

UNIVERSIDAD NACIONAL HERMILIO VALDIZÁN

ESCUELA DE POST GRADO

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN



**APLICACIÓN DEL MODELO DE VAN HIELE Y EL DESARROLLO DEL
PENSAMIENTO ESPACIAL EN EL ÁREA DE MATEMÁTICA EN
ESTUDIANTES DEL 4^{TO} DE SECUNDARIA I.E. "JAVIER PÉREZ DE
CUELLAR", MONZÓN-2011**

**PARA OPTAR EL GRADO ACADEMICO DE MAGISTER EN EDUCACIÓN
MENCIÓN: INVESTIGACIÓN Y DOCENCIA SUPERIOR.**

TESISTA:

LUIS FELIPE ACUÑA APONTE

ASESOR:

Mg. AGUSTIN RUFFINO ROJAS FLORES

HUÁNUCO- PERÚ

2015

DEDICATORIA

A mis Padres Aeropajita y Miquear, a mis
hermanos en especial a Andrés por su apoyo
moral.

Y con cariño a Marlitt mi confidente.

Luis

AGRADECIMIENTO

A la Universidad Nacional Hermilio Valdizán Alma Mater de la Región por albergarme una vez más en su recinto con cariño y esperanza de un mejor porvenir.

A la Escuela de Post grado de la Misma Universidad por darme la oportunidad de seguir superándome para descubrir muchas luces de verdad que desconocemos en el camino, y gracias a lo cual forjaremos nuestro destino profesional y así ampliar nuestra visión como educadores para el engrandecimiento de nuestro querido Perú.

Al Director de la EPG por cumplir con su labor profesional de administrar la gran tarea que lleva y así elevar la calidad humana y profesional de sus clientes y recibir el reconocimiento por la sociedad, que espera un cambio.

Al asesor por su comprensión y apoyo moral, por compartir sus conocimientos para encaminar el presente trabajo en aras de mejorar el nivel educativo de los estudiantes

Al Profesor de la asignatura Manuel Blanco Aliaga, por la gran responsabilidad de conducción y exigencia con el afán de enriquecer el proceso de su labor; y así dilucidar los problemas del entorno y buscar la solución mediante la investigación.

El autor

RESÚMEN

La investigación realizada es el producto de un arduo trabajo, evidentemente porque no se contó con antecedentes de porte similar, cuyo objetivo principal es determinar la influencia del modelo de Van Hiele en el desarrollo del pensamiento espacial en el área de matemática en estudiantes del 4^{to} de Secundaria de la Institución Educativa. “Javier Pérez de Cuellar”, Monzón-2011.

El estudio de investigación fue de diseño cuasi experimental, de tipo aplicada, por presentar una relación de causa efecto entre la variable independiente y dependiente y por los resultados obtenidos puede ser contextualizada en otras instituciones educativas del nivel secundaria, para desarrollar las competencias geométricas y la habilidad visual- espacial de los estudiantes y sobre la práctica pedagógica de los docentes. La muestra representativa fue de 34 estudiantes que formaron parte del grupo experimental y de control.

La investigación se inició con la aplicación de una prueba de entrada que estuvo constituida por 19 ítems sobre el desarrollo del pensamiento espacial. Luego, con la guía del modelo de Van Hiele fue sistematizado un módulo de aprendizaje con doce sesiones, donde los conocimientos estuvieron organizados en secuencias y niveles de razonamiento geométrico que propone el Modelo y con diversas actividades para recopilar, contextualizar, crear y recrear gráficos, construir objetos tridimensionales y resolver situaciones problemáticas; todo esto con la finalidad de estimular y desarrollar el nivel del

pensamiento espacial relacionados con las capacidades de : observar, describir, ordenar, deducir, analizar, entre otras.

Después de finalizar el experimento, se procedió a la aplicación de la prueba de salida, a los dos grupos; donde los resultados para el grupo experiencial fueron significativos, ya que los estudiantes demostraron su capacidad de pensamiento espacial en todas las dimensiones, tal es así que lograron ubicarse en las escalas de calificación suficiente y logro previsto, con calificativos mayor que 11, demostrando un gran avance con respecto a la evaluación de entrada en la que los estudiantes estaban con calificativos que se ubican en la escala de proceso.

Luego de analizar el trabajo de campo se comprobó la hipótesis alternativa formulada mediante la prueba “t de Student” con diferencia de medias muestrales, donde se demostró que la aplicación del Modelo de Van Hiele influye considerablemente en el desarrollo del Pensamiento espacial, basados fundamentalmente en los procesos del razonamiento deductivo que los estudiantes tienen a esta edad, donde realizan manipulaciones mentales de los objetos en el espacio.

