

**UNIVERSIDAD NACIONAL HERMILIO VALDIZÁN**  
**ESCUELA DE POST GRADO**



=====

**“EL LENGUAJE SIMBÓLICO DEL DOCENTE Y EL DESARROLLO  
DE HABILIDADES EN LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS  
MATEMÁTICOS EN ESTUDIANTES DEL II AL X SEMESTRE 2015  
DE LA FACULTAD DE EDUCACIÓN DE LA UNIVERSIDAD  
NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS”**

=====

**TESIS PARA OPTAR EL GRADO ACADEMICO DE MAGISTER EN EDUCACIÓN.**

**MENCION: INVESTIGACIÓN Y DOCENCIA SUPERIOR**

**PRESENTADO POR:**

**Br. Lorena Magaly Sánchez Ventura**

**HUÁNUCO – PERÚ**

**2015**

## DEDICATORIA

A Dios, por iluminar mi mente, por brindarme su infinito amor todos los días y por colmarme siempre de bendiciones.

A Yolanda y Manuel, mis padres, a quienes amo, admiro y agradezco infinitamente.

A mis hermanos y sobrinos por ser fuentes más puras de mi felicidad.

## **AGRADECIMIENTO**

En primer lugar, agradezco a la Dr. Pedro Villavicencio Guardia por haberme asesorado con profesionalismo, paciencia y entusiasmo; por su apoyo y sus valiosos consejos a lo largo del proceso de mi investigación.

En segundo lugar, agradezco infinitamente a los estudiantes del II al X semestre 2015 de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos”, por su participación y colaboración como muestra en este trabajo de investigación.

En tercer lugar, agradezco al Lic. Francisco Javier Vivar Manrique, por su predisposición y apoyo en la aplicación de los instrumentos a los estudiantes de la Escuela Académico Profesional de Educación Secundaria de la Facultad de Educación de la UNMSM, Lima-2015 y por brindarme algunos consejos y/o recomendaciones para la culminación de este trabajo de investigación.

Y por último, agradezco a los Magister y a mis compañeros de la maestría por validar los respectivos instrumentos que se utilizaron en mi investigación.

## RESUMEN

El presente trabajo de investigación titulado: **“El lenguaje simbólico del docente y el desarrollo de habilidades en la solución de problemas matemáticos en estudiantes del II al X semestre 2015 de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos”**, está orientado a establecer las relaciones entre: el lenguaje simbólico del docente y el desarrollo de habilidades en la solución de problemas matemáticos; logrando principalmente: establecer la relación entre la variable independiente: lenguaje simbólico del docente, y la variable dependiente: habilidades en la solución de problemas matemáticos.

Desde la perspectiva de una investigación de tipo descriptiva correlacional y utilizando el diseño correlacional, se aplicó la técnica de la encuesta para identificar el lenguaje simbólico que utiliza el docente durante las sesiones de aprendizaje y una prueba de conocimientos, a través de la técnica de la evaluación, para determinar el desarrollo de habilidades matemáticas en la solución de problemas en los estudiantes., donde al finalizar el presente estudio se verificó, a través de la prueba de hipótesis de investigación general donde:  $\chi^2=56.351$  y  $gl=1$ , que un promedio de 98.3% de estudiantes evaluados se puede afirmar que existe correlación entre las variables Lenguaje simbólico del docente y el desarrollo de habilidades para la solución de problemas matemáticos. Por lo tanto, se concluye que a mayor uso del lenguaje simbólico del docente, mejora el desarrollo de las habilidades matemáticas en la solución de problemas.

**PALABRAS CLAVE:** Lenguaje simbólico, habilidades matemáticas.

## SUMMARY

This research paper entitled: "The symbolic language of teaching and the development of skills in solving math problems in students of the second semester 2015 at the Faculty of Education at the National University of San Marcos", is aimed at establishing the relations: the symbolic language of teaching and developing skills in solving mathematical problems; mainly making: establish the relationship between the independent variable: symbolic language teacher, and the dependent variable: skills in solving math problems.

From the perspective of research using correlational descriptive and correlational design, survey technique was applied to identify the symbolic language used by the teacher during the learning sessions and a test of knowledge, through technique assessment to determine the development of mathematical skills in solving problems in students, which was verified at the end of this study, through hypothesis testing generally where research.  $\chi^2 = 56,351$  and  $df = 1$ , a average 98.3% of students tested can say that there is a correlation between variables symbolic language of teaching and developing skills for solving mathematical problems. Therefore, it is concluded that increased use of symbolic language teachers, enhances the development of mathematical skills in solving problems.

**KEY WORDS:** symbolic language, math skills.

## INTRODUCCIÓN

La resolución de problemas resulta ser una de las problemáticas que en las últimas décadas está siendo abordada con gran interés y preocupación por la investigación educativa. La aparición del enfoque de resolución de problemas como preocupación didáctica surge como consecuencia de considerar el aprendizaje como construcción social que incluye conjeturas, pruebas y refutaciones con base en un proceso creativo y generativo. La enseñanza desde esta perspectiva, pretende poner énfasis en actividades que plantean situaciones problemáticas cuya resolución requiere analizar, descubrir, elaborar hipótesis, confrontar, reflexionar, argumentar y comunicar ideas; estos mecanismos que se están recientemente trabajando en la educación básica regular peruana y en algunas universidades también.

En el presente trabajo titulado: **EL LENGUAJE SIMBÓLICO DEL DOCENTE Y EL DESARROLLO DE HABILIDADES EN LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN ESTUDIANTES DEL II AL X SEMESTRE 2015 DE LA FACULTAD DE EDUCACIÓN DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS**, para su mejor comprensión y análisis, se ha organizado en cinco capítulos.

El primer capítulo abarca la descripción del problema y la formulación del mismo (problema general y específicos), los objetivos, las hipótesis y las razones que motivaron su tratamiento.

El segundo capítulo se ocupa del marco teórico con el siguiente contenido: antecedentes, bases teóricas, definiciones conceptuales y bases epistémicos.

El tercer capítulo comprende el aspecto metodológico. En ella se observa la forma cómo se relacionan las variables independiente y dependiente, y se describe: el método, tipo, nivel y diseño de investigación; la población y muestra; y, las técnicas e instrumentos utilizados durante el proceso de investigación.

El cuarto capítulo comprende los resultados de la investigación traducido en cuadros y gráficos estadísticos.

En el quinto capítulo se presenta la discusión de los resultados con los referentes bibliográficos de las bases teóricas, la hipótesis en base a la prueba de hipótesis y el aporte científico de la investigación.

Y finalmente se exponen las conclusiones, se plantea algunas sugerencias, se considera el respectivo listado bibliográfico y se adjuntan ordenadamente los anexos de la presente investigación.

La tesista

## ÍNDICE

CARATULA .....	I
DEDICATORIA .....	II
AGRADECIMIENTO .....	III
RESUMEN .....	IV
SUMMARY .....	VI
INTRODUCCIÓN .....	VI
INDICE .....	XI
INDICE DE TABLAS .....	X
INDICE DE GRAFICOS.....	XI
CAPÍTULO I: EL PROBLEMA DE INVESTIGACION.....	12
1.1. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA. ....	12
1.2. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA.....	14
PROBLEMA GENERAL. ....	14
PROBLEMAS ESPECÍFICOS .....	14
1.3. OBJETIVOS. ....	15
OBJETIVO GENERAL:.....	15
OBJETIVOS ESPECÍFICOS:.....	15
1.4. HIPÓTESIS. ....	16
HIPÓTESIS GENERAL: .....	16
HIPÓTESIS ESPECÍFICAS: .....	16
1.5. VARIABLES. ....	17
OPERACIONALIZACIÓN DE VARIABLES.....	18
1.6. JUSTIFICACIÓN E IMPORTANCIA.....	19
1.7. VIABILIDAD.....	21
1.8. LIMITACIONES.....	22
CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO .....	23
2.1. ANTECEDENTES.....	23



2.2. BASES TEÓRICAS.....	29
2.3. DEFINICIONES CONCEPTUALES.....	68
2.4. BASES EPISTÉMICAS.....	70
CAPÍTULO III: MARCO METODOLÓGICO.....	72
3.1. MÉTODO.....	72
3.2. TIPO Y NIVEL DE INVESTIGACIÓN.....	72
3.2.1. TIPO DE INVESTIGACIÓN.....	72
3.2.2. NIVEL DE INVESTIGACIÓN.....	73
3.3. DISEÑO.....	73
3.4. POBLACIÓN Y MUESTRA.....	74
3.4.1. POBLACIÓN.....	74
3.4.2. MUESTRA.....	74
3.5. DEFINICIÓN OPERATIVA DE LOS INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE DATOS....	75
3.5.1. TÉCNICAS:.....	75
3.5.2. INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE DATOS.....	75
3.6. TÉCNICAS DE RECOJO, PROCESAMIENTO Y PRESENTACIÓN DE DATOS.....	76
CAPITULO IV: RESULTADOS.....	88
CAPITULO V: DISCUSIÓN DE RESULTADOS.....	88
CONCLUSIONES.....	90
SUGERENCIAS.....	92
BIBLIOGRAFÍA.....	93
DE LAS TESIS.....	96
WEB SITE.....	97
ANEXOS.....	98

## INDICE DE TABLAS

Tabla 1 : <i>Tabla de Contingencia de Lenguaje simbólico del docente y Habilidades para la solución de problemas matemáticos.</i> .....	78
Tabla 2: <i>Tabla de Contingencia de Lenguaje simbólico del docente y Habilidades matemáticas en su carácter general.</i> .....	79
Tabla 3 : <i>Tabla de Contingencia de Lenguaje simbólico del docente y Habilidades matemáticas básicas</i> .....	81
Tabla 4: <i>Tabla de Contingencia de Lenguaje simbólico del docente y Habilidades matemáticas elementales.</i> .....	82
Tabla 5: <i>Prueba Chi – cuadrado de las variables Lenguaje simbólico del docente y Habilidades para la solución de problemas matemáticos.</i> .....	83
Tabla 6 : <i>Coeficiente de correlación de Rho de Spearman de las variables Lenguaje simbólico del docente y Habilidades para la solución de problemas matemáticos.</i> .....	84
Tabla 7 .....	84
Prueba Chi – cuadrado de las variables Lenguaje simbólico del docente y Habilidades matemáticas en su carácter general. ....	84
Tabla 8: <i>Coeficiente de correlación de Rho de Spearman de las variables Lenguaje simbólico del docente y Habilidades matemáticas en su carácter general.</i> .....	85
Tabla 9 : <i>Prueba Chi – cuadrado de las variables Lenguaje simbólico del docente y Habilidades matemáticas básicas.</i> .....	86
Tabla 10: <i>Coeficiente de correlación de Rho de Spearman de las variables Lenguaje simbólico del docente y Habilidades matemáticas básicas.</i> .....	86
Tabla 11 : <i>Prueba Chi – cuadrado de las variables Lenguaje simbólico del docente y Habilidades matemáticas elementales.</i> .....	87
Tabla 12 : <i>Coeficiente de correlación de Rho de Spearman de las variables Lenguaje simbólico del docente y Habilidades matemáticas elementales.</i> .....	87

**INDICE DE GRAFICOS**

<b>Gráfico 1.</b> Grafica de Barras de la variable Habilidades para la solución de problemas matemáticos .....	78
<b>Gráfico 2.</b> Grafica de Barras de la variable Lenguaje simbólico del docente.....	79
<b>Gráfico 3.</b> Grafica de Barras de la variable Habilidades matemáticas en su carácter general.....	80
<b>Gráfico 4.</b> Grafica de Barras de la variable Habilidades matemáticas básicas.....	81
<b>Gráfico 5.</b> Grafica de Barras de la variable Habilidades matemáticas elementales .....	82

## **CAPÍTULO I**

### **EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN**

#### **1.1 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA.**

Desarrollar habilidades para la solución de problemas matemáticos en estudiantes, es un reto para los docentes ya que está relacionado con el lenguaje simbólico que use.

Uno de los problemas que atraviesa nuestro país, es la crisis en la educación, especialmente en la enseñanza - aprendizaje de las matemáticas. Es innegable la importancia y trascendencia que adquieren las estrategias (métodos y procedimientos didácticos) utilizados por el docente para una buena enseñanza de la matemática, sea cualquiera el nivel en que se imparte el área. No obstante ello, es posible afirmar que muchos docentes tienen problemas para diseñar sus estrategias de enseñanza combinando convenientemente métodos y procedimientos, para encarar eficazmente su labor.

La enseñanza de la matemática se tornó hasta hace unos cinco años, puramente expositiva y verbalista. Deviene en el enunciado de propiedades, desarrollo de ejercicios de parte del docente, en una enseñanza de “pizarra y tiza” que relega al estudiante a un papel secundario en el proceso, haciendo de él un indiferente receptor pasivo.

El Ministerio de Educación (2013), informó que en la evaluación hecha por la UNESCO a través del Programa Internacional de evaluación de estudiantes (PISA), en el año 2012, los estudiantes obtuvieron resultados bajos en lo que respecta al aprendizaje del área de matemática, mostrando un bajo nivel de desempeño en la resolución de problemas debido a que tienen serias dificultades para traducir y expresar matemáticamente las condiciones propuestas en problemas, aplicar estrategias de solución para obtener las respuestas y justificarlas con argumentos matemáticos válidos, esto es la falta de éxito que tienen los estudiantes en el abordaje y resolución de problemas.<sup>1</sup>

Los resultados de las evaluaciones nacionales e internacionales que se han realizado en nuestro país sobre el rendimiento de los estudiantes en el área de matemática, tanto de Educación Primaria como de Secundaria, son desalentadores y nos dan un referente negativo de la gravedad de la situación relacionada con sus aprendizajes, pero también constituyen una importante base para conocer las fortalezas, dificultades y necesidades del sistema educativo, de manera que se pueda subsanar esta deficiencia formulando proyectos que apunten a una educación matemática de calidad. Por tanto esta problemática ha llevado a dirigir la atención hacia el proceso de enseñanza y aprendizaje de la resolución de problemas en matemática. En nuestro medio educativo, la baja calidad de los procesos de enseñanza en esta área, demuestra una desconexión de la matemática con el quehacer diario de los estudiantes, lo cual se evidencia en la descontextualización de las actividades propuestas para el aprendizaje de la matemática, además

---

<sup>1</sup> Ministerio de Educación (2012). *Propuesta pedagógica Matemática para la Vida*. Lima: Ministerio de Educación.

una de las causas evidentes por la que los estudiantes presentan dificultades en la resolución de problemas es el uso inadecuado de estrategias de enseñanza por parte del docente, siendo una de ellas el uso del lenguaje simbólico. La práctica tradicional ha hecho creer a los estudiantes que resolver un problema es relacionar a éste con una o varias operaciones que tienen que aplicar con los datos del problema, incluso esta relación se ve enfatizada con el esquema de solución de problemas: Por todo ello se hace necesario diseñar las estrategias que combinen métodos y procedimientos alternativos, que puedan estar al alcance del docente de modo que puedan ser utilizados con efectividad, para realizar en alguna medida la mejora de la realidad actual de la enseñanza de esta área.

## **1.2. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA**

### **PROBLEMA GENERAL.**

¿Existe relación entre el lenguaje simbólico del docente y el desarrollo de habilidades en la solución de problemas matemáticos en estudiantes del II al X semestre 2015 de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos?

### **PROBLEMAS ESPECÍFICOS**

- ¿Cómo se relaciona el lenguaje simbólico que utilizan los docentes y el desarrollo de las habilidades matemáticas en su carácter general en estudiantes del II al X semestre 2015 de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos?
- ¿Qué relación existe entre el lenguaje simbólico que utilizan los docentes y el desarrollo de las habilidades matemáticas básicas en la solución de problemas matemáticos en estudiantes del II al X

semestre 2015 de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos?

- ¿Cómo se relaciona el lenguaje simbólico que utilizan los docentes y el desarrollo de las habilidades matemáticas elementales la solución de problemas matemáticos en estudiantes del II al X semestre 2015 de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos?

### **1.3. OBJETIVOS.**

#### **OBJETIVO GENERAL:**

Establecer la relación existente entre el lenguaje simbólico del docente y el desarrollo de habilidades en la solución de problemas matemáticos en estudiantes del II al X semestre 2015 de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos.

#### **OBJETIVOS ESPECÍFICOS:**

- Determinar cómo se relaciona el lenguaje simbólico que utilizan los docentes y el desarrollo de las habilidades matemáticas en su carácter general en la solución de problemas matemáticos en estudiantes del II al X semestre 2015 de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos.
- Establecer la relación que hay entre el lenguaje simbólico que utilizan los docentes y el desarrollo de habilidades básicas en la solución de problemas matemáticos en estudiantes del II al X semestre 2015 de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos.

- Determinar la relación entre el lenguaje simbólico que utilizan los docentes y el desarrollo de habilidades elementales en la solución de problemas matemáticos en estudiantes del II al X semestre 2015 de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos.

#### 1.4. HIPÓTESIS.

##### **HIPÓTESIS GENERAL:**

Existe relación entre el lenguaje simbólico del docente y el desarrollo de habilidades en la solución de problemas matemáticos en estudiantes del II al X semestre 2015 de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos.

Ho: No existe relación entre el lenguaje simbólico del docente y el desarrollo de habilidades en la solución de problemas matemáticos en estudiantes del II al X semestre 2015 de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos.

##### **HIPÓTESIS ESPECÍFICAS:**

- **Hi<sub>1</sub>:** El lenguaje simbólico que utilizan los docentes se relaciona con el desarrollo de las habilidades matemáticas en su carácter general en la solución de problemas matemáticos en estudiantes del II al X semestre 2015 de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos.
- **Ho:** El lenguaje simbólico que utilizan los docentes no se relaciona con el desarrollo de habilidades básicas en la solución de problemas matemáticos en estudiantes del II al X semestre 2015 de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos.



- **Hi<sub>2</sub>**: El lenguaje simbólico que utilizan los docentes se relaciona con el desarrollo de habilidades elementales en la solución de problemas matemáticos en estudiantes del II al X semestre 2015 de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos.
- **Ho**: El lenguaje simbólico que utilizan los docentes no se relaciona con el desarrollo de las habilidades matemáticas en su carácter general en la solución de problemas matemáticos en estudiantes del II al X semestre 2015 de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos.
- **Hi<sub>3</sub>**: El lenguaje simbólico que utilizan los docentes se relaciona con el desarrollo de habilidades básicas en la solución de problemas matemáticos en estudiantes del II al X semestre 2015 de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos.
- **Ho**: El lenguaje simbólico que utilizan los docentes no se relaciona con el desarrollo de habilidades elementales en la solución de problemas matemáticos en estudiantes del II al X semestre 2015 de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos.

