas herramientas, entre ellas, las de selección, rotación, traslación, dilatación, reflexión y medición.

Con SKETCHPAD se pueden producir dibujos interactivos y lecciones grabadas para ser reproducidas en cualquier momento. Por sus capacidades de animación, es posible construir simulaciones para aplicarlas a distancia o directamente en el salón de clase.

2.2.5. OBJETIVOS

El presente programa tiene como objetivo demostrar la efectividad en la mejora del aprendizaje de la geometría en los niños del sexto grado del Colegio Nacional de Aplicación UNHEVAL 2014

2.2.6. CARACTERÍSTICAS

El programa por ser muy dinámica y atractiva en el desarrollo de la geometría tiene las siguientes características:

Menús. Geometer's Sketchpad tiene nueve menús principales expandible localizados en la parte superior del panel de dibujo y un menú de acceso rápido.

- **Menú de archivo (file menu).** Este menú contiene comandos para abrir, guardar, crear y usar sketch y script archivos. Muchos de estos comandos son comunes a aquellos programas que manejan ventanas.
- **Menú de edición (edit menu).** Este menú contiene comandos para rehacer o deshacer las actividades hechas en Sketchpad, también permite usar el clipboard, generar conexiones entre diferentes archivos y ventanas de Sketchpad y botones de navegación.
- **Menú de apariencia (display menu).** Este menú permite cambiar el formato en las construcciones.

- **Menú de construcción (construct menu).** Permite hacer construcciones.
- **Menú de transformaciones (transform menu).** Permite hacer transformaciones en el plano de figuras geométricas.
- **Menú de medidas (measure menu).** Permite hacer mediciones de objetos geométricos.
- **Menú de gráficos (Graph menu).** Permite generar sistemas de coordenadas.
- **Menú de trabajo (work menu).** Este menu permite generar animaciones (scripts)
- **Menú de ayuda (help menu).** Permite ayudar cualquier duda que se tiene sobre el programa
- **Menú de acceso rápido.** Este menú permite acceder a algunos de los comandos de los diferentes con un clic en el botón izquierdo del mouse.

2.2.7. RECURSOS

- a) Programa SKETCHPAD instaladas en cada computadora
- b) Plan de trabajo de cada sesión debidamente enumerada.
- c) Hojas de trabajo sin enumerar
- d) Información teórica impresa
- e) Diapositivas

2.2.8. TEMPORALIZACIÓN

El tiempo no es rígido, sin embargo se recomienda 45 minutos promedio por cada sesión. Asimismo se recomienda que la aplicación del programa podrá ser de dos sesiones por cada semana, de manera que haya espacios suficientes en el uso de las computadoras.

2.2.9. EVALUACIÓN

La evaluación del programa se recomienda efectuar mediante listas de cotejo previamente elaboradas

2.2.10. SESIONES DE APRENDIZAJE

El programa consta de 10 sesiones de aprendizaje

- a) **Primera Sesión:** Reconocer y graficar los elementos de la geometría
- b) **Segunda sesión:** Reconocer rectas paralelas y perpendiculares
- c) **Tercera sesión:** Resolver problemas que implican el cálculo de las medidas de ángulos
- d) **Cuarta sesión:** Demostrar la medición de ángulos
- e) **Quinta sesión:** Reconocer polígonos abiertos y cerrados
- f) **Sexta sesión:** Construir y clasificar triángulos
- g) **Séptima sesión:** Clasificar cuadriláteros

- h) **Octava sesión:** medir los ángulos de la circunferencia
- i) **Novena sesión:** Reconocer y graficar cuerpos geométrica
- j) **Décima sesión:** Calcular perímetros y áreas de diferentes figuras geométricas

2.2.11. APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA

Etimológicamente hablando, Geometría proviene de dos palabras del griego (*geo*, “tierra”; *metrein*, “medir”), rama de las matemáticas que se ocupa de las propiedades del espacio. En su forma más elemental, la geometría se preocupa de problemas métricos como el cálculo del área y diámetro de figuras planas y de la superficie y volumen de cuerpos sólidos. Otros campos de la geometría son la geometría analítica, geometría descriptiva, topología, geometría de espacios con cuatro o más dimensiones, geometría fractal, y geometría no euclidiana.

La geometría es, junto a la teoría de números, una de las ramas más antiguas de la matemática. Si por un momento restringimos el término para referirnos a lo que los antiguos griegos entendían como tal, podemos decir que su objeto de estudio está íntimamente arraigado en nuestra forma de concebir la realidad.

La Geometría opera con "cuerpos geométricos" y figuras; estudia sus relaciones mutuas desde el punto de vista de la magnitud y la posición. Pero un cuerpo geométrico no es sino un cuerpo real considerado únicamente desde el punto de vista espacial y haciendo abstracción de todas sus otras propiedades, tales como densidad, color o peso. Una figura geométrica es un concepto más general, puesto que en este caso es posible abstraer también la extensión espacial; así, una superficie tiene solo dos dimensiones; una línea sólo una dimensión, y un punto ninguna. La Geometría tiene, pues, como objeto, las formas espaciales y las relaciones de los cuerpos reales, eliminando de ellos las restantes propiedades, y considerándolos desde un punto de vista puramente abstracto". (Fernández, 1991).

“La Geometría como cuerpo de conocimientos es la ciencia que tiene por objeto analizar, organizar y sistematizar los conocimientos espaciales. En un sentido amplio se puede considerar a la Geometría como la Matemática del espacio.”(Alsina, 1987).

“Geometría, es el estudio de las propiedades y relaciones formales de las figuras del plano y el espacio. Actualmente la Geometría también estudia los espacios abstractos, lo que pone en íntima relación con otras ramas de las matemáticas (álgebra, análisis matemático y topología).”(Tomado del Diccionario Enciclopédico Océano Uno Color, 2001).

“La Geometría es la ciencia que trata de las propiedades del espacio. Ella es esencialmente diferente de los dominios puros de la matemática tales como la teoría de los números, el álgebra o la teoría de las funciones. Los resultados de éstas últimas se obtienen a través del pensamiento puro. La situación es completamente diferente en el caso de la geometría. Yo nunca podré penetrar las propiedades del espacio por pura reflexión, tal y como no podré hacerlo en lo referente a las leyes de la mecánica o cualquier ley física de esta manera. El espacio no un producto de mis reflexiones. Antes bien, me es dado a través de los sentidos” (Corry, 2002).

La geometría ayuda desde los primeros niveles educativos a la construcción del pensamiento espacial, lo que será un componente importante para construcción del pensamiento matemático. Permitirá realizar cálculos numéricos a través de imágenes, podrá realizar cálculo mental, estimar o cualquier tipo de problema.

En los tiempos remotos la geometría era una ciencia práctica y empírica, es decir, una ciencia basada en experiencias y observaciones realizadas por el hombre, gracias a su habilidad para reconocer y comparar formas y tamaños. Sin embargo no se conoce por completo la historia de la geometría, no hay evidencia que permite estimar el número de ciclo que pasaron antes que el hombre pudiera elevar la geometría a nivel de ciencia. Podemos

mencionar las siguientes etapas que han contribuido en forma decisiva a su evolución:

- a) Los procedimientos empíricos egipcios: Los escritores e historiadores de la antigüedad que trataron este tema concuerdan únicamente, con que en el valle del río Nilo, en el antiguo Egipto. El sabio griego Eudemo de Rodas, también atribuyó a los egipcios el descubrimiento de la geometría, ya que, según él, necesitaba medir constantemente sus tierras debido a que las inundaciones del Nilo borraban continuamente sus fronteras. Esta opinión es compartida por otros autores, aunque todas parecen tener su origen en el pasaje que Herodoto señala en tiempos de Ramsés II.

El famoso historiador griego Herodoto anuncio la tesis de manera siguiente:

“Dijeron, también, que este rey dividido la tierra entre los egipcios, de modo que cada uno le correspondía un terreno rectangular del mismo tamaño, y estableció un impuesto que se exigía anualmente. Pero cuando el río invadía una parte de algunos, este tenía que ir al rey y manifestar lo sucedido. El rey enviaba supervisores, quienes debían medir en cuanto se había reducido el terreno, para que el propietario pagara sobre lo que le quedaba en proporción al impuesto total que le habían fijado”.

Pero no solo los egipcios contribuyeron al desarrollo de la geometría, los babilonios también trabajaron en la geometría empírica y resolvieron problemas prácticos.

- b) En el siglo VI a. C. en Grecia es donde realmente se torna la geometría. Se da en la sociedad griega el paso decisivo del empirismo al carácter científico, la palabra geometría en griego significa medida de tierras. Se convierte en formal, ya que parte de los conocimientos concretos y prácticos de la geometría de Egipto para dar paso a conocimientos generales, justificados todos por la razón y la ciencia.

Según Proclo: *“Thales fue el primero que, habiendo estado en Egipto introdujo esas doctrina (de la geometría) en Grecia”*.

Los grandes matemáticos griegos son los autores de dichas justificaciones y estos conocimientos van a adquirir un carácter más teórico. Los matemáticos son Tales de Mileto, Pitágoras e Samos, Arquímedes, Euclides y Apolonio.

- c) Teorema de Pitágoras: en el siglo VI a.C. el matemático Pitágoras colocó la piedra angular de la geometría científica al demostrar que las diversas leyes arbitrarias e inconexas de la geometría empírica se puede deducir

como conclusiones lógicas de un número limitado de axiomas o postulados. Junto a la demostración geométrica fue encontrado el método de hallazgo de la serie ilimitado de las ternas de números “pitagóricos”, esto es, ternas(a,b,c) de números que facilitan la ecuación $a^2 + b^2 = c^2$.

2.2.12. HISTORIA DE LA GEOMETRÍA

a) LA GEOMETRÍA PREHELÉNICA.

Los últimos descubrimientos hechos a principios del presente siglo sobre algunos textos de la época de Hamurabi, cuyo reinado, como perteneciente a la primera dinastía de Babilonia, se fija hacia el año 2.800 antes de J.C., han revelado la existencia de sus conocimientos geométricos; aunque no se sabe con certeza si dichos conocimientos son autóctonos o proceden de la meseta del Irán, ya que los sumerios, que habitaban el Cuerno de Oriente desde el quinto milenio a. de J.C, fueron sojuzgados precisamente en el año 2.800 a. de J.C. por los caldeos.

Del estudio de los documentos históricos hallados se ha podido deducir cuales eran los conocimientos geométricos babilónicos, tales como la división de la circunferencia en trescientas sesenta partes iguales, que agrupadas de

sesenta en sesenta, permitían la construcción del hexágono regular y del triángulo equilátero, lo cual posiblemente sea el origen de la actual numeración sexagesimal. También sabían calcular el área del segmento circular a partir del arco y de la cuerda, problema que resolvían tomando el valor 3 como razón de la longitud de la circunferencia a su diámetro. Pero el conocimiento más notable puede que sea el cálculo de la diagonal de un rectángulo a partir de sus lados, y que posteriormente Pitágoras aplicaría a los lados de un triángulo.

En resumen, los conocimientos geométricos babilónicos tienen un rango precientífico con tendencia a la cuantificación, consecuencia lógica de la condición nómada de aquellos pueblos, cuyas urgencias biológicas eran más compatibles con la necesidad de contar que con la de medir, y así, por ejemplo, su unidad de medida de volumen no era el cubo de la unidad lineal, sino un ladrillo que tenía por base la unidad que utilizaban para medir superficies y por altura la unidad que empleaban para medir alturas, procedimiento híbrido que perturba el cálculo de volúmenes.

También en la India se han encontrado vestigios que hablan de la existencia de unos conocimientos geométricos, que pueden ser contemporáneos con los babilónicos, o

quizá derivados de ellos como consecuencia del comercio practicado en Babilonia por los mercaderes nómadas de India, Siria e incluso China.

b) LA GEOMETRÍA EN GRECIA.

La historia de Grecia se remonta al segundo milenio a. de J.C, cuando unos pueblos procedentes del Norte, desprovistos de cultura alguna, se establecieron a lo largo de las costas del Mediterráneo. Fue, sin embargo, un pueblo que aprendió rápido y mejoró todo lo aprendido, como lo demuestra su alfabeto, que, según parece, se formó a partir del fenicio, reduciendo el número de consonantes y añadiendo vocales. Es lógico, pues, que sus conocimientos geométricos los importaran de Babilonia y de Egipto a través de los viajes que mercaderes y negociantes hacían a esas tierras.

Así, dice la Historia, fue como el fenicio Thales (639-548 a. J.C), considerado el primer geómetra y también el primero de los siete sabios griegos, introdujo la Geometría en Grecia. Recibió de los sacerdotes egipcios sus conocimientos geométricos, probablemente libres de su connotación esotérica y religiosa, que procuraban no divulgar Dichos conocimientos adquirieron en sus manos, con ayuda de la lógica y del razonamiento, rango científico, imprimiendo en ellos la huella que aún perdura. De Egipto se trasladó a

Mileto donde fundó la Escuela Jónica, cantera de filósofos y sabios. Aparte del teorema que lleva su nombre sobre la proporcionalidad de los lados de triángulos semejantes, también conocía la propiedad de ser recto el ángulo inscrito en una semicircunferencia. Utilizó la circunferencia para la medida de ángulos, demostró la igualdad de los ángulos de la base de un triángulo isósceles, dio por evidente la igualdad de los ángulos opuestos por el vértice (que fue demostrada posteriormente por Euclides), así como que cualquier diámetro divide a la circunferencia en dos partes iguales. Se le atribuye también la deducción de que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es igual a dos rectos, y la determinación de un triángulo a partir de la base y de sus ángulos adyacentes. Dentro de lo anecdótico, la historia cuenta como hizo gala de sus conocimientos astronómicos prediciendo un eclipse solar, o como dentro de su faceta de hábil hombre de estado se confesaba un enfervorizado defensor del celibato.

Hacia el año 509 a. de J.C. Pitágoras fundó lo que Aristóteles llamó la Escuela Itálica, que en el fondo no fue sino una hermandad de tipo religioso, cuyo símbolo era el pentágono estrellado y cuyo lema era "todo es número". En ella sus adeptos se purificaban mediante la Geometría como ciencia y la Música como arte, y se les transmitían los

conocimientos solamente bajo juramento. A Pitágoras se le atribuye el teorema que lleva su nombre relativo a los triángulos rectángulos, aunque, en parte por la pérdida de documentos de la época y en parte por el carácter secreto de su Escuela, no se disponen de datos que permitan saber cual fue la demostración que dio del mismo. Sin embargo, de los textos de los historiadores de la época^ se desprende que él o sus alumnos" descubrieron que la relación entre el lado de un cuadrado y su diagonal es un número cuyo cuadrado es 2, que llamaron irracional por no comportarse como los números hasta entonces conocidos, sino como un ente de razón. También se les atribuye el descubrimiento de propiedades como la de ser el círculo y la esfera los cuerpos de mayor área y volumen de todos los de igual perímetro y superficie, respectivamente. Y aunque no es opinión generalizada, se les supone autores de la teoría de la construcción de las figuras cósmicas, nombre que dieron a poliedros regulares tales como el hexaedro, octaedro y dodecaedro.

Pitágoras fue una de las figuras más influyentes en la historia de su época, haciendo que la Geometría jugara un importante papel en la forma de vida y en la religión, y relacionándola más con el puro amor por la sabiduría que con las exigencias de la vida práctica. Una revuelta de

carácter político le obligó a huir a Metaponte donde murió hacia el año 500 a. de J.C.

Con **Platón** (430-347 a. de J.C.) nació la llamada Escuela Ateniense y con él comenzó el auge de la Geometría en Grecia, adjudicándole el papel de creador o introductor del método de análisis para la resolución de los problemas geométricos. Viajó primeramente a Egipto, de cuyos sacerdotes adquirió sus primeros conocimientos geométricos. De vuelta a Atenas se hizo discípulo de Sócrates para posteriormente viajar a la Italia meridional, donde estudió con los pitagóricos. Después de haber sido apresado y sentenciado a muerte por Dionisio, príncipe de Siracusa, regresó de nuevo a Atenas y fundó la Escuela Platónica, ubicada en el gimnasio de Akademo^ en cuyo centro estaba el altar dedicado al dios Eros y en cuya puerta figuraba la famosa inscripción: "No entre aquí nadie que ignore la Geometría".

Tal como dice la historia, la contribución específica personal de Platón fue más significativa en el campo de la Filosofía que en el de la Geometría, a la cual asignó un papel central entre las cosas sensibles y las ideas, cuyo mundo creó a imagen y semejanza de la clasificación de las formas

geométricas, proyectando al exterior el proceso interno de su espíritu filosófico.

c) LA GEOMETRÍA EN LA EDAD MEDIA.

Con la caída del Imperio Romano y la invasión árabe, hacia el año 641, desapareció, junto con su Biblioteca, la Escuela de Alejandría, comenzando una época gris para las Ciencias en general, y en la que, particularmente, la Geometría vivió un largo y profundo letargo de casi mil años de duración. Sin embargo, durante dicho milenio, aparecieron esporádicamente figuras como San Isidoro de Sevilla (560-636), en cuya enciclopedia hay una parte dedicada a la Geometría, limitada únicamente a definiciones de las figuras planas y espaciales, y, en la Marca Hispánica, el monje **Gerberto** (941-1003), posteriormente Papa Silvestre II, que escribió un tratado de Geometría, en el cual se resuelve el problema de obtener los catetos de un triángulo rectángulo a partir de su área y de la hipotenusa.

