UNIVERSIDAD NACIONAL HERMILIO VALDIZÁN
ESCUELA DE POSTGRADO

APLICACIÓN DEL MODELO DE VAN HIELE Y EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA EN LOS ALUMNOS DEL CUARTO GRADO DE LA I.E.I. HORACIO ZEBALLOS GÁMEZ DE PILLAO - 2015

TESIS PARA OPTAR EL GRADO ACADÉMICO DE MAGÍSTER EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

CLEVER JOAQUIN BAYLON

HUÁNUCO, PERÚ

2016

DEDICATORIA

A mi madre Julieta Baylón y mi padre Francisco Joaquín, por darme la vida, por sus consejos, sus valores, por creer en mí, por la motivación diaria a ser una persona de bien, pero sobre todo, por su amor que me dan desde el infinito.

A mis hermanos por ser el pilar fundamental en todo lo que soy, en toda mi formación, tanto académica, como de la vida, por su incondicional apoyo de siempre.
Todo este trabajo ha sido posible gracias a ellos.

AGRADECIMIENTO

A Hellen Julieta y Stephen Angel James, mis hijos, y a mi amada esposa mis sinceros agradecimientos por ser los principales impulsores de mis sueños, por ser mi sustento, por ser mi compañía y por estar siempre deseándome lo mejor, pues sin ustedes no hubiese podido lograr que entre muchos vaivenes de la vida lograra alcanzar esta meta. Gracias por cada momento.

A los maestros de la Escuela de Postgrado de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos y de la Universidad Nacional Hermilio Valdizán, por haberme brindado sus conocimientos, sus orientaciones y sus formas de trabajo; su persistencia, su paciencia y su motivación han sido fundamentales para mi formación como investigador.

A mi asesor y maestros de la especialidad de matemática y física de la facultad de educación, por los aportes y sus gratas sugerencias; sobretodo, por su participación en mi formación como maestro, ya que tengo un poco de cada uno de ellos.

A los padres de familia y profesores de la Institución Educativa Integrada Horacio Zeballos Gámez de Pillao, por su apoyo.

A todos mis familiares y amigos que dieron el alcance y motivación para culminar la presente investigación.

RESUMEN

El problema que da oriente a esta investigación es determinar ¿De qué manera la aplicación del modelo de Van Hiele mejora el aprendizaje de la matemática en los estudiantes del cuarto grado de educación secundaria de la Institución Educativa Integrada Horacio Zeballos Gámez de Pillao?, cuyo objetivo general del trabajo fue determinar si la aplicación del modelo de Van Hiele mejora el aprendizaje de los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la I.E.I. Horacio Zeballos Gámez 2015.

Siendo la hipótesis: la aplicación del modelo de Van Hiele mejora el aprendizaje de los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la I.E.I. Horacio Zeballos Gámez 2015. La metodología de estudio, que se utilizó es el método científico y como método específico el experimental con un diseño pre y post prueba con grupo control y experimental, y una muestra de 22 estudiantes en cada grupo, se aplicó un muestreo no probabilístico.

Los resultados obtenidos fueron favorables ya que se llega a la conclusión que la aplicación del modelo de Van Hiele mejora el aprendizaje de los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la Institución Educativa Integrada Horacio Zeballos Gámez de Pillao- 2015.

PALABRAS CLAVES:
Aprendizaje, matemática, competencias, capacidades.

SUMMARY

The problem that gives guidance to this investigation is to determine what way the application of Van Hiele model improves learning of mathematics in the fourth grade students of secondary education of School Integrated Horacio Zeballos Gámez?, aimed Pillao General job was to determine whether the application of Van Hiele model improves student learning fourth grade junior high IEI Horacio Zeballos Gámez 2015.

As the hypothesis: the implementation of the Van Hiele model improves student learning fourth grade junior high IEI Horacio Zeballos Gámez 2015. The study methodology that was used is the scientific method as a specific method and experimental design with pre and post test with control and experimental group, and a sample of 22 students in each group, A convenience sample was applied.

The results were favorable and it concludes that implementation of the Van Hiele model improves student learning fourth grade junior high IEI Horacio Zeballos Gámez 2015

KEYWORDS:
Learning, math, skills, abilities..

INTRODUCCIÓN

De las observaciones hechas en la labor pedagógica, en las diferentes instituciones, se observa que la gran mayoría de los docentes optan por dictar las clases y en matemática específicamente, la gran mayoría de los docentes transcriben los contenidos de algún texto incluso sin conocer a profundidad los contenidos del Programa Curricular. Por lo que podemos deducir que como efecto, se vuelve cada vez más difícil que los estudiantes aprendan adecuadamente las nociones básicas de la matemática. El mismo problema se presenta en todo el nivel educativo hasta tal punto que se ha incluido como parte del problema prioridad por resolver.

La investigación denominada: APLICACIÓN DEL MODELO DE VAN HIELE Y EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA EN LOS ALUMNOS DEL CUARTO GRADO DE LA I.E.I. HORACIO ZEBALLOS GÁMEZ DE PILLAO – 2015, tiene como objetivo determinar si la aplicación del Modelo de Van Hiele mejora el aprendizaje de la matemática en los estudiantes del cuarto grado del nivel secundaria de la I. E. I. Horacio Zeballos Gámez de Pillao. Se aplica el tipo de investigación aplicada con un diseño de pre y postprueba con dos grupos (control y experimental), con una muestra de 22 estudiantes en cada grupo.

En el capítulo I titulado EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN se trató todo lo referente al problema de investigación, teniendo en cuenta la descripción y formulación del mismo, así como también los objetivos de la investigación, las hipótesis y sus variables, justificación e importancia, la viabilidad y limitaciones.

En el II capítulo denominado MARCO TEÓRICO, considerando los antecedentes, las bases teóricas (en la que se desarrolla todo lo necesario para comprender la importancia y alcance de la investigación), también se desarrolla lo referente a las definiciones conceptuales y las bases epistémicas.

En el III capítulo denominado MARCO METODOLÓGICO se aborda lo que concierne al tipo y nivel de investigación, método, diseño, población y muestra, instrumentos, las técnicas de recolección, procesamiento y presentación de datos.

En el IV capítulo se presentan los RESULTADOS, donde se muestran los resultados obtenidos en pre y post prueba, como también se aplica la prueba de hipótesis.

En el V capítulo se realiza la discusión de los resultados de la investigación.

También se incluyen las conclusiones, bibliografía utilizada y anexos.

ÍNDICE

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

CAPÌTULO III

MARCO METODOLÓGICO

CAPÌTULO IV

RESULTADOS

CAPÌTULO V

DISCUSIÓN DE RESULTADOS

CAPITULO I

EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÒN

1.1 Descripción del problema

Una de las funciones elementales que debe promover la educación es lograr que las personas puedan dirigir, cabalmente, su propio desarrollo. Cada persona debe ser responsable de su destino, a fin de contribuir para el desarrollo de la sociedad en la que está inserta. Sin embargo, no todos pueden aportar con la misma fuerza en la obra colectiva y la vida en la sociedad, por la desigualdad que existe en el libre acceso a todas las oportunidades del desarrollo.

La Educación Básica, como libre acceso al desarrollo y no como medio de producción, deberá abarcar todos los elementos del saber necesarios para acceder a otros niveles del conocimiento. La enseñanza de la matemática como ciencia cumple la función de ser formadora, y desde esta perspectiva la geometría despierta la curiosidad, estimula la creatividad, desarrolla el sentido de la observación a través de la visualización; promueve la comprensión y captación espacial, por la razón evidente de que nuestro ambiente físico así lo es; como también propiciar en cada estudiante la oportunidad de modelar libremente su propia vida y participar en la sociedad en constante cambio (Delors, 1997)

Dentro de este marco se presenta una deficiencia muy comentada que es la de tener un bajo nivel de aprendizaje de la matemática en los diferentes niveles de nuestro sistema educativo, específicamente en el área matemática en educación secundaria, podemos notar esa falencia que es preocupante, uno por el lado del docente que no tiene una formación sólida en cuestiones de matemática y como consecuencia carece de estrategias adecuadas para aplicar en el proceso de enseñanza aprendizaje.

En la Institución Educativa Integrada Horacio Zeballos Gámez de Pillao, al desarrollarse los temas que corresponden a figuras geométricas podemos notar que los estudiantes no pueden diferenciar las áreas con sus perímetros, no pueden determinar con facilidad el área y el volumen ni distinguir los elementos que tiene cada una de las figuras planas, de la misma manera no pueden ubicar sus ejes de simetría ni representarlos en el plano cartesiano con precisión, se puede observar también que difícilmente pueden desarrollar problemas relacionados con figuras geométricas.

1.2. Formulación del problema

1.2.1. Problema general

¿Al aplicar el Modelo de Van Hiele mejora significativamente el aprendizaje de la matemática en los estudiantes de la I.E.I. Horacio Zeballos Gámez de Pillao - 2015?

1.2.2. Problemas específicos:

¿Al aplicar el Modelo de Van Hiele mejora significativamente el desarrollo de la competencia; actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad en estudiantes de la I.E.I. Horacio Zeballos Gámez de Pillao - 2015?

¿Al aplicar el Modelo de Van Hiele mejora significativamente el desarrollo de la competencia; actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio en estudiantes de la I.E.I. Horacio Zeballos Gámez de Pillao - 2015?

¿Al aplicar el Modelo de Van Hiele mejora significativamente el desarrollo de la competencia; actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización en estudiantes de la I.E.I. Horacio Zeballos Gámez de Pillao- 2015?

¿Al aplicar el Modelo de Van Hiele mejora significativamente el desarrollo de la competencia; actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre en estudiantes de la I.E.I. Horacio Zeballos Gámez de Pillao - 2015?

1.3. Objetivo general y objetivos específicos

1.3.1. Objetivo general

Determinar si al aplicar el Modelo de Van Hiele mejora significativamente el aprendizaje de la matemática en los estudiantes de I.E.I. Horacio Zeballos Gámez de Pillao - 2015.

1.3.2. Objetivos específicos

Evaluar si al aplicar el Modelo de Van Hiele mejora significativamente el desarrollo de la competencia; actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad en estudiantes de la I.E.I. Horacio Zeballos Gámez de Pillao - 2015

Evaluar si al aplicar el Modelo de Van Hiele mejora significativamente el desarrollo de la competencia; actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio en estudiantes de la I.E.I. Horacio Zeballos Gámez de Pillao - 2015

Evaluar si al aplicar el Modelo de Van Hiele mejora significativamente el desarrollo de la competencia; actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización en estudiantes de la I.E.I. Horacio Zeballos Gámez de Pillao - 2015

Evaluar si al aplicar el Modelo de Van Hiele mejora significativamente el desarrollo de la competencia; actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre en estudiantes de la I.E.I. Horacio Zeballos Gámez de Pillao – 2015

1.4. Hipótesis y sistema de variables

1.4.1. Hipótesis general

La aplicación del Modelo de Van Hiele mejora significativamente el aprendizaje de la matemática en los estudiantes de I.E.I. Horacio Zeballos Gámez de Pillao - 2015

1.4.2. Hipótesis específicas

La aplicación del Modelo de Van Hiele mejora significativamente el desarrollo de la competencia; actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad en estudiantes de la I.E.I. Horacio Zeballos Gámez de Pillao - 2015

La aplicación del Modelo de Van Hiele mejora significativamente el desarrollo de la competencia; actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio en estudiantes de la I.E.I. Horacio Zeballos Gámez de Pillao - 2015

La aplicación del Modelo de Van Hiele mejora significativamente el desarrollo de la competencia; actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización en estudiantes de la I.E.I. Horacio Zeballos Gámez de Pillao- 2015

La aplicación del Modelo de Van Hiele mejora significativamente el desarrollo de la competencia; actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre en estudiantes de la I.E.I. Horacio Zeballos Gámez de Pillao- 2015

1.5. Sistema de variables

1.5.1. Variable Independiente

Modelo de Van Hiele

Es un modelo de enseñanza que nos muestra el camino que se debe seguir en el aprendizaje de la geometría. Este modelo explica cómo se produce la evolución del razonamiento geométrico de nuestros estudiantes y cómo es posible ayudarlos a mejorar la calidad de su razonamiento

1.5.2. Variable Dependiente

Aprendizaje de la matemática

Implica la transferencia y combinación apropiada de las capacidades matemáticas para desarrollar formas de actuar y pensar matemáticamente en diversas situaciones, permitiendo a los estudiantes interpretar e intervenir en la realidad a partir de la intuición, el planteamiento de supuestos, conjeturas e hipótesis, haciendo inferencias, deducciones, argumentaciones y demostraciones de fenómenos de la realidad e intervenir convenientemente sobre ella.

Matriz de operacionalización de las variables

VARIABLES	DIMENSIONES
VARIABLE INDEPENDIENTE MODELO DE VAN HIELE.	Nivel 0: visualización Nivel 1: Análisis Nivel 2: Deducción informal **Nivel 3: Deducción formal** Nivel 4: Rigor
VARIABLE DEPENDIENTE APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA	• Competencia; actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad • Competencia; actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad equivalencia y cambio • Competencia; actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización • Competencia; actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre

1.6. Justificación e importancia

Se justifica la investigación tomando en cuenta los siguientes criterios:

Justificación legal: La presente investigación se justifica desde el punto de vista legal, de acuerdo al reglamento que norma los procedimientos para la obtención del grado académico de magíster en la Universidad Nacional Hermilio Valdizán. La base legal que sustenta dicho reglamento es:

- La constitución política del Perú que establece los fines de la educación universitaria (Art. 18º); como la creación intelectual y artística, la investigación científica y tecnológica.
- La ley universitaria Nº 23733, que faculta la formación de maestros y doctores (Art. 13º)
- El estatuto de la Universidad Nacional Hermilio Valdizán, que instituye a la Escuela de Postgrado como la unidad académica del más alto nivel en la UNHEVAL

Importancia teórico científico: Porque los resultados y productos de nuestra investigación serán una contribución al desarrollo de la ciencia y la tecnología.

Importancia práctica: El presente trabajo de investigación hace necesario encaminarse al proceso formativo del estudiante, en el sentido de la ayuda recíproca de solidaridad social y de superación, del interés de la colectividad relacionado con el área de matemática. A los docentes se propone esta metodología en el marco del proceso de acreditación especializada, orientada a mejorar la formación estudiantil en la institución educativa

1.7. Viabilidad

La presente investigación es viable o factible, pues se dispuso de los recursos financieros, humanos y materiales necesarios para su ejecución. Asimismo, se ha previsto los alcances de la investigación, tenemos acceso al lugar o contexto donde se llevará a cabo la investigación.

1.8. Limitaciones

En cuanto a las limitaciones que se presentaron en el desarrollo del presente trabajo de investigación son los siguientes:

- **Recursos Económicos:** Fue subsanado con los recursos del tesista.
- **Recursos Humanos:** Se contó con la bibliografía en internet. Además, por la naturaleza de la investigación, se tuvo que implementar un tiempo para motivar a los estudiantes a participar en la experiencia. Asimismo, el

tiempo limitado de horas de clases se aprovechó al máximo de acuerdo al horario establecido en la institución.

- **Antecedentes:** En la búsqueda de información bibliográfica se contó con la bibliografía en internet.

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

2.1. Antecedentes

Como antecedente se han tenido referencia de otras tesis que coincidía relativamente a esta presente investigación.

2.1.1 Antecedentes a nivel internacional

Lastra, S. (2005), desarrolló para su tesis de maestría el estudio: Propuesta metodológica de enseñanza y aprendizaje de la geometría, aplicada en escuelas críticas. Desarrolla sesiones de aprendizaje en tres grupos para comprobar la implicancia del modelo de Van Hiele y el uso de medios informáticos en el proceso de enseñanza –aprendizaje, concluyendo que el aprendizaje geométrico se incrementa significativamente con la intervención de los módulos propuestos.