### 1.5. VARIABLES.

- **VARIABLE INDEPENDIENTE**: Lenguaje simbólico del docente
- **VARIABLE DEPENDIENTE**: Habilidades para la solución de problemas matemáticos.

## OPERACIONALIZACIÓN DE VARIABLES

Relación entre el lenguaje simbólico del docente y el desarrollo de habilidades en la solución de problemas matemáticos - Facultad de Educación de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos 2015.

VARIABLES	DEFINICIÓN CONCEPTUAL	DEFINICIÓN OPERACIONAL	DIMENSIONES	INDICADOR	ÍTEMS	TIPO DE VARIABLE	ESCALA
Lenguaje simbólico del docente	Es la simbología utilizada en matemáticas y, por otro lado, la estructura y presentación de los contenidos matemáticos.	LENGUAJE SIMBOLICO:OX	<ul style="list-style-type: none"> <li>• La acción.</li> <li>• Asociación de la palabra con la acción.</li> <li>• Conducta del relato.</li> <li>• Abstracción matemática.</li> <li>• Lenguaje gráfico.</li> <li>• Lenguaje simbólico.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Manipula objetos del medio o materiales.</li> <li>• Combina la manipulación de objetos con la expresión verbal mediante la cual explica lo que está haciendo.</li> <li>• Explica verbalmente lo que ha hecho en otro momento.</li> <li>• Explica verbalmente al referirse a una realidad general</li> <li>• Utiliza en sus explicaciones y operaciones matemáticas la representación gráfica.</li> <li>• Accede a un lenguaje matemático, al conocimiento y utilización de los signos matemáticos específicos.</li> </ul>	1 al 20	Cualitativa	Ordinal
Habilidades para la solución de problemas	La habilidad matemática es la construcción, por el estudiante, del modo de actuar inherente a una determinada actividad matemática, que le permite buscar o utilizar conceptos, propiedades, relaciones, procedimientos matemáticos, utilizar estrategias de trabajo, realizar razonamientos, juicios que son necesarios para resolver problemas matemáticos.	HABILIDADES MATEMATICAS: OY	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Habilidades matemáticas para resolver problemas matemáticos.</li> <li>• Habilidades matemáticas básicas.</li> <li>• Habilidades matemáticas elementales.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Destacan habilidades como identificar, observar, describir, modelar, calcular, fundamentar, valorar.</li> <li>• Ejecutan habilidades (demostrar, calcular, construir, explicar, fundamentar, etc.)</li> <li>• Destaca el reconocimiento de propiedades de figuras geométricas, realizar construcciones geométricas fundamentales</li> <li>• La acción a realizar es directamente con conceptos, teoremas y procedimientos.</li> </ul>	3 2 3	Cuantitativa	Discreta: Razón

### **DEFINICIÓN DE LA VARIABLE INDEPENDIENTE: LENGUAJE SIMBÓLICO DEL DOCENTE**

Es la simbología utilizada en matemáticas y, por otro lado, la estructura y presentación de los contenidos matemáticos.

### **DEFINICIÓN DE LA VARIABLE DEPENDIENTE: HABILIDADES PARA LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMATICOS.**

La habilidad matemática es la construcción, por el estudiante, del modo de actuar inherente a una determinada actividad matemática, que le permite buscar o utilizar conceptos, propiedades, relaciones, procedimientos matemáticos, utilizar estrategias de trabajo, realizar razonamientos, juicios que son necesarios para resolver problemas matemáticos.

#### **1.6. JUSTIFICACIÓN E IMPORTANCIA.**

La investigación es importante por cuanto demostró la relación que existe entre el lenguaje simbólico que utilizan los docentes y el desarrollo de habilidades para la solución de problemas matemáticos en estudiantes del II al X semestre 2015 de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos.

La presente investigación es relevante desde el punto de vista pedagógico porque brindará información sobre cómo emplean el docente el lenguaje simbólico en la enseñanza en el área de matemática en el nivel superior y como servirá de base para desarrollar habilidades matemáticas en los estudiantes de pre-grado, futuros docentes del nivel secundario, de modo que los aprendizajes en los estudiantes sean significativos.

Al establecerse la relación de variables se pudo enriquecer el conocimiento científico a fin de que sirva como fuente de información y se construyan los conocimientos y teorías respecto a la utilización del lenguaje simbólico por parte de los docentes universitarios que forman a los futuros docentes de la especialidad de Matemática para educación secundaria y del desarrollo de habilidades para la solución de problemas matemáticos en los estudiantes de educación superior de dicha casa de estudios.

Desde el punto de vista metodológico, el presente estudio ayudó a conocer las deficiencias que existen en el uso del lenguaje simbólico por los docentes en la enseñanza de la matemática del nivel superior para corregirlas, debido a que la solución de problemas cultiva procedimientos, métodos y heurísticas que son valiosos para la vida, porque ayuda a los estudiantes a adquirir distintas habilidades matemáticas, cognoscitivas y promueve en ellos actitudes positivas hacia la ciencia y actitudes científicas.

De la misma manera, desde el punto de vista social, también resulta de importancia, porque si se tiene en cuenta que el nivel de aprendizaje alcanzado por los estudiantes está vinculado – entre otros factores – con las estrategias de enseñanza, se debe reevaluar el currículo de formación docente de manera que se dé mayor énfasis a la enseñanza de estrategias en esta área a los futuros educadores como parte de su formación profesional, siendo este un factor importante para mejorar la calidad de la enseñanza en matemática. Por otra parte, servirá de base a futuras investigaciones que corroborarán o refutarán los resultados, de manera que

constituyan un referente a las autoridades para replantear futuras formación de docentes.

### **1.7. VIABILIDAD.**

La investigación se realizó en el año 2015 teniendo como unidades de análisis a los estudiantes del II al X semestre 2015 de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos.

Los resultados de la investigación fueron contrastados con las hipótesis aplicando el Coeficiente de Correlación de Rho de Spearman, la misma que determinó la existencia de una relación positiva a un nivel de 95% de confiabilidad y 0.05% de significancia entre el lenguaje simbólico del docente y el desarrollo de habilidades en la solución de problemas matemáticos en estudiantes del II al X semestre 2015 de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos.

La presente investigación se consideró viable por las siguientes razones:

- Los costos que generaron la realización del Proyecto fueron autofinanciados por la tesista.
- Se contó con suficiente bibliografía sobre el lenguaje simbólico y las habilidades matemáticas.
- Se contó con la accesibilidad de los estudiantes del II semestre 2015 de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos., Lima - 2015.
- Los recursos materiales, tecnológicos y otros que se requirieron estuvieron al alcance de la tesista.

## **1.8. LIMITACIONES.**

Las limitaciones del trabajo de investigación se detallan a continuación:

En primer lugar, es pertinente aclarar que este estudio está limitado solo a determinar la relación del lenguaje simbólico del docente y el desarrollo de habilidades en la solución de problemas matemáticos, tomando en cuenta conceptos rigurosamente científicos en el contexto de la presente investigación.

Y en segundo lugar, en cuanto a la generalización y conclusión de los resultados, podemos afirmar que estos se han circunscrito únicamente a la población (estudiantes) caracterizada en el estudio y no a todas las instituciones de educación superior, ya que cada una de ellas tiene sus propias características y particularidades.

## CAPÍTULO II

### MARCO TEÓRICO

#### 2.1. ANTECEDENTES.

La presente investigación ha tomado como base importantes estudios realizados a nivel internacional y nacional, entre los cuales tenemos:

##### 2.1.1. A NIVEL NACIONAL

- A) En Lima, en el distrito de San Juan de Lurigancho, Llanos (2008), investigó acerca de **estrategias heurísticas de resolución de problemas en el aprendizaje de la matemática en estudiantes del cuarto año de secundaria de la Institución Educativa “José María Arguedas”**. Este estudio cuasi experimental analizó los efectos que produce la aplicación de estrategias heurísticas de resolución de problemas en el aprendizaje de la matemática, encontrándose diferencias significativas entre los grupos de estudio respecto del pos-test, notándose que los alumnos que recibieron las estrategias de resolución de problemas alcanzaron puntajes más elevados en comparación con el otro grupo que recibieron clases bajo el método tradicional.

- B) En Lima, en el distrito de Ventanilla ( 2012) en su investigación **estrategias de enseñanza y resolución de problemas**

### **matemáticos según la percepción de estudiantes del cuarto grado de primaria de una institución educativa – ventanilla.**

Existe una relación positiva moderada entre las estrategias de enseñanza y la capacidad de resolución de problemas matemáticos según la percepción de estudiantes del cuarto grado de educación primaria de una institución educativa pública de Ventanilla.

Existe una relación positiva baja entre las estrategias de enseñanza para activar o generar conocimientos previos y la capacidad de resolución de problemas matemáticos según la percepción de estudiantes del cuarto grado de educación primaria de una institución educativa pública de Ventanilla.

Existe una relación positiva baja entre las estrategias de enseñanza para orientar la atención de los estudiantes y la capacidad de resolución de problemas matemáticos según la percepción de estudiantes del cuarto grado de educación primaria de una institución educativa pública de Ventanilla.

Existe una relación positiva baja entre las estrategias de enseñanza para promover el enlace entre los conocimientos previos con la nueva información y la capacidad de resolución de problemas matemáticos según la percepción de estudiantes del cuarto grado de educación primaria de una institución educativa pública de Ventanilla.

#### **2.1.2. A NIVEL INTERNACIONAL.**

C) SASTRE, BOUBÉE, REY Y DELORENZI ( 2008) en su investigación efectuada sobre **“La comprensión: proceso lingüístico y**



**matemático”** concluye que las falencias de los alumnos al ingresar al nivel universitario para resolver problemas matemáticos, e identificando que gran parte de estos conflictos se deben al hecho de no poder comprender claramente la consigna de los mismos, en este trabajo se intenta mostrar la importancia de este paso inicial y la posibilidad que los docentes de matemática tenemos de promover esta capacidad.

Según el estudio, esta propuesta no debe considerarse en detrimento del trabajo matemático específico, del tratamiento de representaciones semióticas en el registro simbólico, sino que, según entendemos, estas actividades son una herramienta potente para intentar zanjar la brecha entre el enunciado del problema y su resolución, mediante su completa comprensión. La propuesta muestra la necesidad del tratamiento de las representaciones en el registro de la lengua natural para su posterior conversión al registro simbólico, tendientes a la resolución del problema

D) SILVA (2009): En su investigación **“Método y estrategias de resolución de problemas matemáticos utilizadas por alumnos del sexto grado de primaria”**, que fue llevada a cabo en México sobre la relación entre el método y las estrategias para la resolución de problemas en alumnos del sexto grado de primaria con la intención de comparar las estrategias que emplean para resolver problemas y extraer aciertos y desaciertos de las mismas. La muestra estuvo conformada por 57 alumnos de 9 escuelas y los

instrumentos usados fueron prueba de resolución de problemas matemáticos y la entrevista. El estudio reveló que los conocimientos previos son herramientas claves para el éxito en la resolución de problemas, especialmente en aquellos que demandan la aplicación de conceptos específicos –como los de geometría. Además se observó una correlación más fuerte entre la comprensión de los problemas y la resolución de los mismos.

Comprender exactamente lo que se pregunta, así como las nociones del problema –lo cual está ligado a conocimientos previos- es indispensable para enfrentar con eficacia la resolución de problemas.

E) CAMÓS; M. RODRÍGUEZ (2009) en su investigación titulada “**Los lenguajes del docente y su relación con los apuntes del alumno**” concluye que parecería que el docente considera que al alumno le resultará más comprensible (y es posible) escribir las nociones primero en este lenguaje mixto y luego formalizarlo.

Hay un recurso que utiliza continuamente: mientras enuncia oralmente, escribe en simultáneo en el pizarrón en lenguaje centralmente simbólico. Los alumnos en su mayoría copian lo escrito en el pizarrón, con muy pocos agregados y a veces con algún tipo de imprecisión. Si el alumno comprende lo que el docente está diciendo oralmente, podría ocurrir que copie únicamente lo que ha registrado en el pizarrón por considerar que eso refleja su comprensión. Llegado el momento de estudiar por medio de sus apuntes, su entendimiento puede verse dificultado según pueda o no

reconstruir lo ocurrido en la clase (aquello que sí entendía proveniente del medio oral) o bien que pueda extraer significado de los símbolos (por tener facilidad para ello o mayor comprensión). Ahora bien, si el alumno no comprende lo que dice oralmente el docente, puede ocurrir que intente registrar lo más posible de lo que está diciendo en el medio oral para, en una etapa posterior, intentar nuevamente comprender a partir de sus apuntes.

En síntesis, la claridad y el hilo conductor propuesto en el medio oral por el docente pueden no bastar para la comprensión de los estudiantes si ocurre que, simultáneamente a la explicación oral, se conforma un escrito en el pizarrón en lenguaje simbólico que resulta fragmentado, al ser leído sin la explicación oral. Es necesario enseñar a extraer significado de los símbolos para facilitar la tarea individual del estudiante que debe realizar con sus apuntes, posteriormente a la clase.

F) YINETH AGUIRRE MARÍN (2014). **Propuesta metodológica para manejar el lenguaje simbólico en la interpretación de situaciones problemáticas desde la operación suma en los números racionales en los estudiantes de cuarto de primaria de La Compañía de María “la enseñanza” de Medellín.** Trabajo de Investigación para optar al título de: Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales. Trabajo donde se extrae que:

En los resultados de la prueba diagnóstica se puede constatar que algunas estudiantes mostraron dificultad al interpretar los enunciados y por ende para identificar la operación u operaciones a

realizar, también hubo estudiantes que realizaron los procedimientos incorrectamente. Lo anterior evidencia que a las estudiantes les cuesta el seguimiento de instrucciones escritas, no relacionan el lenguaje cotidiano con el lenguaje matemático y presentan vacíos conceptuales en las fracciones y en los conceptos previos, esto impide que el aprendizaje sea significativo. De las dificultades que mostraron las estudiantes la que más influye en el proceso de enseñanza aprendizaje es la comprensión de lectura, ya que esto implica que al comprender las instrucciones tanto orales como escritas, las estudiantes podrán comprender el problema y realizar el plan para resolverlo. Las herramientas que deben tener las estudiantes para expresar una situación utilizando las matemáticas no son las esperadas según su edad; y las que poseen, en su mayoría, son mal utilizadas, porque el razonamiento matemático de las estudiantes presenta vacíos en la lógica para la comprensión e interpretación de enunciados en lenguaje natural y simbólico. En el trabajo se propone un proyecto de aula llamado “El mundo de los números fraccionarios”, en este se involucran una serie de situaciones problema enfocadas al algoritmo de la suma en el conjunto de los números racionales para las estudiantes del grado cuarto de primaria del colegio La Compañía de María, que les permitirá acercarse al uso del lenguaje simbólico desde enfoques pedagógicos y metodológicos y busca el aprendizaje para la comprensión, lo que implica ser un docente guía que oriente a sus alumnos mientras construyen el conocimiento.

## 2.2. BASES TEÓRICAS.

### 2.2.1. EL LENGUAJE SIMBÓLICO.

Cuando hablamos de lenguaje matemático nos estamos refiriendo a dos cuestiones distintas pero interrelacionadas, a saber: la simbología utilizada en matemáticas y, por otro lado, la estructura y presentación de los contenidos matemáticos.

Según Pimm<sup>2</sup> “La simbología matemática está repleta de caracteres gráficos ( $>$ ,  $\%$ ,  $/$ ,  $\neq$ ,  $+$ ,  $\Sigma$ ,  $\sqrt{\quad}$ , ...), denominados logogramas que son como las “palabras” de un idioma. Estos símbolos se deben conocer para interpretar lo que se quiere decir con ellos, al tiempo que se deben utilizar para expresar lo que se quiera decir. Todos los símbolos son necesarios para la perfecta construcción de ideas, de manera que la sustitución de alguno de ellos por otro diferente, aunque sea gráficamente parecido, cambiaría totalmente el significado. Es decir, todas y cada una de las “palabras” matemáticas tienen un significado concreto, no existiendo sinónimos”<sup>3</sup>.

Según la misma fuente, como otras ciencias, la matemática posee un lenguaje específico que simplifica y clarifica la comunicación, designando de una manera exacta sus contenidos. Por medio del lenguaje matemático los enunciados se presentan de forma genuina,

---

<sup>2</sup> PIMM, D. (1990): El lenguaje matemático en el aula, M.E.C.-Morata, Madrid.

<sup>3</sup> ORTEGA DAFO, Juan Francisco y ORTEGA DAFO, José Ángel (2004): Ob. Cit., p. 2.

sin ambigüedades. Todos y cada uno de los símbolos utilizados tienen una tarea determinada, sin solapamientos ni posibles equívocos, mientras que también la estructura de su presentación es idónea para su perfecta comprensión.

El conocimiento y uso del lenguaje matemático resulta totalmente necesario, siendo la mejor y única manera de comunicación correcta en esta ciencia. Si se pierde la gran virtud de las matemáticas que supone su exactitud y precisión, nos quedaría una ciencia con un lenguaje pobre que produciría errores y confusiones. Un estudiante de matemáticas tiene que saber los rudimentos del lenguaje matemático, de la misma forma que un alumno de literatura castellana debe extender su estudio a las herramientas básicas necesarias para comprender dicha materia: la gramática y la sintaxis castellana.

Por otra parte, la presentación de los contenidos matemáticos se realiza mediante enunciados como Definición, Teorema, Proposición, Lema, Demostración, Corolario, etc., de manera que cada uno de ellos predice su contenido. Así, todo enunciado o afirmación en matemáticas debe ser presentado dentro de uno de estos epígrafes, ayudando así a una clara organización y estructura de los contenidos de la materia.

### 2.2.2. ADQUISICIÓN DEL LENGUAJE SIMBÓLICO.

De acuerdo con G. Mialaret <sup>4</sup> las etapas por las que pasa el estudiante en el proceso de adquisición del lenguaje matemático, y que el docente debe saber, son las siguientes:

1. La acción.
2. Asociación de la palabra con la acción.
3. Conducta del relato.
4. Abstracción matemática.
5. Lenguaje gráfico.
6. Lenguaje simbólico.

Muy resumidamente, este proceso viene a significar lo siguiente. El primer lenguaje del ser humano es la actividad que éste desarrolla, con objetos del medio o con materiales especialmente diseñados para estimular el aprendizaje intuitivo de diversas cuestiones lógicas y matemáticas. El segundo lenguaje o fase estaría constituido por una actividad en la que el aprendiz combina la manipulación de objetos con la expresión verbal mediante la cual explica lo que está haciendo. La tercera fase, del relato, tiene lugar cuando el alumno, sin realizar ninguna actividad, en ausencia de los objetos, es capaz de explicar verbalmente lo que ha hecho en otro momento.