Durante el siglo IX, se puede hablar de la existencia de una Escuela de Bagdad que cultivó la Geometría, entre cuyos representantes están:

- **Joarizmi (830) y Tabit (835-901)** que resolvieron geoméricamente las ecuaciones de segundo y tercer grado respectivamente.

- **Albateni**, muerto en Bagdad hacia el año 929 y apodado el Ptolomeo árabe, que dio a la Trigonometría la forma simplificada actual.
- **Abulguafa** (933-998), que cultivó la Geometría de la regla y el compás.
- **Alhazen** (987-1038), que determinó el volumen engendrado por la rotación de una parábola alrededor de su eje, y resolvió el problema de hallar el punto de un espejo cóncavo donde debe incidir un rayo luminoso para que el reflejado pase por un punto dado.

Hacia el año 1085, el judío catalán **Svasorda** escribió el "Libro del Tratado de la Medida y del Cálculo", excelente recopilación de Geometría euclídea, que plagió el italiano **Fibonacci (1175-1.250)**, incluidos los ejemplos numéricos. También italiano. **Campano de Novara**, en el siglo **XIII**, comentó y amplió la traducción latina que la Escuela de Traductores de Toledo había hecho de los "Elementos" de Euclides.

d) EL RENACIMIENTO DE LA GEOMETRÍA

A finales del siglo XV y principios del XVI tuvo lugar el movimiento que se conoce como Renacimiento, que intentó resucitar en la cultura europea los valores formales y espirituales de la antigüedad. Gracias a la posibilidad de leer las traducciones de las obras de Euclides, Arquímedes y

Apolonio, durante este movimiento, se despertó una nueva curiosidad por la Geometría, la cual adquirió, después del lento proceso de una etapa de asimilación, el carácter abstracto y general aportado por sus estudiosos, fundamentalmente matemáticos, cuya atención se dirigía especialmente al Álgebra. Entre ellos destacaron:

- **Alberto Durero** (1471-1525), alemán, que en su obra "Instituciones Geométricas" dio normas para construir y representar poliedros regulares y semirregulares, así como su desarrollo sobre un plano, y análogamente para la hélice y otras curvas alabeadas.
- **Pedro Nuñez** (1502-1578), que encontró la curva loxodrómica, demostrando que no es un círculo máximo sino una espiral esférica con el polo como punto asintótico.
- **Francisco Viète** (1540-1631), Francés, que fue el primer introductor del Álgebra en la Geometría, construyendo gráficamente las ecuaciones de segundo y tercer grado. Viète restituyó el tratado perdido de Apolonio "De Tactionibus", relativo a las tangencias, resolviendo de una forma simple y elegante el problema de hallar la circunferencia tangente a otras tres dadas. En Trigonometría aportó la teoría del triángulo recíproco para transformar un triángulo esférico en otro cuyos lados y ángulos se corresponden con los del primitivo.

- **Johann Kepler** (1571-1630), Alemán, que introdujo el uso del infinito en la Geometría, así como algunas teorías sobre polígonos estrellados.

Generalizó los trabajos realizados por Arquímedes sobre los volúmenes de los esferoides y de los conoides. En 1.609 escribió "Astronomía Nova", donde enunció las leyes que llevan su nombre sobre las órbitas planetarias y un método gráfico proyectivo para determinar las circunstancias de los eclipses de Sol en diferentes lugares de la Tierra.

- **Paul Guldin** (1577-1643), Suizo, que a partir de las teorías de Pappus, en su obra "Centrobarýca" enunció el teorema que lleva su nombre sobre el volumen engendrado por una superficie plana que gira alrededor de un eje que no la corta.
- **Gregorio de San Vicente (1584-1667)**, Belga, que escribió su obra sobre la cuadratura del círculo y de las secciones cónicas, en la que descubrió, también a través del método de la exhaustión, que dicha cuadratura estaba relacionada con los logaritmos.

2.2.13. LAS NUEVAS GEOMETRÍAS

a) GEOMETRÍA ANALÍTICA.

Con el francés Rene Descartes (1596-1650) nació una nueva Geometría: la Geometría Analítica, que unió íntimamente el Álgebra y la Geometría hasta entonces conocidas, y sirvió para aplicar los métodos anteriores de una forma uniforme y general, al mismo tiempo que abrió el camino para la posterior creación del Cálculo Infinitesimal. Descartes, escribió su obra "Geometría" más como filósofo que como matemático, ya que su finalidad era presentarla como una muestra de la validez de su teoría filosófica, según la cual la Matemática no es un fin sino un método. De hecho, publicó dicha obra, compuesta por tres libros, dos de Geometría y uno de Álgebra, como un apéndice de su "Discurso del Método". Estas teorías fueron acogidas por los geómetras con gran entusiasmo, ya que con ellas se les ofrecía un camino fácil y llano para resolver los problemas mediante un automatismo algebraico, sin necesidad del concurso de la inspiración y del ingenio que exigía el abierto por Euclídes, Arquímedes o Apolonio. Todo ello trajo consigo un rápido progreso de la Geometría Analítica pero supuso, sin embargo, un golpe funesto para la Geometría pura.

Entre las muchas aportaciones de Descartes al estudio de las curvas está la de clasificarlas en geométricas, tales como la conoide y la cisoide, y mecánicas, como la espiral y la cicloide; así como, al igual que Fermat, la de resolver el problema de la tangente, considerándola como posición límite de una secante. También es de destacar sus trabajos en óptica, donde enunció las leyes que llevan su nombre sobre la reflexión y refracción de la luz.

El francés Blas Pascal (1623-1663), encauzado por su padre Etienne Pascal, también matemático, hacia el mundo de las letras, destacó como geómetra por encima de todos sus antecesores. A los doce años se inició de forma autodidacta en los conocimientos de la Geometría, y a los catorce acompañaba a su padre a las reuniones de los geómetras del Padre Mersenne en París. A los dieciséis años escribió su "Ensayo sobre las cónicas", que constaba de una sola página, aunque fue ampliado posteriormente, y en el que aparece la propiedad del hexagrama místico, enunciado más tarde como teorema del hexágono inscrito en una cónica, sin hacer alusión en él a longitudes de segmentos ni a valores angulares, por lo que se le considera como el iniciador de la Geometría moderna.

Pascal se ocupó también de las áreas, volúmenes y centros de gravedad de algunos cuerpos, así como de las propiedades de algunas curvas, especialmente de la cicloide; a la que Galileo bautizó como la "Elena de la Geometría" por su graciosa belleza, aconsejando incluso que se diera su forma a los arcos de los puentes, lo cual se hizo durante algún tiempo. Destacan también sus trabajos sobre los indivisibles y sobre el cálculo de probabilidades, así como los de hidrostática, enunciando el principio que lleva su nombre.

Sus inquietudes religiosas le condujeron a verse envuelto en las disputas que existían, no solo en el terreno teológico sino también en el geométrico, entre jansenistas y jesuítas. Los primeros, seguidores del teólogo holandés Cornelio Jansen (1.585-1.638), pretendían reformar los "Elementos" de Euclides de acuerdo con las normas del nuevo arte de pensar de la época, exigiendo las demostraciones directas y rechazando el razonamiento por reducción al absurdo, en contra de los jesuítas, seguidores de San Ignacio de Loyola, que monopolizaban la enseñanza en Francia y seguían fielmente al geómetra alejandrino.

Entre los jansenistas destacaron Antonio Arnauld (1.602-1.694), autor de "Nuevos Elementos de Geometría", y Francisco Nicole (1625-1695); mientras que por los

jesuítas lo hicieron Gasten Pardies (1636-1673), autor de "Elementos de Geometría", en los que intentó demostrar la existencia de Dios por consideraciones sobre espacios asintóticos; y el abate De la Chapelle (1710-1792), autor de "Instituciones de Geometría", obra en la que defiende el razonamiento por reducción al absurdo. Estas luchas entre sectas religiosas sirvieron para depurar algunos conceptos geométricos despojándolos de una buena parte de su ganga intuitiva.

La Geometría Analítica de Descartes fue dada a conocer en Inglaterra por John Wallis (1616-1703) con su obra "Tractatus de sectionibus conicis", y en Holanda por Franz van Schooten (1615-1661) con su "Comentar!" a la "Geometría" de Descartes, siendo éste quien primero extendió el método cartesiano al espacio, y restituyó los lugares planos de Apolonio en sus "Exercitaciones Geometriae". También en Holanda destacaron: Johan de Witt (1625-1672), que escribió el primer tratado sistemático de Geometría Analítica titulado "Elementa curvarum linearum", y el canónigo Rene de Sluse (1622-1658), que perfeccionó la construcción de las soluciones de una ecuación por intersección de curvas.

Aunque la invención del Cálculo Infinitesimal por Newton y Leibnitz hizo ocupar a la Geometría un puesto

subalterno respecto al Análisis, no faltaron geómetras que siguieron fieles a la tradición griega, tales como:

a) Christian Huygens (1.629-1.695), holandés, autor del libro "Horologium oscillatorium" en el que se recogen sus trabajos sobre la cicloide[^], la teoría de las evolventes y evolutas, y las leyes de la fuerza centrífuga, que sirvieron de introducción a los "Principios" de Newton. En su "Tratado de la luz" estudió la teoría de las ondas y enunció el famoso principio de Óptica que lleva su nombre.

b) Felipe de la Hire (1640-1718), francés, discípulo de Desargues y arquitecto, escribió "Nuevos elementos de las secciones cónicas", en el que expuso las propiedades métricas de las cónicas a partir de las del círculo.

Posteriormente publicó el "Tratado de las secciones cónicas", donde, desde un punto de vista proyectivo, estudió temas conocidos como: las propiedades armónicas del cuadrilátero completo, los polos y polares, las tangentes y normales, y los diámetros conjugados. También merecen destacarse sus trabajos sobre la cicloide y epicloide, así como su "Tratado de Gnomónica".

c) Isaac Newton (1642-1727), inglés, dedicó dos capítulos de su obra "Principia" a las secciones cónicas, que

generó orgánicamente mediante intersecciones de rectas móviles, y relacionó con el cuadrilátero completo. También dedicó su obra "Enumeratio linearum tertii ordinis", apéndice de su "Óptica", al estudio de la representación gráfica de curvas planas, dibujando y catalogando setenta y dos tipos de cúbicas.

b) GEOMETRÍA DESCRIPTIVA.

El final del siglo XVIII y el comienzo del XIX representó un cambio profundo en la estructura social, política, económica y cultural del mundo occidental, cambio que afectó afortunadamente también a la Geometría pura, la cual por aquel entonces presentaba un pasado grandioso, un presente triste y un porvenir incierto. Se puede hablar, pues, que el cambio de siglo trajo consigo una auténtica revolución geométrica, en la cual destacó como figura señera el francés Gaspar Monge (1746-1818), creador de una nueva Geometría, conocida hoy con el nombre de Geometría Descriptiva.

Monge, personaje de peso en la política francesa de su época, fundó la Escuela Politécnica de París, de la que fue, con gran éxito, administrador y profesor. Una de las dos materias que impartía se conocía entonces con el nombre de "Estereotomía", cuyo denso programa abarcaba el

estudio de sombras, perspectiva, topografía, propiedades de las superficies, incluidas normales y planos tangentes, y teoría de las máquinas. Para la exposición y desarrollo de estos temas ideó un procedimiento, conocido hoy como Sistema Diédrico, con el cual cubría un doble objetivo: dar un método para representar en dos dimensiones cuerpos de tres, y proporcionar un medio de reconocer la forma de los cuerpos mediante una descripción exacta de sus elementos constituyentes y de sus posiciones respectivas. Este procedimiento de rango científico, pero cuyo fin era exclusivamente práctico, únicamente fue dado a conocer por Monge en sus clases, hasta que en el año 1798 se publicó bajo el nombre de "Tratado de Geometría Descriptiva".

c) GEOMETRÍA PROYECTIVA.

Casi paralelamente a la Geometría Descriptiva nació otra nueva Geometría: la Geometría Proyectiva, cuyo precursor fue Lázaro Carnot (1753- 1823), que contribuyó junto con Monge, aunque por un camino distinto, a despertar la afición por la Geometría. En su opúsculo "De la correlation des figures en Geometrie", editado posteriormente como "Geometrie de la position", introdujo los conceptos de correspondencia directa e inversa, que utilizó para, mediante una única demostración, generalizar las propiedades

geométricas de las figuras, independizándolas de las posiciones relativas de sus elementos constituyentes.

La Geometría Proyectiva, llamada primeramente moderna y luego superior, contó en Francia con no pocos seguidores, tales como:

José-Díaz Gergonne (1771-1859), alumno de Monge y fundador de la revista "Annales de Mathématiques Purés y Appliqués", donde publicó sus trabajos sobre la aplicación del principio de dualidad a los teoremas existentes de la Geometría clásica sobre el punto y la recta. Ideó un procedimiento basado en la teoría de la polaridad para la resolución del problema de Apolonio, relativo a la circunferencia tangente a otras tres.

d) GEOMETRÍAS NO-EUCLÍDEAS.

Dentro del notable desarrollo que experimentó la Geometría durante la última mitad del siglo XVIII y primera mitad del siglo XIX, tuvo lugar el nacimiento, casi al mismo tiempo que la Geometría Descriptiva y la Geometría Proyectiva pero independientemente de ellas, de una nueva Geometría: la Geometría no-euclídea. Esta nueva Geometría, de secular gestación, fue el fruto de la serie de trabajos que históricamente se fueron sucediendo con la finalidad de demostrar el quinto postulado de Euclides.

El árbol genealógico de la paternidad de esta Geometría se inicia con los geómetras griegos: Posidonio (135 a. de J.C.-41 a. de J.C.), Gemino (hacia el año 40 a. de J.C), Ptolomeo (87-165) y Proclo (410-485); y continúa, durante el largo letargo de la Geometría, con el geómetra árabe, de origen persa, Nassir-Eddin (1201-1274); y ya en el Renacimiento, con los italianos Commandino (1.509-1.575), Cataldi (1552-1626) y Borelli (1608-1679). A partir de la segunda mitad del siglo XVIII, se empezó a ver algún progreso con el jesuíta italiano Girolamo Saccheri (1667-1733), quien, haciéndose eco de las ideas aportadas por el inglés Wallis a los trabajos de Nassir-Eddin, escribió "Euclides ab omni naevo vñdicatus", obra en la que a partir de un cuadrilátero birrectangular isósceles^{^^} demostró que los otros dos ángulos son iguales, estableciendo respecto a ellos tres hipótesis: que fueran rectos, con lo cual quedaría demostrado el Postulado; que fueran agudos ("hipótesis del ángulo agudo"); o que fueran obtusos ("hipótesis del ángulo obtuso"). Estas dos últimas hipótesis las negó por reducción al absurdo, sin demostrar al final la validez absoluta del postulado; no obstante obtuvo una serie de conclusiones, que sirvieron para empezar a incubar la nueva Geometría, tales como la de clasificar todas las rectas de un haz respecto a otra recta en dos grupos: las que la cortan y no

tiene una perpendicular común con ella, y las que no la cortan, las cuales están separadas de ella por dos rectas asintóticas a la misma.

El suizo Juan Enrique Lambert (1728-1777), en su obra "Theorie der parallelinien" siguió los pasos de Saccheri, pero partiendo de un cuadrilátero trirrectángulo aunque llegó a análogos resultados que aquel; sin embargo fue más audaz en sus conclusiones al admitir el desarrollo de una Geometría sobre una esfera de radio imaginario.

Carlos Federico Gauss (1777-1855), aclamado unánimemente como el Príncipe de los Matemáticos, estudió el postulado, llegando a la convicción de la imposibilidad de su demostración y estableció, a partir de una nueva definición de paralelismo, los teoremas fundamentales de lo que llamó Geometría antieuclicéa, pero nunca los publicó. Dentro de sus trabajos como geómetra destacan: el procedimiento dado, cuando tenía sólo diecinueve años, para construir un polígono regular de diecisiete lados; así como el estudio que hizo, más en el campo del análisis matemático que en el de la Geometría tradicional, sobre: las propiedades de las superficies y de las curvas en el entorno de un punto, definiendo la curvatura total o curvatura gaussiana a partir de los radios de curvatura principales; y sobre las curvas geodésicas de las superficies, por lo que se le considera como el padre de la Geometría Diferencial.

e) GEOMETRÍAS CONTEMPORÁNEAS

Con Riemann parecía haberse dado por concluida la revisión crítica de los "Elementos" de Euclides, hasta que el alemán Félix Klein (1849-1925) retoma dicha revisión extendiéndola al resto de las hipótesis básicas de la Geometría euclídea. Klein fue ayudante de Plücker en Bonn, y más tarde profesor en Gotinga, donde fundó el Instituto de Matemática Aplicada, desarrollando en él una gran labor docente de notable influencia en el resto de los círculos pedagógicos.

En su obra "Programa de Erlangen" unificó la diversidad de resultados que se obtuvieron en las investigaciones llevadas a cabo hasta entonces sobre los postulados de Euclides, apoyándose para ello en la teoría de grupos de transformaciones de contacto desarrollada por el noruego Sophus Lie (1842-1899) en un tratado compuesto por tres volúmenes de esta forma, dio una nueva orientación a la Geometría, definiéndola como el estudio del conjunto de propiedades de las figuras de un espacio de cualquier número de dimensiones que permanecen invariantes frente a los distintos grupos de transformaciones que se puedan definir en él, de lo cual resulta, como se expondrá más adelante, una perfecta y elegante clasificación de los tipos

de Geometría, basada en los distintos tipos de grupos de transformaciones.