PALABRAS CLAVES: Percepción espacial, inteligencia espacial, aprendizaje significativo, razonamiento deductivo.

ABSTRACT

The investigation is the result of hard work, evidently because not had a history of similar shapes, whose main objective is to determine the influence of the model of Van Hiele in the development of spatial thinking in the area of mathematics students in 4th secondary Educational Institution. "Javier Perez de Cuellar," Monzon-2011.

The research study was quasi-experimental design, applied type, filing a causal relationship between the independent and dependent variable and the results can be contextualized in other educational institutions in the secondary level, to develop skills and geometric visual spatial ability of students and the pedagogical practices of teachers. The representative sample was 34 students who took part in the experimental group and control.

The investigation was initiated by applying a test input consisted of 19 items on the development of spatial thinking. Then, with model guidance Van Hiele was systematized a learning module with twelve sessions, where knowledge were organized into sequences and levels of geometric reasoning proposed Model and various activities to collect, contextualize, create and recreate charts build three-dimensional objects and solve problem situations, all with the aim to encourage and develop the level of spatial thinking skills related to: observe, describe, sort, infer, analyze, among others.

After completing the experiment, we proceeded to the implementation of the output test, the two groups; where the results for the experimental group were significant, as students demonstrated their capacity for spatial thinking in

all dimensions, so much so that took places in rating scales and expected accomplishment enough, with more than 11 denominations, showing great advance over the entrance assessment in which students were with qualifiers that are located in the process scale.

After analyzing the fieldwork the alternative hypothesis formulated by the "Student t" test unlike mistral stockings, which showed that the application of the Model Van Hiele it greatly influences the development of spatial thinking was found, based primarily on deductive reasoning processes that students have at this age, where they perform mental manipulations of objects in space.

KEYWORDS: Spatial perception, spatial intelligence, meaningful learning, deductive reasoning.

INTRODUCCIÓN

El presente trabajo es para recibir el grado de maestría y surge como una contribución para superar las dificultades en el desarrollo del pensamiento espacial de los estudiantes de educación secundaria. Para el tratamiento de este problema se realizó una exhaustiva recolección de bases teóricas referente al pensamiento espacial, sus características, las estrategias para estimular su desarrollo, aportes por diferentes autores e investigadores; luego se diseñó un instrumento para la recolección de datos, el mismo que fue construido a partir de las dimensiones que fueron validadas mediante juicio de expertos, la primera semana se aplicó la preprueba y posteriormente las 12 sesiones con una duración de 90 minutos cada una, finalizando con la aplicación de la posprueba.

Los resultados de nuestra investigación han sido satisfactorias, teniendo en cuenta que lo que se buscó ha sido desarrollar el pensamiento espacial de los estudiantes de la muestra; como lo indica la media del grupo experimento que aumentó de 8,80 a 12,90 en el post test y en el grupo de control fue de 9,55 a 10,50 y en el post test de ambos grupos el t calculado es mayor que el t crítico.

Esta obra está estructurada en cinco capítulos, que resumidamente, tratan de lo siguiente:

Capítulo I: Refiere al problema de investigación, en donde se describe las situaciones problemáticas que presentan los estudiantes de educación básica regular por el escaso dominio de las capacidades geométricas ya que

esto esta relacionado con la capacidad visual y la manipulación mental de objetos que observa, construye y ubica en el espacio. Para esto surge un modelo investigado que propone secuencias para el aprendizaje de la geometría; a lo que en el presente estudio se le da la utilidad práctica con la elaboración de un módulo de aprendizaje que apoyará a lo que se busca desarrollar principalmente el pensamiento espacial de los estudiantes.

En el Capítulo II aborda el marco teórico basado en las investigaciones de los hermanos Van Hiele, quienes presentan su modelo cuya idea básica de este método es que el aprendizaje de la geometría se hace pasando por niveles de pensamiento y conocimiento; reforzando a esto Berteloth y Salin señalan que los conocimientos espaciales conciernen al espacio físico mientras que los conocimientos geométricos a un espacio conceptualizado. También nos apoyamos de las teorías del constructivismo, de la teoría de la percepción de la Gestalt, de las inteligencias múltiples de Gardner entre otros psictecnicos que aportan en cuanto al desarrollo del pensamiento espacial.

El Capítulo III describe la parte metodológica correspondiente a nuestra investigación que es de tipo Aplicada, del nivel Experimental con diseño Cuasi experimental. En esta parte se trabajó las sesiones representados en gráficos y situaciones de la vida real para estimular el aspecto visual de los estudiantes; donde en primera instancia se tomó el pretest, y valiéndonos de siluetas, construcciones concretas e imaginarias, rompecabezas, ubicación de objetos se desarrolló las 12 sesiones, todos con la finalidad de desarrollar las

capacidades geométricas y el pensamiento espacial. Luego del cuál se aplicó el posttest.