---

<sup>4</sup> MIALARET, Gimeno (1997): Las matemáticas: cómo se enseñan, cómo se aprenden. Pablo del Río. Madrid, págs. 26-28.

La cuarta fase, de abstracción matemática, se produce cuando el estudiante es capaz de explicar verbalmente no ya una determinada operación con referencia específica a elementos concretos de la realidad, sino cuando es capaz de referirse a una realidad general, esquematizada como resultado de la captación de elementos comunes a diversas circunstancias específicas. La quinta etapa, de lenguaje gráfico, se produce cuando el alumno utiliza en sus explicaciones y operaciones matemáticas no ya la palabra sino la representación gráfica. A esta fase del lenguaje matemático el alumno podría acceder mediante una doble vía: o bien como continuación del proceso anterior, o bien directamente desde la realidad de los objetos y las acciones, a su representación gráfica, sin el paso intermedio de la palabra. La última etapa en la adquisición del lenguaje matemático por el estudiante implica el acceso de éste al conocimiento y utilización de los signos matemáticos específicos como son los correspondientes a la numeración, a las operaciones básicas del cálculo, a las operaciones con conjuntos, etc. Para acceder a esta última etapa del lenguaje matemático se puede seguir la misma doble vía que en el caso anterior.

Al tratar de evaluar los textos de matemáticas según este apartado, debemos en primer lugar delimitar cual es para nosotros el proceso más adecuado de desarrollo del lenguaje matemático. En este sentido parece necesario hacer una aclaración. En principio, en el proceso de desarrollo del lenguaje subyacen cuatro tipos bien



delimitados: lenguaje de la acción, lenguaje de la palabra, lenguaje gráfico y lenguaje simbólico. El estudiante debe tomar contacto con ellos desde el primer momento de aprendizaje de las matemáticas pero se debe insistir predominantemente en principio en el lenguaje de la acción, después en el de la palabra, en tercer lugar en el gráfico-icónico y en último lugar en el simbólico. Si revisamos libros antiguos para la enseñanza de las matemáticas vemos que no se hace apenas referencia al lenguaje de la acción ni al de la imagen. Predominan ampliamente los lenguajes verbal y simbólico que el alumno ha de aprender desde el principio y con unas características poco adaptadas a su capacidad de comprensión, por lo que con frecuencia se provoca un aprendizaje nominal, superficial.

En el nivel correspondiente al ciclo inicial predominan fundamentalmente los lenguajes de tipo activo, verbal, gráfico y menos el simbólico. El análisis de textos de este nivel nos revela una utilización predominante de los lenguajes gráficos y verbales, y en menor medida, de los lenguajes activo y simbólico. La misma naturaleza del texto pone límites al lenguaje de la acción, aunque hay excepciones. Algunos textos recientes vienen acompañados de materiales especialmente diseñados para manipular. Sin embargo, la característica más frecuente es que la actividad se estimule no ya sobre objetos sino sobre la imagen. Esta ha pasado a ocupar un lugar fundamental en el texto, al punto de que la palabra pasa a ser como un elemento complementario de la imagen.

El lenguaje simbólico, que en este primer ciclo se limita a los signos representativos de la numeración, de las operaciones con conjuntos y de las operaciones básicas de cálculo, es, en realidad muy limitado y su adquisición debe venir facilitada por los otros tipos de lenguaje matemático. Se define a la palabra crítico como: "el arte de juzgar de la bondad, belleza o verdad de las cosas"<sup>5</sup>.

### **2.2.3. CARACTERÍSTICAS DEL LENGUAJE MATEMÁTICO VERBAL.**

Dentro de la dimensión verbal del lenguaje matemático que los docentes en actividad o futuros docentes que van a formar estudiantes deben saber es necesario referirse a tres importantes aspectos relativos al vocabulario, a la expresión y a las implicaciones psicopedagógicas.

Según Rosales, en principio, existe una cierta similitud entre la adquisición del lenguaje matemático y la del lenguaje verbal en términos generales. El alumno comienza por comprender multitud de términos que no siempre utiliza. Por ejemplo, comprende el significado de verbos como juntar, alargar, tomar, sacar, comparar. Comprende también el significado de nombres como montón, fila, hilera, trozo, docena, ciento, etc.<sup>6</sup>

---

<sup>5</sup> MIALARET, Gimeno (1997): Ob. Cit., p. 30.

<sup>6</sup> ROSALES LÓPEZ, Carlos (2001): El lenguaje matemático en los textos escolares. Artículo disponible en [http://e-spacio.uned.es/fez/eserv.php?pid=bibliuned:lenguaje\\_matematico.pdf](http://e-spacio.uned.es/fez/eserv.php?pid=bibliuned:lenguaje_matematico.pdf) Fecha de acceso: 2 de junio del 2015.

Resulta necesario que los textos de matemáticas tomen como vocabulario de partida estas expresiones que de forma natural el estudiante conoce. Ahora bien, será necesaria una larga serie de ejercicios de perfeccionamiento y precisión matemática de dichas expresiones naturales y es necesaria una estimulación progresiva para que el alumno vaya poniendo en práctica lo que hasta entonces sólo comprende. Según investigaciones de Vandevalde, el alumno no llega a conocer plenamente el significado de expresiones como “mayor que”, “menor que”, “dos veces más que” y “dos veces menos que” hasta un nivel correspondiente a un grado mayor de escolaridad.

Según Mialaret en el proceso de adquisición del vocabulario matemático es necesario realizar ejercicios de:

- Presentación de la palabra asociándola con el significado correspondiente.
- Ejercicios que permitan establecer vínculos entre la palabra y su significado y al revés, entre las propiedades matemáticas y las palabras con que se expresan.
- Ejercicios para la consolidación y recuerdo de la palabra <sup>7</sup>.

Así pues, los textos de matemáticas para el nivel inicial, que también los docentes deben tener en cuenta, deberían partir del vocabulario matemático natural e ir presentando ejercicios como los indicados

---

<sup>7</sup> MIALARET, Gimeno (1997): Ob. Cit., p. 68.

que estimularan un uso progresivamente preciso y que evitaran ciertos errores y confusiones fáciles en los primeros cursos en el uso de las palabras nuevas. Estas deberán aparecer muy dosificadas, arrojando siempre a los nuevos términos, otros ya conocidos suficientemente por los alumnos.

Dentro de la utilización del lenguaje verbal por el alumno de primer ciclo es necesario distinguir entre el uso que hace del vocabulario, propiamente dicho y el uso que se hace de las expresiones o frases. Parece necesario insistir además, en cuanto al vocabulario en los aspectos comunes pero no siempre respetados de su precisión (términos usados sin posibilidad de confusiones o ambigüedades), su familiaridad, es decir, que pertenezcan en su mayor parte al dominio del alumno, su graduación, es decir, que se introduzcan pocos términos nuevos por unidad de aprendizaje y fundamentalmente, su consolidación, a través de la aparición del mismo término varias veces más, de forma espaciada a través de las siguientes unidades del texto.

En cuanto a la utilización de la frase como unidad significativa en la que se integra la palabra, es necesario que responda por una parte a las exigencias de precisión, exactitud expresiva y brevedad para facilitar la comprensión del contenido.

Pero al mismo tiempo es necesario que presente unas características de flexibilidad y tono conversacional y ameno, sentido

estético adaptado a las formas normales de expresión del alumno y de las personas que lo rodean.

El análisis de textos revela a este respecto la casi nula utilización de la frase en sentido conversacional y estético. Las expresiones que se utilizan con más frecuencia se componen de una sola o pocas palabras y tienen un carácter eminentemente indicativo, imperativo. Por ejemplo, aparecen muchas veces expresiones como “suma”, “resta”, “calcula”, “dado los conjuntos”, etc. Muy pocas veces aparece la interrogación y la impresión general resultante es que la palabra se utiliza como simple complemento de la imagen y de los números.

Las expresiones más amplias aparecen en los enunciados de los problemas pero, los problemas constituyen una mínima parte de las unidades de los textos de matemáticas. El lenguaje verbal se constituye en un reflejo fehaciente de las características del texto de matemáticas para este nivel. Falta contextualización (que se podría lograr en parte a través del lenguaje verbal), falta contacto directo con el alumno (también verificable a través del diálogo, aunque sea escrito) y abunda la automatización de operaciones que por su carácter reticente, repetitivo, no necesitan de mucha explicación. Hay que hacer honor al creciente protagonismo del lenguaje gráfico que viene a ocupar lo que en los antiguos textos era exposición verbal deductiva, pero ello no justifica totalmente la carencia de una expresión verbal más fluida, dialogante y estética que podría ser

vehículo de estímulos motivadores y de referencias contextualizadas para las operaciones matemáticas.

#### **2.2.4. EL LENGUAJE NATURAL Y EL LENGUAJE MATEMÁTICO**

Una de las razones que dificultan el aprendizaje de las matemáticas es porque se expresan en un lenguaje especial, que es un dialecto o jerga del lenguaje natural (en nuestro caso, castellano), en el que no deben caber las ambigüedades ni la posibilidad de interpretaciones diversas.

Para entender y aprender las matemáticas es necesario conocer su idioma, pues en caso contrario, aunque se digan cosas muy sencillas, no se entenderán.

Algunos ejemplos que hacen del lenguaje matemático un lenguaje especial son los siguientes:

1. En el lenguaje natural no se utiliza el cero como número.
2. En el lenguaje matemático, una recta es el ejemplo más sencillo de curva.
3. En el lenguaje natural, sumar es aumentar y restar es disminuir.  
En el lenguaje matemático, sumar es aumentar o disminuir (si se suma un número negativo).
4. En el lenguaje natural, ser iguales es ser indistinguibles. En el lenguaje matemático, una igualdad es una equivalencia.

5. Cuando se dice un número, en el lenguaje natural se refiere a uno cualquiera determinado, mientras que en el lenguaje matemático se refiere a todos los números.
6. En el lenguaje matemático una curva simple es una curva que no se corta a sí misma, aunque su forma sea extraordinariamente complicada.
7. En el lenguaje matemático, la diferencia entre 11 y 6 siempre es 5, mientras que en el lenguaje natural depende del público presente (su tamaño, su número de cifras, su paridad, etc.).

### 2.2.5. NECESIDAD DE SÍMBOLOS EN EL LENGUAJE MATEMÁTICO

Las matemáticas siempre se ligan a la existencia de símbolos raros que, paradójicamente, son necesarios para expresarlas de forma concisa y sencilla. Como muestra, dos ejemplos de la forma en que simplifican los símbolos:

Euclides (300 a.C.): Si un segmento rectilíneo se corta por un punto arbitrario, el cuadrado del total es igual a los cuadrados de cada uno de los segmentos y el doble del rectángulo cuyos lados son los segmentos. Con símbolos:  $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$ .

Arquímedes (225 a.C.): El área de un círculo es igual a la del triángulo cuya base es el perímetro de su circunferencia y la altura es igual al radio. Con símbolos:  $A = \pi r^2$ .<sup>8</sup>

---

<sup>8</sup> Lenguaje matemático y básico. Disponible en [http://www.dma.fi.upm.es/gies/informates/Temas\\_Basicos/basicos\\_0\\_1.pdf](http://www.dma.fi.upm.es/gies/informates/Temas_Basicos/basicos_0_1.pdf) Fecha de acceso: 2 de junio del 2015.

### **2.2.6. HABILIDADES MATEMÁTICAS**

Las habilidades matemáticas, son reconocidas por muchos autores, como aquellas que se forman durante la ejecución de las acciones y operaciones que tienen un carácter esencialmente matemático. A partir del análisis realizado acerca del concepto de habilidad y sus principales tendencias, del papel de la resolución de problemas en el aprendizaje de la Matemática y lo que caracteriza la actividad matemática del alumno concluimos que:

La habilidad matemática es la construcción, por el alumno, del modo de actuar inherente a una determinada actividad matemática, que le permite buscar o utilizar conceptos, propiedades, relaciones, procedimientos matemáticos, utilizar estrategias de trabajo, realizar razonamientos, juicios que son necesarios para resolver problemas matemáticos.

Las habilidades matemáticas expresan, por tanto, no sólo la preparación del alumno para aplicar sistemas de acciones (ya elaborados) inherentes a una determinada actividad matemática, ellas comprenden la posibilidad y necesidad de buscar y explicar ese sistema de acciones y sus resultados, de describir un esquema o programa de actuación antes y durante la búsqueda y la realización de vías de solución de problemas en una diversidad de contextos; poder intuir, percibir el posible resultado y formalizar ese conocimiento matemático en el lenguaje apropiado.

Este concepto indica, que no es suficiente pensar en la preparación del alumno para multiplicar fracciones, demostrar un teorema o resolver una ecuación, también atiende a sus posibilidades para



explicar el modo de actuar, proyectar el método o procedimiento a emplear, estimar las características del resultado que le permita comparar el objetivo con lo logrado y poder escribirlo en el lenguaje apropiado, en las diferentes formas de representación.

Un indicador que se destaca es que la habilidad se ha formado cuando el sujeto es capaz de integrarla con otras en la determinación de vías de solución, cuando deja de ser un eslabón aislado para ubicarla en un contexto, ya que en esas condiciones sólo alcanza potencialidades muy limitadas que no permiten enfrentar una diversidad de situaciones en un contexto dado.

La habilidad para resolver problemas expresa el objetivo central de la escuela cubana de preparar al hombre para la vida, "educarlo para servir a la humanidad participando desde la misma escuela en la construcción de la sociedad: es prepararlo para resolver problemas como resultado de que en su estancia en la institución docente aprenda a resolverlos (...)". Este objetivo se propone lograr que el alumno enfrente la resolución de problemas "como instrumento formativo fundamental".

La habilidad para resolver problemas matemáticos es la construcción, por el alumno, de los modos de actuar y métodos de solución de problemas utilizando los conceptos, teoremas y procedimientos matemáticos, en calidad de instrumentos, y las estrategias de trabajo heurístico para la sistematización de esos instrumentos en una o varias vías de solución.

## **2.2.7. HABILIDADES MATEMÁTICAS ATENDIENDO A LOS NIVELES DE**

### **SISTEMATICIDAD DE LA ACTIVIDAD MATEMÁTICA**

Atendiendo a los tres niveles de sistematicidad (general, particular y singular) se ha podido diseñar un sistema de habilidades matemáticas en el que se definen las habilidades que se corresponden con cada nivel, tomando como referencia el papel de la resolución de problemas en la orientación y ejecución de dicha actividad.

Las habilidades matemáticas, en esos tres niveles de sistematicidad de la actividad matemática (general, particular y singular) las caracterizamos de la forma siguiente:

El planteamiento de problemas se comprende como un medio para estimular en el alumno la interpretación de una determinada situación analizar las condiciones que se dan para luego discernir las vías de solución, partiendo de los conceptos, teoremas y procedimientos que son los instrumentos de que dispone y los modos de sistematizarlos en función de un objetivo (estrategias) según la interpretación realizada.

1. La habilidad matemática para resolver problemas matemáticos, en su carácter general, sistematiza también las habilidades docentes, lógicas o intelectuales; que guían el proceso de búsqueda y planteamiento de solución. Así se destacan habilidades como

identificar, observar, describir, modelar, calcular, fundamentar, valorar, etc., que están presentes en la comprensión y búsqueda de vías de solución, en su descripción y finalmente en la valoración de los resultados.

2. Las habilidades matemáticas básicas son las construcciones que hace el alumno de métodos de solución o análisis, de un problema matemático, constituyen objetivos parciales en la preparación de los alumnos para resolver determinados problemas. En ellas se pueden concretar métodos de solución para uno o varios tipos de problemas.

El contenido de esta habilidad matemática refleja la exigencia en cuanto a la sistematización de las habilidades referidas a la elaboración o utilización de conceptos, propiedades, procedimientos algorítmicos o heurísticos que posibilitan el desarrollo de la habilidad general porque brindan métodos de solución para el o los problemas que al alumno se plantean.

Los rasgos que caracterizan las habilidades matemáticas básicas son:

- Responden a un eslabón o nivel de desarrollo parcial de la habilidad general.
- Indican el nivel de aplicación exigido a conceptos, relaciones y procedimientos que se sistematizan en un método de solución;
- Delimitan la acción a ejecutar (demostrar, calcular, construir, explicar, fundamentar, etc.);

- No tienen un carácter específico al ser aplicable en una diversidad de situaciones;
- Expresan el nivel de profundidad con que se deben elaborar y utilizar los conceptos, teoremas y procedimientos que se sistematizan en el método de solución.

Ejemplos de habilidades matemáticas básicas, en relación con la habilidad general señalada son: demostrar igualdad de figuras, construir triángulos y cuadriláteros, calcular áreas y perímetros de triángulos y cuadriláteros, etc.

3. Las habilidades matemáticas elementales son las construcciones de procedimientos específicos derivados directamente del modo de operar con los conceptos, teoremas o procedimientos que al establecer las conexiones entre ellos conforman métodos de solución, constituyen la base de las habilidades matemáticas básicas.

En ellas se encuentran las operaciones de cálculo, por ejemplo, que llegan a alcanzar un alto grado de sistematización en los alumnos de la escuela media. Esta habilidad refleja las condiciones concretas, particulares, que son necesarias en las habilidades referidas a la elaboración o utilización de los conceptos, propiedades, procedimientos algorítmicos o heurísticos que debe desarrollar el alumno.

Se destacan también como habilidades de carácter elemental el reconocimiento de propiedades de figuras geométricas, realizar construcciones geométricas fundamentales, etc., que se ejecutan en el contexto de las habilidades matemáticas básicas que se forman durante toda la formación geométrica del alumno.

Los rasgos que caracterizan las habilidades matemáticas elementales son:

- Tienen un carácter específico con relación al modo de actuar dado en la habilidad general;
- Se determina de la acción a realizar directamente con conceptos, teoremas y procedimientos;
- Indican condiciones (previas o no) necesarias para desarrollar la habilidad matemática básica.

Estas precisiones sobre las habilidades matemáticas ofrecen un corte vertical y favorecen la interpretación de los niveles de desarrollo del alumno, con la determinación de hasta dónde puede o no llegar con relación a los problemas matemáticos que como objetivo de su aprendizaje tiene que aprender a resolver en un contexto determinado<sup>9</sup>.

---

<sup>9</sup> Habilidades matemáticas: Disponible en <http://www.monografias.com/trabajos81/proceso-formacion-habilidades-matematicas>. Fecha de acceso: 10 de Octubre 2015.

<sup>10</sup> COVEÑAS, N. (2004): Matemática. Editorial Naquiche, Lima, p. 54.

## 2.2.8. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

### 2.2.8.1. Aspectos generales:

Para Coveñas<sup>(10)</sup>, “lógica simbólica o lógica matemática es una disciplina de las matemáticas que estudia los sistemas formales, así como conceptos tales como demostración matemática y computación todo ello como parte de los fundamentos de las matemáticas. Comprende aquellas partes de la lógica que pueden ser modeladas matemáticamente. Lógica simbólica fue una de las primeras denominaciones, surgida como distinción a lógica filosófica; también denominada a veces metamatemática”.