Marín, A. (2003), desarrolla para su tesis de doctorado el estudio: “Los niveles de pensamiento geométrico de Van Hiele, un estudio con profesores en ejercicio”. Analiza las potencialidades y dificultades que surgen al llevar al aula un conjunto de unidades de aprendizaje, elaborados por los investigadores siguiendo los planteamientos teóricos de una teoría de aprendizaje concreta (la teoría de Van Hiele de razonamiento geométrico). Para ello desarrolla un programa de formación mediante el cual se presenta a los profesores, tanto la teoría como la adaptación curricular preparada por el equipo investigador, y se analiza la implementación en el aula por parte de tales profesores, con el propósito de evaluarlos, a partir de una serie de instrumentos, tanto el desempeño de los docentes como el diseño y la implementación del programa de formación.

- Almeida, M. (2000), ejecuta la investigación titulada: “Desarrollo profesional docente en geometría, análisis de un proceso de formación a distancia”. Destaca la importancia de la formación continua de los docentes e implementa un programa de formación a distancia vía Internet, resalta la importancia de utilizar entornos virtuales para la formación docente como una de las estrategias clave que favorezcan el desarrollo profesional con vistas a los principios de democratización y de la equidad necesaria en el contexto educativo.

Conclusiones: La estrategia de formación del profesorado fue exitosa permitió compartir diversas experiencias; posibilitó una reflexión crítica sobre su propio conocimiento y sobre su formación inicial; reconoció las diferencias en las prácticas docentes en geometría y logró una atención para posibilidades de transformación de ellas, en los valores curriculares tradicionales que las sostenían.

2.1.2. Antecedentes a nivel nacional

No se ha encontrado trabajos relacionados con el problema estudiado.

2.1.3. Antecedentes a nivel local

Carbajal, A. y otros (2007) en la tesis Influencia del Modelo de Van Hiele en el aprendizaje de la geometría en los estudiantes del sexto grado del Colegio Nacional de Aplicación “Marcos Duran Martel”-2007, concluyen que se ha logrado un aprendizaje significativo en el proceso de aprendizaje de la geometría en los estudiantes, se tiene una mayor aceptación de los materiales empleados en el proceso. El conocimiento adquirido es más consistente y vivenciado.

Albino, J. y otros (2001) en la tesis: “El método interactivo y el aprendizaje de la matemática en el tercer grado del C.N. de Aplicación, UNHEVAL – 2001”. Tuvieron como propósito aplicar el método interactivo en el aprendizaje de la matemática, basada en la investigación experimental; en la que se concluye que mediante la aplicación de este método se obtiene resultados favorables en el aprendizaje de los estudiantes. Se recomienda trabajar dinámicamente en actividades de construcción del conocimiento matemático a partir de fenómenos y situaciones cotidianas

2.2. Bases teóricas

2.2.1 Valor formativo de las matemáticas

Preguntarse si las matemáticas tienen valor formativo equivale a preguntarse cuál es el alcance de la comprensión matemática. Se trata de descubrir si las nuevas situaciones en que el niño es capaz de actuar adecuadamente, es decir, en que sabe aplicar los métodos que ha aprendido estudiando matemáticas, también pueden ser de índole no matemática.

Al hablar del valor formativo nos referimos, en líneas generales, a la cuestión formulada por Stellwag[1] "Cuando se aprende algo, esta cosa específica que se aprende ¿sólo se aprende u ocurre algo más, algo que deja sentir su influencia sobre otros terrenos del conocimiento y que debe valorarse más que lo estrictamente aprendido y que aquello que se pretendía al estudiar esta parte específica?"

Kohnstamm, se refiere explícitamente a la estrecha relación entre valor formativo y comprensión. Entre otras cosas escribe: "… lo que se entiende por valor formativo no es en modo alguno cierto grado de conocimiento, sino la adquisición de la comprensión, que es la consecuencia de cierto esfuerzo". Y sigue: "*La* cuestión central de la didáctica científica moderna radica en una distinción clara entre “comprensión” y “práctica”".

Cuando en 1937 E.W. Beth publicó un informe del trabajo del Grupo de Matemáticas del Colectivo para la Renovación de la Enseñanza y la Educación acerca del "Objetivo y sentido de la enseñanza de la geometría"[2], todos los profesores integrantes del grupo estaban de acuerdo en que *el objetivo de la geometría en nuestras escuelas es contribuir a la formación intelectual.* En algún pasaje aislado aparece el concepto utilitario, según el cual la geometría se necesita como ciencia auxiliar para la física y la técnica, pero no profundizan más. Llegan a dos importantes conclusiones:

---

[1] CANTORAL RICARDO- FARFAN ROSA (2003). “Desarrollo del pensamiento matemático”.

[2] ANTONI VILA- LUZ CALLEJO (2004) “Matemáticas para aprender a pensar”

Conclusión I: El objetivo (sentido) de la enseñanza de la geometría radica en:

a. La educación del intelecto, la formación intelectual,

b. El valor pedagógico-ético y estético,

c. Su significado socio-cultural.

Conclusión II: El estudio de la geometría es deseable *para todos,* indistintamente del camino profesional que sigan en el futuro.

La respuesta que se resume de la polémica, entre T. Ehrenfest-Afanassjewa y H. Freudenthal: sobre la pregunta "¿La enseñanza de las matemáticas puede contribuir a la educación de la facultad mental?", se puede llegar a los siguientes puntos importantes:

a. Freudenthal considera que la capacidad de sustitución es el estrato más bajo en la transición de las tareas contemplativas a las actividades formales. Considera que la incapacidad de sustituir es un impedimento absoluto para las matemáticas.

b. Precisamente al situarse desde este punto de vista, constata el alcance limitado que tienen los hábitos de pensamiento en las matemáticas.

c. Considera que otro buen hábito mental lo constituye el pensamiento por analogías, una forma de pensamiento que la Sra. Ehrenfest, a la vista de su réplica, considera parte de las matemáticas.

d. Freudenthal opina que existe un gran peligro de que la sobrevaloración del valor formativo provoque situaciones no deseadas.

e. Freudenthal no considera que los profesores de matemáticas estén capacitados para impartir una enseñanza de las matemáticas enfocada a la transmisión de hábitos de pensamiento.

2.2.2 Consideraciones generales sobre la didáctica de la geometría enfocada en el desarrollo de la comprensión

La duda de que la enseñanza de la geometría pueda servir de apoyo al conocimiento del espacio es comprensible pero no justificada. Hasta la fecha ha habido pocos intentos prácticos de averiguar cómo se habría de remodelar la didáctica de la geometría para cumplir dicho objetivo.

El profesor que desee cumplir este primer objetivo habrá de darse cuenta de que el niño, al empezar con la geometría, ya lleva unos doce años formándose una idea de lo que es el espacio.

El profesor se ha de imponer como tarea procurar que la estructura geométrica que se desarrolla bajo su supervisión se vaya entretejiendo con la estructura contemplativa ya existente. En caso contrario la enseñanza de la geometría conducirá a un ente abstracto que coexistirá, sin tener mucha relación con la construcción concreta ya existente. Una buena enseñanza de la geometría debe partir de la estructura contemplativa preexistente, debe hacer que el alumno tome conciencia de ella en la medida de lo necesario y debe rastrear y rellenar las lagunas. Sólo después se pueden tomar caminos abstractos.

El conocimiento y el entendimiento del espacio conlleva muchas más cosas de las que podríamos suponer a primera vista. Lo veremos inmediatamente a la luz de un listado de todos los aspectos geométricos que pueden surgir.

a. Aprender a ver y reconocer figuras geométricas.

b. Divisiones de plano y espacio.

c. El uso y la colocación de figuras congruentes.

d. Figuras semejantes.

e. Apilamiento de figuras.

f. Transformación de figuras.

g. Simetría con respecto a un plano.

h. Simetría con respecto a una recta.

i. Simetría con respecto a un punto.

j. Superficie y contenido.

k. Movimientos espaciales: traslación, rotación, movimiento helicoidal.

l. Curvaturas de la trayectoria.

m. La no-congruencia en sentido general de figuras geométricas que sean imágenes especulares entre sí.

n. Representaciones del espacio sobre un plano y sección de figuras.

El punto *a* es importante ya que un mayor conocimiento de las formas permite una mayor elección de aplicaciones.

El punto *b* se refiere a suelos de baldosas y parqué, con la división del espacio en cubos y prismas hexagonales regulares (panales).

El punto *c* se refiere a fabricaciones en serie, intercambiabilidad de unidades (accesorios y bombillas) y contiene también un elemento estético: ubicaciones rítmicas de objetos congruentes, platos, cucharas y tenedores congruentes.

El punto *d* tiene su aplicación en mapas, ampliaciones y reducciones de fotos.

El punto *e* se refiere al relleno completo del espacio, como los ladrillos de un muro; o se puede referir también a apilamientos en los que queda espacio vacío, como por ejemplo el apilamiento de bolas congruentes y no congruentes. También se pueden obtener cuerpos por apilamiento de otros: una casa se puede ver como el apilamiento de un paralelepípedo rectangular y de un prisma triangular truncado.

El punto *f* tiene que ver con la vista: un cuadrado puede ser visto como un trapecio, un rectángulo, un rombo, un cuadrilátero irregular, etc. También tiene que ver con transformaciones mecánicas: compresión, torsión, etc.

Los puntos *g, h* e *i* son importantes para el estudio de figuras de la naturaleza o de la técnica.

También incluyen un elemento estético: una disposición simétrica suele ser "rígida", una figura que tiene un eje de simetría pero no un plano de simetría da la sensación de "dinamismo", etc.

El punto *j* está relacionado con la determinación y transmisión de propiedad, como terrenos, madera, etc. El significado de este punto es tan evidente que muchos sólo buscan aquí el significado práctico de la geometría.

Los puntos *k, l* y *o* son importantes sobre todo para problemas técnicos.

El punto *m* recuerda que los objetos simétricos no suelen ser intercambiables: zapato izquierdo y derecho, etc.

El punto *n* incluye por ejemplo las representaciones en perspectiva, las representaciones con plano, vistas frontales y laterales.

Todos estos temas le resultan más o menos familiares al estudiante antes de empezar a estudiar geometría. Sin embargo suele tener nociones muy vagas. Por lo general las ha visto superficialmente, sin reflexionar demasiado. Es importante que aprenda a percibir mejor estas nociones y conozca las relaciones entre los fenómenos percibidos.

Por otro lado, las funciones que cumplen los problemas, son los siguientes:

1°. A través de los problemas los estudiantes aprenden a concienciarse de la manera en que determinadas propiedades aparecen en las figuras y cómo sacar partido de ellas.

2°. A través de los problemas los estudiantes practican la búsqueda de propiedades que saltan a la mente en determinadas situaciones.

3°. Los problemas pueden introducir nuevas teorías.

4°. Los problemas pueden servir para que los estudiantes aprendan a hallar el campo operativo correspondiente a una situación concreta.

5°. Los problemas pueden apelar al sentido de belleza. Por ejemplo en una figura se pueden descubrir propiedades sorprendentes y preguntarse si estas propiedades son válidas para todo un conjunto de figuras.

6°. Los problemas responden a la necesidad de los estudiantes de resolver enigmas.

7°. Los problemas pueden contribuir a la integración de la materia de estudio.

Está claro pues que los problemas tienen mucha utilidad. Sin embargo, es importante darse cuenta, al presentar un problema, de la función determinada que habrá de cumplir y preguntarse si tiene las características necesarias para cumplir dicha función.

2.2.3 Perspectiva teórica de la educación matemática

La educación matemática como campo de investigación es aún joven; sin embargo, es fuente de muchos estudios con métodos y paradigmas variados; este aspecto es consecuencia de que recibe aportes de diversas áreas como la psicología, pedagogía, filosofía, matemáticas e historia de las ciencias; entre otras. Tal variedad de contribuciones hace que afloren distintas facetas y consideraciones dinámicas entre la teoría y la práctica en educación matemática; así mismo hay enriquecimiento con las interacciones que se establecen en los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, como consecuencia de la múltiple conexión en la educación matemática.

Pese a estos matices, la investigación en educación matemática tiene dos propósitos principales (Shoenfeld 2000: 41-53): uno puro, a fin de entender la naturaleza del pensamiento matemático, la enseñanza y el aprendizaje y otro aplicado, a fin de usar tales comprensiones para mejorar la instrucción de las matemáticas. Estos propósitos están enmarcados dentro de un conjunto de ideas, conocimientos, procesos, actitudes y, en general de actividades implicadas en la construcción, representación, transmisión y valoración del conocimiento matemático que tiene lugar con carácter intencional.

La educación matemática ha sido desarrollada como una disciplina académica estudiada en las universidades (Kilpatrick 1995: 89), y éste debe centrarse en el desarrollo del poder matemático, lo que significa el desarrollo de habilidades relacionadas con los siguientes aspectos: la comprensión de conceptos y métodos matemáticos, el descubrimiento de relaciones matemáticas, el razonamiento lógico y la aplicación de concepto, métodos y relaciones matemáticas para resolver una variedad de problemas no rutinarios (Shoenfeld 1989: 86).

Resulta difícil negar las afirmaciones que hace Schoenfeld en el texto anterior pero lo que parece más complejo es delimitar los caminos concretos a través de los cuales esa meta puede lograrse. Es decir, el problema es cómo hacer posible que en las aulas esté presente el descubrimiento del razonamiento matemático, sobre todo si tenemos en cuenta que no existe sólo una forma de pensar matemáticamente, algo que se comprende mejor si se consideran algunos estudios que han revisado el modo en que la matemática está presente en la vida cotidiana.

Los planteamientos de la llamada nueva matemática introducen por primera vez en los currículo; contenidos vinculados con el razonamiento, pero con el objetivo de acceder al conocimiento matemático mediante el descubrimiento de estructuras comunes. Sin embargo lo que debía ser un medio se convirtió en un fin en sí mismo, que al no producir el resultado buscado pasó a ser abandonado.

Con ello también se abandona una importante fuente de recursos para abordar las cuestiones de razonamiento durante la etapa infantil que pasan a ser tratadas en el contexto de los conocimientos concretos, fundamentalmente el número.

Por consiguiente en esta investigación se muestra cómo la matemática presenta una demanda relativa a dos tipos de problemas; que diferenciamos y son abordables en la educación primaria y permiten retomar las ideas antiguas y modernas del edificio de la matemática como parte de las estrategias de razonamiento, en el marco de la concepción de la matemática como una ciencia que precisa establecer relaciones entre datos y hechos.

2.2.4 El modelo de Van Hiele

Entre los continuadores de Piaget, se cuentan los esposos Pierre y Dina Van Hiele, quienes introdujeron en Holanda, a partir de 1957, el modelo de los niveles de pensamiento con el propósito de desarrollar en los estudiantes de la escuela elemental en la geometría. El modelo despertó de inmediato el interés de los psicólogos en la Unión Soviética, hasta el punto que A. M. Pyshkalo, en 1963, lo tomó como base para su programa de enseñanza de la geometría. En los Estados Unidos, Izaak Wirszup introdujo formalmente las ideas de los Van Hiele mediante la conferencia titulada *Some Breakthroughs in the Psychologyof Learning and Teaching Geometry*, ante el encuentro annual del *National Council of Teachers of Mathematics* (NCTM), de Atlantic City, realizado en 1974.

Van Hiele concibe las estructuras de un nivel superior como el resultado del estudio de un nivel inferior y pone el énfasis en que los conceptos son construcciones humanas resultantes de procesos de aprendizaje en los cuales interviene el periodo histórico.