En el capítulo IV hemos considerado los resultados de la investigación a partir de las dimensiones de la variable dependiente, que están representados en cuadros y gráficos de frecuencia relativa y porcentual, media aritmética de la muestra, lo que nos ha permitido analizar e interpretar los resultados de la aplicación de la variable independiente y realizar la prueba de hipótesis; resultando la influencia significativa de la estrategia puesta en experimento

En el capítulo V se considera la discusión de resultados porcentuales cuantitativos, con los referentes de la investigación, que nos permitió verificar nuestra hipótesis planteada y lograr los objetivos que nos hemos propuesto al iniciar nuestro trabajo. Además es importante mencionar que durante el experimento se observaron dificultades toda vez que muchos estudiantes no han sido estimulados con este tipo de actividades, pero al finalizar el trabajo se logran evidenciar cambios significativos en sus estructuras mentales.

Finalmente damos a conocer las conclusiones, sugerencias a las que hemos llegado al final del trabajo de investigación, las Referencias Bibliográficas concernientes a la literatura física y virtual empleada para el desarrollo de la investigación de igual modo los anexos conformado por la matriz de consistencia, el Modulo de Aprendizaje, las pruebas educativas, la ficha de observación, ficha de valoración de los resultados y las evidencias fotográficas del trabajo de campo.

INDICE

Dedicatoria.	II
Agradecimiento	III
Resumen.	IV
Abstract.	VI
Introducción.	VIII
Índice	XI

CAPITULO I

PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1.1.	Descripción del problema	1
1.2.	Formulación del problema	8
	1.2.1. Problema general	8
	1.2.2. Problema Específicos	8
1.3.	Objetivo General	9
	1.3.1. Objetivos específicos	9
1.4.	Hipótesis General	9
	1.4.1. Hipótesis Específicos.	9
1.5.	Variables	11
	1.5.1. Operacionalización de las variables	11
1.6.	Justificación	12
1.7.	Viabilidad	13
1.8.	Limitaciones	13

CAPITULO II

MARCO TEORICO

2.1.	Antecedentes	15
	2.1.1. Internacionales	15
	2.1.2. Nacionales	19
	2.1.3. Locales	19
2.2.	Bases Teóricas	21
	2.2.1. Modelo	21

a) Definición de modelo	21
b) Modelo educativo	21
c) Modelos de enseñanza	22
d) La Sesión de aprendizaje	23
2.2.2. El Modelo de van hiele	25
a) Los Niveles de razonamiento de Van Hiele	27
Nivel 1: Visualización o reconocimiento	27
Nivel 2: Analisis	28
Nivel 3: Ordenamiento y relaciones.	30
Nivel 4: Deducción.	30
Nivel 5: Abstracción o rigor	31
2.2.3. Aprendizaje significativo	34
a) Constructivismo y aprendizaje significativo	36
b) Aprendizaje significativo y su importancia en el aprendizaje de la matemática.	37
2.2.4. Estrategias de aprendizaje	39
a) Estrategias didácticas, metodología y formas de enseñar los contenidos	40
b) Estrategias metodológicas en matemáticas	41
2.2.5. Geometría	43
a) Conocimiento geométrico, relaciones y niveles de significación.	45
b) Geometría activa	46
c) Los problemas de geometría	48
d) La geometría y el espacio.	49
e) El espacio y el plano	49
f) Finalidad de la enseñanza de la geometría	50
g) Geometría y realidad.	52
h) Acercamiento experimental intuitivo a la geometría.	53
i) Rol de los instrumentos geométricos	54

j) Secuencias en la enseñanza de los contenidos geométricos	55
k) Modelo de enseñanza de la geometría	57
l) Importancia de los materiales educativos en el aprendizaje de la geometría	59
m) Funcionalidad de materiales educativos y didácticos en la geometría.	60
2.2.6. geometría descriptiva.	62
a) Enseñanza de la geometría Descriptiva como experiencia de diseño.	62
b) Construcciones geométricas: aplicación, geometrización y construcción.	63
c) Fundamento de la papiroflexia como metodología	64
2.2.7. Los cinco tipos de pensamiento matemático	64
a) El pensamiento espacial y los sistemas geométricos	65
b) Estructura del pensamiento espacial en el aprendizaje constructivista.	71
c) Desarrollo, percepción, estructuración y representación del espacio.	73
d) Orientación y organización espaciales.	74
e) La orientación espacial y su influencia en el aprendizaje	74
f) Lateralidad	75
g) Representación bidimensional del espacio tridimensional	76
h) Las transformaciones	77
i) Importancia del desarrollo del Pensamiento Espacial	79
j) Imágenes mentales	80
k) Teoría de la visualización	81
l) Percepción visual.	81
m) Percepción geométrica	82
n) Medición de las habilidades espaciales	82
2.2.8. la inteligencia	85
a) Inteligencia Espacial	86
b) Desarrollo de la inteligencia espacial	88
c) Consideraciones Neuropsicológicas	89
d) Los usos de la inteligencia espacial	90