Los trabajos de Klein también se extendieron a la Geometría noeuclídea, a la que dividió en Geometría Elíptica, correspondiente a la desarrollada por Riemann sobre la hipótesis del ángulo obtuso, y Geometría Hiperbólica, correspondiente a la desarrollada por Lobatschewski y Boiyai sobre la hipótesis del ángulo agudo, y para la que propuso un modelo alternativo al de Beltrami.

Todas estas inquietudes surgidas durante la segunda mitad del siglo XIX y principios del XX respecto a la Geometría euclídea, condujeron a la tarea de construir una Geometría sobre unas bases lógicas sólidas, partiendo exclusivamente de postulados que satisficieran las condiciones de: independencia o irreductibilidad, para no convertir un postulado en un teorema; compatibilidad; sencillez y adaptabilidad a las relaciones mas elementales del espacio intuitivo, con el fin de que la Geometría fuera una ciencia aplicable a las necesidades de la vida ordinaria sin que perdiera su carácter abstracto independiente del mundo objetivo.

2.2.14. GEOMETRÍA MODERNA

La geometría sufrió un cambio radical de dirección en el siglo XIX. Los matemáticos Carl Friedrich Gauss, Nikolái Lobachevski, y János Bolyai, trabajando por separado, desarrollaron sistemas coherentes de geometría no Euclídea.

Estos sistemas aparecieron a partir de los trabajos sobre el llamado "Postulado Paralelo" de Euclides, al proponer alternativas que generan modelos extraños y no intuitivos de espacio, aunque, eso sí, coherentes. Casi al mismo tiempo, el matemático británico Arthur Cayley desarrolló la geometría para espacios con más de tres dimensiones. Imaginemos que una línea es un espacio unidimensional. Si cada uno de los puntos de la línea se sustituye por una línea perpendicular a ella, se crea un plano, o espacio bidimensional. De la misma manera, si cada punto del plano se sustituye por una línea perpendicular a él, se genera un espacio tridimensional. Yendo más lejos, si cada punto del espacio tridimensional se sustituye por una línea perpendicular, tendremos un espacio tetradimensional. Aunque éste es físicamente imposible, e inimaginable, es conceptualmente sólido.

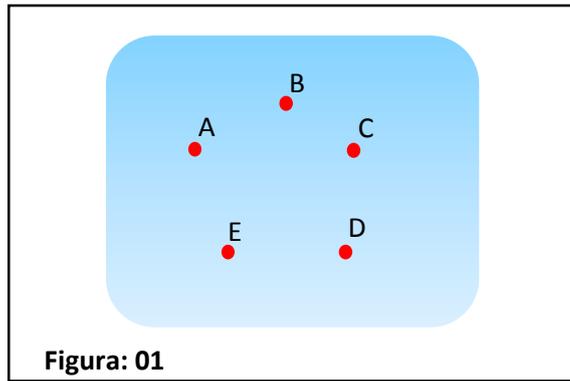
El uso de conceptos con más de tres dimensiones tiene un importante número de aplicaciones en las ciencias físicas, en particular en el desarrollo de teorías de la relatividad. También se han utilizado métodos analíticos para estudiar las figuras

geométricas regulares en cuatro o más dimensiones y compararlas con figuras similares en tres o menos dimensiones. Esta geometría se conoce como geometría estructural. Un ejemplo sencillo de este enfoque de la geometría es la definición de la figura geométrica más sencilla que se puede dibujar en espacios con cero, una, dos, tres, cuatro o más dimensiones. En los cuatro primeros casos, las figuras son los bien conocidos punto, línea, triángulo y tetraedro respectivamente. En el espacio de cuatro dimensiones, se puede demostrar que la figura más sencilla está compuesta por cinco puntos como vértices, diez segmentos como aristas, diez triángulos como caras y cinco tetraedros. El tetraedro, analizado de la misma manera, está compuesto por cuatro vértices, seis segmentos y cuatro triángulos.

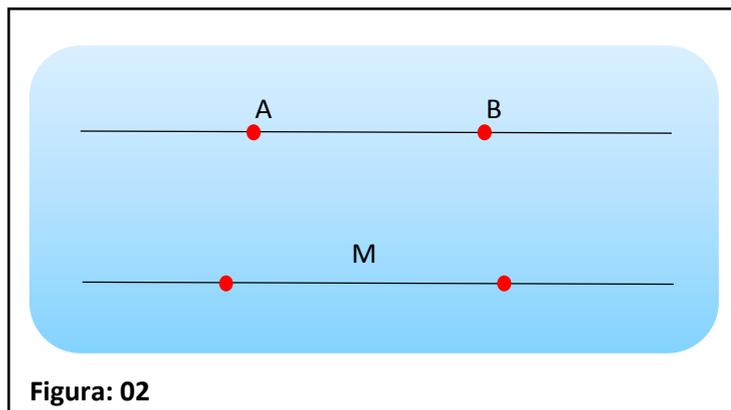
2.2.14.1. **ELEMENTOS DE LA GEOMETRÍA**

Es el elemento de la geometría, a las figuras geométricas se considera un conjunto de puntos.

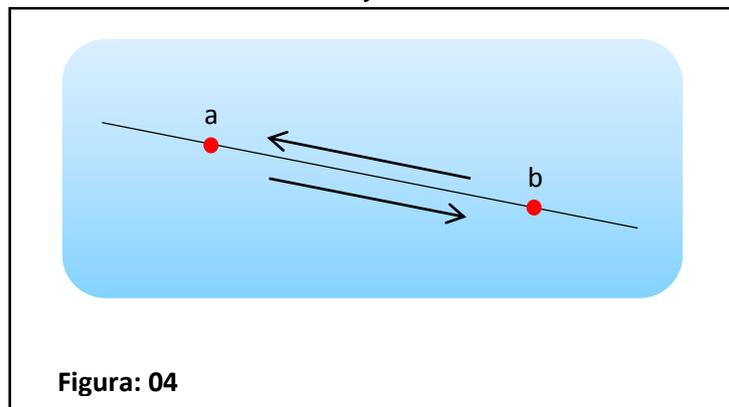
ai) Punto.- El punto es el elemento base de la geometría, porque con él determinamos las rectas y los planos. Podemos definirlo también como la intersección de dos líneas, sirve para indicar una posición y no tiene dimensión. Se nombran con letras mayúsculas.



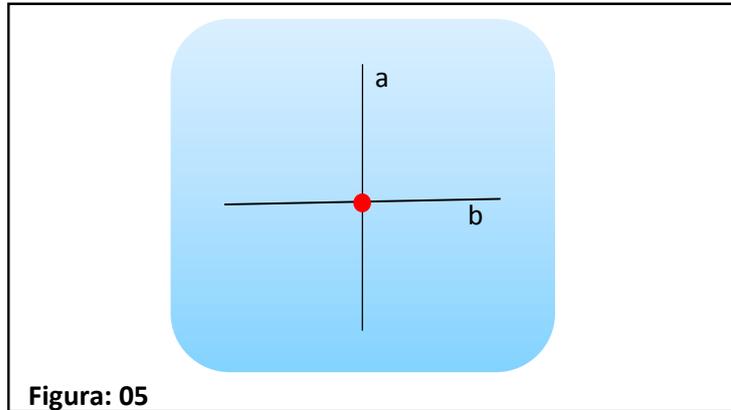
aii) Recta.- Una recta es una sucesión infinita de puntos, situados en una misma dirección. Las rectas se nombran mediante dos de sus puntos o por una letra minúscula. Dos puntos determinan una recta. (Una recta es una línea sin principio ni final)



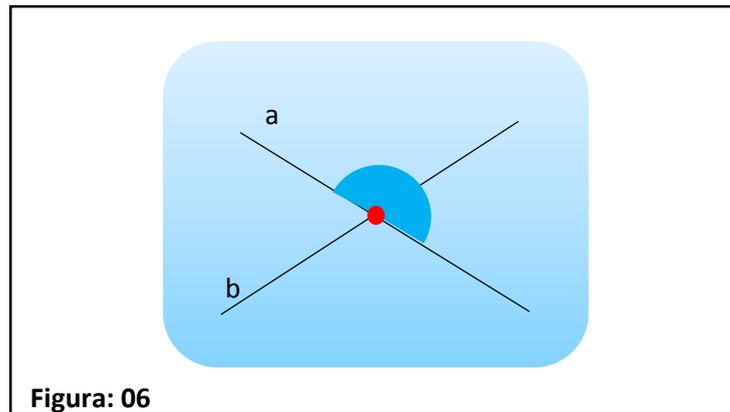
Una recta indica una dirección y dos sentidos contrarios.



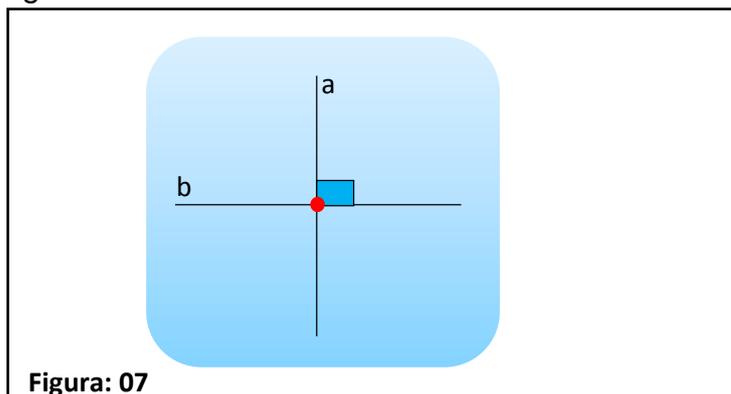
- **Recta Secantes.-** Dos rectas son secantes cuando se cortan en un punto.



- **Rectas Oblicuas.-** Si dos rectas tienen un punto de intersección, y forman ángulos no todos iguales, las rectas se llaman oblicuas.



- **Rectas Perpendiculares.-** Si dos rectas tienen un punto de intersección, y forman cuatro ángulos iguales, las rectas se llaman perpendiculares y los ángulos se llaman rectos.



- **Rectas Paralelas.-** Dos rectas son paralelas cuando no tienen ningún punto en común. Se mantienen indefinidamente la distancia entre ellas. En este caso las rectas están contenidas en un mismo plano.

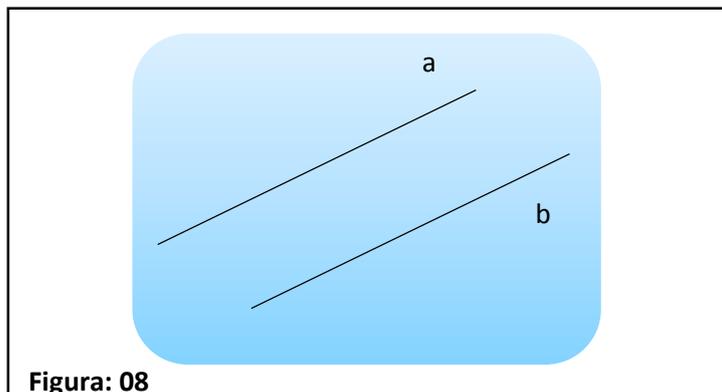


Figura: 08

- **Rectas que se Cruzan.-** Son dos rectas que no se cortan ni son paralelas. En este caso las rectas no están contenidas en un mismo plano. (Rectas que se cruzan: son 2 rectas que están en planos distintos.) Son las que están en distintos planos y no tienen puntos comunes.

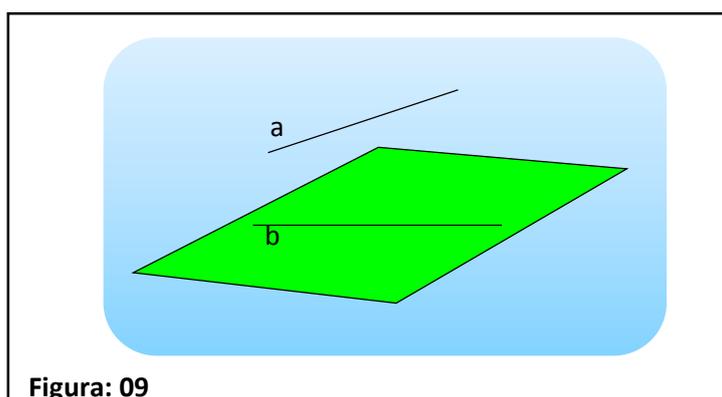
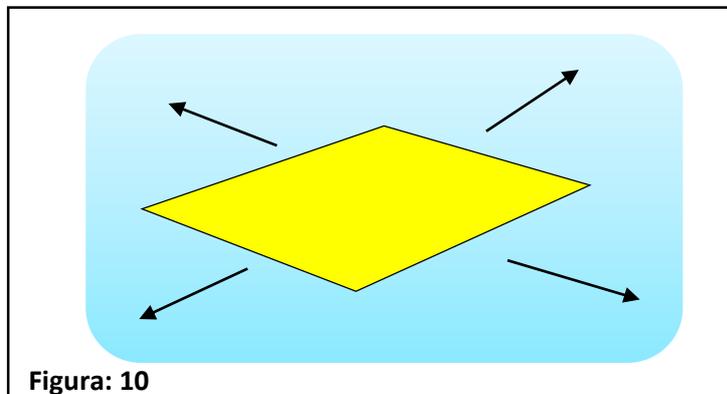


Figura: 09

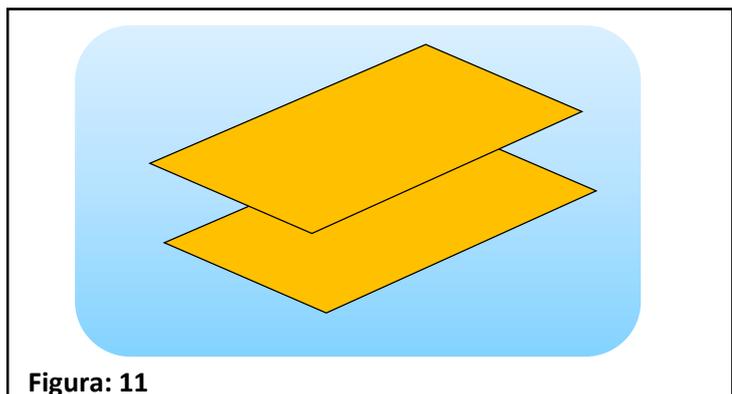
aiii) Plano.- Un plano es una superficie plana sin espesor.

Se extiende hacia el infinito. Un plano posee dos dimensiones: longitud y anchura. Se representa mediante un paralelogramo de lados menores oblicuos.

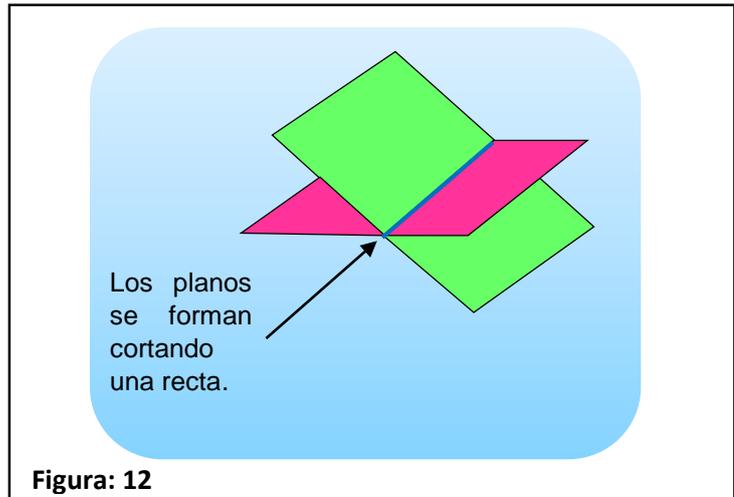
- Un plano contiene infinitos puntos.
- Un plano contiene infinitas rectas.
- Un plano es ilimitado.
- Dos planos que se cortan determinan una recta.



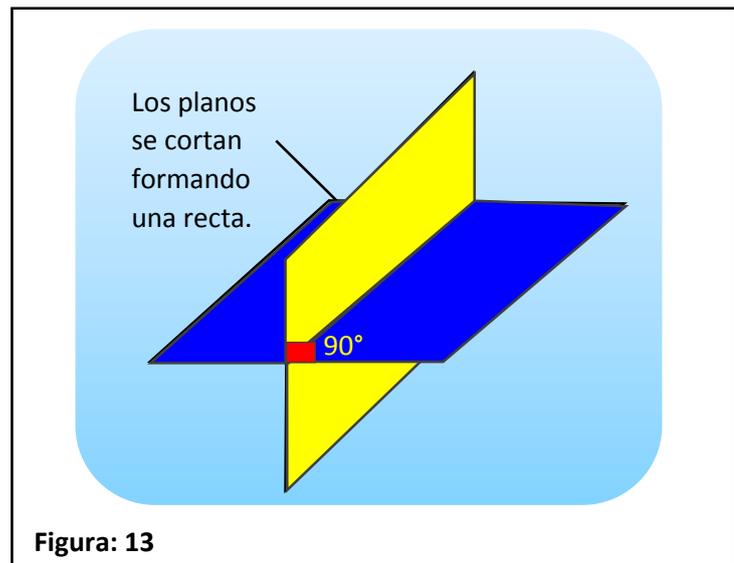
➤ **Planos Paralelos.-** Si nunca se cruzan.



➤ **Planos Secantes.-** Si se cortan.