“Lógica Matemática fue el nombre dado por Giuseppe Peano para esta disciplina. En esencia, es la lógica de Aristóteles, pero desde un punto de vista de una nueva notación, más abstracta, tomada del álgebra. Previamente ya se hicieron algunos intentos de tratar las operaciones lógicas formales de una manera simbólica por parte de algunos filósofos matemáticos, tales como Leibniz y Lambert; pero su labor permaneció desconocida y aislada. Fueron George Boole y Augustus De Morgan, a mediados del siglo XIX, quienes primero presentaron un sistema matemático para modelar operaciones lógicas. La lógica tradicional aristotélica fue reformada y completada, obteniendo un instrumento apropiado para investigar sobre los fundamentos de las matemáticas”<sup>11</sup> .

---

<sup>11</sup> INDRIAGO MONTERO, Raúl (2003): Procesos Cognitivos Básicos. Años Escolares. Ediciones Psicología Evolutiva. Madrid-España, p. 46.

El tradicional desarrollo de la lógica enfatizaba su centro de interés en la forma de argumentar, mientras que la actual lógica matemática lo centra en un estudio combinatorio de los contenidos.

Esto se aplica tanto a un nivel sintáctico (por ejemplo, el envío de una cadena de símbolos perteneciente a un lenguaje formal a un programa compilador que lo convierte en una secuencia de instrucciones ejecutables por una máquina), como a un nivel semántico, construyendo modelos apropiados (teoría de modelo).

Existen situaciones cotidianas que implican un desafío para el ser humano. Dichas situaciones son problemas que requieren procesos de pensamiento del tipo lógico matemático para su resolución. A su vez, estos procesos ayudan al ser humano en el intento de ir interpretando la realidad e ir apropiándose del mundo en que vive.

Según Armendáriz<sup>12</sup>, la matemática usa sus propios procedimientos para resolver problemas derivados de:

- La existencia de múltiples objetos y la necesidad de cuantificarlos que da origen al número.
- La existencia del espacio que da origen a la geometría.
- Los cambios en las cantidades de objetos y las causas que los provocan dando origen al cálculo.
- Las causas múltiples e incontrolables de algunos fenómenos que dan origen a las probabilidades y la estadística.

---

<sup>12</sup> ARMENDARIZ, J. (2003): Didáctica de las matemáticas y Psicología. Revista Infancia y aprendizaje, Argentina, p. 54.

- La estructura formal del pensamiento que da origen a la lógica.

El uso del simbolismo para representar relaciones, conceptos y principios matemáticos dando origen al álgebra.

La resolución de problemas debe proveer el contexto en el cual se desarrollen capacidades matemáticas y pueda llevarse a cabo un aprendizaje conceptual. Puede considerarse la matemática como una construcción social que incluye conjeturas, pruebas y refutaciones. La idea de enseñanza de la matemática asociada a esta concepción, sostiene que los estudiantes deben comprometerse en actividades con sentido, originadas a partir de situaciones problemáticas. Los alumnos de primer año de la facultad presentan problemas derivados de falencias en la articulación entre la enseñanza media y la superior, lo cual incide de forma relevante en la enseñanza de la matemática, ya que se necesita de un dominio adecuado de los conocimientos y habilidades precedentes para poder afrontar con éxito los nuevos contenidos.

Para Sastre Vázquez: “Los alumnos manejan mejor la operatoria numérica, plasmada en ejercicios descontextualizados, mientras que al enfrentarse a situaciones problemáticas, un alto porcentaje no las resuelve, o lo hace mal”<sup>13</sup>.

Una parte importante de las dificultades de los alumnos ante la resolución de problemas se debe a no poder dar “el primer paso”, el

---

<sup>13</sup> SASTRE VÁZQUEZ, P.; BOUBÉE, C., y REY, G. (2005): “Dificultades en la resolución de problemas del alumno ingresante a Ingeniería Agronómica”, en: Actas XIX Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa, RELME 19, Montevideo, p. 9.



que consideramos básico y fundamental, que es la lectura comprensiva del enunciado del problema, su interpretación acabada, que es la base sobre la cual deberá construirse la posterior resolución, que también puede presentar problemas, pero de otro tipo.

En ese sentido, centrándonos en este paso inicial, creemos que nuestra tarea como docentes de matemática no es decir: "...estos chicos no saben resolver problemas matemáticos...", o endilgar culpas a nuestros colegas de lengua con quienes pocas veces trabajamos de modo integrado, sino analizar qué porción de responsabilidad nos cabe y que estrategias están a nuestro alcance para modificar esta situación.

#### **2.2.8.2. Tratamiento y conversión de representaciones semióticas:**

Para Raymund Duval <sup>14</sup> la habilidad para cambiar de registro de cualquier representación semiótica ocupa un lugar central en el aprendizaje de las matemáticas. Entiende por representaciones semióticas a las "producciones constituidas por el empleo de signos que pertenecen a un sistema de representación, el cual tiene sus propias limitaciones de significado y de funcionamiento". Estas representaciones no son sólo útiles para fines de comunicación, sino

---

<sup>14</sup> DUVAL, R. (1996): "Registres de représentation semiotique et fonctionnement cognitif de la pensée", en: *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives* 5, IREM de Strasbourg. Traducción para fines educativos. Departamento de Matemática Educativa del Cinvestav-IPN, México, 1996.

que también son esenciales para la actividad cognitiva del pensamiento.

Los objetos matemáticos no deben ser confundidos con su representación, pero sólo a través de estas representaciones es aprehensible un objeto matemático. A este hecho lo denomina Duval “paradoja cognitiva del pensamiento matemático”. La ya clásica frase “no hay noesis sin semiosis” refleja esta paradoja, ya que la aprehensión conceptual de un objeto (noesis) es inseparable de la aprehensión o producción de una representación semiótica (semiosis) Para que los objetos matemáticos no sean confundidos con sus representaciones, pero se les reconozca en cada una de ellas, es esencial poder movilizar varios registros de representación semiótica: lengua natural, escritura simbólica, gráficos, figuras, etc.

Entendiendo el “tratamiento” de una representación como la transformación de esta representación en el mismo registro donde esta ha sido formada, y la “conversión” como la transformación de esta representación en una representación de otro registro, deben reconocerse a ambas actividades cognitivas como diferentes e independientes, pero fundamentales en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática.

La conversión de una representación del registro de la lengua natural al lenguaje simbólico matemático presenta diversas dificultades, algunas promovidas por los propios libros de textos que presentan solo actividades de “traducción” mediante lectura de

izquierda a derecha, que no movilizan en el alumno actividades cognitivas de real conversión.

El tratamiento de una representación en el registro de la lengua natural podría propiciarse con actividades tales como: modificación de enunciados sin perder sentido, diferenciación de situaciones que representen problemas de las que no, cambio de modo narrativo, síntesis, etc.

La construcción de conocimientos matemáticos se centra en la resolución de problemas y en la discusión y reflexión acerca de los mismos. Pero, ¿qué características deben tener los problemas en la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática?

De las reflexiones propuestas por Charnay <sup>15</sup>destacamos:

- Debe ser una situación que pueda ser comprendida por los estudiantes, es decir que éstos puedan “entrar” en la situación y prever lo que puede ser una respuesta al problema.
- Debe permitir al estudiante utilizar sus conocimientos anteriores, pero, al mismo tiempo, debe ofrecer una resistencia suficiente para llevarlo hacia una evolución de esos conocimientos, ya sea a cuestionarlos, a seleccionarlos y relacionarlos, a buscar la elaboración de nuevos conocimientos o nuevos procedimientos; en síntesis, debe provocarle un sentimiento de desafío intelectual.

---

<sup>15</sup> CHARNAY, R. (1994): “Aprender (por medio de) la resolución de problemas”, en: Didáctica de Matemáticas. Aportes y reflexiones, cap. III. Editorial Paidós Educador, Argentina.

- Debe permitir al alumno reflexionar y justificar las estrategias utilizadas, encontrando la validación dentro de la situación misma.

De las características deseables de un problema según Douady <sup>16</sup> destacamos:

- El enunciado debe tener sentido.
- El alumno debe poder considerar qué o cuál puede ser una respuesta.
- La respuesta no es evidente, exige emprender un procedimiento que lo conduzca a ella.

Existen muchas definiciones y caracterizaciones de problemas, pero todas acuerdan en que no cualquier “enunciado-pregunta” se constituye en un “problema” si la situación no permite percibir simultáneamente, por parte de los alumnos, una cercanía que le imprima sentido y a la vez una dificultad que deba superar.

Para Grafein <sup>17</sup> “...siempre la consigna tiene algo de valla y algo de trampolín, algo de punto de partida y algo de llegada”.

También existe mucho material escrito sobre las etapas que intervienen en la resolución de problemas, que en general acuerdan que la tarea del resolutor (el alumno en nuestro caso) debe consistir en:

---

<sup>16</sup> DOUADY, R. (1984): “Relación enseñanza-aprendizaje, dialéctica instrumento objeto, juego de marcos”, en: Revista de Didáctica, N° III. Universidad de París, Francia p. 7.

<sup>17</sup> GRAFEIN (1981): Teoría y práctica de un taller de escritura. Altalena Editores, Buenos Aires.

- Abordar la situación problemática: leyendo la información planteada, clarificando el conocimiento previo.
- Definir el problema: comprendiendo el problema desde su planteamiento, analizando y clasificando la información.
- Explorar el problema: tratando de descubrir el problema real, elaborando hipótesis sobre la situación.
- Plantear la o las soluciones: delimitando los subproblemas y estableciendo pasos para la solución.
- Llevar a cabo el plan: en forma metódica y sistemática, aplicando el conocimiento previo y nuevo a la solución del problema.
- Evaluar el proceso: generando retroalimentación, valorando la solución y el proceso realizado.

Los problemas pueden ser utilizados como fuente de nuevos aprendizajes de conceptos y de procedimientos, y también para resignificar conocimientos aprendidos. Por eso, al docente le corresponde tener en cuenta varios aspectos a fin de elaborar las situaciones: además de los objetivos inmediatos y los de largo plazo, las incomprendiones y las dificultades que aparecerán en sus alumnos. Centrándonos en el primer paso de la resolución de un problema matemático, que es la completa comprensión de la situación que se presenta, éste plantea problemas lingüísticos más que matemáticos, y es el primer paso crucial en el proceso de resolución; de él depende la elección de los caminos a seguir.

Schoenfeld <sup>18</sup> señala que existen fuertes analogías entre el desempeño competente en matemática y el desempeño competente en lectoescritura. Así como no se puede aprender a leer sin aprender a decodificar las palabras, no se puede aprender matemática sin decodificar su lenguaje propio, ni se puede resolver un problema sin comprender su enunciado.

En relación con la interpretación del problema, sin la cual no es posible el proceso de conversión al registro simbólico y su posterior resolución, Duval <sup>19</sup> plantea que la actividad de conversión, en la cual la representación de partida es un enunciado en lenguaje natural o un texto, es compleja pero fundamental para el aprendizaje de la matemática. No se debe descartar o descuidar la lengua natural en el marco de la enseñanza de la matemática, ya que es un registro tan fundamental como los demás registros.

El lenguaje natural debe ser considerado a la vez como un registro de partida y como uno de llegada, pero esta conversión interna no se hace directamente sino que pasa por representaciones intermedias no discursivas.

En síntesis, la resolución de los problemas matemáticos depende en principio de la comprensión del enunciado y luego de la conversión de las informaciones que se presentan: se debe pasar de una descripción discursiva de los objetos a una escritura simbólica (numérica o literal) de sus relaciones, es decir, a un modelo

---

<sup>18</sup> SCHOENFELD (1996): "La enseñanza del pensamiento matemático y la resolución de problemas", en: Currículum y Cognición, pp. 141-170. Editorial Aique, Buenos Aires.

<sup>19</sup> DUVAL, R. (1993): Ob.cit., p. 78.

simbólico de la situación. No debe pensarse que este pasaje es automático y directo y que el alumno, incluso pudiendo trabajar eficazmente en los registros de partida y de llegada efectuando tratamientos de las representaciones, por separado, pueda lograr la conversión entre registros.

### **2.2.8.3. Resolución de problemas matemáticos:**

Consiste en resolver situaciones problemáticas relacionadas a la matemática. Para Rico<sup>20</sup>, “es ya clásica, y bien conocida, la formulación que hizo Polya de las cuatro etapas esenciales para la resolución de un problema, que constituyen el punto de arranque de todos los estudios posteriores:

#### 1°. Comprender el problema

Parece, a veces, innecesaria, sobre todo en contextos escolares; pero es de una importancia capital, sobre todo cuando los problemas a resolver no son de formulación estrictamente matemática. Es más, es la tarea más difícil, por ejemplo, cuando se ha de hacer un tratamiento informático: entender cuál es el problema que tenemos que abordar, dados los diferentes lenguajes que hablan el demandante y el informático.

- Se debe leer el enunciado despacio.
- ¿Cuáles son los datos? (lo que conocemos)
- ¿Cuáles son las incógnitas? (lo que buscamos)

---

<sup>20</sup> RICO, C. (2001): Aprendizaje escolar y desarrollo de habilidades. Editorial Paidós. Buenos Aires, p. 133.

- Hay que tratar de encontrar la relación entre los datos y las incógnitas.
- Si se puede, se debe hacer un esquema o dibujo de la situación.

## 2°. Trazar un plan para resolverlo

Hay que plantearla de una manera flexible y recursiva, alejada del mecanicismo.

- ¿Este problema es parecido a otros que ya conocemos?
- ¿Se puede plantear el problema de otra forma?
- Imaginar un problema parecido pero más sencillo.
- Suponer que el problema ya está resuelto; ¿cómo se relaciona la situación de llegada con la de partida?
- ¿Se utilizan todos los datos cuando se hace el plan?

## 3°. Poner en práctica el plan

También hay que plantearla de una manera flexible y recursiva, alejada del mecanicismo. Y tener en cuenta que el pensamiento no es lineal, que hay saltos continuos entre el diseño del plan y su puesta en práctica.

- Al ejecutar el plan se debe comprobar cada uno de los pasos.
- ¿Se puede ver claramente que cada paso es correcto?
- Antes de hacer algo se debe pensar: ¿qué se consigue con esto?



- Se debe acompañar cada operación matemática de una explicación contando lo que se hace y para qué se hace.
- Cuando se tropieza con alguna dificultad que nos deja bloqueados, se debe volver al principio, reordenar las ideas y probar de nuevo.

#### 4°. Comprobar los resultados

Es la más importante en la vida diaria, porque supone la confrontación con contexto del resultado obtenido por el modelo del problema que hemos realizado, y su contraste con la realidad que queríamos resolver.

- Leer de nuevo el enunciado y comprobar que lo que se pedía es lo que se ha averiguado.
- Debemos fijarnos en la solución. ¿Parece lógicamente posible?
- ¿Se puede comprobar la solución?
- ¿Hay algún otro modo de resolver el problema?
- ¿Se puede hallar alguna otra solución?
- Se debe acompañar la solución de una explicación que indique claramente lo que se ha hallado.
- Se debe utilizar el resultado obtenido y el proceso seguido para formular y plantear nuevos problemas”.

Hay que pensar que no basta con conocer técnicas de resolución de problemas: se pueden conocer muchos métodos pero no cuál aplicar

en un caso concreto. Por lo tanto hay que enseñar también a los alumnos a utilizar los instrumentos que conozca, con lo que nos encontramos en un nivel metacognitivo, que es donde parece que se sitúa la diferencia entre quienes resuelven bien problemas y los demás.

Dentro de las líneas de desarrollo existe una lista de técnicas heurísticas de uso frecuente, que agrupa en tres fases, y que extractamos:

#### **4.1 ANÁLISIS**

1. Trazar un diagrama.
2. Examinar casos particulares.
3. Probar a simplificar el problema.

#### **4.2 EXPLORACIÓN**

1. Examinar problemas esencialmente equivalentes.
2. Examinar problemas ligeramente modificados.
3. Examinar problemas ampliamente modificados.

#### **4.3 COMPROBACIÓN DE LA SOLUCIÓN OBTENIDA**

1. ¿Verifica la solución los criterios específicos siguientes?:
  - a) ¿Utiliza todos los datos pertinentes?
  - b) ¿Está acorde con predicciones o estimaciones razonables?

c) ¿Resiste a ensayos de simetría, análisis dimensional o cambio de escala?

2. ¿Verifica la solución los criterios generales siguientes?:

a) ¿Es posible obtener la misma solución por otro método?

b) ¿Puede quedar concretada en casos particulares?

c) ¿Es posible reducirla a resultados conocidos?

d) ¿Es posible utilizarla para generar algo ya conocido?

Finalmente, hacemos una recopilación de las estrategias más frecuentes que se suelen utilizar en la resolución de problemas.

Según Fernández <sup>21</sup> serían:

- Ensayo-error.
- Empezar por lo fácil, resolver un problema semejante más sencillo.
- Manipular y experimentar manualmente.
- Descomponer el problema en pequeños problemas (simplificar).
- Experimentar y extraer pautas (inducir).
- Resolver problemas análogos (analogía).
- Seguir un método (organización).
- Hacer esquemas, tablas, dibujos (representación).

---

<sup>21</sup> FERNÁNDEZ, S. (2002). Citado en Resolución de problemas Hallado en <http://www.fqt.izt.uam.mx/Alumnos/JRC/problem1.htm> Fecha de acceso: 20 de febrero del 2015.

- Hacer recuento (conteo).
- Utilizar un método de expresión adecuado: verbal, algebraico, gráfico, numérico (codificar, expresión, comunicación).
- Cambio de estados.
- Sacar partido de la simetría.
- Deducir y sacar conclusiones.
- Conjeturar.
- Principio del palomar.
- Analizar los casos límite.
- Reformular el problema.
- Suponer que no (reducción al absurdo).
- Empezar por el final (dar el problema por resuelto).

Para terminar es necesario hacer dos consideraciones. La primera hace referencia a que el contexto en el que se sitúen los problemas, que por parte de los profesores se tienden a considerar como irrelevante o, al menos como poco significativo, tiene una gran importancia, tanto para determinar el éxito o fracaso en la resolución de los mismos, como para incidir en el futuro de la relación entre las matemáticas y los alumnos.

La segunda, que parece una perogrullada, es que la única manera de aprender a resolver problemas es resolviendo problemas; es muy

bueno conocer técnicas y procedimientos, pero vistos en acción, no sólo a nivel teórico, porque si no, es un conocimiento vacío. Luego, hay que hacer cuantos esfuerzos sean precisos para que la resolución de problemas sea el núcleo central de la enseñanza matemática.