e) Los contenidos escolares y la inteligencia Visual-Espacial	91
2.3. Definiciones conceptuales	92
2.4. Bases epistémicas.	97
a) La epistemología genética de Piaget	97
b) La teoría de la gestalt	98
c) El enfoque cognitivo	99
d) El constructivismo	100

CAPITULO III

METODOLOGIA

3.1. Tipo de investigación:	101
3.2. Nivel de investigación.	101
3.3. Diseño y esquema de la investigación	102
3.4. Población y muestra	103
3.5. Instrumentos de recolección de datos	104
a) Para la variable independiente	104
b) Para la variable dependiente	104
3.6. Definición operativa del instrumento de recolección de datos	105
3.7. Técnicas de recojo.	107
3.8 Aplicación y procesamiento del trabajo de investigación	107
3.9. Técnicas para el análisis e interpretación de datos.	108
3.10. Técnicas para la presentación de datos.	108
3.11. Técnicas para el informe final.	109

CAPITULO IV

RESULTADOS

4.1. Presentación de los resultados del trabajo de campo por Dimensiones de la variable Dependiente.	111
4.2. Prueba de hipótesis	126

CAPITULO V

DISCUSIÓN DE RESULTADOS

5.1. Contrastación de resultados con los referentes bibliográficos	134
5.2. Contrastación de hipótesis general en base a la prueba de hipótesis.	140
5.3. Presentación del aporte científico	140

CONCLUSIONES

SUGERENCIAS

REFERENCIAS BIBIOGRÁFICAS Y WEB GRAFICAS

ANEXOS

Anexo N° 01:Matriz de Consistencia

Anexo N° 02: Ficha de observación.

Anexo N° 03: Pruebas educativas

Anexo N° 04: Valoración de los resultados de las pruebas educativas

Anexo N° 05: Modulo de Aprendizaje

Anexo N° 06: Sesiones de Aprendizaje

Anexo N° 07: Evidencias del trabajo de campo

CAPITULO I

EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1.1. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

"La educación humaniza y personaliza al hombre cuando logra que este desarrolle plenamente su pensamiento y su libertad, haciéndolo fructificar en hábitos de comprensión y de comunión con la totalidad del orden real por los cuales el mismo hombre humaniza su mundo, produce cultura, transforma la sociedad y construye la historia."¹

La educación es sin lugar a dudas la base del desarrollo en cualquier país del mundo y representa el verdadero motor de cualquier política económica y social seria y responsable por la generación de conocimientos y destrezas intelectuales que genera en las personas capaces de generar un mayor crecimiento económico y protagonizar el cambio hacia la modernidad y eficiencia en el bienestar y calidad de vida que requieren nuestros pueblos.²

En la actualidad, en el Perú existe una educación con muchas deficiencias para constituir una generación de "sociedad de ciudadanos" y en donde solo se brindan materias o cursos acordes con una curricula educativa cuyo objetivo principal es preparar o pretender preparar a los jóvenes de hoy para un posible examen de admisión a una universidad.

Según las evaluaciones de medición (nacional e internacional) entre ellos PISA, ONEM, dan como resultado que los estudiantes muestran limitaciones para reflexionar, realizar inferencias y para comprender y resolver las situaciones de contenido matemático elemental que se les presentan; esto se da por múltiples factores psicológicos, sociales y culturales; del mismo modo los contenidos curriculares que los docentes dejan de enseñar pueden

¹ RAMÓN ASPIROZ, José; Felipe Fossati, Yanila Mendoza. Situación de la Educación en América Latina. Documento de Puebla, N° 1025, año 1979.p.42.

² DE MARCHI, Marta. La Educación en el Perú. Lima-.perú.2005.p.4.

explicarse también por el escaso dominio de los contenidos y dificultades en el manejo de la didáctica.