Siguiendo a Hoffer [3], quien se inspira para ello en la interpretación de los niveles de pensamiento como categorías, se pueden identificar los objetos para cada uno de los niveles en la siguiente forma:

Nivel 0: Los objetos son los elementos básicos del estudio.

Nivel 1: Los objetos son propiedades que analizan los elementos básicos.

Nivel 2: Los objetos son enunciados que relacionan las propiedades.

Nivel 3: Los objetos son ordenaciones parciales (ó sucesiones) de los enunciados.

Nivel 4: Los objetos son propiedades que analizan las ordenaciones parciales.

La aplicación del modelo a una materia particular necesita el establecimiento de una serie de descriptores para cada uno de los niveles estudiados, que permitan la detección de los mismos a partir de la actividad de los

[3] SAMPER DE CAICEDO, CARMEN. "Cómo promover el razonamiento en el aula por medio de la geometría".

aprendices. Para que puedan ser considerados dentro del modelo de Van Hiele, los niveles diseñados deben ser jerárquicos, recursivos, secuenciales y formulados de manera tal que permitan detectar un progreso del entendimiento como resultado de un proceso gradual; los test-de cualquier tipo- que se diseñen para la detección de los niveles, deben recoger la relación existente entre un nivel dado y el lenguaje empleado por los aprendices situados en ese nivel; el diseño de los test debe tener como objetivo primordial la detección de niveles de pensamiento, sin confundir a estos con niveles de habilidad computacional o conocimientos previos.

Veamos los niveles de pensamiento, tal como fueron aplicados por Van Hiele a la geometría:

Nivel 0: Los estudiantes reconocen las figuras por su apariencia global. Pueden aprender el empleo de cierto vocabulario para identificar algunas figuras (por ejemplo, las palabras “triángulo”, “cuadrado”, “cubo”, “círculo”). Pero no son capaces de identificar explícitamente las propiedades de las figuras.

Nivel 1: Los estudiantes analizan las propiedades de las figuras (por ejemplo, con enunciados como “los rectángulos tienen diagonales iguales”, “un rombo tiene todos los lados iguales”). Pero no son capaces de interrelacionar explícitamente las figuras con sus propiedades.

Nivel 2: Los estudiantes relacionan las figuras con sus propiedades (por ejemplo, con enunciados como “todo cuadrado es un rectángulo”, “todo triángulo equilátero tiene sus tres ángulos iguales"). Pero no son capaces de organizar los enunciados en forma secuencial, para justificar sus observaciones.

Nivel 3: Los estudiantes organizan sucesiones de enunciados que les permiten deducir un enunciado a partir de otro (por ejemplo, para mostrar que el postulado de las paralelas implica que la suma de los ángulos de un triángulo es 180º. Pero no reconocen la necesidad del rigor y no alcanzan a comprender las relaciones entre varios sistemas deductivos.

Nivel 4: Los estudiantes analizan diversos sistemas deductivos con un grado de rigor comparable al exigido por D. Hilbert en su tratamiento de la geometría. Los estudiantes comprenden las propiedades de que puede gozar un sistema deductivo, como la consistencia, la independencia y la completitud de los postulados.

2.2.5 Síntesis descriptiva de los niveles de pensamiento geométrico de Van Hiele

Van Hiele propone el aprendizaje de la geometría en base a los niveles de pensamiento que se describen a continuación.

Nivel 0 (nivel básico): visualización

En esta primera etapa, los estudiantes están conscientes del espacio sólo como algo que existe alrededor de ellos. Los conceptos geométricos se ven como entidades totales, como algo provisto de componentes o atributos. Las figuras geométricas son reconocidas por su forma como un todo, esto es, por su apariencia física y no por sus partes o propiedades. Una persona que funciona a este nivel puede aprender un vocabulario geométrico, identificar formas especificadas y, dada una figura, reproducirla; sin embargo, no reconocería que las figuras tienen ángulos rectos o que los lados opuestos son paralelos.

Nivel 1: Análisis

En el nivel 1 comienza un análisis de los conceptos geométricos. Por ejemplo, a través de la observación y la experimentación los estudiantes empiezan a discernir las características de las figuras. Estas propiedades que surgen se usan para conceptualizar clases de formas. Es notorio que las figuras tienen partes y son reconocidas mediante ellas. Las relaciones entre propiedades aún no pueden ser explicadas por los estudiantes en este nivel, en el cual todavía no se ven las interrelaciones entre las figuras, ni se entienden las definiciones.

Nivel 2: Deducción informal

Aquí, los estudiantes pueden establecer las interrelaciones en las figuras (por ejemplo: en un cuadrilátero, para que los lados opuestos sean paralelos, es necesario que los ángulos opuestos sean iguales) y entre figuras (un cuadrado es un rectángulo porque tiene todas sus propiedades). Se pueden deducir propiedades y reconocer clases. Se entiende la inclusión de clases. Las definiciones adquieren significado. Sin embargo, el estudiante en este nivel, no comprende el significado de la deducción como un todo ni el rol de los axiomas.

Nivel 3: Deducción formal

En este nivel se entiende el significado de la deducción como una manera de establecer una teoría geométrica, los sistemas de axiomas, postulados, definiciones, teoremas y demostraciones son captados. Una persona en este nivel puede construir demostraciones, percibir la posibilidad del desarrollo de una prueba de varias maneras, entender la interacción de condiciones necesarias y suficientes y distingue entre una afirmación y su recíproca.

Nivel 4: Rigor

En esta etapa el estudiante puede trabajar en una variedad de sistemas axiomáticos. Pueden estudiarse geometrías no euclidianas y compararse diferentes sistemas. La geometría se capta en forma abstracta.

2.2.6 Las fases de aprendizaje

Mientras que los niveles de razonamiento nos orientan acerca de cómo secuenciar y organizar el currículo geométrico de una forma global, el objetivo de las Fases de aprendizaje es favorecer el desplazamiento del estudiante de un nivel al inmediatamente superior mediante la organización de las actividades de enseñanza-aprendizaje, lo que ha permitido que el modelo tuviera una influencia real en la elaboración de currículos de geometría en distintos países como es el caso de la Unión Soviética, E.E.U.U., Países Bajos, etc.

Las fases de aprendizaje son las siguientes: Información, orientación dirigida, explicitación, orientación libre, integración.

Las características fundamentales de cada fase, en la primera se ponen a discusión del estudiante material clarificador del contexto de trabajo. En la segunda fase se proporciona material por medio del cual el estudiante aprenda las principales nociones del campo de conocimiento que se está explorando. El material y las nociones a trabajar, se seleccionarán en función del nivel de razonamiento de los estudiantes. En la tercera fase conduciendo las discusiones de clase, se buscará que el estudiante se apropie del lenguaje geométrico pertinente. En la cuarta fase se proporcionará al estudiante materiales con varias posibilidades de uso y el profesor dará instrucciones que permitan diversas formas de actuación por parte de los estudiantes. En la quinta fase se invitará a los estudiantes a reflexionar sobre sus propias acciones en las fases anteriores. Como resultado de esta quinta fase, los autores entienden que el estudiante accede a un nuevo nivel de razonamiento. El estudiante adopta una nueva red de relaciones que conecta con la totalidad del dominio explorado. Este nuevo nivel de pensamiento, que ha adquirido su propia intuición, ha sustituido al dominio de pensamiento anterior.

2.2.7 Competencias y capacidades en el área de matemática

Nuestros adolescentes necesitan enfrentarse a retos que demanda la sociedad, con la finalidad de que se encuentren preparados para superarlos, tanto en la actualidad como en el futuro. En este contexto, la educación y las actividades de aprendizaje deben orientarse a que los estudiantes sepan actuar con pertinencia y eficacia en su rol de ciudadanos, lo cual involucra el desarrollo pleno de un conjunto de competencias, capacidades y conocimientos que faciliten la comprensión, construcción y aplicación de una matemática para la vida y el trabajo. Los estudiantes a lo largo de la Educación Básica Regular desarrollan competencias y capacidades, las cuales se definen como la facultad de toda persona para actuar conscientemente sobre una realidad, sea para resolver un problema o cumplir un objetivo, haciendo uso flexible y creativo de los conocimientos, las habilidades, las destrezas, la información o las herramientas que tenga disponibles y considere pertinentes a la situación (MINEDU 2014). Tomando como base esta concepción es que se promueve el desarrollo de aprendizajes en matemática explicitados en cuatro competencias. Estas, a su vez, se describen como el desarrollo de formas de actuar y de pensar matemáticamente en diversas situaciones.

Según Freudenthal (citado por Bressan 2004), el actuar matemáticamente consistiría en mostrar predilección por:

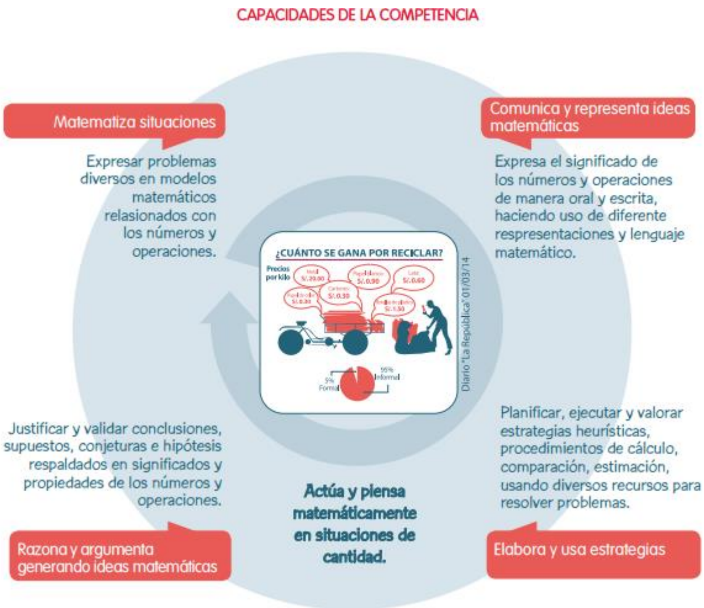
- Usar el lenguaje matemático para comunicar sus ideas o argumentar sus conclusiones; es decir, para describir elementos concretos, referidos a contextos específicos de la matemática, hasta el uso de variables convencionales y lenguaje funcional.
- Cambiar de perspectiva o punto de vista y reconocer cuándo una variación en este aspecto es incorrecta dentro de una situación o un problema dado.
- Captar cuál es el nivel de precisión adecuado para la resolución de un problema dado.
- Identificar estructuras matemáticas dentro de un contexto (si es que las hay) y abstenerse de usar la matemática cuando esta no es

aplicable. Tratar la propia actividad como materia prima para la reflexión, con miras a alcanzar un nivel más alto de pensamiento

Las competencias propuestas en la Educación Básica Regular se organizan sobre la base de cuatro situaciones. La definición de estas cuatro situaciones se sostiene en la idea de que la matemática se ha desarrollado como un medio para describir, comprender e interpretar los fenómenos naturales y sociales que han motivado el desarrollo de determinados procedimientos y conceptos matemáticos propios de cada situación (OECD 2012). En este sentido, la mayoría de países han adoptado una organización curricular basada en estos fenómenos, en la que subyacen numerosas clases de problemas, con procedimientos y conceptos matemáticos propios de cada situación. Por ejemplo, fenómenos como la incertidumbre, que pueden descubrirse en muchas situaciones habituales, necesitan ser abordados con estrategias y herramientas matemáticas relacionadas con la probabilidad. Asimismo, fenómenos o situaciones de equivalencias o cambios necesitan ser abordados desde el álgebra; las situaciones de cantidades se analizan y modelan desde la aritmética o los números; las de formas, desde la geometría.

Por las razones descritas, las competencias se formulan como actuar y pensar matemáticamente a través de situaciones de cantidad; regularidad, equivalencia y cambio; forma, movimiento y localización; gestión de datos e incertidumbre. Por tanto, las cuatro competencias matemáticas atienden a estas situaciones y se describen como actuar y pensar matemáticamente, lo que debe entenderse como usar la matemática para describir, comprender y actuar en diversos contextos; siendo una de las características en ellas el plantear y resolver problemas.

Competencia: Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad.



En nuestra sociedad actual, la utilidad que tienen los números y datos es prácticamente infinita. Estamos bombardeados por titulares que utilizan medidas cuantitativas para reportar aumentos de precios, los riesgos de ser propensos a una enfermedad, y el número de personas afectadas por desastres naturales.

Los anuncios publicitarios utilizan números para competir en ofertas de telefonía celular, para promocionar bajo interés en préstamos personales, de pequeña empresa, hipotecarios etc. En el ámbito técnico profesional, los agricultores estudian mercados donde ofertar sus productos, analizan el suelo y controlan cantidades de semillas y nutrientes; las enfermeras utilizan conversiones de unidades para verificar la exactitud de la dosis del medicamento; los sociólogos sacan conclusiones a partir de datos para entender el comportamiento humano; los biólogos desarrollan algoritmos informáticos para mapear el genoma humano; los empresarios estudian los mercados y costos del proyecto utilizando las TIC. La competencia “actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad” implica desarrollar modelos de solución numérica, comprendiendo el sentido numérico y de magnitud, la construcción del significado de las operaciones, así como la aplicación de diversas estrategias de cálculo y estimación al resolver un problema.

La necesidad de cuantificar y organizar lo que se encuentra en nuestro entorno nos permite reconocer que los números poseen distinta utilidad en diversos contextos. Treffers (citado por Jan de Lange 1999) hace hincapié en la importancia de la capacidad de manejar números y datos, y de evaluar los problemas y situaciones que implican procesos mentales y de estimación en contextos del mundo real. Por su parte, The International Life Skills Survey (Policy Research Initiative Statistics Canada 2000) menciona que es necesario poseer “un conjunto de habilidades, conocimientos, creencias, disposiciones, hábitos de la mente, comunicaciones, capacidades y habilidades para resolver problemas que las personas necesitan para participar eficazmente en situaciones cuantitativas que surgen en la vida y el trabajo”.

Lo dicho anteriormente pone de manifiesto la importancia de promover aprendizajes asociados a la idea de cantidad, siendo algunas características las siguientes:

- Conocer los múltiples usos que les damos. Realizar procedimientos como conteo, cálculo y estimación de cantidades.
- Comprender y usar los números en sus variadas representaciones.
- Emplear relaciones y operaciones basadas en números.

- Comprender el Sistema de Numeración Decimal.
- Utilizar números para expresar atributos de medida reconocidas en el mundo real.
- Comprender el significado de las operaciones con cantidades y magnitudes.

Competencia: Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio.

En nuestro alrededor se manifiestan diversos fenómenos que tienen características de cambio, pudiéndose reconocer, por ejemplo, cómo ciertos organismos van variando a medida que crecen, el movimiento de flujo y reflujo de las mareas, los ciclos de empleabilidad en un sistema económico, los cambios climáticos regidos por las estaciones, fluctuaciones bursátiles, el cambio de temperatura a lo largo del día, crecimiento de la población respecto al tiempo (años), tiempo de distribución de un producto, costo para inmunizar al "x" por ciento de una población contra una epidemia, velocidad de un móvil en movimientos uniformemente acelerados o retardados, recibos de la luz, agua o teléfono en función del gasto, el movimiento de un cuerpo en el espacio, o cómo ha evolucionado en los últimos años la preferencia del público frente a un producto con determinada campaña publicitaria. En este sentido, aprender progresiones, ecuaciones y funciones relacionadas a estas situaciones desarrolla en el estudiante una forma de comprender y proceder en diversos contextos haciendo uso de la matemática.

La competencia “actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio” implica desarrollar progresivamente la interpretación y generalización de patrones, la comprensión y el uso de igualdades y desigualdades, y la comprensión y el uso de relaciones y funciones. Toda esta comprensión se logra usando el lenguaje algebraico como una herramienta de modelación de distintas situaciones de la vida real.