### **2.2.9. ROL DEL DOCENTE.**

Dado que el primer paso de la resolución de un problema matemático está dado por la completa comprensión de la situación planteada, y reconociendo la necesidad de desarrollar en los alumnos estrategias de lectura comprensiva y habilidades metacognitivas para su control, los docentes de matemática debemos considerar este aspecto como fundamental de nuestras prácticas, identificando las competencias letradas de nuestros alumnos y no sólo sus competencias estrictamente matemáticas, previendo la necesidad de brindar los tiempos y las herramientas necesarias.

Según Sastre, Boubée, Rey y Delorenzi <sup>22</sup> A tal fin, cada vez que se plantean situaciones problemáticas o se presenta la lectura de un texto en las clases de Matemática, sería deseable promover el tratamiento de las representaciones semióticas en el registro de la lengua natural a través de actividades específicas atendiendo a aspectos tales como:

- Hipotetizar acerca del contenido del texto.

---

<sup>22</sup> SASTRE VÁZQUEZ, Patricia; BOUBÉE, Carolina; REY, Graciela; DELORENZI, Olga (2008): Ob. Cit., p. 8.

- Relacionar esas hipótesis con conocimientos previos.
- Leer sin detenerse. Usar el diccionario al final, si otros recursos (contexto, deducciones) no han bastado. Colocar un “?” en el margen si hay expresiones completas que resulten oscuras.
- Discriminar el tipo de dificultad; por ejemplo, no entender una palabra, no comprender una expresión o no encontrar en el texto el referente de una palabra.
- Identificar (se puede optar por unas u otras, esta lista no implica que haya que hacer identificaciones exhaustivas):
  - Tipos de secuencias textuales que componen el texto: descripción, narración, argumentación, etc. Procedimientos propios de las explicaciones: definición, clasificaciones, explicaciones causales y o modales, etcétera.
  - Ciertas organizaciones textuales específicas: problema-solución, enumeración, etcétera.
  - Claves para darse cuenta de estas estructuras: tiempos verbales, frases de inicio, marcas tipográficas, palabras específicas.
  - La organización proposicional: inductiva o deductiva.
- Detectar las palabras clave (comportan la información más importante que se está buscando).

- Identificar los marcadores de discurso (conectores) e interpretar qué relación establecen entre las distintas partes del texto: oposición, consecuencia, contraste, distribución.
- Hacer esquemas gráficos para producir recordación de contenido.
- Hacer inferencias, preguntas al texto. Identificar información faltante. Averiguar dónde buscarla.

De resultar necesario, se pueden destinar momentos específicos de las clases, u organizar talleres extracurriculares, donde se presenten actividades con variedad de enunciados, incluyendo los que son verdaderos problemas y los que no, los que presentan distintos tipos de vocabulario y lenguajes (natural, técnico, científico, etc.), los que presentan distintos contextos (cotidiano, científico, intramatemático, etc.), los que tienen distintos orígenes o fuentes de producción (literaria, informativa, etc.).

A tal efecto, pueden presentarse enunciados de problemas que no son tales, o con datos sobrantes y faltantes; solicitar la reescritura de textos sin modificar su sentido, cambiando el orden de las estructuras sintácticas y/o los conectores o marcadores; pedir la reorganización de fragmentos para enunciar un problema con sentido; utilizar textos con distintos formatos literarios y que incluyan aspectos matemáticos para promover la lectura comprensiva y reflexiva; solicitar la redacción de problemas entregando sus posibles resoluciones matemáticas, etc.

### **2.2.9.1. La enseñanza de estrategias de resolución de problemas:**

Un gran número de estudios ha mostrado que los buenos alumnos en resolver problemas se caracterizan por disponer de un conjunto de estrategias generales o heurísticas que guían su acción y que les ayudan a superar las dificultades que van encontrando durante el proceso de resolución.

“Estas formas de actuación son más o menos constantes en la resolución de problemas difíciles y en los cuales no se domina el contenido específico del problema” <sup>23</sup>.

Este hecho ha propiciado un conjunto de investigaciones que, a partir de la observación y el estudio detallado de las diferentes acciones que realizan los expertos cuando resuelven problemas desconocidos o de una cierta dificultad, extraen las acciones y los procesos uniformes, constantes y generales que sirven para construir un modelo ideal o una actuación competente en resolver problemas.

En estos modelos se definen un conjunto de procedimientos, habilidades y competencias necesarios para resolver un problema que, posteriormente, se estructuran en etapas o fases que facilitan su enseñanza aprendizaje.

---

<sup>23</sup> PUIG, L. (2001). El estilo heurístico de resolución de problemas, en Salar, A., Alayo, F., Kindt, M. y Puig, L. Aspectos didácticos en matemáticas, 4, pp. 93-122. Zaragoza: ICE, p. 21.



Si bien la mejora del proceso de resolución de problemas de los alumnos a partir de la enseñanza de las estrategias generales o heurísticas es ampliamente reconocida por la investigación especializada en este campo, también se ha cuestionado la manera en que esta enseñanza se ha puesto en práctica. Entre las principales críticas, y a su vez aspectos a tener en cuenta en el diseño de procesos de enseñanza-aprendizaje de estrategias de resolución de problemas, se destacan las cinco siguientes:

“En primer lugar, se trata de modelos formales contruidos a partir de un a priori: el proceso ideal, conceptual o lógico de resolver problemas. De este modo, el proceso de resolución de problemas es tratado más como un proceso lógico-matemático que como un proceso de construcción personal, en el cual los factores de tipo cultural, social y cognitivo son también importantes”<sup>24</sup>.

Así pues, en el diseño de propuestas de enseñanza de estrategias generales de resolución de problemas será necesario incorporar aspectos contextuales como: características y conocimientos previos de los alumnos, adaptación del modelo de resolución a las características de los problemas a resolver, características de los profesores que van a impartir su enseñanza.

En segundo lugar, el hecho de segmentar el proceso de resolución en fases o momentos para organizar y facilitar su enseñanza puede propiciar un aprendizaje de este proceso en el cual se ejecutan

---

<sup>24</sup> ALONSO, V., GONZÁLEZ, A. y SÁENZ, O. (2003): Estrategias operativas en la resolución de problemas matemáticos en el ciclo medio de EGB. Enseñanza de las Ciencias, México, p. 32.

secuencias ordenadas y prefijadas de procedimientos aplicados algorítmicamente.

“De este modo, será necesario diseñar situaciones de enseñanza-aprendizaje que incorporen la toma de decisiones del alumno sobre los procedimientos más adecuados y su secuenciación para dar respuesta a las características de una tarea concreta y evitar el aprendizaje lineal y algorítmico”<sup>25</sup>.

En tercer lugar, a partir de un exhaustivo estudio de las características de los programas de instrucción de estrategias heurísticas de resolución de problemas, que en estos programas no se tiene en cuenta la enseñanza de estrategias más específicas y vinculadas al contenido del problema. Una estrategia heurística es una etiqueta que engloba todo un conjunto de estrategias más específicas; por lo tanto, su enseñanza debe comportar la instrucción de los diferentes procedimientos más específicos y relacionados con el contenido o la materia específica de que trata el problema.

El conocimiento sobre cómo ajustar la estrategia general a las características del campo conceptual específico sobre el que versa el problema es un factor decisivo de la resolución de los expertos. En este sentido, nuestro estudio contextualiza la enseñanza de estrategias de resolución de problemas a un campo conceptual

---

<sup>25</sup> DEVY DEVRIES, R. (2001): Juegos colectivos en la primera enseñanza. Implicaciones de la teoría de Piaget. Aprendizaje-Visor, Madrid, p. 12.

específico, la proporcionalidad, y combina la enseñanza de estrategias generales y específicas.

En cuarto lugar, Schoenfeld <sup>26</sup> también destaca que “los programas de instrucción de estrategias heurísticas que incorporan la enseñanza de estrategias metacognitivas de gestión, planificación, regulación y evaluación de los procesos implicados en la resolución del problema obtienen mejores resultados”.

En quinto lugar, se destaca el importante papel que desempeña el profesor en el aprendizaje de estrategias generales de resolución de problemas. De este modo será necesario planificar la actuación del profesor en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Básicamente, el profesor ha de desempeñar tres funciones en la enseñanza de estrategias de resolución de problemas:

- a) ha de facilitar el aprendizaje de estrategias, bien con su instrucción directa o bien con el diseño de los materiales didácticos adecuados;
- b) ha de ser un modelo de pensamiento para sus alumnos; y
- c) ha de ser un monitor externo del proceso de aprendizaje de los alumnos, aportando, en un primer momento, las ayudas necesarias que faciliten la ejecución por parte del alumno de determinadas actuaciones cognitivas que sin esta ayuda externa no podría realizar y que, en un segundo momento, irá retirando

---

<sup>26</sup> SCHOENFELD, A. (2003): Mathematical problem solving. Academic Press, Nueva York, p. 98.

gradualmente a medida que el alumno sea capaz de utilizarlas de manera autónoma.

Para conseguir que el profesor realice estas tres funciones y facilite el aprendizaje de estrategias generales de resolución de problemas, tanto de tipo cognitivo como metacognitivo, y de estrategias específicas, es necesario estudiar e incorporar en un proceso de enseñanza-aprendizaje qué métodos de enseñanza pueden ser más apropiados para conseguir este objetivo, aspecto sobre el cual nos ocupamos a continuación.

### **2.3. DEFINICIONES CONCEPTUALES.**

- **DIDÁCTICA:**

Originariamente significó el arte de enseñar. En todo tiempo se ha enseñado conforme a ciertas reglas y normas, pero éstas tenían más bien un carácter empírico, personal o procedían de la tradición, se enseñaba por imitación de modelos o por la habilidad personal.

- **DOCENTE:**

Profesional de la educación. Se encarga del aprendizaje de los sujetos a través de un proceso de enseñanza y en donde intervienen recursos manejables por el docente y por el alumno con orientación pedagógica.

- **EDUCACIÓN:**

Es el desarrollo físico, mental y social del individuo a través de la instrucción, el estudio y las influencias ambientales, conocimientos, actitudes y habilidades, adquirido por estos medios.

- **ESTUDIANTE:**

Es el alumno que recibe la formación profesional en la institución educativa superior en determinada especialidad.

- **EVALUACIÓN:**

Valoración de los conocimientos que se da sobre una persona o situación basándose en una evidencia constatable en el campo de la educación.

- **LENGUAJE:**

Se llama lenguaje a cualquier tipo de código semiótico estructurado, para el que existe un contexto de uso y ciertos principios combinatorios formales.

- **LENGUAJE SIMBÓLICO:**

Formas de comunicación mediante símbolos matemáticos que corresponden al sistema no lingüístico.

- **MATEMÁTICA:**

Área del conocimiento humano que corresponde a las ciencias formales y que tienen que ver con números, gráficos, figuras, etc.

- **PROBLEMAS:**

Dificultades que se dan en determinados momentos y contextos y que requieren ser solucionados.

- **SOLUCIÓN DE PROBLEMAS:**

Aplicación de una serie de estrategias o métodos para dar solución de una determinada dificultad o deficiencia en la vida social del hombre.

## 2.4. BASES EPISTÉMICAS.

- **TEORÍA DE JEAN PIAGET DEL DESARROLLO DEL LENGUAJE:**

La teoría de Piaget describe a las estructuras mentales o "esquemas" de los niños mientras se desarrollan de infantes a adultos. Concluye que a través de sus interacciones con su ambiente, los niños construyen activamente su propia comprensión del mundo. La teoría de Piaget pretende que el lenguaje de un niño refleje el desarrollo de su pensamiento lógico y sus habilidades de razonamiento en "períodos" o etapas, y cada período tiene un nombre y una duración específicos<sup>27</sup>.

- **ENFOQUE PROBLEMICO:**

En la aplicación de las "Rutas del Aprendizaje"; el enfoque de "Resolución de Problemas" o "Enfoque Problémico" adquiere mucha importancia. Parte de la idea que "la matemática es para resolver problemas".

A través de este enfoque se puede equipar a los estudiantes con habilidades que les permita entender la matemática en niveles más altos; también, los alienta en el proceso de resolver los problemas promoviendo el cuestionamiento y alentando diferentes estrategias de exploración.<sup>28</sup>

- **FUNDAMENTOS DEL DESARROLLO DE HABILIDADES:**

Las habilidades del pensamiento son las capacidades y disposiciones para hacer las cosas. Son la destreza, la inteligencia, el talento o la acción que demuestra una persona.

---

<sup>27</sup> Piaget, J. (1968/1976). El lenguaje y el pensamiento en el niño. Estudio sobre la lógica del niño (I). Buenos Aires: Editorial Guadalupe.

<sup>28</sup> <https://sites.google.com/site/miprofedemate/teoria-educativa/ru>

En la búsqueda del sentido de cualquier forma de actividad humana de que se trate, lo primero, lo más importante y lo más difícil es pensar y pensar bien. ¿Qué es pensar bien?, ¿Qué es un pensamiento bien elaborado? ¿Qué significa pensar?, ¿En que consiste el pensamiento?, ¿cuáles son las condiciones que lo hacen posible?. Estas interrogantes se han formulado los grandes pensadores y científicos, desde antes hasta nuestros días y aún hoy, no se tiene total claridad al respecto, sin embargo a través de aportaciones que han realizado los teóricos del pensamiento y aprendizaje podemos desarrollar estrategias y habilidades basándonos en la premisa que “es el pensamiento el que sirve de medida de todas las cosas”.

De acuerdo a lo anterior a través del desarrollo de habilidades del pensamiento podemos optimizar: El uso de la memoria, la comprensión, el análisis y la síntesis, entre otras.<sup>29</sup>

---

<sup>29</sup> Palos García Aurora “ DESARROLLO DE HABILIDADES DEL PENSAMIENTO”.SAN LUIS POTOSI-CHILE, 2011

## CAPÍTULO III

### MARCO METODOLÓGICO

#### 3.1. MÉTODO

**El método descriptivo:** consiste en describir, analizar e interpretar sistemáticamente un conjunto de hechos relacionados con otras variables tal como se dan en el presente. El método descriptivo apunta a estudiar el fenómeno en su estado actual y en su forma natural. A través del método descriptivo se identifica y conoce la naturaleza de una situación en la medida que ella existe durante el tiempo del estudio. Su propósito básico es: describir cómo se presenta y qué existe con respecto a las variables o condiciones en una situación<sup>30</sup>.

#### 3.2. TIPO Y NIVEL DE INVESTIGACIÓN.

##### 3.2.1. TIPO DE INVESTIGACIÓN.

El tipo de investigación es **DESCRIPTIVA CORRELACIONAL:** Está orientada al conocimiento de la realidad tal como se presenta en una situación espacio-temporal dada.

---

<sup>30</sup> SÁNCHEZ CARLESSI, Hugo y REYES MEZA, Carlos. 1998. *Metodología y diseños en la investigación científica*. Edit. Mantaro: 2° ed.; 1° reimpresión, Lima Perú, 1996. p. 33.



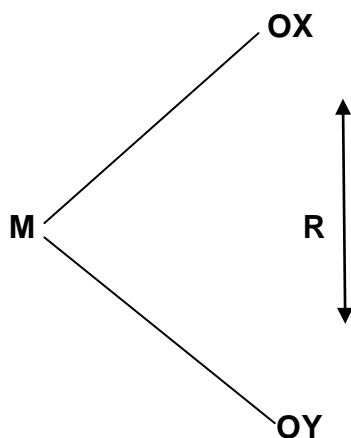
### 3.2.2. NIVEL DE INVESTIGACIÓN.

El presente estudio, por naturaleza, obedece, según el autor Roberto B. Ávila Acosta a una **INVESTIGACIÓN DESCRIPTIVA**. Este nivel de investigación tiene como objetivo determinar las características de un fenómeno, así como establecer relaciones entre algunas variables, en un determinado lugar o momento. Permite tener un conocimiento actualizado del fenómeno tal como se presenta<sup>31</sup>.

### 3.3. DISEÑO

**DESCRIPTIVO CORRELACIONAL:** En este diseño nos orientamos a describir<sup>32</sup> y relacionar el lenguaje simbólico del docente (variable independiente) con el desarrollo de habilidades en la solución de problemas matemáticos (variable dependiente).

En este caso, el diagrama de este tipo de estudio sería:



**M=** 120 y 4 Docentes

**OX =** LENGUAJE SIMBOLICO

**OY =** HABILIDADES MATEMATICAS

<sup>31</sup> ÁVILA ACOSTA, Roberto B. *Metodología de la investigación*. Editorial: R.A., Lima-Perú, 2011. p. 40.

<sup>32</sup> SÁNCHEZ CARLESSI, Hugo y REYES MEZA, *Op. Cit.* p. 79.

**R=** Relación entre el lenguaje simbólico y desarrollo de habilidades matemáticas.

**HIPÓTESIS:** “Existe una relación positiva entre el lenguaje simbólico y el desarrollo de habilidades matemáticas”.

### 3.4. POBLACIÓN Y MUESTRA

#### 3.4.1. POBLACIÓN.

- Estuvo constituido por **240 estudiantes** del II al X semestre 2015 de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos., Lima -2015. Veamos el siguiente cuadro:

FACULTAD: EDUCACIÓN/ E.A.P. ED. SEC.	SEMESTRES					TOTAL
	II	IV	VI	VIII	X	
ESTUDIANTES: MATEMÁTICA Y FÍSICA	120	30	30	30	30	240
DOCENTES	4	-	-	-	-	4

#### 3.4.2. MUESTRA.

El tipo de muestra que utilizamos fue el **MUESTREO CENSAL** ya que la muestra a utilizar en esta investigación es suficientemente pequeña se tomó a todos en el momento de recoger la información y analizar, tal como lo mencionan Palella y Martins (2006) quienes establecen que: (...) cuando propone un estudio, el investigador tiene dos opciones: abarcar la totalidad de la población, lo que significa hacer un censo o seleccionar un número determinados de la unidades de población , es decir determinar una muestra. Salvo en el caso de poblaciones pequeñas, se impone la selección de los sujetos, pues por razones de tiempo, costo y complejidad para el

acopio de los datos, sería imposible estudiarlos a todos.<sup>33</sup> (p.116). Y en este caso fueron 120 **estudiantes** del II semestre 2015 de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos. Y 4 docentes, la misma que está conformada por cuatro aulas de la misma especialidad Matemática y Física.

### **3.5. DEFINICIÓN OPERATIVA DE LOS INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE DATOS**

#### **3.5.1. TÉCNICAS:**

**3.5.1.1. Encuesta:** La encuesta se fundamenta en un cuestionario o conjunto de preguntas cerradas que se preparan con el propósito de obtener información de los docentes de la facultad de educación de UNMSM.