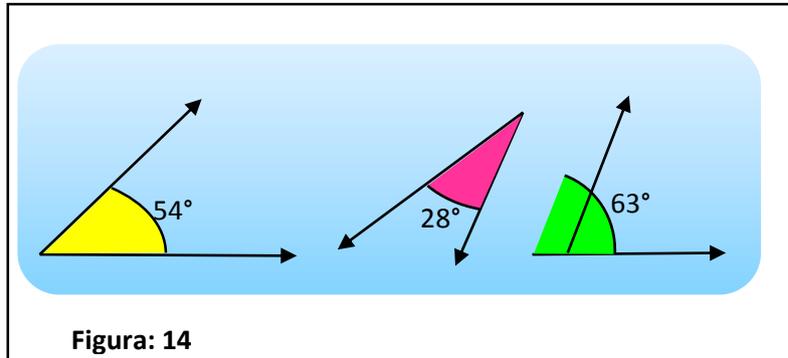


➤ **Perpendiculares.-** Si se cortan en ángulo recto.

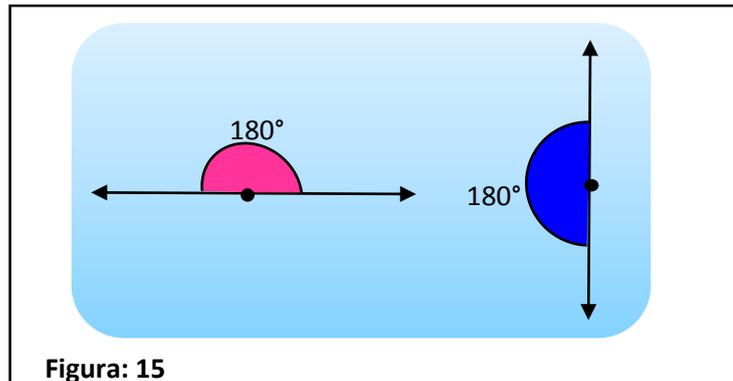


aiv) Ángulos.- Se llama ángulo a la unión de dos líneas que tienen origen común. El origen recibe el nombre de vértice y la abertura que se produce entre las líneas es lo que llamamos medida del ángulo. Las líneas se llaman lados del ángulo.

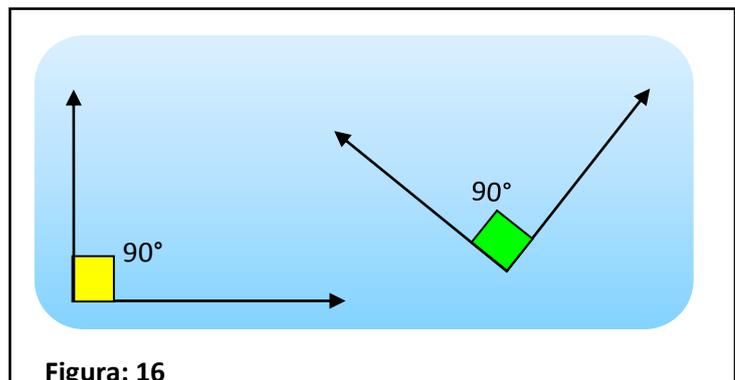
- **Ángulos agudos.-** Un ángulo agudo es un ángulo que mide menos de 90° .



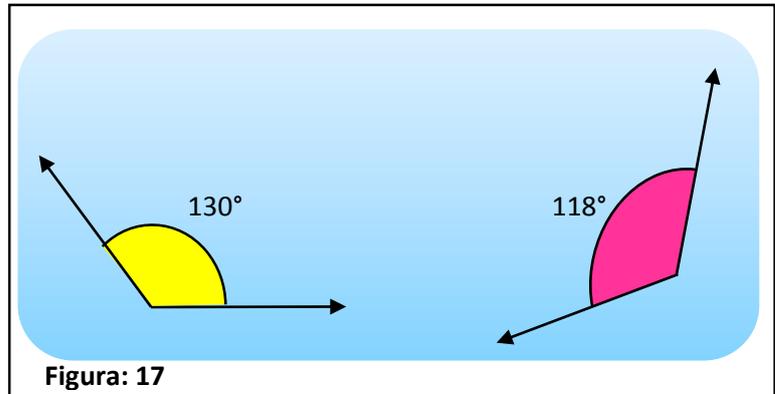
- **Ángulo llano.-** Es aquel ángulo cuya medida es igual a 180° .



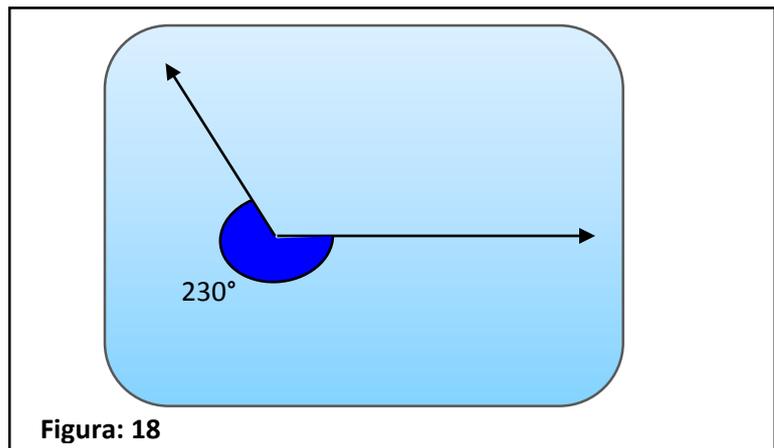
- **Ángulos rectos.-** Un ángulo recto es un ángulo que mide exactamente 90° .



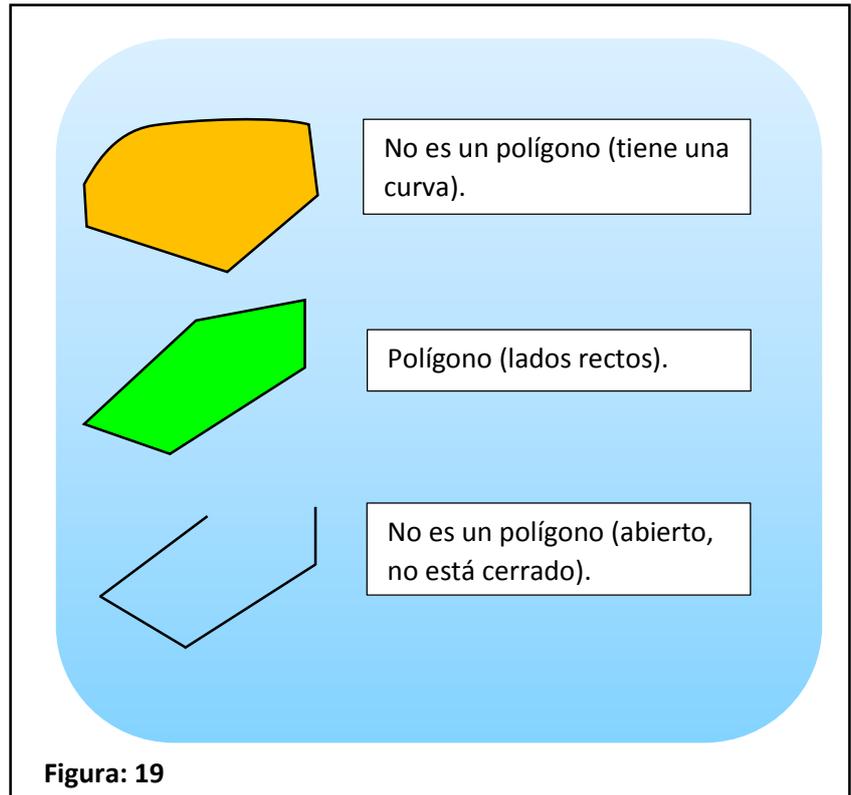
- **Ángulos obtusos.-** Un ángulo obtuso es un ángulo que mide más de 90° pero menos de 180° .



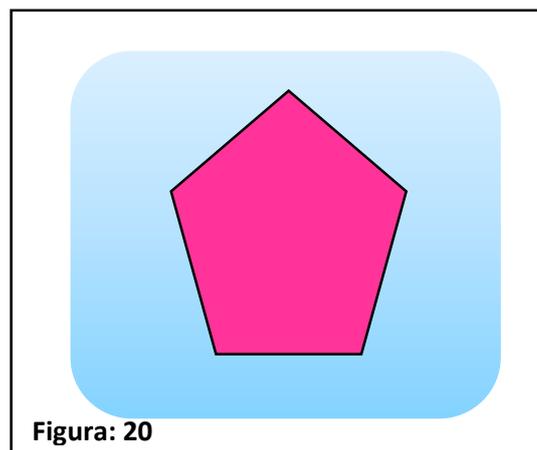
- **Ángulo Reflejo.-** Un ángulo reflejo es uno que mide más de 180° pero menos de 360° .



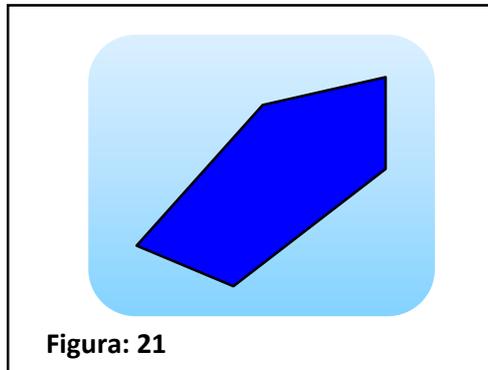
- av) **Polígonos.-** Un polígono es una figura cerrada en un plano, formada al conectar segmentos de rectas, extremo por extremo, en donde cada segmento interseca exactamente a otros dos. (Todas las líneas están conectadas).



- **Polígono Regulares.-** Polígonos en los cuales todos sus lados son de igual longitud, y todos sus vértices están circunscritos en una circunferencia.



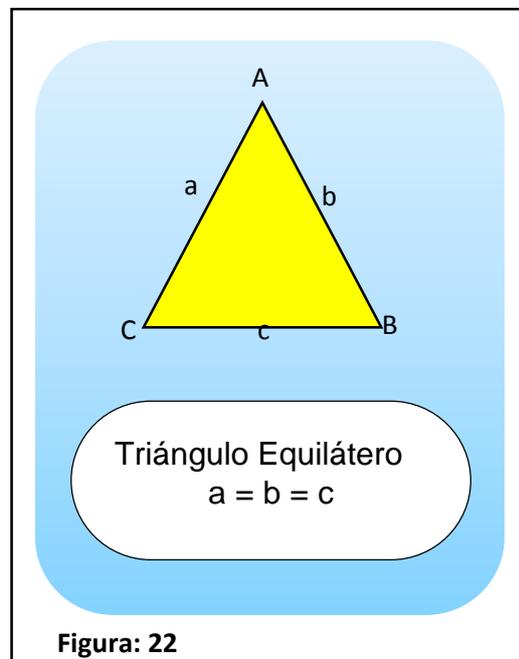
- **Polígonos Irregulares.-** Son polígonos en los cuales sus lados no son de igual longitud, y/o sus vértices no están contenidos en una circunferencia.



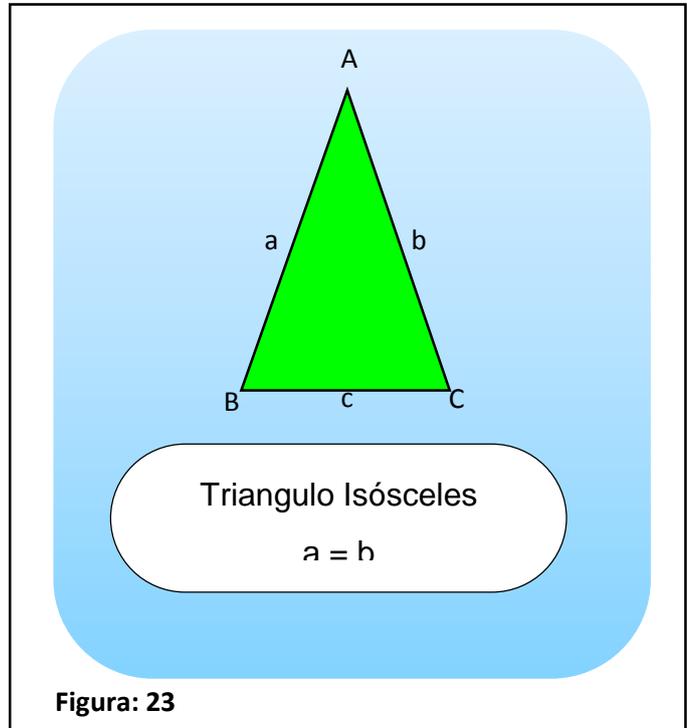
a) **TRIÁNGULOS**

bi) **Según sus lados:**

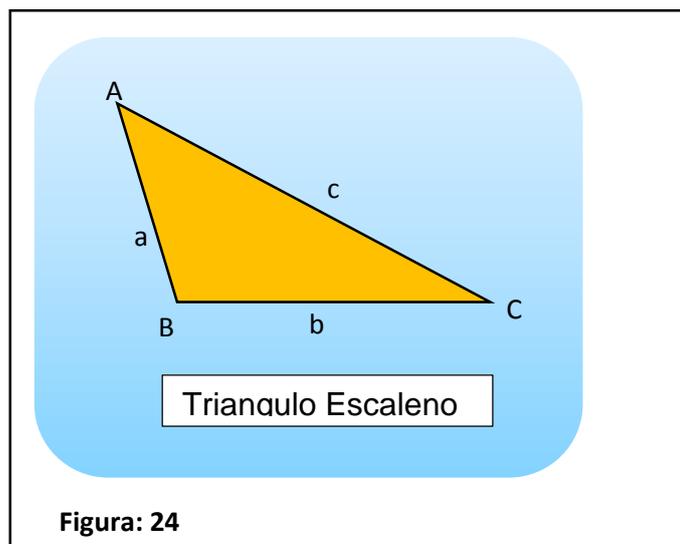
- **Triángulo Equilátero.-** Si sus tres lados congruentes (tiene los tres lados y los tres ángulos iguales).



- **Triangulo Isósceles.-** Si los tiene dos lados congruentes (Tiene dos lados y dos ángulos iguales).

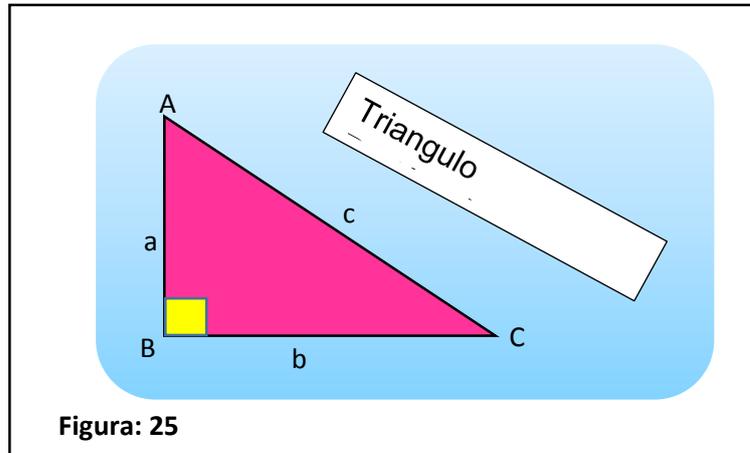


- **Triangulo Escaleno.-** Si ningún par de sus lados son congruentes (Tiene los tres lados y los tres ángulos desiguales).

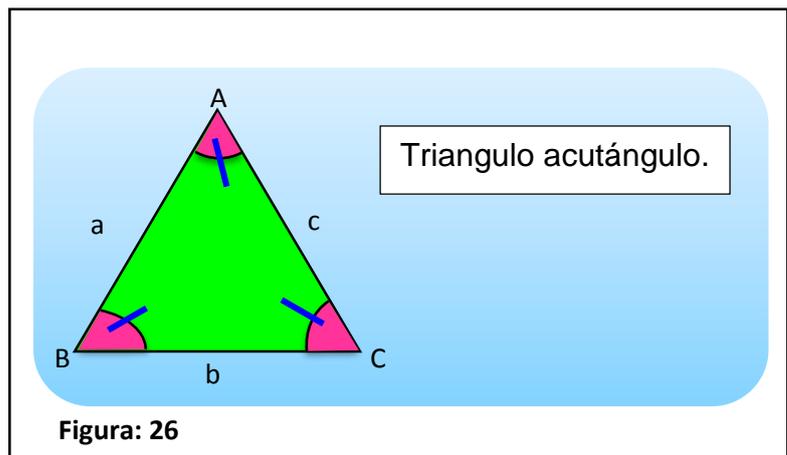


bii) Según sus ángulos:

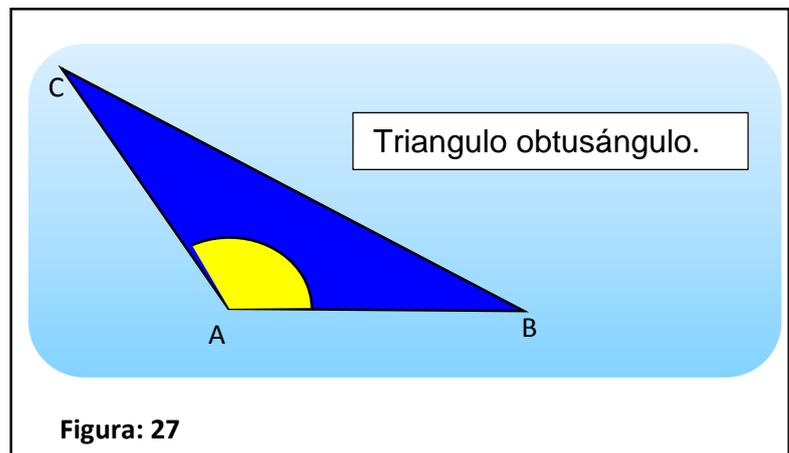
- **Triangulo Rectángulo.-** Si tiene un ángulo recto.