Lo expuesto muestra la necesidad de reconocer la manifestación de cambio en fenómenos reales, en los que es posible identificar dos o más magnitudes y estudiar la forma como varían para tener una comprensión y control de ellos a partir de establecer relaciones permanentes o temporales entre dichos fenómenos. De acuerdo con el Dr. Cantoral, este aprendizaje es parte del pensamiento matemático avanzado y comprende las relaciones entre la matemática de la variación y el cambio, por un lado, y los procesos del pensamiento, por el otro. Implica la integración de los dominios numéricos, desde los naturales hasta los complejos, conceptos de variable, función, derivada e integral; asimismo sus representaciones simbólicas, sus propiedades y el dominio de la modelación elemental de los fenómenos del cambio. (Dolores, Guerrero, Martínez y Medina 2002: 73). Lo expuesto anteriormente pone de manifiesto la importancia de promover aprendizajes asociados a la idea de patrones, equivalencia y cambio. Son algunas características:

- Comprender las regularidades que se reconocen en diversos contextos, incluidos los propiamente matemáticos.
- Expresar patrones y relaciones usando símbolos, lo que conduce a procesos de generalización. Comprender la igualdad o desigualdad en condiciones de una situación.
- Hallar valores desconocidos y establecer equivalencias entre expresiones algebraicas. Identificar e interpretar las relaciones entre dos magnitudes.
- Analizar la naturaleza del cambio y modelar situaciones o fenómenos del mundo real, con la finalidad de resolver un problema o argumentar predicciones.

Competencia: Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización.

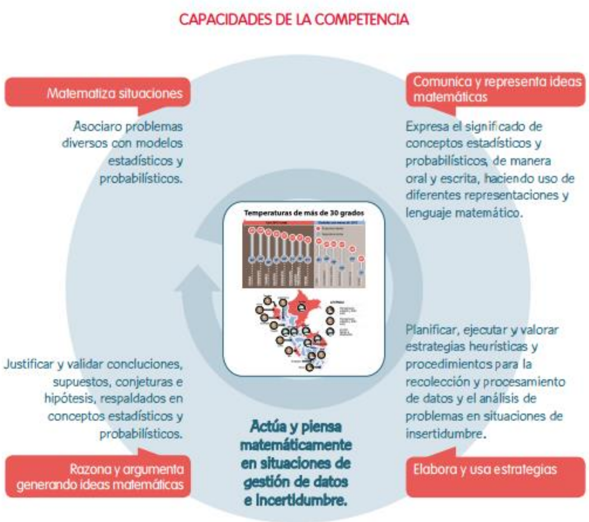
A diario, en nuestro entorno cotidiano se nos presentan diversas oportunidades para enfrentarnos a problemas espaciales. A través de estas, vamos construyendo un conjunto de referencias que nos permiten ubicarnos y ubicar cuerpos. Así, por ejemplo, montar una bicicleta, ajustar una pieza de mobiliario, ordenar un equipo de música o poner un ventilador de techo involucra retos como reconocer instrucciones, palabras que expresan referentes de dirección de arriba y abajo, adelante y atrás, etc., objetos físicos entre otros. Asimismo, muchos descubrimientos clásicos y procedimientos cotidianos de la ciencia se basan en gran parte en el reconocimiento de formas y cuerpos geométricos, por ejemplo, uno de los grandes descubrimientos de la ciencia moderna, el modelo de la doble hélice de Watson de la estructura del ADN. Otro aspecto a considerar es que, en las últimas décadas, se está experimentando una abundancia de información con el apoyo de tecnologías: sensores (como sismógrafos e hidrófonos de alta resolución), dispositivos (como el mar profundo y las tecnologías de perforación de núcleos de hielo), satélites de muestreo (incluyendo imágenes multiespectrales y sistemas de posicionamiento global GPS), y plataformas (tales como el telescopio Hubble y el sumergible Alvin). Esto ha involucrado el desarrollo y la práctica de pensamiento espacial; por ejemplo, mapas, técnicas de análisis (análisis de superficie de tendencia), y sistemas de representación (diagramas espectrales).

Investigaciones en el campo de la didáctica de la geometría, Villiers (1999), Moreno (2002), Duval (1998), Herscowitz y Vinner (1987), han llevado a reconocer que el aprendizaje de la geometría es un proceso complejo que pone en tensión ciertos polos del desarrollo cognitivo: Los procesos cognitivos de visualización, así Gutiérrez (1996) en relación a la enseñanza de la geometría define la visualización como la actividad de razonamiento basada en el uso de elementos visuales o espaciales. Los procesos de justificación de carácter informal o formal. “El estudio del razonamiento está constitutivamente ligado al estudio de la argumentación" (Godino y Recio, citados por Bressan 1998). Los procesos de dar significado a los objetos y propiedades geométricas. Los dominios empíricos y teóricos de la geometría, a través del desarrollo de habilidades de dibujo y construcción. Lo expuesto anteriormente pone de manifiesto la importancia de promover aprendizajes asociada a la idea de formas, posición y movimiento. Algunas características son:

- Usar relaciones espaciales al interpretar y describir en forma oral y gráfica trayectos y posiciones para distintas relaciones y referencias.
- Construir y copiar modelos hechos con formas bi y tridimensionales.
- Expresar propiedades de figuras y cuerpos según sus características para que los reconozcan o los dibujen.
- Explorar afirmaciones acerca de características de las figuras y argumentar sobre su validez.
- Estimar, medir efectivamente y calcular longitudes, capacidades y pesos usando unidades convencionales.

Competencia: Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre.

Nos encontramos en la actualidad en un contexto de una sociedad cambiante e impredecible, en la que estamos avanzando a pasos agigantados tanto en el



desarrollo de la ciencia como la tecnología, por ello contamos con las TIC, cada vez más potentes, reconocemos sistemas de transporte y procesos de comunicación altamente eficientes, lo que ha traído como consecuencia que estamos enfrentados a un mundo saturado de información y datos. Es en este contexto en que nos ha tocado vivir, que nos sentimos inseguros sobre cuál es la mejor forma para tomar decisiones; por ejemplo, nos enfrentamos a resultados electorales inciertos, ciertas edificaciones colapsan, se manifiestan caídas en los mercados de valores, tenemos condiciones meteorológicas cuyas previsiones no son fiables, predicciones de aumento o disminución del crecimiento de la población, los modelos económicos que no muestran una constante y, por tanto no expresan una linealidad, y muchas otras manifestaciones de la incertidumbre de nuestro mundo. En este sentido, aprender estadística relacionada a estas situaciones desarrolla en el estudiante una forma de comprender y proceder en diversos contextos haciendo uso de la matemática. La competencia “actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre” implica desarrollar progresivamente las formas cada vez más especializadas de recopilar, el procesar datos, así como la interpretación y valoración de los datos, y el análisis de situaciones de incertidumbre. Esta competencia se desarrolla a través de las cuatro capacidades matemáticas que se interrelacionan para manifestar formas de actuar y pensar en el estudiante, esto involucra desarrollar modelos expresando un lenguaje estadístico, emplear variadas representaciones que expresen la organización de datos, usar procedimientos con medidas de tendencia central, dispersión y posición, así como probabilidad en variadas condiciones; por otro lado, se promueven formas de razonamiento basados en la estadística y la probabilidad para la toma de decisiones.

Investigaciones en el campo de la estadística, como Holmes (1980), destacan que la estadística es una parte de la educación general deseable para los futuros ciudadanos, pues precisan adquirir la capacidad de lectura e interpretación de tablas y gráficos estadísticos que aparecen con frecuencia en medios informativos. Para Watson (2002), el pensamiento estadístico es el proceso que debería tener lugar cuando la metodología estadística se encuentra con un problema real. El objetivo principal no es convertir a los futuros ciudadanos en “estadísticos aficionados”, puesto que la aplicación razonable y eficiente de la estadística para la resolución de problemas requiere un amplio conocimiento de esta materia y es competencia de los estadísticos profesionales. Tampoco se trata de capacitarlos en el cálculo y la representación gráfica, ya que los ordenadores hoy día resuelven este problema. Lo que se pretende es proporcionar una cultura estadística, “que se refiere a dos componentes interrelacionados: a) capacidad para interpretar y evaluar críticamente la información estadística, los argumentos apoyados en datos o los fenómenos estocásticos que las personas pueden encontrar en diversos contextos, incluyendo los medios de comunicación, pero no limitándose a ellos, y b) capacidad para discutir o comunicar sus opiniones respecto a tales” (Gal citado por Batanero y otros 2013).

- Desarrollar una comprensión de los conceptos básicos de probabilidad y estadística, sus alcances y limitaciones, la confianza y la experiencia, escribir y hablar de ellos. Interpretar información estadística presentada en una variedad de formas y para comunicar su interpretación por informe escrito u oral.

- Apreciar que los datos son adecuados para el análisis estadístico, se aplican técnicas pertinentes y ser capaz de hacer deducciones e inferencias sobre la base de ellos.
- Desarrollar la confianza y la capacidad para llevar a cabo una investigación práctica.
- Ser conscientes de la importancia de la información estadística en la sociedad. Adquirir una base de conocimientos, habilidades y comprensión adecuada a las aplicaciones de la probabilidad y la estadística todos los días.

2.3 Definiciones conceptuales.

- **Capacidades:** Son potencialidades inherentes a la persona y que ésta puede desarrollar a lo largo de toda su vida, dando lugar a la determinación de los logros educativos. Ella se cimienta en la interrelación de procesos cognitivos, socio afectivos y motores.
- **Identifica:** Es la capacidad para ubicar en el tiempo, en el espacio o en algún medio físico elementos, partes, características, personajes, indicaciones u otros aspectos.
- **Analiza:** Capacidad que permite dividir el todo en partes con la finalidad de estudiar, explicar o justificar algo
- **Interpreta:** Capacidad que consiste en decodificar y explicar el significado de expresiones verbales, simbólicas y gráficos.
- **Discrimina:** Es la capacidad que permite seleccionar de manera excluyente y subordinante los elementos de un todo, de acuerdo con

determinados criterios y con un propósito definido.

- **Comunicación matemática:** El mundo actual donde la información fluye y avanza rápidamente, los estudiantes deben comprender dicha información proveniente de diferentes fuentes: textos, mapas, gráficos, etc. Está vinculado con la comunicación matemática, tanto cuando se expresa como cuando se lee. Ello es posible cuando **discrimina** gráficos y expresiones simbólicas, **infiere** las representaciones gráficas, evalúa las representaciones gráficas y simbólicas, representa los resultados, etc.
- **Desempeño docente:** Se considera que un docente tiene desempeño con formación pedagógica en el área matemática cuando conoce y aplica el módulo en el área; también cuando conoce y aplica estrategias metodológicas en el módulo EI, con el uso de materiales en la resolución de problemas, y cuando tienen una actitud crítica y reflexiva frente a las teorías y enfoques del área en función a la aplicabilidad y pertinencia en la realidad donde trabaja.
- **Educación matemática:** Es el subsistema de la didáctica de la matemática social complejo y heterogéneo que incluye teoría, desarrollo y práctica relativa al proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en el módulo pedagógico EI que se desarrolla en educación primaria, que contribuye a la formación integral del niño, al pleno desarrollo de sus habilidades y capacidades para el desarrollo personal y de la familia andina.
- **Estrategias docentes:** Proveniente de la pedagogía que subraya el carácter consciente e intencional de la estrategia, y está dirigida a un

objetivo de aprendizaje que establece el docente en procedimientos o recursos utilizados para promover aprendizajes significativos, por el profesor.

- **Evaluación:** Es una herramienta inherente al proceso pedagógico, mediante el cual se observa, recoge, describe, analiza y explica, información significativa respecto de las posibilidades, necesidades y logros de aprendizajes de los estudiantes, con la finalidad de reflexionar, emitir juicios de valor y tomar decisiones pertinentes y oportunas para mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje.
- **Evaluación diagnóstica:** Viene a ser la evaluación inicial; la que identifica si los estudiantes poseen las capacidades, conocimientos y experiencias previas, entre otra información relevante, que les permita comprender y desarrollar en forma significativa los nuevos aprendizajes.
- **Evaluación sumativa:** Es valorativa y se produce al final del proceso; permite verificar el nivel de logro alcanzado por los estudiantes al final del año académico.
- **Pensamiento:** Capacidad que dependen de los procesos mentales de inducción, deducción, generalización, particularización y abstracción que forman parte del razonamiento matemático e implica poner en relación situaciones reales o hipotéticas.
- **Razonamiento matemático:** Se identifica como procesos en el que las relaciones son establecidas apoyándose en situaciones de partida, datos o causas; tal como ocurre en la síntesis y en el proceso progresivo, o bien apoyándose en las situaciones finales, resultados o

efectos como ocurre en el análisis y en el proceso progresivo, que depende del entrenamiento específico y del resultado del proceso normal de maduración del niño.

- **Resolución de problemas:** Debe apreciarse como la razón de ser de la matemática pues los estudiantes siempre se encuentran con situaciones que requieren solución y muchas veces no se observa una ruta para encontrar respuestas. Esta área busca fortalecer esta capacidad para lo cual es indispensable considerar la importancia de aprender a valorar el proceso de resolución de problemas en la misma medida en que valoran los resultados; así aprenderán en la práctica, a **formular** problemas a partir del mundo real, **organizar** datos y **elaborar** estrategias variadas para resolver problemas.

CAPÌTULO III

MARCO METODOLÓGICO

3.1 Tipo y nivel de investigación

La presente investigación tiene un enfoque de tipo cuantitativo, asimismo el nivel de investigación según su finalidad es aplicada.

3.2 Método de investigación

Para el desarrollo de la presente investigación se empleó el método: inductivo – deductivo (Sampieri: 2006).

3.3 Diseño de investigación

De acuerdo a la clasificación de los diseños de investigación de Hugo Sánchez Carlessi (2002:102), utilizaremos el diseño de investigación experimental propiamente dichos, de dos grupos aleatorizados con preprueba, postprueba y grupo control, cuyo esquema es el siguiente:

GE: 0_1 --------- x--------- 0_2

GC: 0_3 ------------------- 0_4

Donde:

GE = Grupo experimental

GC = Grupo control

O_1, O_3 = preprueba

O_2, O_4 = postprueba

X = Tratamiento experimental (Variable Independiente)

3.4 Población y muestra

a) Población:

La población general estará constituida por los estudiantes de la I.E.I. Horacio Zeballos Gámez de Pillao, matriculados en el año lectivo 2015 en el nivel secundaria.

GRADO	**1°**	**2°**	**3°**	**4°**	**5°**
N° ESTUDIANTES	22, 28	27, 23	23, 28	22, 22	20
SECCIÓN	A y B	A y B	A y B	A y B	único

b) Muestra:

No probabilística de tipo intencionado, ya que deseamos desarrollar la propuesta metodológica para tal propósito se ha elegido dos muestras de trabajo conformado por los estudiantes del cuarto grado de educación secundaria de la I.E.I. Horacio Zeballos Gámez de Pillao, matriculados en el año lectivo 2015 en el nivel secundaria.

Grupo Experimental	Grupo de control
Cuarto B	Cuarto A
22 estudiantes	22 estudiantes

3.5 Instrumentos

Durante el proceso de la investigación se utilizaron:

Pruebas Educativas (examen). El diseño de estas pruebas constituye la herramienta fundamental para el éxito en la obtención de datos y la comprobación de la hipótesis, se elaborará en función a las variables, dimensiones e indicadores de la matriz de consistencia, con la finalidad de recoger datos sobre las capacidades que se desarrollaran en la asignatura de matemática. El proceso de aprendizaje de la matemática, tanto para el grupo de experimental y grupo de control se desarrollará durante el periodo asignado en el año académico 2015 (Noviembre - Diciembre), de acuerdo al contenido temático y al cronograma.