**3.5.1.2. Evaluación:** La técnica de la evaluación que hará uso una prueba de conocimientos para determinar las habilidades en la solución de problemas matemáticos en los estudiantes II semestre 2015 de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos., Lima -2015.

#### **3.5.2. INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE DATOS.**

**3.5.2.1. Encuesta de autoevaluación de reconocimiento del lenguaje simbólico del docente:** Encuesta cerrada sobre el lenguaje simbólico que utilizan los docentes durante las sesiones de aprendizaje en el área de matemática. La encuesta es cerrada

---

<sup>33</sup> Santa Palella Stracuzzi, Feliberto Martins Pestana. "Metodología de la Investigación Cuantitativa", edit. Fedupel. 2da edición, Caracas 2006

(también denominadas pre codificadas o de respuesta fija) el encuestado, para reflejar su opinión o situación personal, debe elegir entre cinco opciones: 1, «Inicio», 2, «Proceso», 3 «Logrado», etc. aunque la información que ofrecen es limitada, se complementará con el instrumento 2.

**3.5.2.2. Prueba de ensayo:** Prueba escrita de matemática tiene por finalidad evaluar las habilidades para la solución de problemas matemáticos. La presente evaluación es importante porque permite recolectar evidencias acerca de las habilidades que emplean los estudiantes para solucionar problemas matemáticas.<sup>34</sup>

Ambos instrumentos fueron validados mediante la prueba piloto (estudiantes de quinto año de secundaria) y juicio de expertos (Mg. Fidel Antonio Chauca y Mg. Gregorio Hidalgo Rosas).

### **3.6. TÉCNICAS DE RECOJO, PROCESAMIENTO Y PRESENTACIÓN DE DATOS.**

**La prueba CHI CUADRADO:  $X^2$ :** Es una prueba estadística no paramétrica o de distribución libre. Es apropiada cuando los datos obtenidos son de nivel nominal, ordinal o de variable cualitativa.

Esta prueba mide el significado de las diferencias o dependencia entre frecuencias de categorías observadas. Es aplicable fácilmente para grupos pequeños. Con no menos de veinte sujetos a fin de asegurar que existan sujetos en cada categoría y las frecuencias observadas sea diferente de cero.

---

<sup>34</sup> [www.revistaeducativa.es/.../las-tecnicas-e-instrumentos-evaluacion-250.asp](http://www.revistaeducativa.es/.../las-tecnicas-e-instrumentos-evaluacion-250.asp)

Para aplicar Chi-cuadrado los datos deben presentarse frecuencias, proporciones o porcentajes. Aquí se trata de comprobar la significación de las diferencias o la asociación entre variables, mediante la comparación de las frecuencias observadas ( $f_o$ ) con las frecuencias teóricas o esperadas ( $f_e$ ).

El valor del Chi-cuadrado se obtiene mediante la expresión:  $\chi^2 = \sum \left( \frac{f_o - f_e}{f_e} \right)^2$

donde:

$f_o$  = frecuencias observadas

$f_e$  = frecuencias esperadas

Además se considera los Grados de Libertad (g.l.) que se deduce según el número de filas y columnas que tiene la tabla de contingencia o bidimensional.

Si :  $m = N^\circ$  de filas  $n = N^\circ$  de columnas

Entonces : g.l. =  $(m - 1)(n - 1)$

También considerar que:

$\chi^2$  : valor obtenido con la fórmula a partir de los valores de  $f_o$  y  $f_e$ .

$\chi^2$  : valor crítico de  $\chi^2$  que está asociado al nivel de significación ( $\alpha$ ) y los grados de libertad. El valor crítico se busca en la Tabla de Distribución del Chi-cuadrado<sup>35</sup>. En este caso, se tomó en cuenta el  $\alpha = 0,05$ .

---

<sup>35</sup> ÁVILA ACOSTA, Roberto B. *Metodología de la investigación*. Editorial: R.A., Lima-Perú, 2011. P. 224-232.

# CAPITULO IV

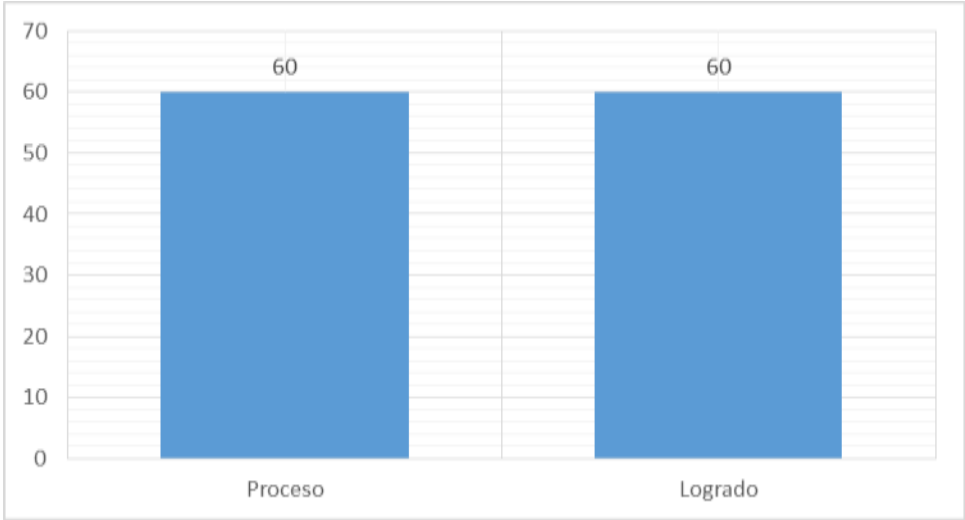
## RESULTADOS

### Análisis Descriptivo

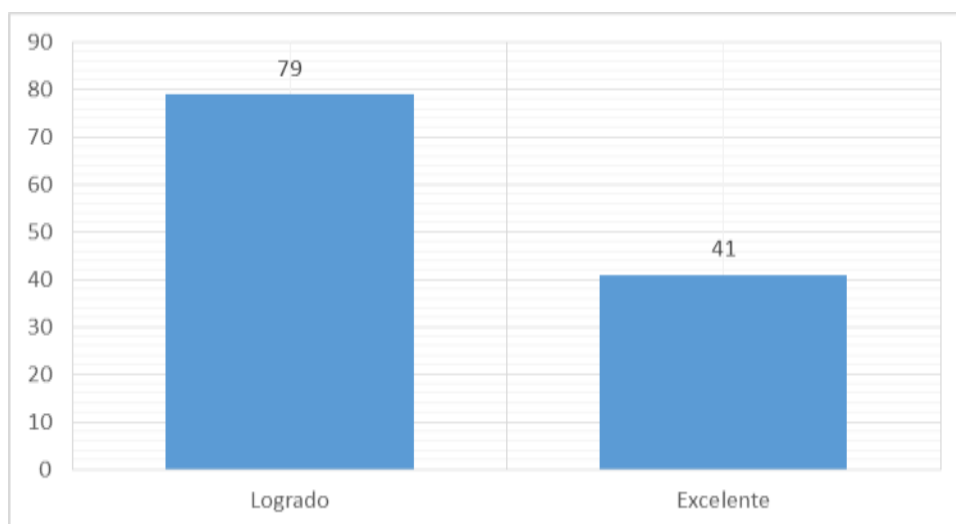
**Tabla 1**

*Tabla de Contingencia de Lenguaje simbólico del docente y Habilidades para la solución de problemas matemáticos.*

		Lenguaje simbólico del docente							
		Inicio		Proceso		Logrado		Excelente	
		Recuento	%	Recuento	%	Recuento	%	Recuento	%
Habilidades para la solución de problemas matemáticos	Inicio	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%
	Proceso	0	0,0%	0	0,0%	59	98,3%	1	1,7%
	Logrado	0	0,0%	0	0,0%	20	33,3%	40	66,7%



**Figura 1.** Grafica de Barras de la variable Habilidades para la solución de problemas matemáticos



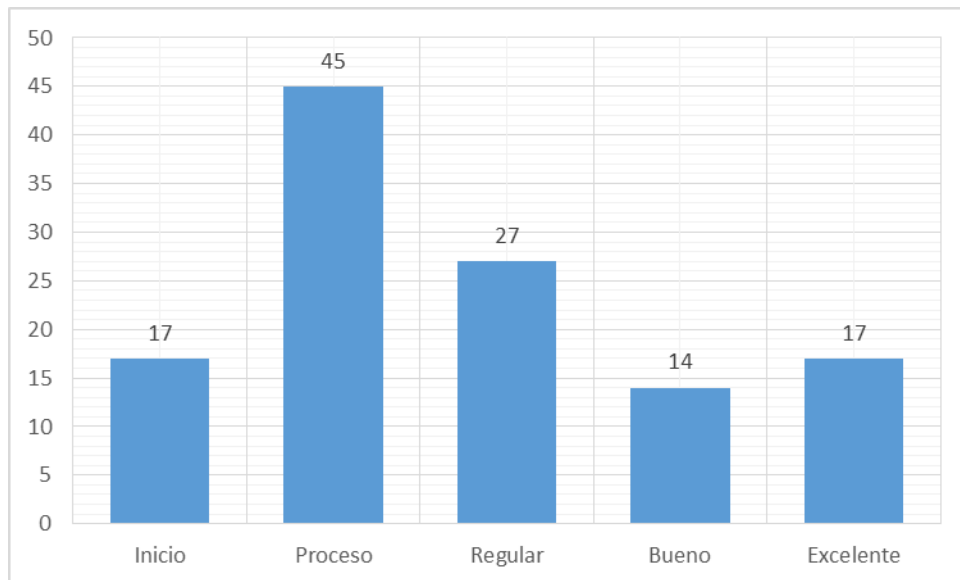
**Figura 2.** Grafica de Barras de la variable Lenguaje simbólico del docente.

En la tabla 1 se observa, que en el nivel Proceso de la variable Habilidades para la solución de problemas matemáticos el 98.3% (59) de estudiantes cuenta con docentes en el nivel Logrado de la variable lenguaje simbólico y el 1.7% (1) en el nivel Excelente. En el nivel Logrado de la variable Habilidades para la solución de problemas matemáticos el 33.3% (20) de estudiantes cuenta con docentes en el nivel Logrado de la variable lenguaje simbólico y el 66.7% (40) en el nivel Excelente.

**Tabla 2**

*Tabla de Contingencia de Lenguaje simbólico del docente y Habilidades matemáticas en su carácter general*

		Lenguaje simbólico del docente							
		Inicio		Proceso		Logrado		Excelente	
		Recuento	%	Recuento	%	Recuento	%	Recuento	%
Habilidades matemáticas en su carácter general	Inicio	0	0,0%	0	0,0%	16	94,1%	1	5,9%
	Proceso	0	0,0%	0	0,0%	45	100,0%	0	0,0%
	Regular	0	0,0%	0	0,0%	17	63,0%	10	37,0%
	Bueno	0	0,0%	0	0,0%	1	7,1%	13	92,9%
	Excelente	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	17	100,0%



**Figura 3.** Grafica de Barras de la variable Habilidades matemáticas en su carácter general.

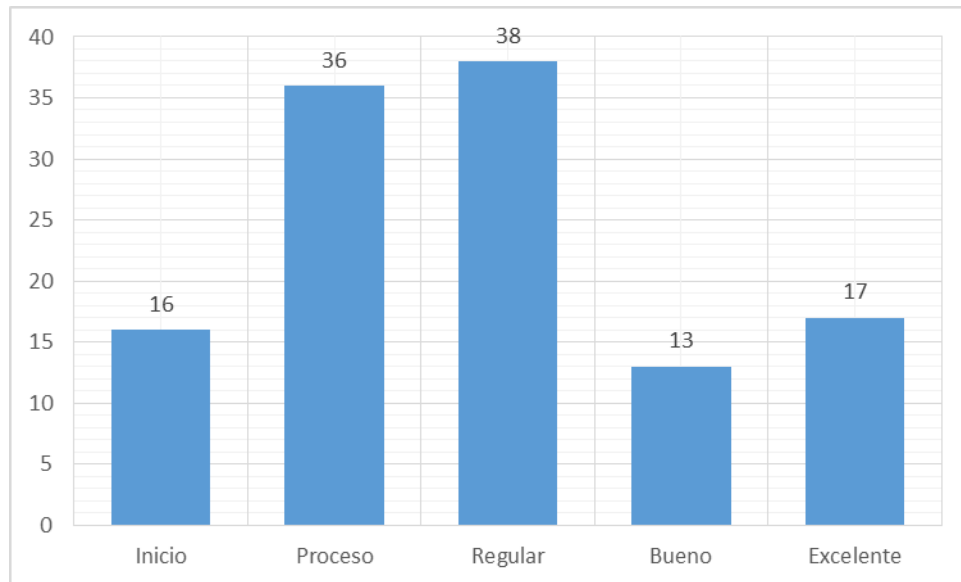
En la tabla 2 se observa, que en el nivel Inicio de la variable Habilidades matemáticas en su carácter general el 94.1% (16) de estudiantes cuenta con docentes en el nivel Logrado de la variable lenguaje simbólico y el 5.9% (1) en el nivel Excelente. En el nivel Proceso de la variable Habilidades matemáticas en su carácter general el 100% (45) de estudiantes cuenta con docentes en el nivel Logrado de la variable lenguaje simbólico. En el nivel Regular de la variable Habilidades matemáticas en su carácter general el 63.0% (17) de estudiantes cuenta con docentes en el nivel Logrado de la variable lenguaje simbólico y el 37.0% (10) en el nivel Excelente. En el nivel Bueno de la variable Habilidades matemáticas en su carácter general el 7.1% (1) de estudiantes cuenta con docentes en el nivel Logrado de la variable lenguaje simbólico y el 92.9% (13) en el nivel Excelente y finalmente en el nivel Excelente de la variable Habilidades matemáticas en su carácter general el 100.0% (17) de estudiantes cuenta con docentes en el nivel Excelente de la variable lenguaje simbólico.



**Tabla 3**

*Tabla de Contingencia de Lenguaje simbólico del docente y Habilidades matemáticas básicas*

		Lenguaje simbólico del docente							
		Inicio		Proceso		Logrado		Excelente	
		Recuento	%	Recuento	%	Recuento	%	Recuento	%
Habilidades matemáticas básicas	Inicio	0	0,0%	0	0,0%	16	100,0%	0	0,0%
	Proceso	0	0,0%	0	0,0%	36	100,0%	0	0,0%
	Regular	0	0,0%	0	0,0%	26	68,4%	12	31,6%
	Bueno	0	0,0%	0	0,0%	1	7,7%	12	92,3%
	Excelente	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	17	100,0%



**Figura 4.** Grafica de Barras de la variable Habilidades matemáticas básicas

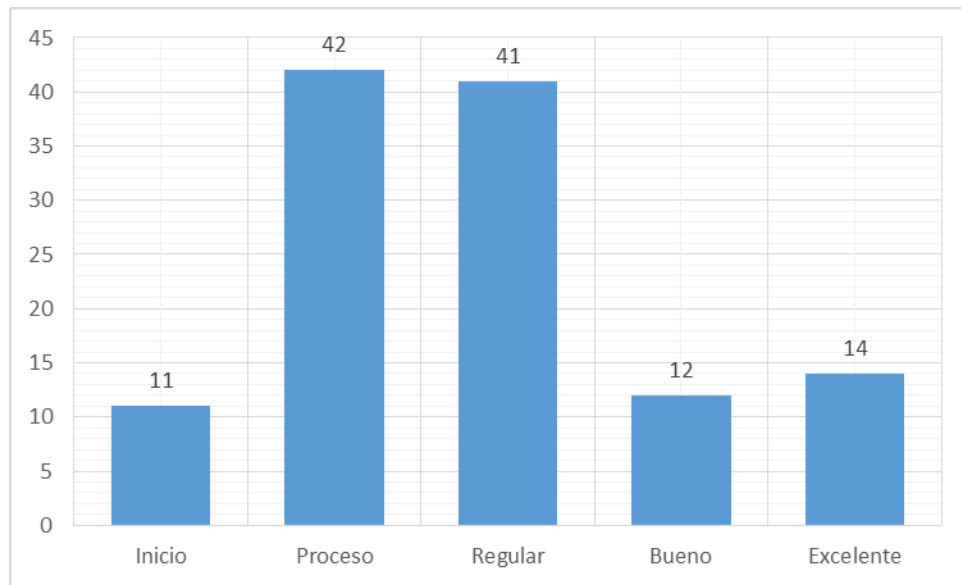
En la tabla 3 se observa, que en el nivel Inicio de la variable Habilidades matemáticas básicas el 100.0% (16) de estudiantes cuenta con docentes en el nivel Logrado del variable lenguaje simbólico. En el nivel Proceso de la variable Habilidades matemáticas básicas el 100% (36) de estudiantes cuenta con docentes en el nivel Logrado de la variable lenguaje simbólico. En el nivel Regular de la variable Habilidades matemáticas básicas el 68.4% (26) de estudiantes cuenta con docentes en el nivel Logrado de la variable lenguaje simbólico y el 31.6% (12) en el nivel Excelente. En el nivel Bueno de la variable Habilidades matemáticas básicas el 7.7% (1) de estudiantes cuenta con

docentes en el nivel Logrado de la variable lenguaje simbólico y el 92.3% (12) en el nivel Excelente y finalmente en el nivel Excelente de la variable Habilidades matemáticas básicas el 100.0% (17) de estudiantes cuenta con docentes en el nivel Excelente de la variable lenguaje simbólico.

**Tabla 4**

*Tabla de Contingencia de Lenguaje simbólico del docente y Habilidades matemáticas elementales*

		Lenguaje simbólico del docente							
		Inicio		Proceso		Logrado		Excelente	
		Recuento	%	Recuento	%	Recuento	%	Recuento	%
Habilidades matemáticas elementales	Inicio	0	0,0%	0	0,0%	11	100,0%	0	0,0%
	Proceso	0	0,0%	0	0,0%	42	100,0%	0	0,0%
	Regular	0	0,0%	0	0,0%	25	61,0%	16	39,0%
	Bueno	0	0,0%	0	0,0%	1	8,3%	11	91,7%
	Excelente	0	0,0%	0	0,0%	0	0,0%	14	100,0%



**Figura 5.** Grafica de Barras de la variable Habilidades matemáticas elementales

En la tabla 4 se observa, que en el nivel Inicio de la variable Habilidades matemáticas elementales el 100.0% (11) de estudiantes cuenta con docentes en el nivel Logrado de la variable lenguaje simbólico. En el nivel Proceso de la variable Habilidades matemáticas

elementales el 100% (42) de estudiantes cuenta con docentes en el nivel Logrado de la variable lenguaje simbólico. En el nivel Regular de la variable Habilidades matemáticas elementales el 61.0% (25) de estudiantes cuenta con docentes en el nivel Logrado de la variable lenguaje simbólico y el 39.0% (16) en el nivel Excelente. En el nivel Bueno de la variable Habilidades matemáticas elementales el 8.3% (1) de estudiantes cuenta con docentes en el nivel Logrado de la variable lenguaje simbólico y el 91.7% (11) en el nivel Excelente y finalmente en el nivel Excelente de la variable Habilidades matemáticas elementales el 100.0% (14) de estudiantes cuenta con docentes en el nivel Excelente de la variable lenguaje simbólico.