- **Triangulo Oblicuángulo.-** Si no tiene un ángulo recto.



- **Triangulo Obtusángulo.-** Si uno de los ángulos es obtuso (Tiene un ángulo obtuso).

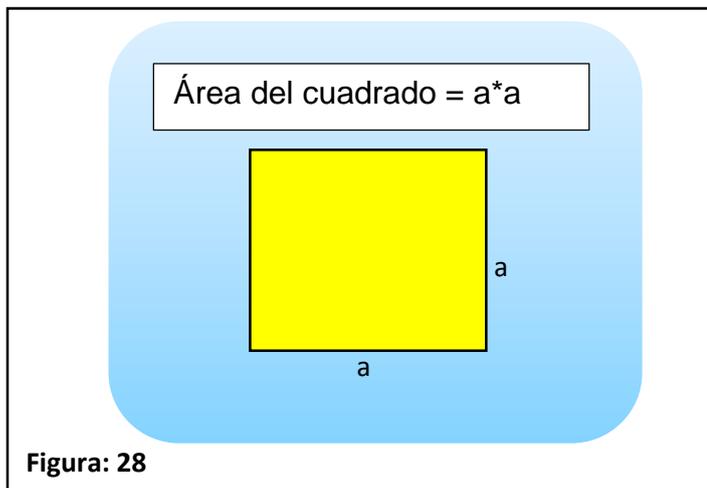


b) Cuadriláteros.- Son polígonos, es decir, figuras geométricas planas limitadas por líneas rectas, que tienen los siguientes elementos: cuatro lados, cuatro vértices y cuatro ángulos.

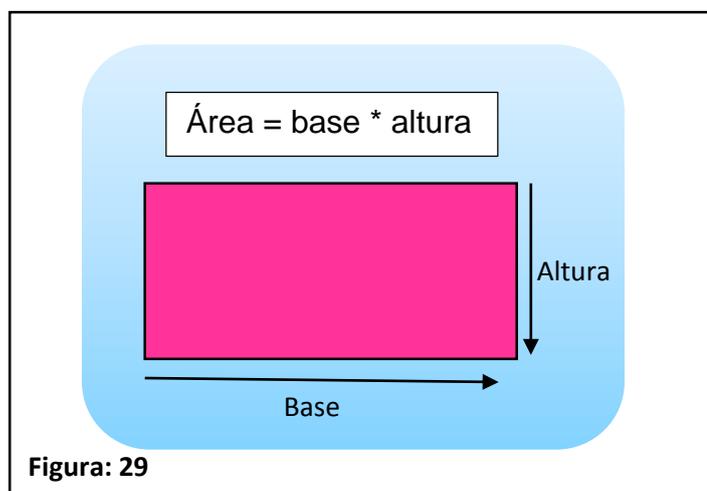
ci) Paralelogramo.- Los lados opuestos son iguales y paralelos. Todos los paralelogramos deben cumplir las siguientes características.

- Sus lados opuestos deben tener la misma longitud.
- Sus ángulos opuestos deben ser iguales y los consecutivos suplementarios.
- Cada diagonal debe dividir a un paralelogramo en dos triángulos congruentes.
- Las diagonales deben cortarse en su punto medio.
- A su vez, los paralelogramos podemos dividir en cuadrados, rectángulos, rombos y romboides.

- **Cuadrado.-** Tiene cuatro lados, cuatro vértices y sus lados son iguales, el área del cuadrado es igual al lado por lado.



- **Rectángulo.-** Tiene lados iguales dos a dos y cuatro ángulos rectos, área del rectángulo:



- **Rombo.-** Es un paralelogramo de cuatro lados de la misma medida, dos ángulos agudos (mide menos de 90°) y dos ángulos obtusos (mide más de 90°) las diagonales del rombo son perpendiculares entre si y bisectrices de su ángulo.

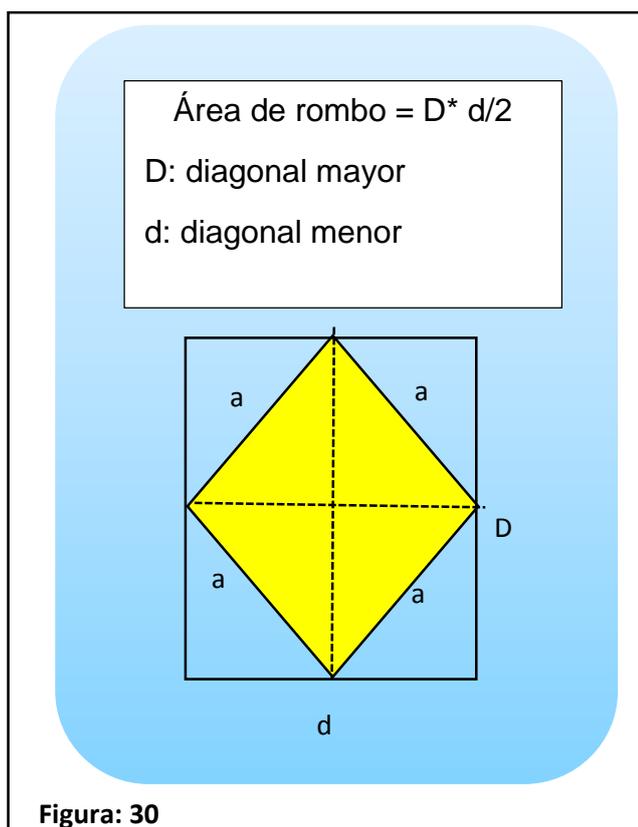
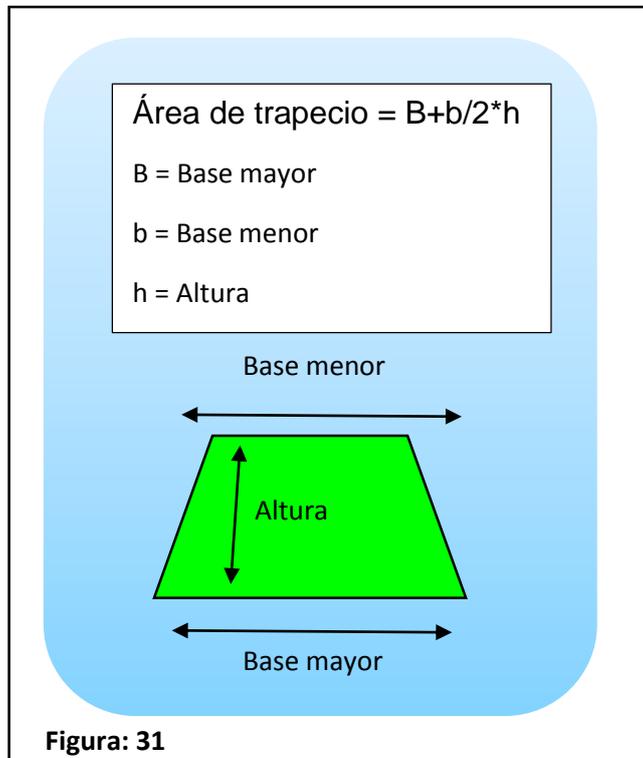


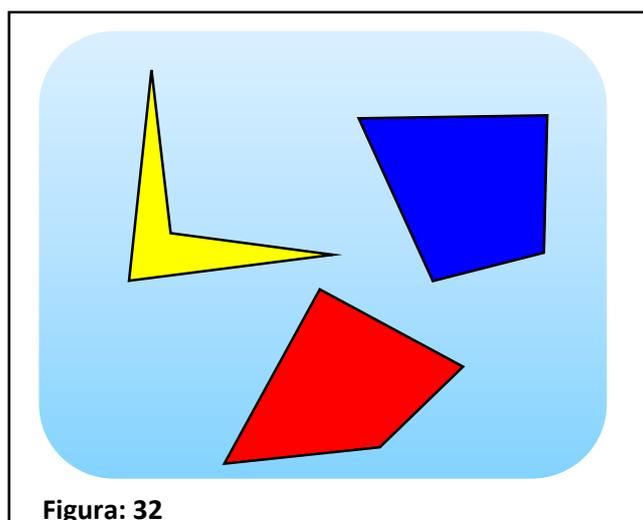
Figura: 30

- cii) **No paralelogramos.-** Alguno de sus lados no son paralelos.

- **Trapezio.-** El trapezio es un polígono de cuatro lados, dos de los cuales son paralelos entre si y sus cuatro ángulos son distintos de 90°.

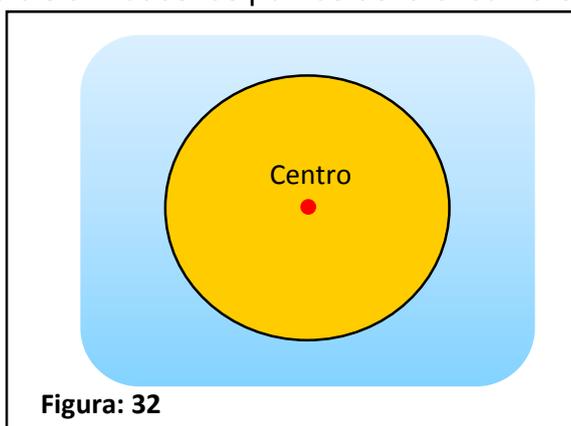


- **Cuadriláteros Irregulares.-** No tienen ningún lado paralelo.

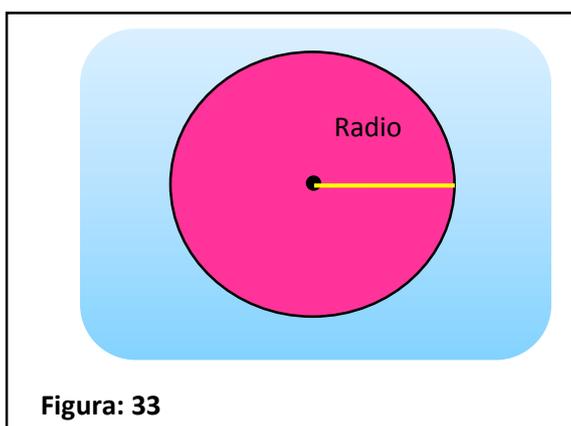


c) **CIRCUNFERENCIA.-** Se llama circunferencia al conjunto de puntos del plano que equidistan de un punto fijo llamado centro. La distancia constante del centro a todos los puntos de la circunferencia recibe el nombre de radio.

➤ **Centro de la circunferencia.-** Punto del que equidistan todos los puntos de la circunferencia.



➤ **Radio de la circunferencia.-** Segmento que une el centro de la circunferencia con un punto cualquiera de la misma.



2.2.15. GEOMETRÍA Y TECNOLOGÍA

En el escenario educativo, las tecnologías de la comunicación y de la información, como el computador, internet y sus materiales de aprendizajes (virtual y digital como software educativo), pueden constituirse en buenos aportes de una pedagogía activa, y de aprendizaje constructivo y significativo. En síntesis, todo depende de esas tecnologías se utilicen como nuevos medios de apoyo al aprender, como medio potencial para la construcción de conocimientos.

Es en este contexto que el objetivo central del pensamiento actual en el uso de tecnologías es hacer que el construir y el aprender sean visibles y la tecnología sea invisible, que lo importante sea la tarea del aprendizaje y no la tecnología.

Según Jaime Sánchez (2002); hoy, el avance de Internet y el desarrollo de software educativo en la web, implica que las interfaces de acceso al software no estarán solamente en el computador, sino que se accederá a través de una diversidad de tecnologías asociadas a Internet.

Actualmente, los softwares educativos y simulaciones por su dinámica y tipo de requerimientos cognitivos para el alumno, son los que incorporan un mayor valor educativo, agregado como apoyo a procesos pedagógicos de estimulación del pensamiento.

Los últimos softwares que han aparecido intentan mezclar el aprendizaje con la entretención, vale decir, estimulan el aprender de manera más motivadora, entretenida e interactiva.

Existen diferentes tipos de software educativos por lo que será necesario clasificarlos según sus contenidos y luego realizar una evaluación de ellos. Posteriormente seleccionar el material que se aplicará en el diseño de la investigación.

La adquisición de destrezas y habilidades de percepción visual pueden ser aprendidas y potenciadas a través del estudio de la geometría, ya que esta requiere que el alumno identifique y reconozca formas geométricas, relaciones y propiedades en una, dos y tres dimensiones. (Alsina, y otros.1995). Si se parte de la idea que los conceptos matemáticos tienen más de una forma para representarlos, su enseñanza debe focalizarse en profundizar estas formas de representación múltiples, para que los alumnos se muevan libremente de una representación a otra.

El uso de software en matemáticas y, en particular, en geometría, permite tomar en cuenta las tendencias actuales en cuanto a las metodologías de la enseñanza; desarrollar la visualización, las múltiples representaciones y el hacer conjeturas, aspectos que están muy relacionados con las teorías constructivistas del conocimiento, las cuales plantean que el

alumno construye significados asociados a su propia experiencia. Una imagen puede decir más que muchas palabras y con el uso se pueden generar muchas imágenes.

a) LA TECNOLOGÍA EN MATEMÁTICAS

Las tendencias actuales en la enseñanza de la matemática han destacado la importancia del uso de la tecnología como un medio que permite al estudiante obtener conclusiones y realizar observaciones en otros ambientes, el papel que la tecnología puede tener en la educación matemática de acuerdo a Balacheff (1996, citado en Gómez, 1997, p.1) “es el de ser un medio con el que los estudiantes tienen encuentros organizados por el profesor para que de éstos surja conocimiento.”

El NCTM (2003) afirmó que:

Las tecnologías electrónicas, tales como calculadoras y computadores, son herramientas esenciales para enseñar, aprender y “hacer” matemáticas. Ofrecen imágenes visuales de ideas matemáticas, facilitan la organización y el análisis de los datos y hacen cálculos en forma eficiente y exacta. Ellas pueden apoyar las investigaciones de los estudiantes en todas las áreas de las matemáticas, incluyendo números,

medidas, geometría, estadística y álgebra. Cuando los estudiantes disponen de herramientas tecnológicas, se pueden concentrar en tomar decisiones, razonar y resolver problemas (p. 2).

“Los estudiantes pueden aprender más matemáticas y en mayor profundidad con el uso apropiado de la tecnología” (Dunham y Dick 1994; Sheets 1993; Boears.van Oosterum 1990; Rojano 1996; Groves 1994). La tecnología no se debe utilizar como un reemplazo de la comprensión básica y de las intuiciones; más bien, puede y debe utilizarse para fomentar esas comprensiones e intuiciones. En los programas de enseñanza de las matemáticas, la tecnología se debe utilizar frecuente y responsablemente, con el objeto de enriquecer el aprendizaje de las matemáticas por parte de los alumnos.

Es más, las preguntas adecuadas sobre tecnología no son sobre temas amplios como qué hardware o software utilizar, sino desde cómo cada uno funciona en un determinado currículo hasta los efectos que tienen en la forma de plantear problemas particulares a los estudiantes. Para cada caso único, se debe juzgar si el uso de la tecnología es efectivo y apropiado o no. La necesidad de tomar decisiones en ese nivel de detalle no debe sorprendernos si pensamos en las calculadoras y los

computadores de la misma forma en que lo hacemos sobre los lápices. Son los problemas que se plantean, no la tecnología con la que se encarán, lo que hace la diferencia. Con computadores o con lápices, algunos problemas son excelentes y otros son pérdida de tiempo.

La tecnología al mismo tiempo ofrece a los docentes opciones para adaptar la instrucción a necesidades específicas de los alumnos. Los estudiantes que se distraen fácilmente, pueden concentrarse mejor cuando las tareas se realizan en computador, y aquellos que tienen dificultades de organización se pueden beneficiar con las restricciones impuestas por un ambiente de computador.

Los estudiantes que tienen problema con los procedimientos básicos pueden desarrollar y demostrar otras formas de comprensión matemática, que eventualmente pueden a su vez, ayudarles a aprender los procedimientos. Las posibilidades de involucrar estudiantes con limitaciones físicas con las matemáticas, se incrementan en una forma dramática con tecnologías especiales.

La tecnología es esencial en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas; influye en las matemáticas que se enseñan y mejora el proceso de aprendizaje de los

estudiantes. La tecnología también suministra un punto focal, cuando los estudiantes discuten entre sí y con su maestro, acerca de los objetos que muestra la pantalla y los efectos que tienen las diferentes transformaciones dinámicas que permiten realizar.

Balacheff y Kaput (1996, citado por Gamboa, 2007) expresan que:

Un ambiente de aprendizaje en el que se utiliza la tecnología cambia el medio en que se expresan las matemáticas, crea una dinámica interactiva entre los sistemas de representación y apoya aspectos de carácter cognitivo cuando conlleva la representación formal de los objetos matemáticos y de sus relaciones(p. 475).