3.6 Técnicas de recolección de datos

Para el desarrollo de la investigación se diseñó, elaboró y validó el instrumento a aplicar (examen).

Se aplicó los exámenes para las dos evaluaciones especificadas en el diseño de investigación, es decir: Primera Evaluación (Preprueba) y Segunda Evaluación (Postprueba)

a) La revisión y consistencia de la información: Este paso consistió básicamente en depurar la información revisando los datos contenidos en los instrumentos de trabajo de campo, con el propósito de ajustar los llamados datos primarios (juicio de expertos).

b) Clasificación de la información: Se llevó a cabo con la finalidad de agrupar datos mediante la distribución de frecuencias de las variables independiente y dependiente.

c) Para la presentación de los resultados se empleó cuadros y gráficos.

d) Para contrastar la hipótesis se utilizó la prueba de t de Student.

CAPÌTULO IV

RESULTADOS

4.1. Resultados del trabajo de campo.

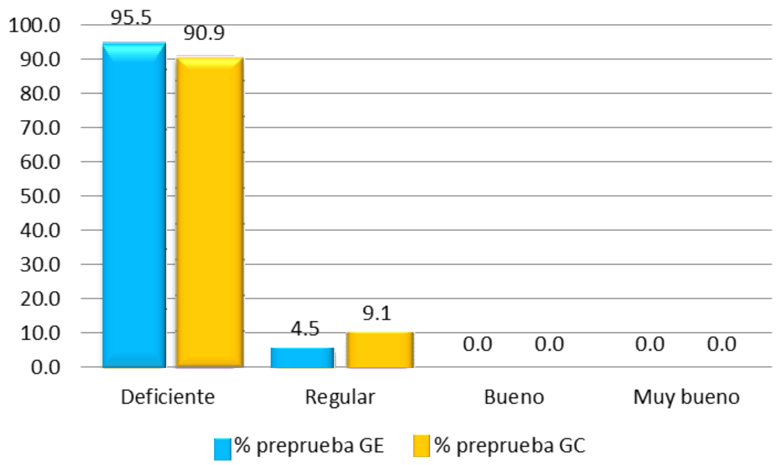
Para ordenar y tabular los datos se han empleado cuadros y gráficos tanto para el grupo experimental y control; para el análisis estadístico se emplearon las frecuencias absolutas y porcentuales.

Descripción de los resultados de la preprueba

Cuadro N° 03
Resultados de evaluación de la competencia; actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad

	Preprueba GE		Preprueba GC	
	fi	%	fi	%
Deficiente	21	95,5	20	90,9
Regular	1	4,5	2	9,1
Bueno	0	0,0	0	0,0
Muy bueno	0	0,0	0	0,0
Total	22	100	22	100

Gráfico N° 01
Resultados de evaluación de la competencia; actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad

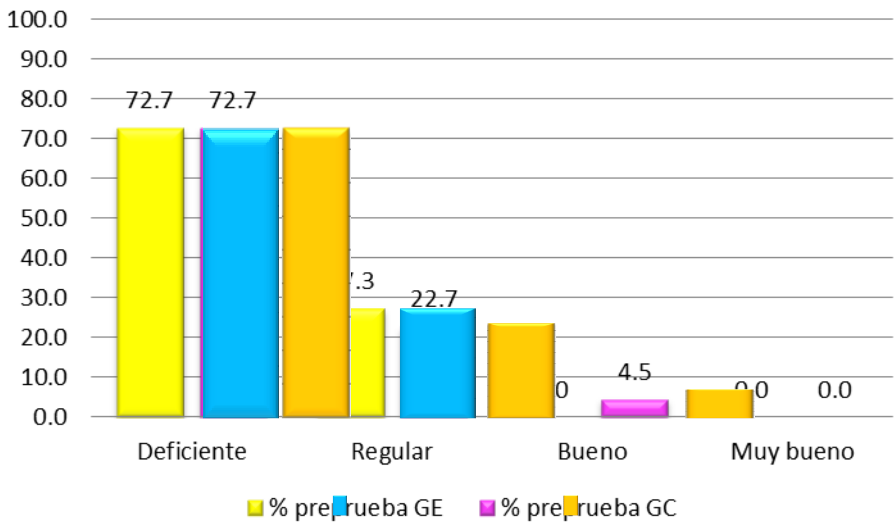


El cuadro N° 03 y su gráfico muestra los resultados obtenidos en relación a la evaluación de competencia; actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad. Se tiene 95,5% de los estudiantes del grupo experimental en el nivel deficiente y 4,5% en el nivel regular. Asimismo, 90,9% del grupo control se ubican en el nivel deficiente y 9,1% en el nivel regular. Por lo que podemos deducir que el nivel que prevalece es deficiente en ambos grupos en la preprueba.

Cuadro N° 04
Resultados de evaluación de la competencia; actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio

	Preprueba GE		Preprueba GC	
	fi	%	fi	%
Deficiente	16	72,7	16	72,7
Regular	6	27,3	5	22,7
Bueno	0	0,0	1	4,5
Muy bueno	0	0,0	0	0,0
Total	22	100	22	100

Gráfico N° 02
Resultados de evaluación de la competencia; actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio



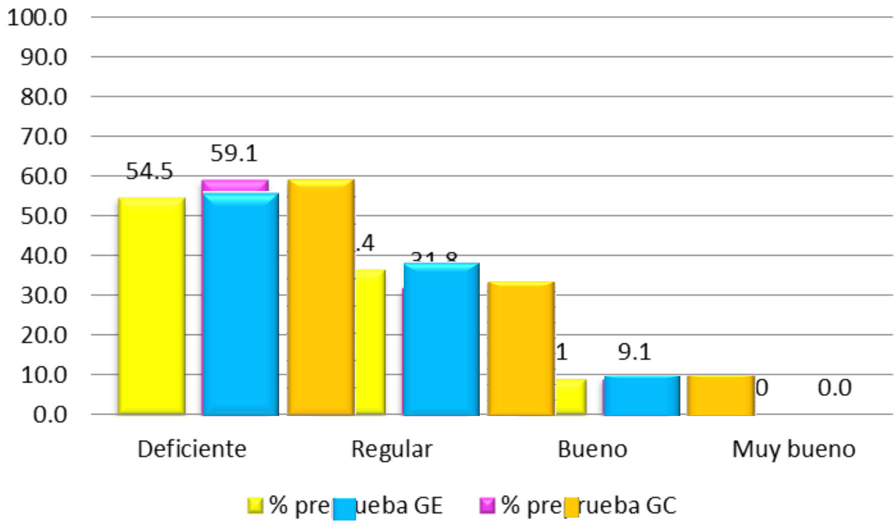
El cuadro N° 04 y su gráfico muestra los resultados obtenidos en relación a la evaluación de competencia; actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio. Se tiene 72,7% de los estudiantes del grupo experimental se ubican en el nivel deficiente, 27,3% en el nivel regular y 4,5% en el nivel bueno. Asimismo, el 72,7% de los estudiantes del grupo control se ubican en el nivel deficiente y 22,7% en el nivel regular. Por lo que podemos deducir que el nivel que prevalece es deficiente en mayor porcentaje en ambos grupos en la preprueba.

Cuadro N° 05
Resultados de evaluación de la competencia; actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización

	Preprueba GE		Preprueba GC	
	fi	%	fi	%
Deficiente	12	54,5	13	59,1

Regular	8	36,4	7	31,8
Bueno	2	9,1	2	9,1
Muy bueno	0	0,0	0	0,0
Total	22	100	22	100

Gráfico N° 03
Resultados de evaluación de la competencia; actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización



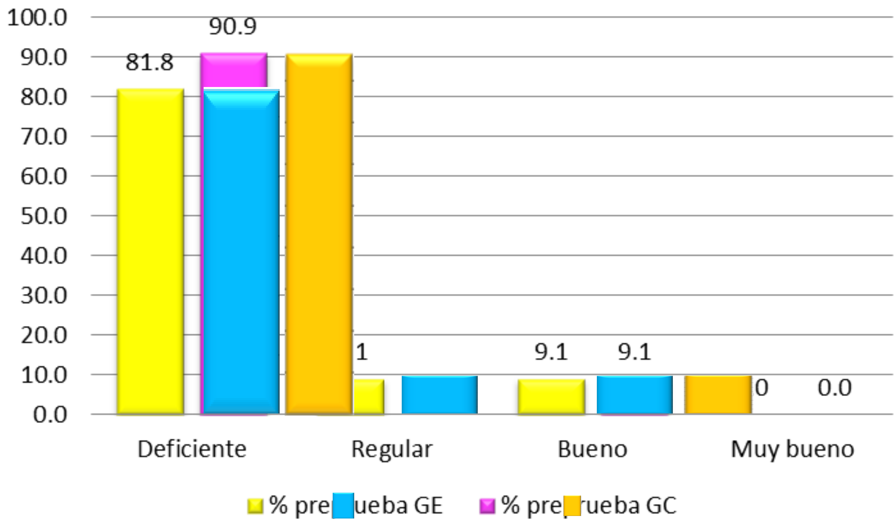
El cuadro N° 05 y su gráfico muestra los resultados obtenidos en relación a la evaluación de competencia; actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización. Se tiene 54,5% de los estudiantes del grupo experimental se ubican en el nivel deficiente, 36,4% en el nivel regular y 9,1% en el nivel bueno. Asimismo, el 59,1% de los estudiantes del grupo control se ubican en el nivel deficiente, 31,8% en el nivel regular y 9,1% en el nivel bueno. Por lo que podemos deducir que el nivel es deficiente en mayor porcentaje en ambos grupos en la preprueba.

Cuadro N° 06
Resultados de evaluación de la competencia; actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre

	Preprueba GE		Preprueba GC	
	fi	%	fi	%
Deficiente	18	81,8	20	90,9

Regular	2	9,1	0	0,0
Bueno	2	9,1	2	9,1
Muy bueno	0	0,0	0	0,0
Total	22	100	22	100

Gráfico N° 04
Resultados de evaluación de la competencia; actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre



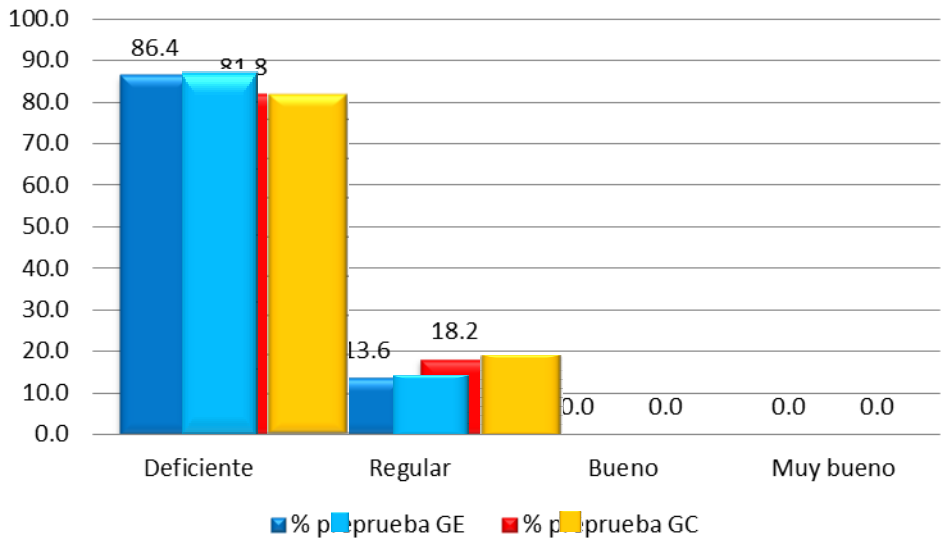
El cuadro N° 06 y su gráfico muestra los resultados obtenidos en relación a la evaluación de competencia; actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre. Se tiene 81,8% de los estudiantes del grupo experimental se ubican en el nivel deficiente, 9,1% en el nivel regular e igual en el nivel bueno. Asimismo, 90,9% de los estudiantes del grupo control se ubican en el nivel deficiente y 9,1% en el nivel bueno. Por lo que podemos deducir que el nivel es deficiente en mayor porcentaje en ambos grupos en la preprueba.

Cuadro N° 07
Resultados de la evaluación de aprendizaje en matemática

	Preprueba GE		Preprueba GC	
	fi	%	Fi	%
Deficiente	19	86,4	18	81,8

Regular	3	13,6	4	18,2
Bueno	0	0,0	0	0,0
Muy bueno	0	0,0	0	0,0
Total	22	100	22	100

Gráfico N° 05
Resultados de la evaluación de aprendizaje en matemática



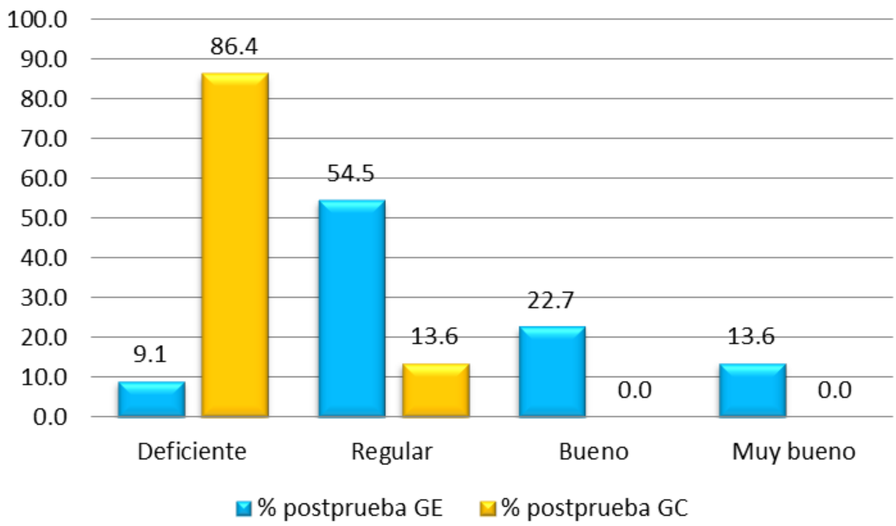
El cuadro N° 07 y su gráfico muestra los resultados obtenidos en relación a la evaluación de aprendizaje en matemática. Se tiene 86,4% de los estudiantes del grupo experimental se ubican en el nivel deficiente, 13,6% en el nivel regular. Asimismo, el 81,8% de los estudiantes del grupo control se ubican en el nivel deficiente y 18,2% en el nivel regular. Por lo que podemos deducir que el nivel es deficiente en mayor porcentaje en ambos grupos en la preprueba en relación al aprendizaje en matemática.