La política del PEN (Proyecto Educativo Nacional) al 2021, contempla aprendizajes fundamentales que favorezcan el desarrollo del pensamiento lógico y abstracto y el derecho a un aprendizaje pertinente y de calidad; en el marco del Sistema Nacional de Evaluación y Acreditación de la Calidad Educativa (SINEASE). Siendo así, los estándares tendrán correspondencia con estándares internacionales; así esta política pedagógica busca elevar la calidad de las prácticas pedagógicas en la educación básica de manera que los docentes puedan vincular los aprendizajes demandados por las currículas con la vida de los estudiantes y de las comunidades en sus distintas facetas y en una perspectiva intelectual, asegurar que los estudiantes ejerzan su rol como protagonistas activos de su propio aprendizaje y propiciar eficazmente el acceso a los logros fundamentales y las metas de aprendizaje establecidas para el país o la región; considerándose el diseño y la ejecución de actividades de aprendizaje que respeten y atiendan de manera diferenciada la diversidad tanto individual como sociocultural existente en el aula; la selección de estrategias y metodologías coherentes con el tipo de logros que se quiere promover y con las características de los estudiantes, que eviten la uniformidad forzosa y las rutinas memorísticas, y propicien el uso activo, interactivo, reflexivo y crítico de materiales educativos para el logro de los aprendizajes específicos.

Es evidente la necesidad de un cambio cualitativo profundo en la currícula y en la práctica pedagógica para superar la situación predominante en

la educación secundaria y atender nuevas necesidades educativas en los estudiantes en relación con los cambios que se están produciendo en los campos económico ,social , cultural y tecnológico ;que cada vez demandan el desarrollo de nuevas capacidades y el aprendizaje de nuevos conocimientos no considerados hasta hace poco en el proceso de aprendizaje y se prevé que en adelante la constante será el cambio .

La nueva educación plantea un reto al maestro de hoy en su labor cotidiano; ya que debemos propiciar actividades de aprendizaje significativo en donde los educandos disfruten de lo que hacen, participen con interés, se concentren en las tareas de interacción con sus pares, para ello al programar las actividades de aprendizaje debemos considerar la estrategias de enseñanza-aprendizaje individual y colectivo. Para esto, las instituciones educativas necesitan definir un nuevo paradigma que contemple sus nuevas funciones dentro de una sociedad de transformación, más atenta a las necesidades básicas de aprendizajes significativos que el mero enseñar.

El trabajo pedagógico es una tarea compleja. Nuestra meta será que cada uno logre desarrollar al máximo su potencial y posibilidades socio afectivas, cognitivas y psicomotoras. El maestro es el organizador del aprendizaje, organiza el conjunto de acciones, situaciones de aprendizaje, que permite a los estudiantes desarrollar habilidades, destrezas y capacidades; siendo necesario hacer hincapié en el meta aprendizaje y meta cognición, en los estilos de cómo se aprende y como se enseña, más que en el qué y cuanto aprender.

Según Ángel Gutiérrez y Adela Jaime (1996) uno de los problemas principales que tiene planteado la investigación en didáctica de las matemáticas dentro del campo de la geometría escolar (primaria y secundaria) es la comprensión de los conceptos geométricos... Al respecto vale la pena citar una frase en su lenguaje original: “... ***students cannot understand the teacher nor can the teacher understand why they cannot understand!***” (DeVilliers, 2003; 11).

Los investigadores se han dedicado a analizar la manera como se produce el aprendizaje de los conceptos geométricos elementales (generalmente la Geometría Plana), los conceptos de las diferentes magnitudes y sus medidas, las isometrías, etc; en estudiantes de diferentes niveles educativos. En cada caso encontramos aplicaciones al problema que difieren en el tipo de material usado, la metodología de enseñanza, la organización de los conocimientos matemáticos o el tipo de actividades realizadas por los estudiantes.³

Algunos profesores de matemática experimentamos sentimientos de impotencia frente a los reducidos progresos que muestra una parte más o menos importante de nuestros estudiantes. Jaime y Gutiérrez (1990) describen esa realidad al destacar que algunas veces no hay manera de que los estudiantes comprendan un nuevo concepto. Es frecuente que los estudiantes puedan resolver con bastante facilidad problemas concretos, pero carecen de ideas cuando se trata de resolver los mismos problemas planteados en un contexto algo diferente; todos los estudiantes tienden a memorizar las demostraciones de los teoremas o las formas de resolver problemas, etc.

Preocupados por este problema dos profesores holandeses de matemáticas, en enseñanza media, Pierre Marie Van Hiele y Dina Van Hiele-

³Ángel Gutiérrez y Adela Jaime. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Valencia(España).Ed. Comares:Granada.1998.p.143-170.

Geldof estudiaron en profundidad la situación para tratar de encontrarle solución. De su iniciativa surgió el modelo de Van Hiele, hoy reconocido como uno de los más efectivos para la enseñanza de la geometría.