Una de las ventajas más importantes al interactuar con programas de computadores es la posibilidad de utilizar distintos sistemas de representación, especialmente variados en el caso de las matemáticas, para un mismo objeto matemático, Gómez (1997, p.1) dice que “esta diversidad de caminos hacia el conocimiento es un aspecto central de la comprensión del sujeto acerca de los objetos matemáticos, de sus relaciones y de las actividades matemáticas que tienen que ver con esos objetos.”

De la misma manera, la utilización de diferentes sistemas de representación contribuye a desarrollar y fortalecer capacidades de expresión y comunicación en los estudiantes, necesarios en el aprendizaje de las matemáticas. La oportunidad de interactuar con el computador tiene influencia en la motivación de los jóvenes, por sí misma, por los contextos imaginarios mezclados de realidad, por las gráficas vívidas y dibujos atractivos, por los colores, por el movimiento, por la posibilidad de hacer seguimiento continuo al proceso, por las pistas que suministran, por la retroalimentación inmediata que proveen, por los ingredientes de juego que los hacen entretenidos y generan retos y competencia, etc.

Aunque se le ha dado un gran impulso a las nuevas tecnologías, aún muchos profesores rechazan el uso de calculadoras y computadoras porque creen que su uso inhibirá otras habilidades.

Hitt (1998, citado por Gamboa, 2007) señala que *El profesor de matemáticas sentirá la necesidad del cambio cuando se le presenten materiales y estudios que muestren la efectividad de la tecnología en el aula, en donde se presente un concepto inmerso en una situación problema y*

donde se busque el adecuado sistema de representación para visualizarlo(p. 16).

Al igual Goldenberg (2008a) propone como principio que:

La toma de buenas decisiones requiere que los maestros estén conscientes de los diferentes papeles que puede jugar la tecnología; se debe pensar claramente cuáles son las metas de las clases, y las necesidades particulares de estudiantes específicos; y escoger las tecnologías que directamente promuevan esos objetivos, en lugar de simplemente involucrar tecnología en el aula de maneras que pueden ser atractivas pero cuyos resultados sean tangenciales y aún perjudiciales para las metas establecidas (p. 3).

Aunque la tecnología no es la solución a los problemas de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, todo indica que ella se convertirá paulatinamente en una herramienta poderosa en la educación matemática, en donde los estudiantes le den sentido a la información y encuentren diferentes estrategias de resolución de un problema.

Lo que cambia con la tecnología es el conjunto de problemas entre los que se puede escoger y la forma en que se pueden presentar. Algunos son muy difíciles de plantear en las aulas que utilizan únicamente lápices. Ciertas lecciones requieren que los estudiantes experimenten con objetos matemáticos y observen cómo responden. Algunas requieren representaciones visuales (gráficas, diagramas, figuras geométricas, imágenes en movimiento) para responder a los interrogantes, órdenes o respuestas de los estudiantes.

En este punto Gómez (2006, p.1) afirma que: “la tecnología abre espacios para que el estudiante pueda vivir nuevas experiencias matemáticas en las que él puede manipular directamente los objetos matemáticos dentro de un ambiente de exploración”.

Es de hacer notar que el uso de la tecnología juega un rol importante en la adquisición de conocimientos ya que los estudiantes van más allá de ver las matemáticas como un cuerpo de conocimiento fijo y estático; por el contrario perciben el estudio de las matemáticas como una actividad en la que deben participar para identificar, explorar y comunicar ideas en diversas situaciones matemáticas.

Para Hitt (2003, p.1) “En la construcción de conceptos matemáticos quedan inmersas de manera natural el desarrollo de estrategias en la resolución de problemas, además, se promueve el uso reflexivo de la tecnología en estos ambientes.”

La existencia de la computadora plantea a los Profesores de Matemáticas el reto de diseñar actividades donde el alumno busque estrategias para representar y resolver problemas al mismo tiempo que formularse preguntas y problemas encaminándolos a que vayan construyendo así su propio conocimiento y éste solo sea un guía orientándolos con las preguntas adecuadas en los momentos adecuados.

He aquí dos métodos alternos de enseñanza que proporciona Spicer (Op. Cit.): Los manipulables físicos y los manipulables virtuales, que hacen que las matemáticas parezcan más amigables en el aula. En cuanto a los manipulables virtuales la autora dice que son representaciones digitales de la realidad, posibilitadas por la computadora y que el estudiante puede manipular con el mismo objetivo que los físicos.

Basta aceptar que una computadora puede, por su carácter informativo (en algunos casos hasta formativo), apoyar al completo desarrollo del estudiante, aun cuando la guía y orientación para su uso, deberán estar siempre bajo la responsabilidad de un "humano", por lo menos en cuanto a la programación de la secuencia de la información que la computadora proporciona. Desde este punto de vista la computadora en la enseñanza de la matemática constituye un medio y no un fin que auxilia al Profesor en diversas tareas dentro de un ambiente dinámico. Como siempre, el valor de una herramienta depende del uso que se le dé. Si los manipulables físicos o electrónicos están bien diseñados y se utilizan adecuadamente, pueden incrementar la cantidad de problemas que pueden pensar y resolver los estudiantes.

Conjuntamente Goldenberg (2008) también establece que:

'Manipular' varias de las herramientas de la calculadora o del computador, pero no dominarlas, puede producir más daño que beneficio: consume mucho tiempo y enseña poco. Aprender sobre pocas herramientas, pero a fondo, para utilizarlas concienzuda, inteligente, matemática, confiada, y adecuadamente para resolver problemas que son difíciles,

realiza una contribución genuina a la educación matemática de los estudiantes (p. 10).

A través de la experiencia como practicantes de aula en Educación Primaria, nos hemos dado cuenta, que los alumnos de este nivel tienen dificultad para entender la geometría, debido a que:

No llevan los instrumentos necesarios para las construcciones geométricas;

Por la etapa en la que están, no les es fácil manipular los instrumentos, o en otro caso no se les ha dado la instrucción adecuada para ello;

No poseen la visualización espacial para identificar fácilmente las distintas figuras geométricas;

A pesar de conocer las definiciones los alumnos no les ven una utilidad en su vida diaria y en general las matemáticas dicen que les son aburridas, complicadas, etc.

Por lo que se cree, que si a los alumnos se les presentara la geometría de una manera diferente, habría más posibilidades de que la entendieran y la aplicaran, y por lo mismo supieran para qué sirve.

Aquí es donde se incorpora la tecnología, como una herramienta que les servirá para mostrarles que la geometría no es tan aburrida ni tan difícil de entender. Con

el manejo de la computadora, se les presentara la geometría de una forma novedosa y tal vez más atractiva.

Sin embargo, “la tecnología no sustituye la labor del docente” (NCTM, 2000, p.26), ya que a él le corresponde tomar la decisión sobre cuándo y cómo aplicar la tecnología; examinar los procesos seguidos de los alumnos; prestarles ayuda cuando el camino de solución no es el correcto o cuando la observación que realizan no es del todo adecuada. Él es un guía del proceso y quien propone las actividades de resolución de problemas.

El Profesor juega varios roles importantes en un aula enriquecida con la tecnología, toma decisiones que afectan el proceso de aprendizaje de los alumnos de maneras importantes. Inicialmente el docente es quien debe decidir si va a utilizar tecnología, cuándo y cómo se va a hacer. En un aula de clase equipada con tecnología, como en una de lápiz y papel, la calidad reposa principalmente en qué tanto y qué tan bien están aprendiendo los estudiantes a pensar matemáticamente, pero el uso efectivo de la tecnología disponible también importa.

Para Cuevas (1995): *Las computadoras son cada vez más accesibles en las clases de matemáticas, por lo cual es muy importante encontrar un buen software que anime a los estudiantes a explorar y expresar sus ideas matemáticas. Creemos que las hojas de cálculo nos dan este potencial (p. 284).*

El surgimiento de diferentes programas para la enseñanza de las matemáticas y su incorporación en el salón de clases, exige que sea el propio profesor de matemáticas quien introduzca conceptos de las matemáticas apoyándose en el uso de la computadora. Como lo dicen Arcavi & Hadas (2000, p. 41). “La existencia de la computadora plantea a los educadores matemáticos el reto de diseñar actividades que tomen ventaja de aquellas características con potencial para apoyar nuevos caminos de aprendizaje.”

Según Alfaro (2004, citado por Gamboa, 2007):
Uno de los objetivos fundamentales del docente en el salón de clase debe ser que el alumno analice, critique y extraiga conclusiones a partir de la información que se le pueda suministrar; así mismo, el uso de herramientas tecnológicas se transforma en un medio ideal para que el

educando optimice sus esquemas a través de sistemas de representación de los contenidos (p. 17).

La presencia de la tecnología en el aula se convierte en una herramienta capaz de aportar a las lecciones de matemáticas distintas representaciones que puedan ser utilizadas para la ayuda, visualización y experimentación de conceptos importantes que le posibiliten a los educandos algunas estrategias de solución para algunos problemas.

A medida que los estudiantes trabajan haciendo uso de la tecnología, pueden mostrar formas de razonamiento matemático que es difícil de observar en otras circunstancias. Por lo tanto la tecnología ayuda en la evaluación, permitiendo a los docentes examinar los procesos que han seguido los alumnos en sus investigaciones matemáticas, como también, en los resultados obtenidos, enriqueciendo así la información disponible para que los docentes la utilicen cuando van a tomar decisiones relacionadas con la enseñanza. La tecnología también diluye algunas de las separaciones artificiales entre tópicos de álgebra, geometría y análisis de datos, permitiendo a los estudiantes utilizar ideas de un área de las matemáticas para entender mejor otra.

Uno de los principios que El NCTM (2003, p. 1) expone ayuda en la reflexión sobre el uso de la tecnología en las clases de matemáticas:

Tecnología: La tecnología es esencial en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas; ésta influye en las matemáticas que se enseñan y mejora el proceso de aprendizaje. En este sentido Alemán (2002, p. 11). Señala las ventajas del uso de la computadora en la enseñanza de las matemáticas:

- "Participación activa del alumno en la construcción de su propio aprendizaje.
- Interacción entre el alumno y la máquina.
- La posibilidad de dar una atención individual al estudiante.
- La posibilidad de crear micromundos que le permiten explorar y conjeturar.
- Permite el desarrollo cognitivo del estudiante.
- Control del tiempo y secuencia del aprendizaje por el alumno.
- A través de la retroalimentación inmediata y efectiva, el alumno puede aprender de sus errores".

La existencia, versatilidad y poder de la tecnología hacen posible y necesario reexaminar qué matemáticas

deben aprender los estudiantes, así como también la mejor forma de aprenderlas.

Es básico tener presente que el impacto de los computadores en el currículo escolar depende de la extensión y propósito del uso del mismo, ya que de allí se desprenden diversas maneras de organizar actividades, de modo que estas lleven a los alumnos a la construcción y visualización de conceptos geométricos.

En conjunto Principios y Estándares constituyen una visión para guiar a los docentes en su esfuerzo para lograr el mejoramiento continuo en la enseñanza de las matemáticas en las aulas de clases, las escuelas y los sistemas educativos.

2.2.16. RUTAS DE APRENDIZAJE EN GEOMETRÍA

El rol del profesor de hoy es más activo y dinámico que el anterior modelo, (enseñanza conductista). Debe promover el desarrollo de un cambio cognitivo en el estudiante, a través del empleo de nuevas metodologías. Por lo tanto, el profesorado tiene que hacer un gran esfuerzo para reorganizar su trabajo con las nuevas concepciones disciplinarias y transversales. En este mismo sentido los recursos informáticos también ofrecen un nuevo reto y

nuevas formas de producir conocimiento y su dificultad radica precisamente en estas nuevas formas de trabajar la enseñanza.

Como dice las Rutas de Aprendizaje (2013) Esta perspectiva de aprendizaje de la matemática obliga a repensar y resignificar la manera como miramos la educación matemática de tal forma que concuerde con las características del ciudadano que queremos y necesitamos formar; el énfasis no estará, entonces, en memorizar el conocimiento o en reproducirlo, por el contrario estará en desarrollar saberes significativos y con sentido para que el estudiante, en un ambiente de desarrollo de competencias, aprenda a usar la matemática en distintos ámbitos de su vida y a aprender durante toda la vida.

Al introducir el concepto de pensamiento matemático se trata de mostrar la importancia del desarrollo centrado en los procesos de conceptualización de los estudiantes, que los lleven a la construcción de un pensamiento ágil, flexible, con sentido y significado para su vida cotidiana, integrado en unidades complejas que le brinden autonomía intelectual y, sobre todo, que se logre la formación de un ciudadano con una cultura matemática que le permita mejorar su calidad de vida.

El profesor es la persona clave en la orientación del proceso enseñanza, es que debe generar situaciones de

aprendizaje que estimulen al alumno a la búsqueda deliberada e intencional de respuestas a los problemas suscitados o planteados. Como también debe ser él quien elabore, seleccione materiales concretos, diseñe, busque y logre los mejores aprendizajes con la aplicación racional y pertinente de Internet, en el desarrollo de actividades que están directamente relacionadas con el proceso de enseñanza destinado al logro de aprendizajes efectivos.

El cambio tecnológico es muy rápido, pero no es así en la apropiación del uso de este medio por parte de los profesores. ¿Cómo cambian los docentes en éste y en otros momentos? ¿Qué hace que los profesores cambien ante el cambio? y ¿qué les hace mantenerse firmes y oponerse a él? Este tipo de preguntas son las que se refieren a un proceso de cambio, las prácticas, procedimientos, reglas y relaciones, los diversos mecanismos que constituyen el origen de cualquier cambio. Los cambios se producen dentro de un proceso, no de un hecho; las prácticas no cambian, se mantienen las creencias. Las prácticas y las convicciones suelen cambiar en forma interactiva y grupal. La participación de los maestros en el cambio educativo es muy importante para el logro del éxito y para que tenga sentido y sea productivo no basta con la adquisición de nuevos conocimientos o con el conocimiento de nuevas metodologías, deben ser aplicables dentro de un contexto social.

La clave del cambio para la mayoría de los docentes está en cuestionarse su práctica diaria, para darse cuenta si los cambios pueden ser posibles y los que no, dentro de un contexto. Si se adapta a su realidad, si le conviene a su práctica, si satisface los fines y si le favorece, estimula los deseos y las estrategias del cambio. Este deseo viene impregnado por la creatividad, el compromiso y la participación que son componentes importantes que permiten la interacción emocional y sensorial entre las personas y sus trabajos. (Hardgreaves, 1996).

2.5.9. GEOMETRÍA EN EDUCACIÓN PRIMARIA

Mammana y Villani (1998) expresan que el conocimiento geométrico es un componente matemático que debe ocupar un lugar privilegiado en los currículos escolares por su aporte a la formación del individuo. No sólo se considera como una herramienta necesaria para describir el espacio circundante, comprenderlo e interactuar con él, sino que, como disciplina científica descansa sobre importantes procesos de formalización que son ejemplo de rigor, abstracción y generalidad.

Difícilmente otro campo de las matemáticas abarca un espectro tan amplio de dimensiones. Por ello la enseñanza de la geometría debe reflejar una preocupación por desarrollar actividades en las distintas dimensiones buscando lograr en los educandos una amplia experiencia y una perspectiva multifacética

de lo que significa, elementos claves para ganar en conocimiento geométrico útil. Probablemente, cualquier situación geométrica por elemental que sea, permite una amplia gama de posibilidades de exploración, formulación de conjeturas y experimentación de situaciones con la idea de explicar, probar o demostrar hechos. También ofrece amplias oportunidades de usar modelos matemáticos para comprender la actividad humana y social, dada su estrecha relación con la cultura, la historia, el arte, la filosofía y la ciencia.

De esta manera, es necesario que la enseñanza de la geometría en el ámbito escolar responda al papel que ésta desempeña en la vida cotidiana, por su mismo carácter de herramienta para interpretar, entender y apreciar un mundo que es eminentemente geométrico, como una importante fuente de modelación y un ámbito por excelencia para desarrollar el pensamiento espacial y procesos de nivel superior y, en particular, formas diversas de argumentación.

2.3. DEFINICIÓN DE TÉRMINOS BÁSICOS

- a) TRIANGULO.-** Polígono de tres lados. Según la longitud de sus lados, los triángulos se clasifican en equiláteros si sus tres lados son iguales, isósceles si tienen dos lados iguales.

- b) PARALELOGRAMO.-** Cuadrilátero cuyos lados opuestos son paralelos entre sí.
- c) DIAGONAL.-** Dicho de una línea recta, que en un polígono va de un vértice a otro no inmediato y en un poliedro une dos vértices cualquiera no situados en la misma cara.
- d) CUADRADO.-** Dicho de una figura plana, cerrada por cuatro líneas rectas iguales que forman otros tantos ángulos rectos.
- e) POLÍGONO.-** Figura plana cuyo límite está formado por tres o más líneas rectas, muchos de los polígonos tienen nombres especiales que indican el número de líneas que forman su límite.
- f) PERÍMETRO.-** Es el nombre que recibe el límite de esa figura, a veces se usa también para indicar la longitud de ese límite.
- g) CUADRILÁTERO.-** El prefijo cuad, significa cuatro, un cuadrilátero es un polígono de cuatro lados; hay muchos tipos de cuadriláteros con rasgos especiales que tienen nombre propio.

CAPITULO III

HIPÓTESIS, VARIABLES E INDICADORES

3.1. HIPÓTESIS

3.1.1. Hipótesis General(H_1)

Si la aplicación del programa SKETCHPAD es efectiva, entonces mejorará el aprendizaje de la geometría en niños de 6º grado de primaria del C.N.A. – UNHEVAL, Huánuco 2014.