### **HIPOTESIS GENERAL**

**Ho:** No existe correlación estadística significativa entre las variables Lenguaje simbólico del docente y Habilidades para la solución de problemas matemáticos

**Hi:** Existe correlación estadística significativa entre las variables Lenguaje simbólico del docente y Habilidades para la solución de problemas matemáticos

### **Tabla 5**

*Prueba Chi – cuadrado de las variables Lenguaje simbólico del docente y Habilidades para la solución de problemas matemáticos.*

	Valor	gl	Sig. asintótica
Chi-cuadrado de Pearson	56,351	1	,000
N de casos válidos	120		

Como se aprecia en la tabla 5, con  $\chi^2=56.351$  y  $gl=1$ , se rechaza la hipótesis nula y por tanto se puede afirmar que existe correlación estadística entre las variables Lenguaje simbólico del docente y Habilidades para la solución de problemas matemáticos.

**Tabla 6**

*Coeficiente de correlación de Rho de Spearman de las variables Lenguaje simbólico del docente y Habilidades para la solución de problemas matemáticos.*

	Habilidades para la solución de problemas matemáticos	Lenguaje simbólico del docente
Rho de Spearman	Coeficiente de correlación	,911
	Sig. (bilateral)	,000
	N	120
Lenguaje simbólico del docente	Coeficiente de correlación	1,000
	Sig. (bilateral)	,000
	N	120

En la tabla 6 observamos el resultado de 0,911 en el coeficiente de Rho de Spearman con una Sig. = 0,000, por lo tanto se rechaza la hipótesis nula, es decir existe correlación directa (positiva) fuerte entre el Lenguaje simbólico del docente y Habilidades para la solución de problemas matemáticos.

### **HIPOTESIS ESPECIFICA 1**

**Ho:** No existe correlación estadística significativa entre las variables Lenguaje simbólico del docente y Habilidades matemáticas en su carácter general.

**Hi:** Existe correlación estadística significativa entre las variables Lenguaje simbólico del docente y Habilidades matemáticas en su carácter general.

**Tabla 7**

Prueba Chi – cuadrado de las variables Lenguaje simbólico del docente y Habilidades matemáticas en su carácter general.

	Valor	gl	Sig. asintótica
Chi-cuadrado de Pearson	83,695	4	,000
N de casos válidos	120		

Como se aprecia en la tabla 7, con  $\chi^2=83.695$  y  $gl=4$ , se rechaza la hipótesis nula y por tanto se puede afirmar que existe correlación estadística entre las variables Lenguaje simbólico del docente y Habilidades matemáticas en su carácter general.

**Tabla 8**

*Coefficiente de correlación de Rho de Spearman de las variables Lenguaje simbólico del docente y Habilidades matemáticas en su carácter general.*

			Lenguaje simbólico del docente	Habilidades matemáticas en su carácter general
Rho de Spearman	Lenguaje simbólico del docente	Coeficiente de correlación	1,000	,842
		Sig. (bilateral)	.	,000
		N	120	120
	Habilidades matemáticas en su carácter general	Coeficiente de correlación	,842	1,000
		Sig. (bilateral)	,000	.
		N	120	120

En la tabla 8 observamos el resultado de 0,842 en el coeficiente de Rho de Spearman con una Sig. = 0,000, por lo tanto se rechaza la hipótesis nula, es decir existe correlación directa (positiva) fuerte entre el Lenguaje simbólico del docente y Habilidades matemáticas en su carácter general.

## **HIPOTESIS ESPECÍFICA 2**

**Ho:** No existe correlación estadística significativa entre las variables Lenguaje simbólico del docente y Habilidades matemáticas básicas.

**Hi:** Existe correlación estadística significativa entre las variables Lenguaje simbólico del docente y Habilidades matemáticas básicas.

**Tabla 9**

*Prueba Chi – cuadrado de las variables Lenguaje simbólico del docente y Habilidades matemáticas básicas.*

	Valor	gl	Sig. asintótica
Chi-cuadrado de Pearson	79,394	4	,000
N de casos válidos	120		

Como se aprecia en la tabla 9, con  $\chi^2=79.394$  y  $gl=4$ , se rechaza la hipótesis nula y por tanto se puede afirmar que existe correlación estadística entre las variables Lenguaje simbólico del docente y Habilidades matemáticas básicas.

**Tabla 10**

*Coefficiente de correlación de Rho de Spearman de las variables Lenguaje simbólico del docente y Habilidades matemáticas básicas.*

			Lenguaje simbólico del docente	Habilidades matemáticas básicas
Rho de Spearman	Lenguaje simbólico del docente	Coeficiente de correlación	1,000	,821
		Sig. (bilateral)	.	,000
		N	120	120
Habilidades matemáticas básicas	Habilidades matemáticas básicas	Coeficiente de correlación	,821	1,000
		Sig. (bilateral)	,000	.
		N	120	120

En la tabla 10 observamos el resultado de 0,821 en el coeficiente de Rho de Spearman con una Sig. = 0,000, por lo tanto se rechaza la hipótesis nula, es decir existe correlación directa (positiva) fuerte entre el Lenguaje simbólico del docente y Habilidades matemáticas básicas.

### **HIPOTESIS ESPECÍFICA 3**

**Ho:** No existe correlación estadística significativa entre las variables Lenguaje simbólico del docente y Habilidades matemáticas elementales.

**Hi:** Existe correlación estadística significativa entre las variables Lenguaje simbólico del docente y Habilidades matemáticas elementales.

**Tabla 11**

*Prueba Chi – cuadrado de las variables Lenguaje simbólico del docente y Habilidades matemáticas elementales*

	Valor	gl	Sig. asintótica
Chi-cuadrado de Pearson	72,551	4	,000
N de casos válidos	120		

Como se aprecia en la tabla 9, con  $\chi^2=72.551$  y  $gl=4$ , se rechaza la hipótesis nula y por tanto se puede afirmar que existe correlación estadística entre las variables Lenguaje simbólico del docente y Habilidades matemáticas elementales.

**Tabla 12**

*Coefficiente de correlación de Rho de Spearman de las variables Lenguaje simbólico del docente y Habilidades matemáticas elementales.*

		Lenguaje simbólico del docente	Habilidades matemáticas elementales
Rho de Spearman	Lenguaje simbólico del docente	1,000	,830
		Sig. (bilateral)	,000
		N	120
	Habilidades matemáticas elementales	,830	1,000
		Sig. (bilateral)	,000
		N	120

En la tabla 12 observamos el resultado de 0,830 en el coeficiente de Rho de Spearman con una Sig. = 0,000, por lo tanto se rechaza la hipótesis nula, es decir existe correlación directa (positiva) fuerte entre el Lenguaje simbólico del docente y Habilidades matemáticas elementales.

## **CAPITULO V**

### **DISCUSIÓN DE RESULTADOS**

De acuerdo a los resultados obtenidos, se verificó a través de la prueba de hipótesis de investigación general donde;  $X^2 = 56,351$  y g.l.=1 aceptando: a mejor lenguaje simbólico del docente, mayor desarrollo de habilidades en la solución de problemas matemáticos en los estudiantes del II semestre 2015 de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos., Lima -2015. De los cuales, se llegaron a conclusiones: Un promedio de 33.3% de estudiantes evaluados logran el desarrollo de sus habilidades matemáticas en la solución de problemas matemáticos, cuando su docente posee un nivel logrado del lenguaje simbólico, en relación del 66.7% de estudiantes en el nivel excelente.

Frente a ello, Sastre, Boubée, Rey y Delorenzi señala: La falencia de los estudiantes al ingresar al nivel universitario para resolver problemas matemáticos, se debe al hecho de no comprender claramente la consigna de los mismos, por tal muestra la propuesta del tratamiento de las representaciones en el registro de la lengua natural para su posterior conversión al registro simbólico.

También, Camós y Rodríguez dice: La claridad y el hilo conductor propuesto en el medio oral por el docente pueden no bastar para la comprensión de los estudiantes si ocurre que, simultáneamente a la explicación oral, se conforma un escrito en el pizarrón en lenguaje simbólico que resulta fragmentado, al ser leído



sin la explicación oral. Es necesario enseñar a extraer significado de los símbolos para facilitar la tarea individual del estudiante que debe realizar con sus apuntes, posteriormente a la clase.

Por otra parte, Yineth Aguirre Marín propone: Un proyecto de aula llamado “El mundo de los números fraccionarios”, en este se involucran una serie de situaciones problema enfocadas al algoritmo de la suma en el conjunto de los números racionales para las estudiantes del grado cuarto de primaria del colegio La Compañía de María, que les permitirá acercarse al uso del lenguaje simbólico desde enfoques pedagógicos y metodológicos y busca el aprendizaje para la comprensión, lo que implica ser un docente guía que oriente a sus alumnos mientras construyen el conocimiento.

## CONCLUSIONES

Según los objetivos planteados en la investigación se llegaron a conclusiones siguientes:

1. El desarrollo de las habilidades matemáticas en su carácter general están en el nivel Inicio el 94.1% de estudiantes, en el nivel Proceso el 100% de estudiantes y en el nivel Regular el 63.0% de estudiantes cuenta con docentes en el nivel Logrado del lenguaje simbólico; el 92.9% de estudiantes en el nivel Bueno y finalmente en el nivel Excelente de las Habilidades matemáticas en su carácter general el 100.0% de estudiantes cuenta con docentes en el nivel Excelente del lenguaje simbólico, concluyendo así que los resultados son muy significativos ya que existe una fuerte correlación que es de 0,842.
2. En el nivel Inicio de las Habilidades matemáticas básicas el 100.0% de estudiantes cuenta con docentes en el nivel Logrado del lenguaje simbólico, en el nivel Proceso el 100% de estudiantes y en el nivel Regular el 68.4% de estudiantes. En el nivel Bueno de esta habilidad el 92.3% de estudiantes cuenta con docentes en el nivel Logrado del lenguaje simbólico y finalmente en el nivel Excelente de las Habilidades matemáticas básicas el 100.0% de estudiantes cuenta con docentes en el nivel Excelente del lenguaje simbólico, y según el coeficiente de Rho Spearman que es 0,821 nos indica que hay una correlación directa.
3. En el nivel Inicio de las Habilidades matemáticas elementales el 100.0% de estudiantes cuenta con docentes en el nivel Logrado del lenguaje simbólico, en el nivel Proceso el 100% de estudiantes y en el nivel Regular

el 61.0% de estudiantes. En el nivel Bueno el 91,7% de estudiantes cuenta con docentes en el nivel Excelente del lenguaje simbólico y finalmente en el nivel Excelente de esta habilidad el 100.0% de estudiantes cuenta con docentes en el nivel Excelente del lenguaje simbólico, concluyendo que es significativa la correlación ya que según Rho Spearman su sig.= 0,000, pues es menor que 0,05.

## SUGERENCIAS

1. Se sugiere coordinar con las autoridades universitarias de la Universidad Mayor de San Marcos para desarrollar diagnósticos verosímiles acerca de la realidad educativa: sobre el desarrollo de habilidades para la solución de problemas matemáticos en los estudiantes de las diversas facultades y en especial de educación ya que el uso del lenguaje simbólico del docente contribuye significativamente a la formación profesional del siglo XXI, que está basado en el desarrollo de competencias.
2. Se sugiere promover y ejecutar la implementación de programas de capacitación y actualización que enfatizan las relaciones entre: lenguaje simbólico del docente y las habilidades en la solución de problemas matemáticos en los estudiantes de la Facultad de Educación Secundaria de la UNMSM, Lima.
3. Se sugiere que el profesional de Educación (docente) cree estrategias para facilitar, complementar, promover en los estudiantes el desarrollo de competencias y capacidades en la solución de problemas matemáticos y en la reflexión de situaciones reales contextualizadas en las diferentes instituciones educativas de la región de Lima.
4. Se sugiere planear y ejecutar estudios de investigación similares con otras universidades, institutos y/o instituciones educativas de la región de Lima, a fin de verificar y comparar los resultados para iniciar la inserción de principios de calidad en relación al aprendizaje.

## BIBLIOGRAFÍA

- ALONSO, V., GONZÁLEZ, A. y SÁENZ, O., Estrategias operativas en la resolución de problemas matemáticos en el ciclo medio de EGB. Enseñanza de las Ciencias, México, 2003.
- ARMENDARIZ, J., Didáctica de las matemáticas y Psicología. Revista Infancia y aprendizaje, Argentina, 2003.
- C. CAMÓS; M. RODRÍGUEZ, Los lenguajes del docente y su relación con los apuntes del alumno. Revista Electrónica Iberoamericana de Educación en Ciencias y Tecnología — Volumen 1, Número 1. Argentina, 2009.
- CHARNAY, R., “Aprender (por medio de) la resolución de problemas”, en: Didáctica de Matemáticas. Aportes y reflexiones, cap. III. Editorial Paidós Educador, Argentina, 1994
- COVEÑAS, N.: Matemática. Editorial Naquiche, Lima, 2 004.
- DEVY DEVRIES, R., Juegos colectivos en la primera enseñanza. Implicaciones de la teoría de Piaget. Aprendizaje-Visor, Madrid, 2001.
- DOUADY, R., “Relación enseñanza-aprendizaje, dialéctica instrumento objeto, juego de marcos”, en: Revista de Didáctica, N° III. Universidad de París, Francia, 1984.
- DUVAL, R. (1996): “Registres de représentation semiotique et fonctionnement cognitif de la pensée”, en: Annales de Didactique et de Sciences Cognitives 5, IREM de Strasbourg. Traducción para fines educativos. Departamento de Matemática Educativa del Cinvestav-IPN, México, 1996.

- GRAFEIN, Teoría y práctica de un taller de escritura. Altalena Editores, Buenos Aires, Argentina, 1981.
- INDRIAGO MONTERO, Raúl, Procesos Cognitivos Básicos. Años Escolares. Ediciones Psicología Evolutiva. Madrid-España, 2003
- MIALARET, Gimeno, Las matemáticas: cómo se enseñan, cómo se aprenden. Pablo del Río. Madrid, 1997.
- MINISTERIO DE EDUCACIÓN, Propuesta pedagógica Matemática para la Vida. Ministerio de Educación, 2012.
- PIMM, D., El lenguaje matemático en el aula, M.E.C.-Morata, Madrid, 1990
- PUIG, L., El estilo heurístico de resolución de problemas, en Salar, A., Alayo, F., Kindt, M. y Puig, L. Aspectos didácticos en matemáticas, 4, Zaragoza: ICE, 2001.
- ORTEGA DAFO, Juan Francisco y ORTEGA DAFO, José Ángel, Lenguaje Matemático: Una experiencia en los estudios de Economía de la Universidad de Castilla. La Mancha, España 2004.
- RICO, C., Aprendizaje escolar y desarrollo de habilidades. Editorial Paidós. Buenos Aires, Argentina 2001.
- Santa Paella Stracuzzi, Feliberto Martins Pestana. "Metodología de la Investigación Cuantitativa", edit. Fedupel. 2da edición, Caracas 2006
- SASTRE VÁZQUEZ, Patricia; BOUBÉE, Carolina; REY, Graciela; DELORENZI, Olga, La comprensión: proceso lingüístico y matemático. Universidad Nacional Centro de la Provincia de Buenos Aires, Argentina, 2008.

SASTRE VÁZQUEZ, P.; BOUBÉE, C., y REY, G., “Dificultades en la resolución de problemas del alumno ingresante a Ingeniería Agronómica”, en: Actas XIX Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa, RELME 19, Montevideo, 2005.

SCHOENFELD, “La enseñanza del pensamiento matemático y la resolución de problemas”, en: Currículum y Cognición, pp. 141-170. Editorial Aique, Buenos Aires, 1996.

## DE LAS TESIS

GUTIERREZ CHERRES JOSÉ ANTONIO: Estrategias de enseñanza y resolución de problemas matemáticos según la percepción de estudiantes del cuarto grado de primaria de una institución educativa – ventanilla. Tesis para optar el grado académico de Maestro en Educación Mención en Psicopedagogía de la Infancia. Lima – Perú 2012.

LLANOS, S. Estrategias heurísticas de resolución de problemas en el aprendizaje de la matemática. Lima: Derrama Magisterial. Lima- Perú 2008.

SASTRE VÁZQUEZ, Patricia; BOUBÉE, Carolina; REY, Graciela; DELORENZI, Olga: La comprensión: proceso lingüístico y matemático. Universidad Nacional Centro de la Provincia de Buenos Aires, Argentina 2008.

SILVA, M., Método y estrategias de resolución de problemas matemáticos utilizadas por alumnos del sexto grado de primaria. Tesis para optar el título de Licenciado en Educación. Universidad Iberoamericana. México 2009. Recuperado el 28 de agosto del 2015 en:

[http://www.cimeac.com/images/2a\\_parte\\_reporte\\_final\\_inide.pdf](http://www.cimeac.com/images/2a_parte_reporte_final_inide.pdf)



**WEB SITE**

ROSALES LÓPEZ, Carlos (2001): El lenguaje matemático en los textos escolares.

Artículo disponible en [http://e-](http://e-spacio.uned.es/fez/eserv.php?pid=bibliuned:lenguaje_matematico.pdf)

[spacio.uned.es/fez/eserv.php?pid=bibliuned:lenguaje\\_matematico.pdf](http://e-spacio.uned.es/fez/eserv.php?pid=bibliuned:lenguaje_matematico.pdf) Fecha de acceso: 2 de junio del 2015.

Lenguaje matemático y básico. Disponible en

[http://www.dma.fi.upm.es/gies/informates/Temas\\_Basicos/basicos\\_0\\_1.pdf](http://www.dma.fi.upm.es/gies/informates/Temas_Basicos/basicos_0_1.pdf) Fecha de acceso: 2 de junio del 2015.

Habilidades matemáticas: Disponible en

<http://www.monografias.com/trabajos81/proceso-formacion-habilidades-matematicas>. Fecha de acceso: 10 de Octubre 2015.

FERNÁNDEZ, S. (2002). Citado en Resolución de problemas Hallado en <http://www.fqt.izt.uam.mx/Alumnos/JRC/problem1.htm> Fecha de acceso: 20 de febrero del 2015.