Desde esta perspectiva la presente investigación es una alternativa contextualizada de trabajo, durante el desarrollo de las sesiones de aprendizaje, con tal propósito se incluyen actividades que ayuden en el aprendizaje significativo orientados al desarrollo de las capacidades del área de matemática. En esta situación de llegar a observar plásticamente las propiedades, producen cambios en la experiencia personal; donde el docente hace uso de su destreza en las innovaciones ; a través de los ensayos se busca la calidad ; y el estudiante de manera activa y creativa participa en la construcción de su aprendizaje , desarrollando la capacidad de relacionar sus conocimientos con el medio físico que lo rodea, encontrando así la convicción y por consiguiente la claridad de los conceptos sobre las propiedades, teoremas y axiomas.

Muchas generaciones han recibido una formación abundante en cuanto al factor verbal se refiere pero nula en el espacial. «No saben pensar», se ha dicho en muchas ocasiones, cuando lo exacto hubiera sido decir, «no pueden pensar» porque les exigimos un «razonamiento correcto» parcial o incompleto, pero no integral, a la vez que olvidamos potenciar uno de los factores fundamentales de las operaciones mentales: el factor espacial.⁴

La preocupación y ansiedad existentes en nuestros días porque los niños adquieran destrezas numéricas tiende a oscurecer el hecho real de que casi todo el mundo ha de afrontar con mucha mayor frecuencia problemas espaciales que problemas numéricos, ya sea trabajando de albañil, de diseñador de ropa o de dibujante, ya en actividades cotidianas como estacionar el coche, jugar al tenis o montar una estantería. Si las matemáticas ofrecen una vía para comprender y apreciar el valor de nuestro entorno, una gran parte de

⁴S. Méndez. El factor espacial en el moderno concepto de la inteligencia. UCM-España.2000. pp.11.

esa apreciación será fruto de la comprensión y captación de lo espacial, por la sencilla razón de que nuestro ambiente físico lo es.⁵

Es necesario educar la retentiva espacial y formal, habituar a la ordenada observación, enseñar a «ver» en el espacio, encontrar las tres dimensiones en una reproducción plana, «sentir» la línea, apreciar la topología, los diversos tipos de estructuras, las distancias, tamaños y direcciones, los grosores, los lugares espaciales, los movimientos, las formas y sus relaciones compositivas, las figuras y los cuerpos, las «tensiones», las secuencias, etc, en relación al espacio. Expresiones y percepciones que no son adornos de una «enseñanza refinada» sino las exigencias mínimas imprescindibles para que los procesos mentales partan de contenidos ricos, nos ofrezcan operaciones coherentes y originales y produzcan frutos de la más alta calidad intelectual. En la concepción o percepción y expresión del espacio converge la acción de «ambos hemisferios», por lo que el proceso es global y total.

Varios analistas de la problemática relacionada con la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas coinciden en afirmar que las personas enfrentan, en la vida diaria, muchos más problemas relacionados con el manejo de las relaciones espaciales, geométricas y métricas, que los que tienen que ver con los cálculos numéricos.

Actualmente, la Enseñanza Secundaria Obligatoria hace hincapié en los aspectos numéricos y algebraicos de las matemáticas, a la vez que pierden fuerza los aspectos geométricos. Aun así, lo cierto es que todo el mundo ha de afrontar con mucha mayor frecuencia problemas espaciales que numéricos

⁵melchor.gomez@uam.es.factor. espacial.pdf .p10-21

(Dickson, 1984). En la Enseñanza de las Matemáticas debemos tener en cuenta que la representación espacial y el lenguaje forman parte del desarrollo y la comunicación de ideas matemáticas (Dickson, 1984). Lenguaje y representación son dos elementos de vital importancia en el desarrollo del individuo.

. En este contexto es de suma importancia potenciar los factores espaciales para conseguir razonamientos más exactos y acertados (convergentes) o más variados y originales (divergentes). Y para tal fin es tarea de los docentes experimentar diversas estrategias basados en las teorías modernas del aprendizaje, promoviendo la participación activa de los estudiantes en el proceso y consolidación del aprendizaje.

Durante mi experiencia laboral he observado las deficiencias en el manejo de las capacidades geométricas y de las habilidades visuales. En la Institución Educativa “Javier Pérez de Cuellar” de Monzón también se observa estas dificultades, según lo muestran las actas de evaluación. Por esta razón creemos que la aplicación del Modelo de van hiele en la enseñanza permitirá desarrollar las capacidades geométricas y espaciales de los estudiantes en el área de matemática.

Siendo así nos formulamos la siguiente interrogante:

1.2. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA.