3.1.2. Hipótesis Específico

Los niveles de aprendizaje de la geometría mejoran luego de la aplicación del programa SKETCHPAD.

3.2. VARIABLES

3.2.1. Variable Dependiente

APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA

3.2.2. Variable Independiente

PROGRAMA SKETCHPAD

3.2.3. Operacionalización de Variables

**CUADRO 1
OPERACIONALIZACIÓN DE VARIABLES**

VARIABLES	DIMENSIONES	INDICADORES	INSTRUMENTOS
V.I. PROGRAMA SKETCHPAD	FIGURAS GEOMÉTRICAS	Grafica figuras geométricas	12 sesiones con el Programa SKETCHAP
		Identifica elementos de la geometría	
		Construye figuras lineales	
		Simboliza y argumenta los patrones de figuras	
		Ubica figuras geométricas según su clasificación	
V.D. APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA	RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS	Resuelve problemas que implican la traslación y rotación de figuras.	Cuestionario “Aprendizaje de la geometría”
		Interpreta problemas que implican el cálculo de ángulos.	
		Formula problemas sobre polígonos.	
	REPRESEN_ TACIÓN GEOMÉTRICA	Representa y argumenta las variaciones de los perímetros y áreas	
		Identifica y caracteriza polígonos regulares.	
		Aplica, traslaciones, ampliaciones y reducciones a figuras básicas;	
		Simboliza figuras geométricas	
		Compara circunferencias de diferentes radios.	

Fuente: Elaboración Propia

CAPITULO IV

METODOLOGÍA

4.1 MÉTODOS Y TÉCNICAS

4.1.1 Métodos

El método de investigación desarrollado en el presente trabajo fue el experimental, que nos llevó a tratar las variables experimentales para poder determinar la causa – efecto que se produce en la muestra de estudio.

4.1.2 Técnicas

Las técnicas utilizadas en nuestra investigación son:

A. **Fichaje:** Es el proceso de recopilación y extracción de datos importantes en nuestro proceso de investigación, de las fuentes bibliográficas como: libros, revistas, periódicos, internet, y fuentes no bibliográficas, que son objeto de estudios.

Es una técnica que nos permite recolectar y almacenar información y datos de nuestra investigación.

➤ **Ficha Bibliográfica:** Nos permitió recoger y almacenar los datos generales de los textos consultados como: Autor (apellidos y nombres), título, edición, fecha y número de páginas.

B. **Recolección de Datos:** Es una técnica que consiste en recoger los datos sobre una situación existente para desarrollar los sistemas de información, los cuales pueden ser la entrevistas, la encuesta, el cuestionario, la observación, etc.

➤ **Encuesta:** Esta técnica nos permitió recoger información sobre el nivel en el que se encontraban los alumnos del 6° de la Institución Educativa en cuanto al aprendizaje de la geometría

C. INSTRUMENTOS:

- **Variable Independiente:** Se utilizó como instrumento las 10 sesiones del programa SKETCHPAD.

- **Variable dependiente:** Se utilizó el Cuestionario “Aprendizaje de la geometría” como instrumento para evaluar el aprendizaje de la geometría.

4.2 TIPO Y NIVEL DE INVESTIGACIÓN

4.2.1 TIPO DE INVESTIGACIÓN

Goetz y Lecompte (citados por Vílchez, 2007) afirman que la investigación educativa tiene como finalidad prioritaria apoyar los procesos de reflexión y crítica para tratar de mejorar la enseñanza y el aprendizaje. En ese sentido el proyecto de investigación centra la atención en una investigación de tipo aplicada, porque su finalidad radica en realizar una intervención a un problema práctico de la educación matemática, específicamente, en el ámbito de la didáctica de las matemáticas, y de esta manera contribuir al mejoramiento de los procesos pedagógicos en Educación Primaria

4.2.2 Nivel

Según la propuesta de HERNANDEZ SAMPIERI en su libro titulado “Metodología de la Investigación” La presente investigación

corresponde a un nivel experimental, ya que se manipuló la variable independiente “Programa SKECHPAD” para determinar los efectos que tiene para mejorar el aprendizaje de la geometría.

4.3 DISEÑO

Esta investigación es de un solo grupo experimental se aplicó el Pre - test, pos - test

$$o_1 \quad x \quad o_2$$

- ✓ o_1 = Representa la medición de la variable dependiente en el grupo experimental antes de la aplicación de x
- ✓ x = Representan a la variable independiente a aplicar, el grupo experimental después de o_1
- ✓ o_2 = Representa la medición de la variable de pendiente, en el grupo experimental después de la aplicación de x

4.4 POBLACIÓN Y MUESTRA

4.4.1 Población

La población está constituido por 31 alumnos de ellos 16 mujeres y 15 varones del 6to grado del C.N.A. UNHEVAL – Huánuco 2014

CUADRO N° 02
POBLACIÓN DE ALUMNOS DEL 6° GRADO DEL C.N.A.
UNHEVAL – HUÁNUCO 2014

POBLACIÓN					
NIVEL	GRADO	SECCIÓN	SEXO		TOTAL
			F	M	
Primaria	6°	única	16	15	31

Fuente: Nómina de Matricula 2014

4.4.2 Muestra:

El criterio muestral para la selección de la muestra es el muestreo no probabilista (Alarcón, Reynaldo 2008; 245) en su variante Muestreo Intencionado porque nuestra muestra ha sido integrado con individuos que los investigadores, han estimado típicos o representativos de la población en que está interesado para ello se ha seleccionado integralmente el aula del sexto grado para el grupo experimental para ello los investigadores han utilizado el juicio y criterio de exclusión.

CUADRO N° 03
MUESTRA DE ALUMNOS DEL 6° GRADO DEL C. N. A.
UNHEVAL – HUANUCO 2014

MUESTRA				
NIVEL	GRADO	SECCIÓN	GRUPO	N° DE ALUMNOS
PRIMARIA	6°	UNICA	PRE - TES	30
			POS - TES	30

Fuente: Nómina de Matricula 2014

4.4.3 CRITERIO NO PROBABILISTA

4.4.3.1 Criterio de exclusión

Alumnos que no asistieron de manera permanente y completa al tratamiento experimental en el sexto grado de Educación Primaria del C. N. A. – UNHEVAL – 2014

4.5 VALIDEZ DE INSTRUMENTOS

La validez implica examinar si el instrumento de recolección de datos es apropiado para lo cual está destinado; según Hernández, Fernández y Baptista (1998) se refiere al grado en que un instrumento realmente mide la variable que pretende medir (Hernández et al., 1998).

La validación de los instrumentos de recolección de los datos se ha realizado a través de la validación por juicio de expertos. Para ello se ha requerido tres profesionales en ciencias de la Educación y puedan emitir su juicio de experto al siguiente instrumento.

TÉCNICAS	INSTRUMENTOS	APLICACIÓN
ENCUESTA	CUESTIONARIO APRENDIZAJE DE LA GEOMETRIA	Alumnos

APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA

Nombre del Cuestionario	Aprendizaje de la Geometría
Autores	Pilco Timoteo, Flor Emely Villanueva Santiago, Jimmy
• Procedencia	Huánuco.
• Duración	Aproximadamente 45 min.

- **Aplicación** Sexto grado de Educación Primaria.
- **Puntaje máximo de la prueba** 20 puntos.
- **Significado** Nivel de logro de aprendizajes alcanzado.
- **Referente** Nuevo Marco Curricular 2013.
- **Tipo de Evaluación** Sumativa.
- **Niveles de Logro** (escala de valoración)
 - Para calcular el puntaje total obtenido por cada niño o niña en esta prueba, sumamos los puntos asignados a la respuesta dada por cada pregunta. Es importante tener en cuenta que el puntaje máximo posible de ser alcanzado en esta prueba es de 20 puntos.
 - Una vez que conocemos el puntaje total, nos remitimos al siguiente cuadro para conocer el nivel de logro que corresponde a dicho puntaje.

**CUADRO 4
ESCALA DE CALIFICACIÓN**

PUNTAJE TOTAL	NIVEL DE LOGRO	ESCALA DE CALIFICACIÓN
18 – 20	Logro Destacado	AD
14 – 17	Logro Previsto	A
13 – 11	En Proceso	B
10 - 00	En Inicio	C

4.5.1 INSTRUMENTO

c) Programa experimental

El instrumento utilizado es el programa Sketchpad

d) Cuestionario

El cuestionario utilizado consta de 10 preguntas de geometría

4.5.2 VALIDEZ

El instrumento fue validado por tres expertos de la Universidad Nacional Hermilio Valdizan de la Facultad de Ciencias de la Educación

Primer Experto: Mg. Fermín Pozo Ortega especialista en Matemática. Calificó de manera óptima y consistente con la valoración de 20.

Segundo Experto: Mg. Yoel Tarazona Bardales especialista en Matemática. Calificó de manera óptima y consistente con la valoración de 20.

Tercer Experto: Mg. Cámara acero especialista en Matemática. Calificó de manera óptima y consistente con la valoración de 20.

CAPITULO V

RESULTADOS

5.1 TRATAMIENTO ESTADÍSTICO Y ANÁLISIS DE DATOS

CUADRO N° 06

PUNTAJES OBTENIDOS DEL GRUPO EXPERIMENTAL DESPUÉS DE LA APLICACIÓN DEL CUESTIONARIO PARA MEDIR EL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA EN NIÑOS DE SEXTO GRADO DEL C.N.A. – UNHEVAL 2014

N°	APELLIDOS Y NOMBRES	PRE TEST X ₁	POS TEST X ₂
01	ANIBAL LÓPEZ, Adrian Eduardo	13	16
02	APOLINARIO BERMUDEZ, Daniel Eduardo	11	17
03	BASHI ESPINOZA, Lincol Eduardo	08	14
04	CABALLERO MARTÍNEZ, Zayid Enrique	08	15
05	CAPCHA CADILLO, Raúl Moroni	10	18
06	CHAHUA DURÁN, Yianela Leticia	02	14
07	CORNE GONZALES, Maria Rosario	09	13
08	ESTELA ORTEGA, Milka Helen	13	16
09	ESTRADA SUPO, Krizia Gabriela	08	14
10	FALCÓN BRIONES, Jhosan Frank	11	15
11	GOÑI MARTINEZ, Jill Scarlet	14	18
12	HERRERA ESTEBAN, Alexander Eynor	10	15
13	HERRERA MALPARTIDA, Wilmer Kennedy	11	14
14	LAURENCIO RIVERA, Jack Jhunior	09	16
15	MATOS VELA, Jesús Alexander	16	20
16	MONTERO GONZALES, Flavia Almendra	09	14
17	MONTERO LOPEZ, Xiana Milagros	11	15
18	MORENO RÍOS, Michelle Jeftzibá	11	15
19	MORENO SORIA, Rochely Amadis	18	20
20	OBREGÓN AGUILAR, Marcos David	10	14
21	PALOMINO RETIS, Hillary Anjelle	11	14
22	RETUERTO VÁSQUEZ, Pia Brishel	17	20
23	RIVERA CARPIO, Gady Isabel	03	12
24	ROJAS ARANDA, Anghely Cecilia	10	12
25	SANTOS HUERTA, Jhanel Bianka	12	17
26	SUÁREZ VERDE, Marjorie Lucero	11	17
27	TARAZONA PALOMINO, Luis Enrique	09	14
28	TARAZONA TELLO, Tammy Tayana	13	15
29	TOLEDO VALVERDE, Said Modesto	17	19
30	YUPANQUI ARTICA, Josef Esteban	13	16
	Σ	328	469
		$\bar{X} = 10,93$ $N_1 = 30$	$\bar{X} = 15,63$ $N_2 = 30$

Fuente: Cuestionario para medir el aprendizaje de la geometría.

TABLA N° 01
RESULTADOS OBTENIDOS DEL PRETEST DEL GRUPO EXPERIMENTAL

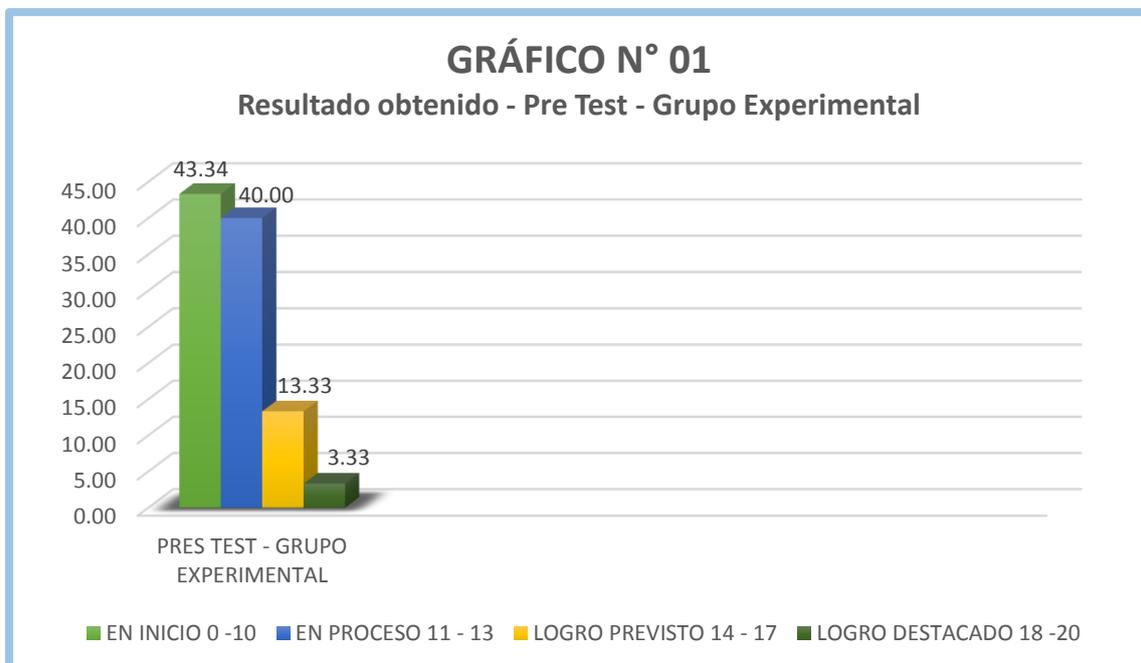
ESCALA VALORATIVA		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
válidos	10 – 00 En Inicio	13	43,34%	43,34%	43,34%
	13 – 11 En Proceso	12	40,00%	40,00%	83,34%
	17 – 14 Logro Previsto	4	13,33%	13,33%	96,67%
	18 – 20 Logro Destacado	1	3,33%	3,33%	100%
	TOTAL	30	100%	100%	

Fuente: Cuadro N°6

ANÁLISIS

Los datos estadísticos ilustran que de cada 30 estudiantes, en el Grupo Experimental 13 estudiantes en porcentaje mayor 43,34% se ubican en el nivel

En Inicio



Fuente: Tabla N°1

INTERPRETACIÓN

En el gráfico se observa que la barra que se sobrepone es el de color verde que significa que la mayoría de los alumnos en cuanto a su aprendizaje de la geometría se encuentran en nivel de **Inicio**

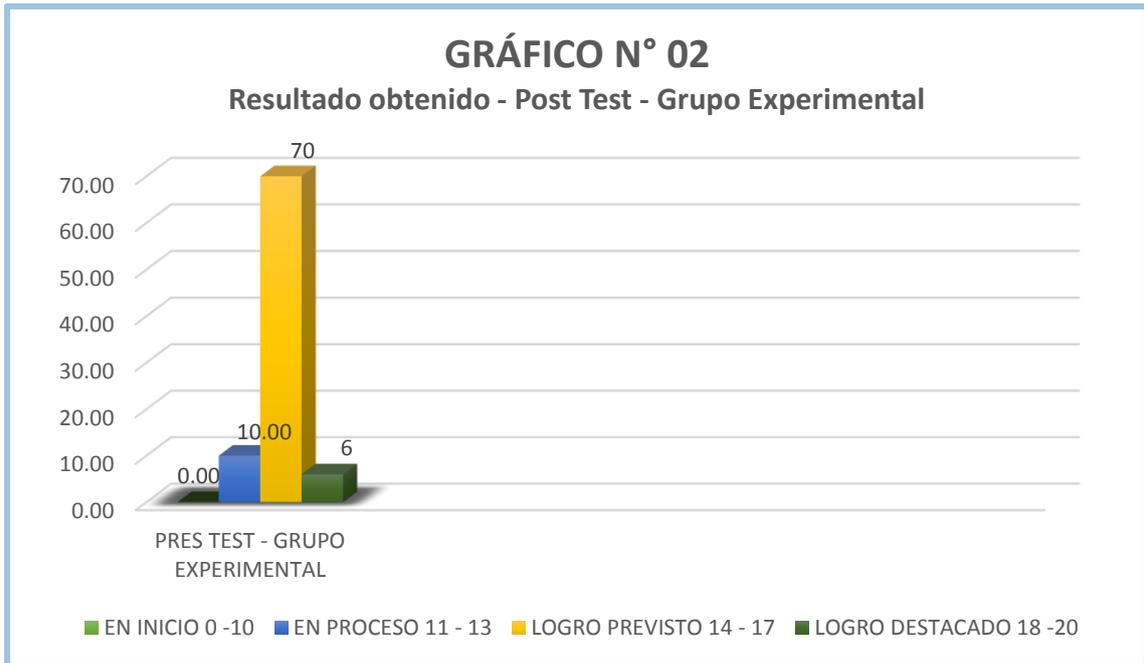
Tabla N° 02
RESULTADOS OBTENIDOS DEL POST TEST DEL GRUPO EXPERIMENTAL

ESCALA VALORATIVA		Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje válido	Porcentaje acumulado
válidos	10 – 00 En Inicio	0	0,00%	0,00%	0,00%
	13 – 11 En Proceso	3	10,00%	10,00%	10,00%
	17 – 14 Logro Previsto	21	70,00%	70,00%	80,00%
	18 – 20 Logro Destacado	6	20,00%	20,00%	100
	TOTAL	30	100%	100%	

Fuente: Cuadro N°06

ANÁLISIS

Los datos estadísticos ilustran que de cada 30 estudiantes, en el Grupo Experimental 21 estudiantes en porcentaje mayor 70,00% se ubican en el nivel **Logro Previsto**



Fuente: Tabla N° 2

INTERPRETACIÓN

En el gráfico se observa que la barra que se sobrepone es el de color naranja que significa que la mayoría de los alumnos en cuanto a su aprendizaje de la geometría se encuentran en nivel de **Logro Previsto**

CUADRO N° 07

DATOS PARA OBTENER LA PRUEBA DE HIPÓTESIS DEL GRUPO EXPERIMENTAL

N°	GRUPO EXPERIMENTAL			
	PRE TEST		POST TEST	
	X ₁	(X ₁) ²	X ₁	(X ₁) ²
01	13	169	16	256
02	11	121	17	289
03	08	64	14	196
04	08	64	15	225
05	10	100	18	324
06	02	4	14	196
07	09	81	13	169
08	13	169	16	256
09	08	64	14	196
10	11	121	15	225
11	14	196	18	324
12	10	100	15	225
13	11	121	14	196
14	09	81	16	256
15	16	256	20	400
16	09	81	14	196
17	11	121	15	225
18	11	121	15	225
19	18	324	20	400
20	10	100	14	196
21	11	121	14	196
22	17	289	20	400
23	03	9	12	144
24	10	100	12	144
25	12	144	17	289
26	11	121	17	289
27	09	81	14	196
28	13	169	15	225
29	17	289	19	361
30	13	169	16	256
Σ	328	3950	469	7475
Media	10,93		15,63	
Muestra	N₁= 30		N₂= 30	

Fuente: Cuadro N° 06

6.1 PRUEBA DE HIPÓTESIS

Para comprobar nuestra hipótesis de investigación se utilizó el análisis estadístico de la prueba “t” de Student para muestras independientes.