4.2. Descripción de los resultados de la postprueba

Cuadro N° 08
Resultados de evaluación de la competencia; actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad

	Postprueba GE		Postprueba GC	
	fi	%	fi	%
Deficiente	2	9,1	19	86,4
Regular	12	54,5	3	13,6
Bueno	5	22,7	0	0,0
Muy bueno	3	13,6	0	0,0
Total	22	100	22	100

Gráfico N° 06
Resultados de evaluación de la competencia; actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad

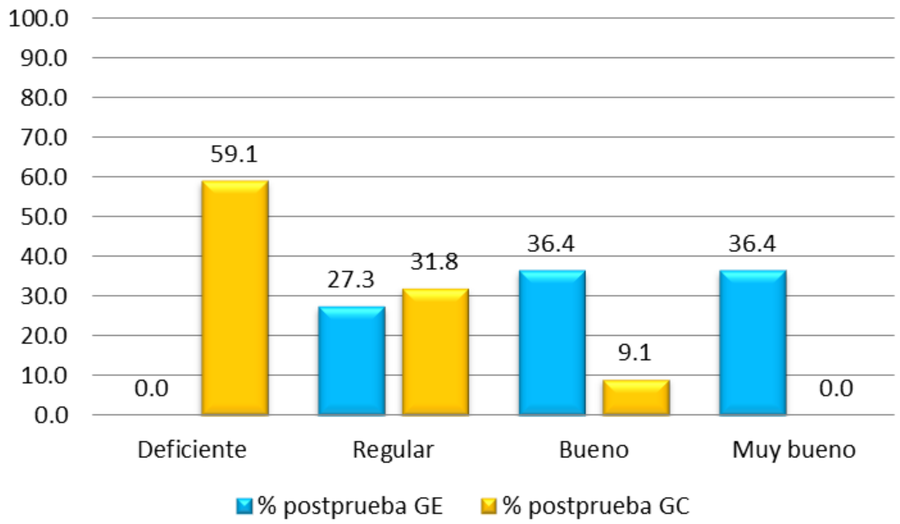


El cuadro N° 08 y su gráfico muestra los resultados obtenidos en relación a la evaluación de competencia; actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad. Se tiene 9,1% de los estudiantes del grupo experimental se ubican en el nivel deficiente, 54,5% en el nivel regular, 12,0% en el nivel bueno y 13,6% en muy bueno. Asimismo, el 86,4% de los estudiantes del grupo control se ubican en el nivel deficiente y 13,6% en el nivel regular. Por lo que podemos deducir que el nivel es deficiente en el grupo control y en el grupo experimental es regular, la diferencia de porcentajes se asume como efecto de la aplicación del modelo de Van Hiele.

Cuadro N° 09
Resultados de evaluación de la competencia; actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio

	Postprueba GE		Postprueba GC	
	fi	%	fi	%
Deficiente	0	0,0	13	59,1
Regular	6	27,3	7	31,8
Bueno	8	36,4	2	9,1
Muy bueno	8	36,4	0	0,0
Total	22	100	22	100

Gráfico N° 07
Resultados de evaluación de la competencia; actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio



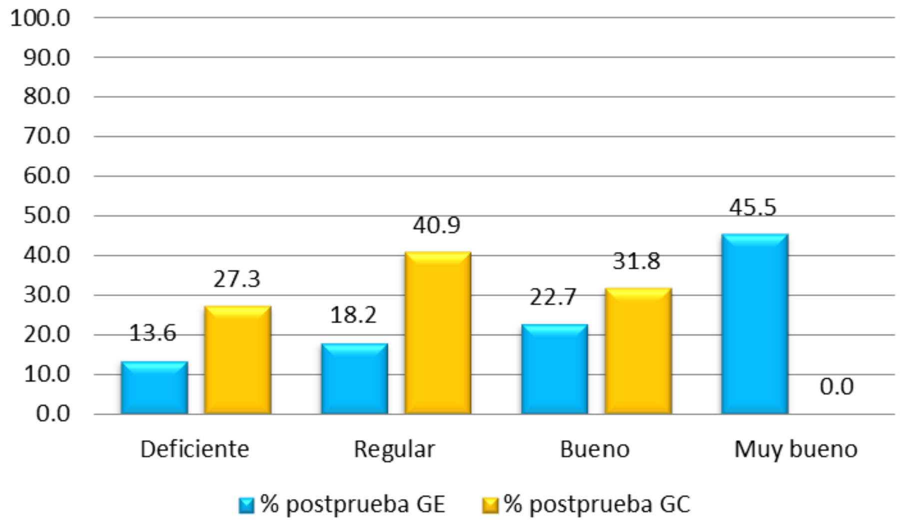
El cuadro N° 09 y su gráfico muestra los resultados obtenidos en relación a la evaluación de competencia; actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad equivalencia y cambio. Se tiene 0,0% de los estudiantes del grupo experimental se ubican en el nivel deficiente, 27,3% en el nivel regular, 36,4% en el nivel bueno y 36,4% en muy bueno. Asimismo, el 59,1% de los estudiantes del grupo control se ubican en el nivel deficiente, 31,8% en el nivel regular y 9,1% en bueno. Por lo que podemos deducir que el nivel es deficiente en el grupo control y en el grupo experimental es bueno, la diferencia de porcentajes se asume como efecto de la aplicación del modelo de Van Hiele.

Cuadro N° 10
Resultados de evaluación de la competencia; actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización

	Postprueba GE		Postprueba GC	
	fi	%	fi	%

Deficiente	3	13,6	6	27,3
Regular	4	18,2	9	40,9
Bueno	5	22,7	7	31,8
Muy bueno	10	45,5	0	0,0
Total	22	100	22	100

Gráfico N° 08
Resultados de evaluación de la competencia; actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización

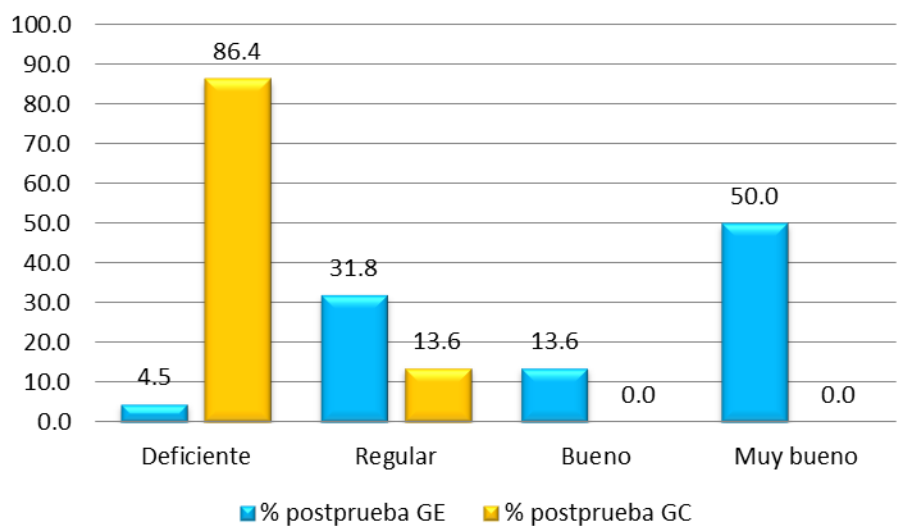


El cuadro N° 10 y su gráfico muestra los resultados obtenidos en relación a la evaluación de competencia; actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización. Se tiene 13,6% de los estudiantes del grupo experimental se ubican en el nivel deficiente, 18,2% en el nivel regular, 22,7% en el nivel bueno y 45,5% en muy bueno. Asimismo, el 27,3% de los estudiantes del grupo control se ubican en el nivel deficiente, 40,9% en el nivel regular y 31,8% en bueno. Por lo que podemos deducir que el nivel es regular en el grupo control y en el grupo experimental es muy bueno, la diferencia de porcentajes se asume como efecto de la aplicación del modelo de Van Hiele.

Cuadro N° 11
Resultados de evaluación de la competencia; actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre

	Postprueba GE		Postprueba GC	
	fi	%	fi	%
Deficiente	1	4,5	19	86,4
Regular	7	31,8	3	13,6
Bueno	3	13,6	0	0,0
Muy bueno	11	50,0	0	0,0
Total	22	100	22	100

Gráfico N° 09
Resultados de evaluación de la competencia; actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre

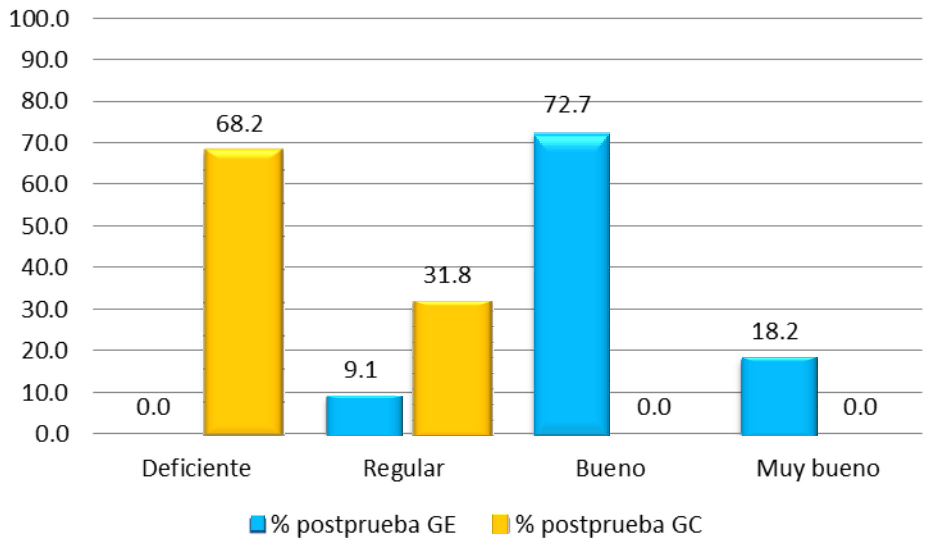


El cuadro N° 11 y su gráfico muestra los resultados obtenidos en relación a la evaluación de competencia; actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre. Se tiene 4,5% de los estudiantes del grupo experimental se ubican en el nivel deficiente, 31,8% en el nivel regular, 13,6% en el nivel bueno y 50,0% en muy bueno. Asimismo, el 86,4% de los estudiantes del grupo control se ubican en el nivel deficiente y 13,6% en el nivel regular. Por lo que podemos deducir que el nivel es deficiente en el grupo control y en el grupo experimental es muy bueno, la diferencia de porcentajes se asume como efecto de la aplicación del modelo de Van Hiele.

Cuadro N° 12
Resultados de la evaluación de aprendizaje en matemática

	Postprueba GE		Postprueba GC	
	fi	%	fi	%
Deficiente	0	0,0	15	68,2
Regular	2	9,1	7	31,8
Bueno	16	72,7	0	0,0
Muy bueno	4	18,2	0	0,0
Total	22	100	22	100

Gráfico N° 10
Resultados de la evaluación de aprendizaje en matemática



El cuadro N° 12 y su gráfico muestra los resultados obtenidos en relación a la evaluación de aprendizaje en matemática. Se tiene 0,0% de los estudiantes del grupo experimental se ubican en el nivel deficiente, 9,1% en regular, 72,7% en el nivel bueno y 18,2% en muy bueno. Asimismo, el 68,2% de los estudiantes del grupo control se ubican en el nivel deficiente y 31,8% en el nivel regular. Por lo que podemos deducir que el nivel es deficiente en el grupo control y en el grupo experimental es bueno, la diferencia de porcentajes se asume como efecto de la aplicación del modelo de Van Hiele.

4.3. PRUEBA DE HIPÓTESIS

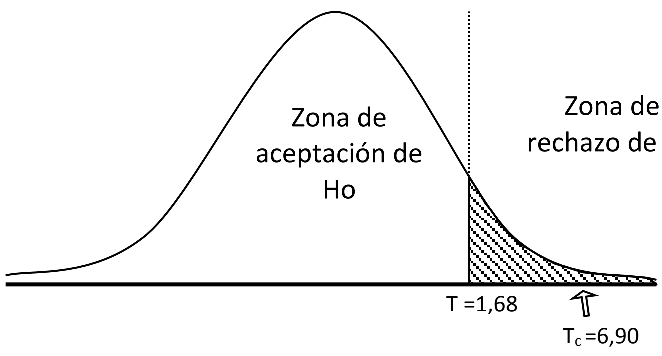
Hipótesis específico 1

Ha: La aplicación del modelo de Van Hiele mejora el desarrollo de la competencia; actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad en estudiantes del cuarto grado de educación secundaria de la I.E.I. Horacio Zeballos Gámez de Pillao.

Ho: La aplicación del modelo de Van Hiele no mejora el desarrollo de la competencia; actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad en estudiantes del cuarto grado de educación secundaria de la I.E.I. Horacio Zeballos Gámez de Pillao.

Prueba t para dos muestras suponiendo varianzas iguales

	post GE	*post GC*
Media	3,41	1,82
Varianza	0,73	0,44
Observaciones	22	22
Varianza agrupada	0,59	
Diferencia hipotética de las medias	0,00	
Grados de libertad	42,00	
Estadístico t	6,90	
P(T<=t) una cola	0,00	
Valor crítico de t (una cola)	1,68	



Como el valor de t calculada (6,90) supera al valor de la t crítica (1,68), se rechaza la hipótesis nula, por lo que podemos afirmar que la aplicación del modelo de Van Hiele mejora el desarrollo de la competencia; actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad en estudiantes del cuarto grado de educación secundaria de la I.E.I. Horacio Zeballos Gámez de Pillao.

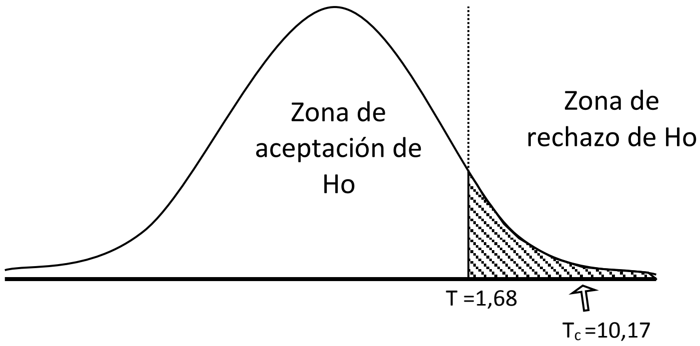
Hipótesis específico 2

Ha: La aplicación del modelo de Van Hiele mejora el desarrollo de la competencia; actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad equivalencia y cambio, en estudiantes del cuarto grado de educación secundaria de la I.E.I. Horacio Zeballos Gámez de Pillao..

Ho: La aplicación del modelo de Van Hiele no mejora el desarrollo de la competencia; actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio, en estudiantes del cuarto grado de educación secundaria de la I.E.I. Horacio Zeballos Gámez de Pillao.

Prueba t para dos muestras suponiendo varianzas iguales

	post GE	*post GC*
Media	4,09	1,82
Varianza	0,66	0,44
Observaciones	22	22
Varianza agrupada	0,55	
Diferencia hipotética de las medias	0	
Grados de libertad	42	
Estadístico t	10,17	
P(T<=t) una cola	0,00	
Valor crítico de t (una cola)	1,68	



Como el valor de t calculada (10,17) supera al valor de la t crítica (1,68), se rechaza la hipótesis nula, por lo que podemos afirmar que la aplicación del modelo de Van Hiele mejora el desarrollo de la competencia; actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio, en estudiantes del cuarto grado de educación secundaria de la I.E.I. Horacio Zeballos Gámez de Pillao.

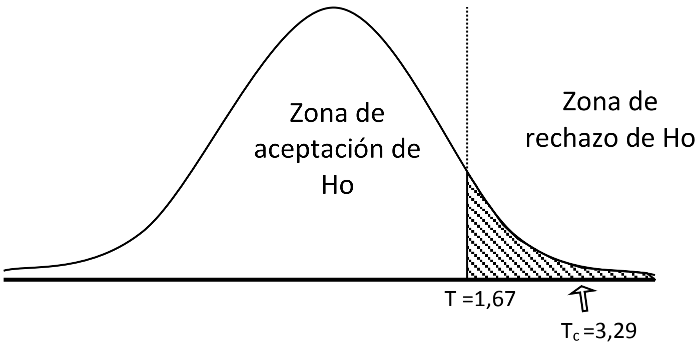
Hipótesis específico 3

Ha: La aplicación del modelo de Van Hiele mejora el desarrollo de la competencia; actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización, en estudiantes del cuarto grado de educación secundaria de la I.E.I. Horacio Zeballos Gámez de Pillao..