1.2.1. PROBLEMA GENERAL.

¿De qué manera la aplicación del modelo de VAN HIELE influye en el desarrollo del pensamiento espacial en el área de matemática en estudiantes del 4^{to} de secundaria I.E. “Javier Pérez de Cuellar”, Monzón-2011?

1.2.2. PROBLEMAS ESPECÍFICOS.

- ¿Cuál es el nivel del pensamiento espacial en el área de matemática en estudiantes del 4^{to} de secundaria antes de la aplicación del modelo de Van Hiele?
- ¿Cuál es el nivel del pensamiento espacial en el área de matemática en estudiantes del 4^{to} de secundaria después de la aplicación del modelo de Van Hiele?

1.3. OBJETIVO GENERAL.

Determinar la influencia del modelo de Van Hiele en el desarrollo del pensamiento espacial en el área de matemática en estudiantes del 4^{to} de Secundaria I.E. “Javier Pérez de Cuellar”, Monzón-2011.

1.3.1. OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

Se pretende en los estudiantes:

- a. Lograr la Construcción de representaciones mentales de objetos del espacio.
- b. Lograr la Manipulación de objetos del espacio.
- c. Lograr la Relación entre objetos del espacio

- d. Lograr la Transformación y representación de objetos del espacio.

1.4. HIPÓTESIS GENERAL.

La aplicación del modelo de Van Hiele permite mejorar el nivel del pensamiento espacial en el área de matemática en estudiantes del 4^{to} de Secundaria I.E. "Javier Pérez de Cuellar", monzón-2011.

1.4.1. HIPÓTESIS ESPECÍFICOS:

- Bajo Nivel de pensamiento espacial en el área de matemática en estudiantes del 4^{to} de secundaria antes de la aplicación del modelo de Van Hiele.
- Mejora el nivel de pensamiento espacial en el área de matemática en estudiantes del 4^{to} de secundaria después de la aplicación del modelo de Van Hiele.

1.5. VARIABLES

1.5.1. OPERACIONALIZACIÓN DE LAS VARIABLES

Variables	Dimensiones	Indicadores
V.I. Modelo de Van Hiele	Niveles de conocimiento Secuencia didáctica	<p>I.-Visualiza y describe la forma de los objetos geométricos. II.-Analiza y describe los componentes y propiedades de una figura. III.-Ordena y define las propiedades y relaciones entre las figuras geométricas. IV.-Desarrolla secuencia de proposiciones lógicas para deducir propiedades.</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Actividad de inicio. ➤ Actividades centrales: Incluye los niveles de razonamiento. ➤ Actividades finales. ➤ Evaluación. ➤ Actividades de extensión: Para ampliar el desarrollo del pensamiento espacial.
V.D. Desarrollo del pensamiento espacial en el área de matemática	Construcción y representación de objetos del espacio.	<ul style="list-style-type: none"> • Crea construcciones en tres dimensiones a partir de elementos y gráficos bidimensionales. • Reproduce gráficamente objetos observados y prevé algunas más a aquellos. • Identifica figuras bidimensionales y tridimensionales en distintas posiciones a lo observado, abstrayendo partes de los mismos que no son visibles directamente. • Dibuja figuras en distintas posiciones a lo observado con diferentes tamaños
	Manipulación de objetos del espacio.	<ul style="list-style-type: none"> • Arma objetos (siluetas) de diferentes tipos en un tiempo estimado. • Grafica objetos geométricos en base a instrucciones. • Demuestra habilidades para representar objetos tridimensionales desde diferentes perspectivas. • Distribuye espacios en un cuaderno o papelógrafo en el salón de clase, en la casa.
	Relación entre objetos del espacio	<ul style="list-style-type: none"> • Selecciona objetos de formas semejantes de un grupo de figuras. • Descubre y describe semejanzas y diferencias entre diversos objetos. • Clasifica las formas geométricas que están presentes en la naturaleza y en las construcciones. • Describe las características de los objetos en el espacio considerando términos relacionados con forma y tamaño (corto, grande, mayor, etc), posición (encima, a la derecha, cerca, etc).
	Transformación Y representación de objetos del espacio.	<ul style="list-style-type: none"> • Distingue simetrías de objetos • Elabora trazos y proyecciones. • Grafica cortes y transformación de objetos. • Identifica sombras que un cuerpo produce. • Desarrolla habilidades para visualizar-concretamente e imaginariamente-efectos de reflexión e inversión de objetos. • Realiza descripciones y diseños(planos) de su casa, del lugar de estudio, del camino recorrido hacia uno u otro lugar (direcciones)

1.6. JUSTIFICACIÓN.

La política del plan nacional de desarrollo educativo en el Perú plantea la incorporación de métodos didácticos modernos y así realizar serias innovaciones pedagógicas en el proceso de aprendizaje.