Para ello realizamos el siguiente procedimiento:

1) Se formularon las hipótesis

Hipótesis General (H₁)

Si la aplicación del programa SKETCHPAD es efectiva, entonces mejorará el aprendizaje de la geometría en niños de 6º grado de primaria del C.N.A. – UNHEVAL, Huánuco 2014.

Hipótesis Nula (H₀)

Si la aplicación del programa SKETCHPAD no es efectiva, entonces no mejorará el aprendizaje de la geometría en niños de 6º grado de primaria del C.N.A. – UNHEVAL, Huánuco 2014.

2) Se halló las medias del grupo experimental:

MEDIANA DEL PRE TEST MEDIANA DEL POST TEST

$$\chi_1 = \frac{\Sigma \chi}{\eta_1}$$

$$\chi_2 = \frac{\Sigma \chi}{\eta_2}$$

$$\chi_1 = \frac{328}{30} = 10,93 \quad \chi_2 = \frac{469}{30} = 15.63$$

- 3) Se halla la suma de los cuadrados de la desviación estándar mediante la siguiente fórmula:

$$\Sigma \chi^2 = \Sigma \chi^2 - \frac{(\Sigma \chi)^2}{\eta}$$

Donde:

$\Sigma \chi^2$ = Suma de los cuadrados de las puntuaciones χ

$\Sigma \chi$ = Suma de las puntuaciones χ

η = Número de sujetos.

Desarrollo:

$$\begin{aligned} \Sigma x_1^2 &= \Sigma x_1^2 - \frac{(\Sigma x_1)^2}{30} & \Sigma x_2^2 &= \Sigma x_2^2 - \frac{(\Sigma x_2)^2}{30} \\ \Sigma x_1^2 &= 3950 - \frac{(328)^2}{30} & \Sigma x_2^2 &= 7475 - \frac{(469)^2}{30} \\ \Sigma x_1^2 &= 3950 - 3586,133333 & \Sigma x_2^2 &= 7475 - 7332,033333 \\ \Sigma x_1^2 &= 363,866667 & \Sigma x_2^2 &= 142,966667 \end{aligned}$$

- 4) Teniendo los datos estadísticos necesarios reemplazamos la fórmula para hallar el valor "t".

$$t = \frac{\chi_1 - \chi_2}{\sqrt{\frac{\Sigma \chi^2_1 + \Sigma \chi^2_2}{\eta_1 + \eta_2} - 2 \left(\frac{1}{\eta_1} + \frac{1}{\eta_2} \right)}}$$

Donde:

χ_1 = Media del pre test

χ_2 = Media del pos test

$\Sigma \chi^2_1$ = Suma de las puntuaciones de los cuadrados de la desviación en el pre test

$\Sigma\chi^2_2$ = Suma de las puntuaciones de los cuadrados de la desviación en el pos test

η_1 = Número de casos del pre test.

η_2 = Número de casos del pos test.

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\left(\frac{\sum x_1^2 + \sum x_2^2}{30 + 30 - 2}\right)\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

$$t = \frac{10,93 - 15,63}{\sqrt{\left(\frac{363,866667 + 142,966667}{30 + 30 - 2}\right)\left(\frac{1}{30} + \frac{1}{30}\right)}}$$

$$t = \frac{4,7}{\sqrt{\left(\frac{506,833334}{58}\right)(0,066666666)}}$$

$$t = \frac{4,7}{\sqrt{(8,738505759)(0,066666666)}}$$

$$t = \frac{4,7}{\sqrt{0,582567044}}$$

$$t = \frac{4,7}{0,763260797}$$

$$t = 6,157790389$$

$$t = 6,15$$

$$t \text{ calculad} = 6,15$$

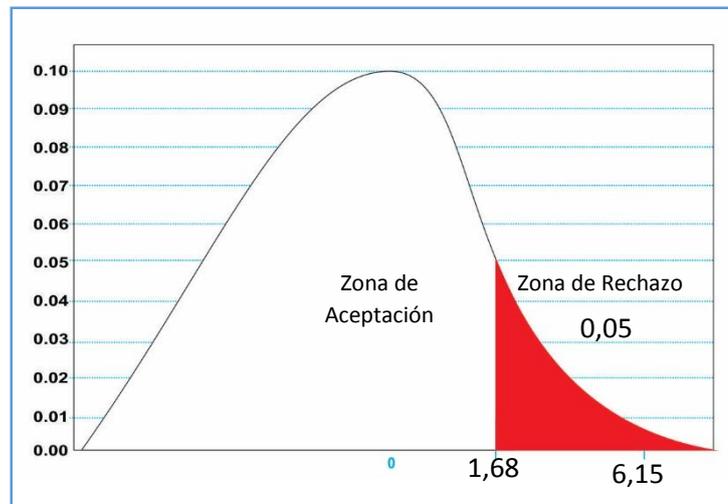
5) Luego hallamos el grado de libertad para la ubicación en la tabla de valores críticos de la "t" de Student. Para ello reemplazamos la siguiente fórmula:

$$Gl = \eta_1 + \eta_2 - 2$$

$$Gl = 30 + 30 - 2$$

$$Gl = 58$$

6) Gráfico y Toma de Decisiones



INTERPRETACIÓN

En la representación gráfica de la curva “t”, podemos explicar que: el grado de libertad para nuestra muestra es 58, al cual a un nivel de significancia de 0.05 le corresponde el valor de “t” crítico (1.68), el cual es menor que el valor de “t” calculado (6,15), es decir $1.68 < 6,15$ por lo que nuestro valor “t” se encuentra dentro de la zona de rechazo. Por lo tanto rechazamos la hipótesis nula (H_0) y se tiene indicios suficientes que prueban que; si la aplicación del Programa SKETCHAP es efectivo, entonces se mejorará óptimamente el aprendizaje de la geometría, en niños del 6° grado en el C.N.A.

UNHEVAL – 2014

5.1 DISCUSIÓN DE RESULTADOS

De acuerdo a los resultados parciales de la investigación que contrastan las hipótesis planteadas, respecto a la geometría se tiene que el 70 % del total de niños del sexto grado del C.N.A – UNHEVAL se ubican en el Nivel Logro Previsto. Esto demuestra que se mejoró el aprendizaje de la geometría de manera significativa, como sostiene Alsinas (1987) La Geometría como cuerpo de conocimientos es la ciencia que tiene por objeto analizar, organizar y sistematizar los conocimientos espaciales. En un sentido amplio se puede considerar a la Geometría como la Matemática del espacio.

Respecto al Programa SKETCHPAD se tiene que el 70% del total de niños del sexto grado del C.N.A – UNHEVAL, se ubican en el Nivel Logro Previsto. Esto demuestra que el programa fue adecuado para mejorar el aprendizaje de la geometría, como sostiene Balacheff y Kaput (1996, citado por Gamboa, 2007) Un ambiente de aprendizaje en el que se utiliza la tecnología cambia el medio en que se expresan las matemáticas, crea una dinámica interactiva entre los sistemas de representación y apoya aspectos de carácter cognitivo cuando conlleva la representación formal de los objetos matemáticos y de sus relaciones.

Con respecto a las Rutas de Aprendizaje (2013) que sostiene Esta perspectiva de aprendizaje de la matemática obliga a repensar y resignificar la manera como miramos la educación matemática de tal forma que concuerde con las características del ciudadano que queremos y necesitamos formar; el énfasis no estará, entonces, en memorizar el conocimiento o en reproducirlo, por el contrario estará en desarrollar saberes significativos y con sentido para que el estudiante, en un ambiente de desarrollo de competencias, aprenda a usar la matemática en distintos ámbitos de su vida y a aprender durante toda la vida. El programa sketchpad desarrolla el pensamiento espacial de una manera dinámica y relacionándose con su contexto para un aprendizaje para la vida.

En los resultados finales de muestra tomada a los niños del sexto grado del C.N.A – UNHEVAL – Huánuco - 2014, se utilizó una prueba unilateral a la derecha con un nivel de significatividad de 5% y 95% de confiabilidad y 58 grados de libertad, el cual corresponde el valor de la “t” crítica es 1,68 siendo este valor menor que la “t” calculada que es de 6,15 por lo tanto recae sobre la zona de rechazo, por lo cual rechazamos la hipótesis nula y aceptamos la hipótesis alterna, por lo tanto se afirma que se ha logrado mejorar el aprendizaje de la geometría en niños de 6to grado del C.N.A. – UNHEVAL.

CONCLUSIONES

Después de haber aplicado el programa sketchpad, llegamos a las siguientes conclusiones:

- Se aplicó la estrategia más adecuada con el uso del programa SKETCHPAD que consistió en 10 sesiones experimentales, 10 fichas informativas que fueron precisos y concisos para alcanzar los objetivos propuestos en los alumnos del sexto grado del C. N. A. – UNHEVAL.
- Se conoció y estudió el grado de dificultad de los alumnos del sexto grado del C. N. A. - UNHEVAL quienes evidenciaron antes de la aplicación del programa sketchpad se encontraron en alto grado de dificultad en el nivel de desempeño el promedio aritmético de notas fue **10,93** (Pretest) y después de la aplicación del programa sketchpad el nivel desempeño mejoró en el aprendizaje de geometría el promedio de notas fue **15,63** (Postest).
- Luego de la Aplicación, se determinó que el programa SKETCHPAD, si es efectivo porque mejoró significativamente el aprendizaje de la geometría en los alumnos del sexto grado del C. N. A. - UNHEVAL, según los resultados estadísticos de la “t” de Student con el nivel de significatividad 0,05% y el grado de libertad = 58, “t” calculada = 6,15 mayor a la t critica = 1,68. Por lo expuesto se acepta la hipótesis alterna y se rechaza la hipótesis nula.

SUGERENCIAS

- Se sugiere a los docentes de las diversas Instituciones Educativas incluir en su programación curricular actividades de habilidades geométricas con el uso del programa SKETCHPAD. Además el programa está diseñado con una metodología activa para ser utilizado en diferentes áreas como: comunicación, personal social y otros.
- Se sugiere a los docentes del Colegio Nacional de Aplicación de la UNHEVAL, de programar en sus unidades de aprendizaje la incorporación del programa SKETCHPAD en temas de geometría.
- Se sugiere a los Estudiantes de la Facultad de Ciencias de la Educación, realizar nuevos trabajos de investigación con recursos TIC, concernientes al área de matemática debido a que es la fuente principal en la resolución de problemas para la vida cotidiana; así como la geometría está relacionado con nuestro contexto.
- Se sugiere a los docentes de la Carrera de Profesional de Educación Primaria que debemos cambiar nuestras metodologías de trabajo, porque hay una gran variedad de actividades que nos sirven para trabajar con recurso TIC en diferentes temas.

REFERENCIA BIBLIOGRÁFICA

1. **ALEMÁN, A.** (2002).
La enseñanza de la matemática asistida por computador. Panamá. Extraído el 04 de agosto 2014 desde:
<http://www.utp.ac.pa/articulos/ensenarmatematica.html>.
2. **ALSINA, C., FORTUNY, J. y PÉREZ, R.** (1997)
¿Por qué Geometría? Propuesta didáctica para la ESO. Madrid: Editorial Síntesis.
3. **ARCAVI, A.** (2000).
Aprendizaje mediado por la computadora. Departamento de Ciencia de la Enseñanza. Israel.
4. **BALACHEFF, N.** (2000).
Entornos informáticos para la enseñanza de las matemáticas: Complejidad didáctica y expectativas. In N. Gorgorió, J. Deulofeu & A. Bishop (Eds.), Matemáticas y educación. Retos y cambios desde una perspectiva internacional (pp. 93-108). Barcelona: Graó.
5. **BALLESTERO-ALFARO, E.** (2007).
Instrumentos psicológicos y la teoría de la actividad instrumentada: Fundamento teórico para el estudio del papel de los recursos tecnológicos en los procesos educativos. Cuadernos De Investigación y Formación En Educación Matemática, 3(4), 125-137.
6. **CORRY** (2002,)
Didáctica de la geometría, Editorial Mc, Madrid

7. **CUEVAS, C. A.** (1995).
Hacia una clasificación de la computación en la enseñanza de las matemáticas. Investigaciones en Matemática Educativa II. Grupo Editorial Iberoamérica. México.
8. **DIAZ, FERNÁNDEZ, G** (1999).
Estrategias Docente para un aprendizaje significativo. Colombia: Mc Graw – Hill.
9. **DICCIONARIO ENCICLOPÉDICO** (2001)
Océano Uno Color, Edit. Santillana
10. **DUNHAM Y COLS** (1994).
El Principio de la Tecnología. **EDUTEKA**, 2003. Extraído el 12 de julio 2014 desde <http://www.eduteka.org/PrincipiosMath.php>
11. **GUTIÉRREZ, A., & JAIME, A.** (1996).
Uso de definiciones e imágenes de conceptos geométricos por los estudiantes de Magisterio. In J. Giménez, S. Llinares & V. Sánchez (Eds.), El proceso de llegar a ser un profesor de primaria. Cuestiones desde la educación matemática (Colección Mathema nº 8 ed., pp. 143-170). Granada: Comares.
12. **GÓMEZ, R.** (1997).
La geometría con Cabri. Seminario en el Programa de Actualización de Docentes. Colombia. Extraído el 04 de agosto 2014 desde <http://www.prof.uniandes.edu.co/~cabri>
13. **GAMBOA, R.** (2007).
Uso de la Tecnología en la Enseñanza de las Matemáticas. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática, Nº 3, pp. 11-44. Costa Rica.

14. **GOLDENBERG, P.** (2008).
Pensando (y hablando) sobre Tecnología en la clase de Matemáticas. Centro para el Desarrollo de la Educación. *EDUTEKA*. Extraído el 12 de julio 2014 desde <http://www.eduteka.org/Tema19.php>
15. **GÓMEZ, P.** (2006).
Tecnología y Educación Matemática. Ediciones Uniandes. Santa Fé de Bogota.
16. **HITT, F.** (2003).
Una Reflexión sobre la Construcción de Conceptos Matemáticos en Ambientes con Tecnología. Université du Québec à Montréal. Canada
17. **MINEDU** (2013)
Rutas de Aprendizaje, Fascículo General – Matemática
18. **NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS (NCTM,2003).**
La Tecnología Apoya la Enseñanza Efectiva de las Matemáticas. Extraído el 12 de julio 2014 desde <http://www.nctm.org/>
19. **OCDE** (2012).
La definición y selección de competencias clave. Proyecto de Definición y Selección de Competencias (DeSeCo) de OECD. Recuperado el 07 de diciembre del 2014 www.OECD.org/edu/statistics/deseco
20. **SCHLEICHER, ANDREAS** (2012).
Lo que el Perú puede aprender de los resultados comparados de las pruebas Pisa. En: Boletín CNE N° 21, junio 2013.
21. **SPICER, J.** (2000).
Los Manipulables en la Enseñanza de las Matemáticas. *EDUTEKA*. Octubre. Extraído el 24 de junio 2013 desde:
<http://www.eduteka.org/Manipulables.pdp>.

* * *

ANEXO