Ho: La aplicación del modelo de Van Hiele no mejora el desarrollo de la competencia; actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización, en estudiantes del cuarto grado de educación secundaria de la I.E.I. Horacio Zeballos Gámez de Pillao.

	post GE	*post GC*
Media	4,00	3,05
Varianza	1,24	0,62

Observaciones	22	22
Varianza agrupada	0,93	
Diferencia hipotética de las medias	0	
Grados de libertad	42	
Estadístico t	3,29	
P(T<=t) una cola	0,00	
Valor crítico de t (una cola)	1,68	



Como el valor de t calculada (3,29) supera al valor de la t crítica (1,68), se rechaza la hipótesis nula, por lo que podemos afirmar que la aplicación del modelo de Van Hiele mejora el desarrollo de la competencia; actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización, en estudiantes del cuarto grado de educación secundaria de la I.E.I. Horacio Zeballos Gámez de Pillao..

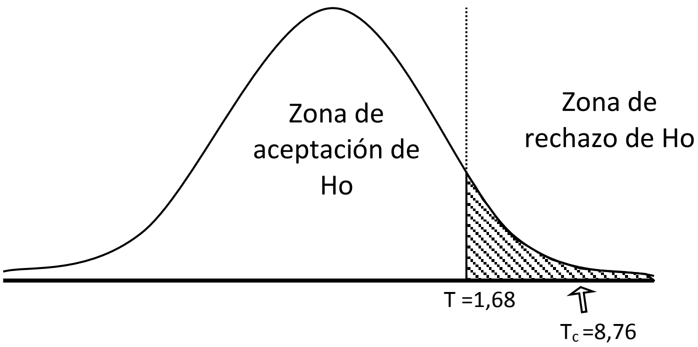
Hipótesis específico 4

Ha: La aplicación del modelo de Van Hiele mejora el desarrollo de la competencia; actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre, en estudiantes del cuarto grado de educación secundaria de la I.E.I. Horacio Zeballos Gámez de Pillao.

Ho: La aplicación del modelo de Van Hiele no mejora el desarrollo de la competencia; actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre, en estudiantes del cuarto grado de educación secundaria de la I.E.I. Horacio Zeballos Gámez de Pillao.

Prueba t para dos muestras suponiendo varianzas iguales

	post GE	*post GC*
Media	4,09	1,82
Varianza	1,04	0,44
Observaciones	22	22
Varianza agrupada	0,74	
Diferencia hipotética de las medias	0	
Grados de libertad	42	
Estadístico t	8,76	
P(T<=t) una cola	0,00	
Valor crítico de t (una cola)	1,68	



Como el valor de t calculada (8,76) supera al valor de la t crítica (1,68), se rechaza la hipótesis nula, por lo que podemos afirmar que la aplicación del modelo de Van Hiele mejora el desarrollo de la competencia; actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre, en estudiantes del cuarto grado de educación secundaria de la I.E.I. Horacio Zeballos Gámez de Pillao.

CAPÌTULO V

DISCUSIÓN DE RESULTADOS

5.1. Contrastación de los resultados de trabajo de campo con los referentes bibliográficos

La aplicación del modelo de Van Hiele duró un periodo de 8 semanas, programándose dos sesiones por semana de dos horas pedagógicas cada una, al inicio se notó cierta dificultad por parte de los estudiantes en cuanto a las actividades pertinentes en las acciones a realizar en el proceso de aprendizaje, cierto nerviosismo en la construcción de modelos, dificultades en organización e integración en grupo, a lo que se tuvo que implementar el modelo de Van Hiele donde se propuso el proceso del modelo de Van Hiele con dinamismo para enfrentar dificultades encontradas.

Luego de aplicar los instrumentos, los resultados nos permitieron contrastar las hipótesis; siendo l**a hipótesis de estudio:** La aplicación del modelo de Van Hiele mejora el aprendizaje de la matemática en los estudiantes del cuarto grado de educación secundaria de la I.E.I. Horacio Zeballos Gámez de Pillao. Como el valor de t calculada (11,99) supera al valor de la t crítica (1,68), se rechaza la hipótesis nula, por lo que podemos afirmar que la aplicación del modelo de Van Hiele mejora el aprendizaje de la matemática en estudiantes del cuarto grado de educación secundaria de la I.E.I. Horacio Zeballos Gámez de Pillao. Por otro lado, en el cuadro N° 12 y su gráfico muestra los resultados obtenidos en relación a la evaluación de aprendizaje en matemática. Se tiene 0,0% de los estudiantes del grupo experimental se ubican en el nivel deficiente, 9,1% en regular, 72,7% en el nivel bueno y 18,2% en muy bueno. Asimismo, el 68,2% de los estudiantes del grupo control se ubican en el nivel deficiente y 31,8% en el nivel regular. Por lo que podemos deducir que el nivel es deficiente en el grupo control y en el grupo experimental es bueno, la diferencia de porcentajes se asume como efecto de la aplicación del modelo de Van Hiele.

Los resultados obtenidos coinciden con los resultados de la tesis de Lastra, S. (2005), “Propuesta metodológica de enseñanza y aprendizaje de la geometría, aplicada en escuelas críticas”. Donde desarrolla sesiones de aprendizaje en tres grupos para comprobar la implicancia del modelo de Van Hiele y el uso de medios informáticos en el proceso de enseñanza – aprendizaje, concluyendo que el aprendizaje geométrico se incrementa significativamente con la intervención de los módulos propuestos. Asimismo, Marín, A. (2003), en su tesis “Los niveles de pensamiento geométrico de Van Hiele, un estudio con profesores en ejercicio”. Analiza las potencialidades y dificultades que surgen al llevar al aula un conjunto de unidades de aprendizaje.. También, Carbajal, A. y otros (2007) en su tesis

“Influencia del Modelo de Van Hiele en el aprendizaje de la geometría en los estudiantes del sexto grado del Colegio Nacional de Aplicación Marcos Duran Martel-2007”, concluye que se ha logrado un aprendizaje significativo en el proceso de aprendizaje de la geometría en los estudiantes, se tiene una mayor aceptación de los materiales empleados en el proceso. El conocimiento adquirido es más consistente y vivenciado.

Lo que demuestra que la aplicación del modelo de Van Hiele mejora significativamente las competencias; actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad, actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio, actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización, actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre en los estudiantes del cuarto grado de educación secundaria de la I.E.I. Horacio Zeballos Gámez de Pillao.

5.2. Contrastación de la hipótesis general en base a la prueba de hipótesis

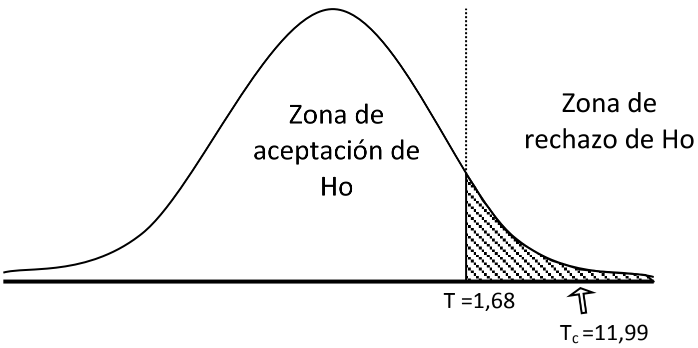
Hipótesis general

Ha: La aplicación del modelo de Van Hiele mejora el aprendizaje de la matemática en los estudiantes del cuarto grado de educación secundaria de la I.E.I. Horacio Zeballos Gámez de Pillao.

Ho: La aplicación del modelo de Van Hiele no mejora el aprendizaje de la matemática en los estudiantes del cuarto grado de educación secundaria de la I.E.I. Horacio Zeballos Gámez de Pillao.

Prueba t para dos muestras suponiendo varianzas iguales

	post GE	*post GC*
Media	15,59	9,14
Varianza	2,92	3,46
Observaciones	22	22
Varianza agrupada	3,19	
Diferencia hipotética de las medias	0	
Grados de libertad	42	
Estadístico t	11,99	
P(T<=t) una cola	0,00	
Valor crítico de t (una cola)	1,68	



Como el valor de t calculada (11,99) supera al valor de la t crítica (1,68), se rechaza la hipótesis nula, por lo que podemos afirmar que aplicación del modelo de Van Hiele mejora el aprendizaje de la matemática en estudiantes del cuarto grado de educación secundaria de la I.E.I. Horacio Zeballos Gámez de Pillao.

5.3. Aporte científico

En la investigación realizada se está validando la aplicación del modelo Van Hiele, aplicada para mejorar el aprendizaje de la matemática en estudiantes del cuarto grado de educación secundaria de la I.E.I. Horacio Zeballos Gámez de Pillao, el programa ha sido estructurado de tal manera que permite mejorar las competencias: actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad, actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio, actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización, actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre. Por lo descrito es un aporte para mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática. Al mismo tiempo aporta significativamente a la didáctica de los docentes en el área de matemática, pues, estamos inmersos en un mundo de competencias y necesitamos hacer que los estudiantes actúen y piensen matemáticamente.

CONCLUSIONES

1. Como el valor de t calculada (11,99) supera al valor de la t crítica (1,68), se rechaza la hipótesis nula, por lo que podemos afirmar que la aplicación del modelo de Van Hiele mejora el aprendizaje de la matemática en estudiantes del cuarto grado de educación secundaria de la I.E.I. Horacio Zeballos Gámez de Pillao.

2. Como el valor de t calculada (6,90) supera al valor de la t crítica (1,68), se rechaza la hipótesis nula, por lo que podemos afirmar que la aplicación del modelo de Van Hiele mejora el desarrollo de la competencia; actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad en estudiantes del cuarto grado de educación secundaria de la I.E.I. Horacio Zeballos Gámez de Pillao.

3. Como el valor de t calculada (10,17) supera al valor de la t crítica (1,68), se rechaza la hipótesis nula, por lo que podemos afirmar que la aplicación del modelo de Van Hiele mejora el desarrollo de la competencia; actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio, en estudiantes del cuarto grado de educación secundaria de la I.E.I. Horacio Zeballos Gámez de Pillao.

4. Como el valor de t calculada (3,29) supera al valor de la t crítica (1,68), se rechaza la hipótesis nula, por lo que podemos afirmar que la aplicación del modelo de Van Hiele mejora el desarrollo de la competencia; actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y

localización, en estudiantes del cuarto grado de educación secundaria de la I.E.I. Horacio Zeballos Gámez de Pillao.

5. Como el valor de t calculada (8,76) supera al valor de la t crítica (1,68), se rechaza la hipótesis nula, por lo que podemos afirmar que la aplicación del modelo de Van Hiele mejora el desarrollo de la competencia; actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre, en estudiantes del cuarto grado de educación secundaria de la I.E.I. Horacio Zeballos Gámez de Pillao.

RECOMENDACIONES

1. Se recomienda a los docentes de la I.E.I. Horacio Zeballos Gámez de Pillao, promover la implementación del modelo Van Hiele, con programaciones contextualizadas, que respondan a las necesidades e intereses de las demandas de la localidad.
2. El docente debe promover el mejoramiento de las competencias en el área de matemática.
3. El docente debe contextualizar el contenido del área de matemática e incorporar el modelo de Van Hiele en la ejecución de las sesiones correspondientes al área.
4. Las UGEL deben propiciar que en todo los niveles educativos, se deben desarrollar talleres que implementen el uso del modelo de Van Hiele en el área de matemática.
5. Los investigadores deben enfocar su atención en la evaluación cualitativa de la información generada al aplicar el modelo de Van Hiele.

BIBLIOGRAFÍA

1. RUIZ, A. (1998). *Taller de matemática.* España: Edita Junta de Extremadura.
2. ANTONI, V. (2004). *Matemáticas para aprender a pensar*. España: Editorial Narcia.
3. BALLESTER, S. (1999). *Matemática participativa una alternativa*. Cuba.
4. CALERO, M. (2000). *Metodología activa para aprender y enseñar mejor.* Perú: Edit. San Marcos.
5. CARREÑO, F. (1999). *Instrumentos de Medición del Rendimiento Escolar*. México: Edit. Trillas.
6. CHIRINOS, R. (2003). *Nuevo Manual Constructivismo*. Lima.
7. CANTORAL, R. (2003). *Desarrollo del pensamiento matemático*. México: Editorial Trillas.
8. DE GUZMAN, M. (1999). *Tendencias innovadoras en educación matemática.* Perú: Edit. Moshera S.R.L.
9. DIKSON, L. y otros (1995). *El Aprendizaje de las Matemáticas*. Barcelona: MEC. Labor.
10. E.I. IGNÁTIEV (1995). *En el reino del ingenio*. Editorial MIR
11. HERNÁNDEZ, R. (2000). *Metodología de la Investigación*. México: Mc Graw-Hill.
12. GUTIERREZ, A. y JAIME, A. (1987). *Estudio de las características de los niveles de van Hiele*.
13. GUTIERREZ, A. y JAIME, A. (1990). *Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la geometría: el modelo de van Hiele*.
14. GUTIÉRREZ, V. (1990). *Historia y Metodología de la Matemática*. Lima: Editorial Omega.
15. JIMENES, V. (1990). *Como Lograr una Enseñanza Activa de la Matemática*. Barcelona: Ediciones CEAC.
16. LUZURIAGA, L. (1962). *Diccionario de Pedagogía*. Buenos Aires: Editorial Losada.
17. LADERA, V. (2001). *Metodología Activa de la Matemática*. Abedul.
18. MINISTERIO DE EDUCACIÓN (2002). *Manual para el Docente*. Perú.

19. MINISTERIO DE EDUCACIÓN (2006). *Guía para el desarrollo del pensamiento a través de la matemática.*
20. OSBORNE, F. (1995). *El aprendizaje de las ciencias*. España: Editorial Narcia,
21. PARAGUA, M. y ROJAS, A. (2001). *Estadística Básica*. 1º Edición.
22. PALOMARES, L. (1997). *Hacia una Enseñanza Moderna de la Matemática*. Lima.
23. PERELMAN, Y. *Matemática recreativa* Editorial MIR
24. REYNA, L. (1993). *Desde otra Perspectiva Didáctica de la Matemática*. Perú: Edic. Alba.
25. SAMPER, C. (2003). *Cómo promover el razonamiento en el aula por medio de la geometría*. Bogotá: Editorial Universidad Pedagógica Nacional.
26. SIERRA, R. (1988). *Técnicas de Investigación Social: Teoría y ejercicios.* Madrid: Paraninfo, S.A.
27. SOLIS, C. (1999). *Fundamentos y Métodos Activos para el Aprendizaje de la Matemática.* Huancayo: CKEF Ediciones.
28. TORRES, C. (1992). *Metodología de la investigación científica, orientaciones básicas*. Lima: Editorial San Marcos.
29. VALDERRAMA, S. (2002). *Pasos para Elaborar Proyectos y Tesis de Investigación Científica.* Lima: Edit. San Marcos.

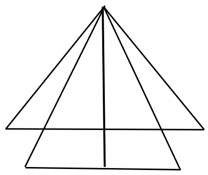
ANEXOS

ANEXO N° 01: INSTRUMENTO

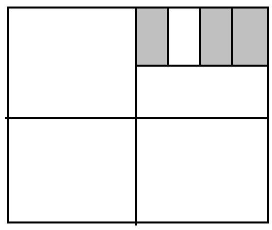
Apellidos y nombres : ....