# **ANEXOS**

**ANEXO 01: MATRIZ DE CONSISTENCIA**  
**ESCUELA DE POST GRADO - MAESTRIA EN EDUCACIÓN**  
**MENCION INVESTIGACIÓN Y DOCENCIA SUPERIOR**

**TESISTA: Lic. LORENA MAGALY SANCHEZ VENTURA.**

**TÍTULO DE LA INVESTIGACIÓN: El lenguaje simbólico del docente y el desarrollo de habilidades en la solución de problemas matemáticos en estudiantes del II al X semestre 2015 de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos**

PROBLEMA	OBJETIVOS	HIPÓTESIS	VARIABLES	DIMENSIONES	INDICADORES	INSTRUMENTOS
Problema general	Objetivo general	Hipótesis general				
<p>¿Existe relación entre el lenguaje simbólico del docente y el desarrollo de habilidades en la solución de problemas matemáticos en estudiantes del II al X semestre 2015 de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos?</p> <p><b>PROBLEMAS ESPECÍFICOS</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>¿Cómo se relaciona el lenguaje simbólico que utilizan los docentes y el desarrollo de las habilidades matemáticas en su carácter general en estudiantes del II al X semestre 2015 de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos?</li> <li>¿Qué relación existe entre</li> </ul>	<p>Establecer la relación existente entre el lenguaje simbólico del docente y el desarrollo de habilidades en la solución de problemas matemáticos en estudiantes del II al X semestre 2015 de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos.</p> <p><b>OBJETIVOS ESPECÍFICOS:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Determinar cómo se relaciona el lenguaje simbólico que utilizan los docentes y el desarrollo de las habilidades matemáticas en su carácter general en la solución de problemas matemáticos en estudiantes del II al X semestre 2015 de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos.</li> <li>Establecer la relación que</li> </ul>	<p>Existe relación entre el lenguaje simbólico del docente y el desarrollo de habilidades en la solución de problemas matemáticos en estudiantes del II al X semestre 2015 de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos.</p> <p><b>HIPÓTESIS ESPECÍFICAS:</b></p> <p>Hi1: El lenguaje simbólico que utilizan los docentes se relaciona con el desarrollo de las habilidades matemáticas en su carácter general en la solución de problemas matemáticos en estudiantes del II al X semestre 2015 de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos.</p> <p>Hi2: El lenguaje simbólico</p>		<p><b>La acción.</b></p>	<p>Promueve la atención de sus estudiantes a través de experiencias sencillas y/o con preguntas motivadoras.</p> <p>Utiliza objetos del medio o materiales especialmente diseñados para estimular el aprendizaje intuitivo de diversas cuestiones lógicas y matemáticas</p> <p>Elabora con sus estudiantes materiales especialmente diseñados para estimular el aprendizaje intuitivo de diversas cuestiones lógicas y matemáticas</p>	
				<p><b>Asociación de la palabra con la acción.</b></p>	<p>Utiliza estrategias que despertar la curiosidad e interés por la matemática.</p> <p>Combina la manipulación de objetos con la expresión verbal mediante la cual explica lo que está haciendo.</p> <p>Orienta a sus estudiantes como deben manipular los materiales, equipos e instrumentos de laboratorio, para que comprueben sus conocimientos matemáticos.</p> <p>Estimula a sus estudiantes a la observación de hechos y fenómenos de la realidad.</p>	

<p>el lenguaje simbólico que utilizan los docentes y el desarrollo de las habilidades matemáticas básicas en la solución de problemas matemáticos en estudiantes del II al X semestre 2015 de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos?</p> <p>• ¿Cómo se relaciona el lenguaje simbólico que utilizan los docentes y el desarrollo de las habilidades matemáticas elementales la solución de problemas matemáticos en estudiantes del II al X semestre 2015 de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos?</p>	<p>hay entre el lenguaje simbólico que utilizan los docentes y el desarrollo de habilidades básicas en la solución de problemas matemáticos en estudiantes del II al X semestre 2015 de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos.</p> <p>• Determinar la relación entre el lenguaje simbólico que utilizan los docentes y el desarrollo de habilidades elementales en la solución de problemas matemáticos en estudiantes del II al X semestre 2015 de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos.</p>	<p>que utilizan los docentes se relaciona con el desarrollo de habilidades elementales en la solución de problemas matemáticos en estudiantes del II al X semestre 2015 de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos.</p> <p>Hi3: El lenguaje simbólico que utilizan los docentes se relaciona con el desarrollo de habilidades básicas en la solución de problemas matemáticos en estudiantes del II al X semestre 2015 de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos.</p>			<p>Incorpora conceptos o terminologías sobre el tema tratado en sus sesiones.</p>
					<p>Guía a los estudiantes a registrar los resultados obtenidos de manera crítica y con un lenguaje simbólico claro.</p>
					<p>Promueve en los estudiantes la socialización de los resultados obtenidos, es decir que sean capaces de explicar verbalmente lo que ha hecho en otro momento.</p>
					<p>Promueve en los estudiantes a que expliquen verbalmente realidades generales, esquematizadas.</p>
<p>Abstracción matemática.</p>					<p>Promueve la aplicación de lo aprendido a nuevas situaciones que te permiten afirmar su aprendizaje y asociarlo a su vida diaria.</p>
					<p>Fomenta en los estudiantes a esquematizar realidades como resultado de la captación de elementos comunes a diversas circunstancias específicas.</p>
					<p>Utiliza en sus explicaciones y operaciones matemáticas no ya la palabra sino la representación gráfica.</p>
<p>Lenguaje gráfico.</p>					<p>Orienta a los estudiantes a poder acceder al lenguaje gráfico, mediante una doble vía: o bien como continuación del proceso anterior, o bien directamente desde la realidad de los objetos y las acciones, sin el paso intermedio de la palabra.</p>
					<p>Utiliza en sus explicaciones instrumentos para la representación gráfica.</p>
					<p>Socializa con sus estudiantes la idea de que para entender y aprender Matemática es necesario conocer nuestro idioma, pues en caso contrario, aunque se diga cosas muy sencillas, no se entenderán.</p>

			<b>VARIABLE INDEPENDIENTE:</b> <b>Lenguaje simbólico del docente</b>	Lenguaje simbólico.	Sus estudiantes conocen claramente que el lenguaje simbólico matemático es, un lenguaje vivo, prácticamente universal, fuertemente estructurado, inequívoco y completo en sus propósitos.	<b>Test de autoevaluación de reconocimiento del lenguaje simbólico:</b> conformado por 20 enunciados que fue desarrollado por los docentes.
		Sus estudiantes acceden al conocimiento y utilización de los signos matemáticos específicos como son los correspondientes a la numeración, a las operaciones básicas del cálculo, a las operaciones con conjuntos, etc. para solucionar situaciones reales.				
		Socializa con sus estudiantes la idea de que para entender y aprender Matemática es necesario conocer nuestro idioma, pues en caso contrario, aunque se diga cosas muy sencillas, no se entenderán.				
		<b>VARIABLE DEPENDIENTE:</b> <b>Habilidades para la solución de problemas matemáticos</b>	Habilidades matemáticas para resolver problemas matemáticos	Destacan habilidades como identificar, observar, describir, modelar, calcular, fundamentar, valorar.	<b>Evaluación de ensayo:</b> conformado por 8 situaciones, que permitió, a la investigadora, verificar y evaluar las habilidades en la solución de los problemas propuestos por cada uno de los estudiantes.	
			Habilidades matemáticas básicas	Ejecutan habilidades (demostrar, calcular, construir, explicar, fundamentar, etc.)		
			Habilidades matemáticas elementales	Destaca el reconocimiento de propiedades de figuras geométricas, realizar construcciones geométricas fundamentales La acción a realizar es directamente con conceptos, teoremas y procedimientos.		

## ANEXO 02: CUADRO METODOLÓGICO

TIPO Y NIVEL DE INVESTIGACION	POBLACION, MUESTRA	DISEÑO DE INVESTIGACION	TECNICAS DE RECOLECCION DE INFORMACION	TÉCNICA ESTADÍSTICA
<p><b>Tipo de investigación</b> descriptiva correlacional</p> <p><b>Nivel de investigación</b> investigación descriptiva</p>	<p><b>Población:</b> Estuvo constituido por 240 <b>estudiantes</b> del II al X semestre 2015 de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos</p> <p><b>Muestra:</b> Estuvo constituido por <b>120 estudiantes</b> del II semestre 2015 de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos, la misma que está conformada por la especialidad de Matemática y Física.</p> <p><b>Tipo de muestreo</b> Es muestreo Censal, se toma toda la población.</p>	<p><b>DESCRIPTIVO CORRELACIONAL:</b> En este diseño nos orientamos a describir y relacionar el lenguaje simbólico del docente (variable independiente) con el desarrollo de habilidades en la solución de problemas matemáticos (variable dependiente).</p>	<p><b>Encuesta:</b> Se fundamenta en un cuestionario o conjunto de preguntas cerradas que se preparan con el propósito de obtener información de los docentes de la facultad.</p> <p><b>Evaluación de ensayo:</b> Permite obtener información confiable siempre y cuando se haga mediante un procedimiento sistematizado y muy controlado.</p>	<p>Correlación de Spearman.</p>

### ANEXO 03: INSTRUMENTOS ENCUESTA PARA LOS DOCENTES

#### I. DATOS INFORMATIVOS:

- 1.1. NIVEL DE EDUCACION : Superior.  
 1.2. DOCENTE : Femenina ( ) Masculino ( )  
 1.3. FECHA : ...../..... / 2015

#### INDICACIONES:

Este instrumento me permitirá recoger información sobre lenguaje simbólico que utilizan los docentes en relación al desarrollo habilidades en la solución de problemas matemáticos en estudiantes del II semestre 2015 de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos, se solicita responder con la verdad y seriedad sólo una opción por cada ítems.

4	EXCELENTE
3	LOGRADO
2	PROCESO
1	INICIO

Nº	DIMENSIÓN: La acción	1	2	3	4
01	Promueve la atención de sus estudiantes a través de experiencias sencillas y/o con preguntas motivadoras.				
02	Utiliza objetos del medio o materiales especialmente diseñados para estimular el aprendizaje intuitivo de diversas cuestiones lógicas y matemáticas				
03	Elabora con sus estudiantes materiales especialmente diseñados para estimular el aprendizaje intuitivo de diversas cuestiones lógicas y matemáticas				
Nº	DIMENSIÓN: Asociación de la palabra con la acción.	1	2	3	4
04	Utiliza estrategias que despertar la curiosidad e interés por la matemática.				
05	Combina la manipulación de objetos con la expresión verbal mediante la cual explica lo que está haciendo.				
06	Orienta a sus estudiantes como deben manipular los materiales, equipos e instrumentos de laboratorio, para que comprueben sus conocimientos matemáticos.				
07	Estimula a sus estudiantes a la observación de hechos y fenómenos de la realidad.				
Nº	DIMENSIÓN: Conducta del relato.	1	2	3	4
08	Incorpora conceptos o terminologías sobre el tema tratado en sus sesiones.				
09	Guía a los estudiantes a registrar los resultados obtenidos de manera crítica y con un lenguaje simbólico claro.				
10	Promueve en los estudiantes la socialización de los resultados obtenidos, es decir que sean capaces de explicar verbalmente lo que ha hecho en otro momento.				

Nº	<b>DIMENSIÓN: Abstracción matemática.</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
11	Promueve en los estudiantes a que expliquen verbalmente realidades generales, esquematizadas.				
12	Promueve la aplicación de lo aprendido a nuevas situaciones que te permiten afirmar su aprendizaje y asociarlo a su vida diaria.				
13	Fomenta en los estudiantes a esquematizar realidades como resultado de la captación de elementos comunes a diversas circunstancias específicas.				
Nº	<b>DIMENSIÓN: Lenguaje gráfico.</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
14	Utiliza en sus explicaciones y operaciones matemáticas no ya la palabra sino la representación gráfica.				
15	Orienta a los estudiantes a poder acceder al lenguaje gráfico, mediante una doble vía: o bien como continuación del proceso anterior, o bien directamente desde la realidad de los objetos y las acciones, sin el paso intermedio de la palabra.				
16	Utiliza en sus explicaciones instrumentos para la representación gráfica.				
Nº	<b>DIMENSIÓN: Lenguaje simbólico.</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
17	Socializa con sus estudiantes la idea de que para entender y aprender Matemática es necesario conocer nuestro idioma, pues en caso contrario, aunque se diga cosas muy sencillas, no se entenderán.				
18	Sus estudiantes conocen claramente que el lenguaje simbólico matemático es, un lenguaje vivo, prácticamente universal, fuertemente estructurado, inequívoco y completo en sus propósitos.				
19	Sus estudiantes acceden al conocimiento y utilización de los signos matemáticos específicos como son los correspondientes a la numeración, a las operaciones básicas del cálculo, a las operaciones con conjuntos, etc. para solucionar situaciones reales.				
20	Para acceder a esta última etapa del lenguaje matemático sus estudiantes utiliza la teoría del matemático George Polya.				

Lima, Octubre del 2015.

Gracias por tu colaboración.



## EVALUACION DE RESOLUCION DE PROBLEMAS

### II. DATOS INFORMATIVOS:

#### 1.1. NOMBRES Y APELLIDOS:

.....

1.2. SEMESTRE: II  
2015

FECHA: ...../...../.....

#### 1.3. FACULTAD DE EDUCACION UNMSM

Resuelve las siguientes situaciones registra tus procesos ordenadamente, muchas gracias por tu colaboración. (3 p c/u)

I.

#### Habilidades matemáticas en su carácter general

Milenka compra el primer día de cada mes dos o tres de los siguientes informativos, (considera que solo puede comprar el día que se publica):

"Entérate" cada 6 días y tiene un costo de S/. 2,00

"Ganador" cada 8 días y tiene un costo de S/. 2,50

También el semanario "Perú-Ganador" que se publica los domingos y tiene un costo de S/. 4,00.

Si el primero de este mes fue domingo; entonces:

1. Escribe los días de este mes, que compra "Perú-Ganador".

- ¿Cuál es la razón de la progresión?

2. Escribe los días de este mes, que compra "Ganador".

- ¿Qué tipo de progresión forman estos números?
- ¿Cuál es la razón de la progresión?

3. ¿Cuántos diarios y qué inversión en ellos hace en el mes?



II.

- Un año normal tiene 365 días.
- Los años bisiestos tienen 366 días (el día extra es el 29 de febrero).

¿Cómo saber si un año va a ser bisiesto?

- Los años bisiestos son divisibles entre 4 (como 2004, 2008, etc.)
- Excepto si el año termina en dos ceros (como 2100, 2200, ...);
- Si es divisible entre 400, entonces sí es bisiesto (como 2000, 2400, etc.)

1. ¿Cuáles son los próximos 5 años bisiestos, contados desde la actualidad?

2. Si la Universidad Nacional Mayor de San Marcos se fundó en el año 1770, ¿cuántos años bisiestos han pasado desde aquel año hasta la actualidad?

Semana Santa 2011

MAR	ABR	MAY
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31

### Activación cotidiana

Si colocáramos tres palitos de fósforo de modo que sean los lados de un triángulo y graficáramos una circunferencia de modo que uno de los palitos sea una cuerda y los otros dos palitos sean tangentes, ¿cuánto mediría en grados el arco menor que se determinaría en la circunferencia?



### Habilidades matemáticas básicas

La pulgada es una unidad de longitud antropométrica que equivale a la longitud de un pulgar, y más específicamente a su primera falange.

1 pie = 12 pulgadas; 1 yarda = 3 pies; 1 milla = 1 760 yardas

1. La distancia entre dos paraderos del metropolitano es una cantidad exacta en pies, que expresada en pulgadas es  $\frac{1}{4}x$ . ¿Cuántos pies de distancia es?
2. Alex es alumno del colegio y a sus 12 años tiene "n" pies de estatura, que expresado en pulgadas es  $(m + 1)0$ . Calcular "m + n".



- II Julio desea realizar un experimento de distancias. Para ello se sitúa en el punto "P" que está a  $10\sqrt{3}$  m al frente de su casa. Coloca una cuerda desde "P" hacia la parte más alta de su casa y la tensa firmemente. Julio se da cuenta que la cuerda forma un ángulo de  $30^\circ$  con el piso. Calcular:
  - La altura de la casa.
  - La distancia respecto del piso, a la que se encuentra el punto medio de la cuerda.



### Habilidades matemáticas elementales

I.

El Foro de Cooperación Económica de Asia Pacífico o APEC es el mayor espacio para facilitar el crecimiento económico, la cooperación, el comercio y las inversiones en la región de Asia Pacífico.



Sea:  $U = \{x/x \text{ es un país que conforma la APEC}\}$   
 $A = \{x/x \text{ es un país del continente americano}\}$   
 $B = \{x/x \text{ es un país de América del Sur}\}$

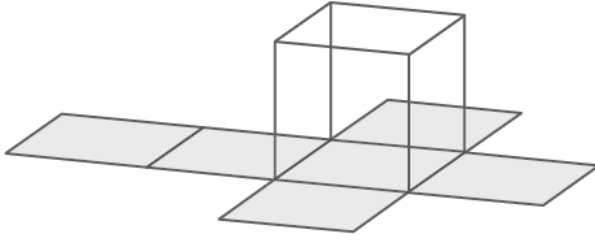
1. Determinar por extensión el conjunto "A" y hallar su cardinal.
2. Grafica los tres conjuntos antes mencionados ("U"; "A" y "B").

II.

Los romanos desconocían el cero, introducido posteriormente por los árabes, así que no existe ningún símbolo en el sistema de numeración romano que represente el valor cero. En el sistema de numeración romano los símbolos a usar son:  $S = \{I; V; X; L; C; D; M, \dots\}$  y como regla general, los símbolos se escriben y leen de izquierda a derecha, de mayor a menor valor. El número 132 013 en el sistema romano se escribe como: CXXXIIXIII.

1. ¿Cómo se escribe 457 en el sistema romano?
2. Lima, ciudad de reyes y virreyes, fue fundada el 18 de enero de MDXXXV, por Francisco Pizarro y apenas contaba con 25 mil habitantes. ¿Cuántos años de fundada tiene Lima?
3. La Universidad Nacional Mayor de San Marcos, decana de América, fue fundada el 12 de mayo de MDLI y fue el inicio de la historia universitaria del continente. ¿Cuántos años de fundada tiene la UNMSM?





III. La figura nos muestra a un cubo y como se construiría dicho sólido con un polígono conformado por seis cuadrados iguales. Si la arista del cubo mide 10 cm, responder:

- ¿Cómo se llama el polígono no convexo formado por los seis cuadrados?
- ¿Cuál es el perímetro del polígono no convexo mostrado?

Excelente: 19 – 20

Bueno : 17 – 18

Regular : 14 – 16

Proceso : 11 – 13

Inicio : 00 – 10

**La esencia de las matemáticas no es hacer las cosas simples complicadas, sino hacer las cosas complicadas simples.**