1. Establece el máximo número de triángulos que hay en la figura.

A) 7
B) 5
C) 11
D) 4
E) 12



2. La región sombreada que parte representa del total.



A) $\frac{3}{32}$ B) $\frac{2}{17}$ C) $\frac{2}{21}$ D) $\frac{3}{26}$ E) $\frac{12}{8}$

3. Cinco profesoras: Pilar, Jessica, Martha, Marisol y Julieta viven en un edificio de seis pisos, cada una en un piso diferente. Si se sabe que:

- *El cuarto piso está desocupado.*
- *Marisol vive en un piso adyacente al de* Pilar *y al de Martha.*
- Julieta *no vive en el último piso*.

Podemos afirmar:

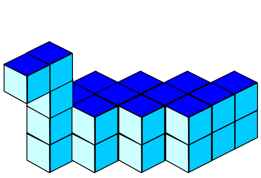
I. Jessica no vive en el quinto piso.
II. Pilar no vive en el tercer piso.
III. Martha vive más arriba que Pilar.

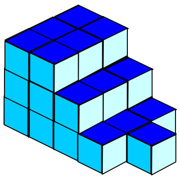
A) Sólo I B) I y II C) II y III D) I y III E)Todas

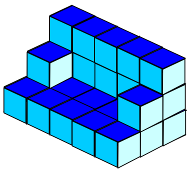
4. De cuántas formas pueden ordenarse 5 personas en una hilera si una de ellas debe estar siempre en uno de los extremos.

A) 48 B) 25 C) 20 D) 24 E) 12

5. Determine cuantas caras tiene cada una de las figuras siguientes.


…………………

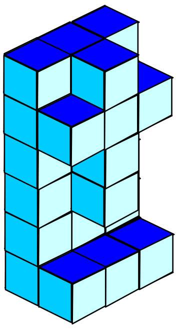

……………….


………………

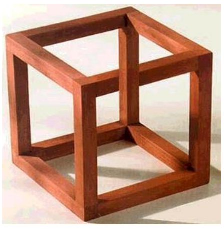
6. De acuerdo a la siguiente figura, anote:

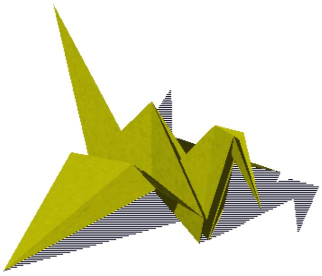
N° de vértices: ……

N° de caras : ……

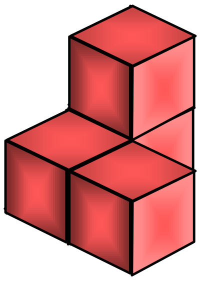


7. ¿Cuáles de las siguientes figuras es posible construir?


( )


( )

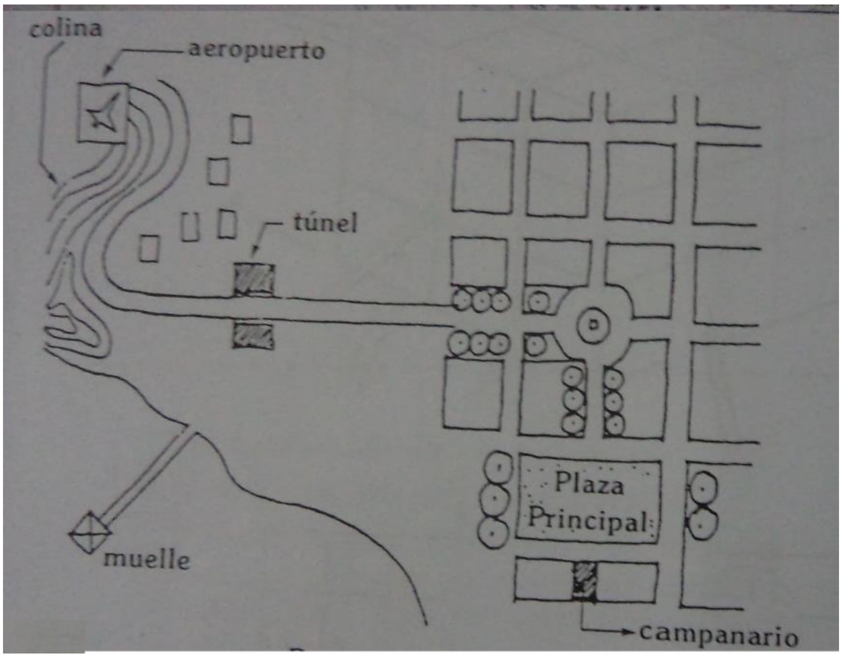

( )

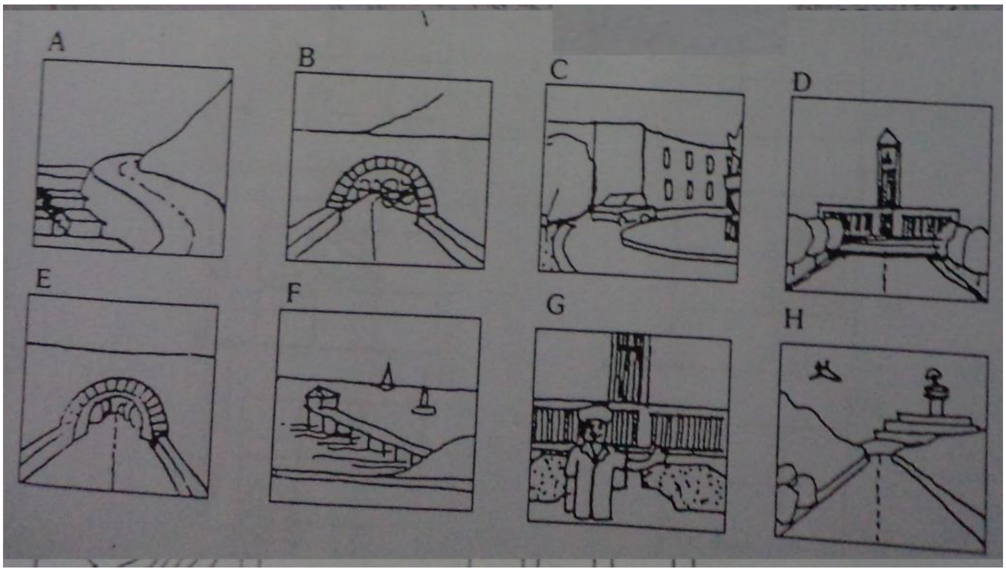

( )

8. Dibuje el croquis de su escuela en el recuadro siguiente:

9) Pedro llegando de viaje tomo 8 fotos a lo largo de su recorrido, desde el aeropuerto hasta llegar a la plaza de principal. Los gráficos corresponden a las fotos tomadas por Pedro.

Ordene las fotos de tal manera que se pueda reconocer el recorrido de Pedro.





1	2	3	4	5	6	7	8

ANEXO N° 02: MATRIZ DE CONSISTENCIA

TÍTULO: APLICACIÓN DEL MODELO DE VAN HIELE Y EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA EN LOS ESTUDIANTES DEL CUARTO GRADO DE LA I.E.I. HORACIO ZEBALLOS GÁMEZ DE PILLAO - 2015

PROBLEMA	OBJETIVOS	HIPÓTESIS	OPERACIONALIZACIÓN DE LAS VARIABLES	
			VARIABLES	DIMENSIONES
PROBLEMA GENERAL ¿Al aplicar el Modelo de Van Hiele mejora significativamente el aprendizaje de la matemática en los estudiantes de I.E.I. Horacio Zeballos Gámez de Pillao - 2015?	**OBJETIVO GENERAL** Determinar si al aplicar el Modelo de Van Hiele mejora significativamente el aprendizaje de la matemática en los estudiantes de I.E.I. Horacio Zeballos Gámez de Pillao - 2015. **OBJ. ESPECÍFICOS** • Evaluar si al aplicar el Modelo de Van Hiele mejora significativamente el desarrollo de la competencia; actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad en estudiantes • Evaluar si al aplicar el Modelo de Van Hiele mejora significativamente el desarrollo de la competencia; actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio en estudiantes • Evaluar si al aplicar el Modelo de Van Hiele mejora significativamente el desarrollo de la competencia; actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización en estudiantes • Evaluar si al aplicar el Modelo de Van Hiele mejora significativamente el desarrollo de la competencia; actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre en estudiantes	**HIPÓTESIS GENERAL** La aplicación del Modelo de Van Hiele mejora significativamente el aprendizaje de la matemática en los estudiantes de I.E.I. Horacio Zeballos Gámez de Pillao - 2015 **HIPOTESIS ESPECIFICAS** • La aplicación del Modelo de Van Hiele mejora significativamente el desarrollo de la competencia; actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad en estudiantes • La aplicación del Modelo de Van Hiele mejora significativamente el desarrollo de la competencia; actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio en estudiantes • La aplicación del Modelo de Van Hiele mejora significativamente el desarrollo de la competencia; actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización en estudiantes • La aplicación del Modelo de Van Hiele mejora significativamente el desarrollo de la competencia; actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre en estudiantes	**V. Independiente** MODELO DE VAN HIELE. **V. Dependiente** APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA	Nivel 0: visualización Nivel 1: Análisis Nivel 2: Deducción informal Nivel 3: Deducción formal Nivel 4: Rigor • Competencia; actúa y piensa matemáticamente en situaciones de cantidad • Competencia; actúa y piensa matemáticamente en situaciones de regularidad, equivalencia y cambio • Competencia; actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización • Competencia; actúa y piensa matemáticamente en situaciones de gestión de datos e incertidumbre

UNIVERSIDAD NACIONAL *HERMILIO VALDIZÁN*

ESCUELA DE POST GRADO

ANEXO 3: APLICACIÓN DEL MODELO VAN HIELE

En el proceso de aprendizaje de la matemática

PROPUESTA DE SESIÓN DE APRENDIZAJE: MODELO VAN HIELE

I. DATOS GENERALES

ÁREA: MATEMÁTICA **GRADO: CUARTO** **SECCIÓN: B** **Tiempo: 180 min**
DOCENTE: Clever Joaquín Baylón **I.E.: Horacio Zeballos Gámez** **Lugar: Pillao**

APRENDIZAJE ESPERADO
Identifica las condiciones de la congruencia de triángulos resolviendo ejercicios y situaciones problemáticas del contexto real.

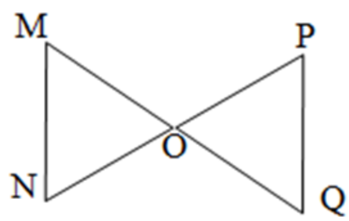
II. SELECCIÓN DE COMPETENCIAS, CAPACIDADES, INDICADORES E INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN

COMPETENCIA	CAPACIDADES	INDICADOR	INSTRUMENTO
Actúa y piensa matemáticamente en situaciones de forma, movimiento y localización.	Matematiza situaciones. Comunica y representa ideas matemáticas. Elabora y usa estrategias. Razona y argumenta generando ideas matemáticas.	Identifica figuras congruentes. Establece condiciones necesarias para la congruencia. Establece condiciones suficientes para la congruencia. Demuestra formalmente la congruencia de triángulos. Resuelves situaciones problemáticas.	Cuestionario Lista de cotejo

III. PROCESO DE APRENDIZAJE:

MOMENTOS	ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS	RECURSOS Y MATERIALES	TIEMPO
INICIO	Al inicio de la clase, el docente informa el campo temático que se va a estudiar, los problemas por resolver y se recoge los conocimientos previos para tomarlos como guía en el inicio de la clase. Se inicia la sesión con una situación problemática “*las coronas de la princesa”* **Instrucciones** • Se forman equipos de trabajo según la cantidad de estudiantes de cuatro o tres. • Se asigna el nombre a cada equipo y se pide un	Pizarra Plumones Mota	20min

	representante por cada equipo. Cada equipo deberá responder la siguiente pregunta sobre el caso: "Si Julieta, una princesita, de cuento de Hadas. Tiene muchos triángulos y desea saber si son congruentes o no. Para ello, solicita a su hermanito, el ´príncipe James´ que seleccione aquellos triángulos que cree son congruentes" ¿Cómo podríamos ayudar a Julieta y James a establecer las condiciones para saber cuándo son congruentes sus triángulos? Luego, se pide a los estudiantes que realicen actividades dirigidas al descubrimiento y aprendizaje de los conceptos y propiedades fundamentales de dicho contenido.	Hojas impresas PPT Triángulos recortados en cartulinas.	
P R O C E S O	**Nivel 0: visualización.** **Desarrollo de la actividad**: Con la ayuda de láminas, se presentan parejas de figuras planas (algunas congruentes y otras no) y se pide a los estudiantes que identifiquen las parejas que son congruentes, explicando sus conclusiones. Pueden utilizar instrumentos de medición, hojas de papel, además, pueden doblar las tarjetas para superponer las figuras. Finalmente, el docente refuerza el contenido respectivo. **Nivel 1: Análisis** **Desarrollo de la actividad**: La clase se organiza en grupos, a cada uno se le entrega un determinado número de triángulos numerados. Cada grupo debe agrupar los triángulos congruentes, indicando las propiedades de congruencia que cumplen. Pueden utilizar diferentes técnicas y métodos tales como: superponer, doblar, medir, etc. Al finalizar la experiencia, cada grupo comparte con el resto de la clase la metodología de trabajo seguida y las conclusiones obtenidas. El docente cierra la actividad con un resumen de las condiciones necesarias para la congruencia de triángulos. **Nivel 2: deducción informal.** D**esarrollo de la actividad**: El docente escribe en el pizarrón las características de tres triángulos dados (las medidas de lados y de ángulos) y pide a los estudiantes que los dibujen. Luego, pregunta si es posible dibujar un triángulo diferente al dado en cada caso pero con la condición de que mantuviese las características indicadas. En esta actividad el docente tiene que orientar constantemente a los estudiantes. Cabe resaltar que si el grupo de estudiantes no logra	Pizarra Plumones Mota Papeles. Cartulina. Triángulos. Reglas. Escuadras. Tijeras.	20 min 50 min 40 min

	establecer las condiciones suficientes para la congruencia de triángulos, se le debe explicar detalladamente cada una de las mismas y luego asignar determinados ejercicios destinados a afianzar dicho conocimiento. **Nivel 3: Deducción formal.** **Desarrollo de la actividad**: Se plantea el siguiente ejercicio: “Dados los triángulos *MNO* y *OPQ*, con lados *MO* = *OQ* y *NO* = *OP*, respectivamente, tal como se muestra en la figura, explicar por qué dichos triángulos son congruentes  **Nivel 4: Rigor.** El estudiante puede comparar la congruencia de triángulos en diferentes sistemas axiomáticos. En esta actividad los estudiantes necesitan constantemente la orientación del docente. Finalmente, el docente realiza la demostración formal. Se asignan ejercicios similares, los cuales se revisarán en la siguiente El docente redacta un resumen del contenido con el propósito de que los estudiantes lo integren en la red de conocimientos que poseían sobre el mismo.		50 min
S A L I D A	El docente asigna tareas destinadas a profundizar los conocimientos estudiados, establece relaciones y presenta algunas propiedades de mayor complejidad. **Metacognición**: Al finalizar, cada estudiante reflexiona en voz alta sobre los procedimientos, las dificultades y las soluciones encontradas, logrando enriquecer el conocimiento de cada individuo al detectar los métodos y resultados incorrectos, como una manera de afianzar los correctos. ¿Qué aprendimos? ¿Cómo aprendimos? ¿En qué parte tuvimos dificultad? ¿Para qué sirve lo que aprendí? Se lee el aprendizaje esperado y se pregunta si se logró o no	Pizarra Plumones Mota Hoja impresa	20 min

IV. EVALUACIÓN DE ACTITUDES

ACTITUD	INDICADOR	INSTRUMENTO
VALOR PRIORIZADO Respeto	Respeta la opinión de sus compañeros	Ficha de observación. Lista de cotejo.

Observaciones:

………

………

………

………

Docente

V°B° Director