Importancia: En tanto, la investigación realizada sirvió para contextualizar el modelo de enseñanza aprendizaje y de esa manera decidir sobre una generalización que redundará en beneficio de las mejores formas del proceso de enseñanza –aprendizaje, porque se elevó el nivel de razonamiento geométrico del estudiante a través de las actividades que se realizó dentro y fuera del aula.

Impacto: Se buscó concretizar las bases teóricas del Cognitivismo y constructivismo a través del uso del modelo de Van Hiele. Agregando a éste, que enseñar a pensar científicamente presupone la aplicación de habilidades de pensamiento espacial y consecuentemente el desarrollo del mismo redundó para incrementar las habilidades mentales de los estudiantes.

Aporte: Se contribuyó a mejorar el proceso de Enseñanza-Aprendizaje, con la adaptación del modelo y confeccionando módulos de aprendizaje que se adecuó a los niveles de razonamiento y a la organización de las actividades que sugiere el Modelo de Van Hiele.

1.7. VIABILIDAD.

La realización de la presente investigación fue posible ya que se contó con una perspectiva metodológica a seguir y estuvo enmarcado en las teorías pedagógicas vigentes, igualmente se contó con recursos humanos, materiales y financieros.

1.8. LIMITACIONES.

Se tuvo dificultades en cuanto a la Bibliografía especializada.

CAPITULO II

MARCO TEÓRICO

2.1. ANTECEDENTES.

2.1.1. INTERNACIONALES:

Los Autores María Consuelo Cañadas Santiago, Francisco Durán Ceacero, Sandra Gallardo Jiménez. (Grupo PI de Investigación en Educación Matemática – Universidad de Granada).2006. En su investigación: “POLIEDROS: LENGUAJES Y REPRESENTACION ESPACIAL”, mencionan:

La enseñanza de la geometría debe estar centrada en ayudar a abstraer formas geométricas y ser capaz de percibir el medio en el que vive el estudiante, que inevitablemente es geométrico. Y La importancia del lenguaje en la comprensión de las formas matemáticas, así como la necesidad de la manipulación y construcción de figuras y cuerpos geométricos para una mejor percepción de las propiedades y relaciones implicadas.

La enseñanza de la geometría requiere de distintas estrategias para su aprendizaje así como la posibilidad de trabajar con diversas representaciones. Éstas tienen su justificación en la necesidad de comunicación de las formas geométricas que percibimos con nuestros sentidos cuando éstas no están presentes para alguno de los individuos que forman parte del proceso de comunicación. Esta necesidad se manifiesta en el entorno cotidiano del alumno y en las muchas situaciones en que tiene que describirlo. El profesor de matemáticas debe ser consciente de esto y potenciar tareas de lenguaje y representación del entorno en el aula.

La Autora: Gaby Lili Cabello Santos(2007) en su investigación “LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA APLICANDO LOS MODELOS DE RECREACIÓN Y REFLEXIÓN A TRAVÉS DE LA FUNCIONALIDAD DE LOS MATERIALES EDUCATIVOS”, donde:

La propuesta invita a los agentes de la educación a realizar en la práctica diaria la funcionalidad de los materiales educativos. Cuando habla de “funcionalidad” nos estamos refiriendo a todo objeto o medio que se “diseña o construye”, para un fin determinado; cumplir los objetivos educacionales y estos objetivos se realizan mediante tareas y, finalmente, de estas tareas se derivan las funciones. Citamos algunos ejemplos de funcionalidad, el/la docente selecciona los contenidos pertinentes y construye materiales adecuados para hacer de la matemática una ciencia experimental y vivencial o en el caso del estudiante ha de saber para qué le sirve lo que estudia, qué utilidad tiene en su vida diaria y por qué la necesidad de hacer uso en lo posible, de objetos concretos y la manipulación. La Geometría constituye uno de los medios eficaces para aprender la matemática en forma experimental, recreativa y reflexiva. La manipulación es un elemento clave del aprendizaje con los niños, ellos se sienten felices, productivos y libres en el desarrollo de tareas geométricas.

Los materiales didácticos, por ejemplo: los bloques lógicos, geoplano, tangram, pentaminó, mosaicos, barras de cuisenaire y el origami constituyen los facilitadores y potenciadores de habilidades intelectuales en lo referido a la Geometría.

El autor Molina Jaime, Oscar (abril 2008), en su investigación sobre: “DESARROLLO DEL PENSAMIENTO GEOMÉTRICO ACTIVIDADES DE MATEMÁTICA RECREATIVA”, concluye:

Con base en materiales concretos no muy elaborados y “al alcance de la mano” se pueden diseñar actividades diferentes a las tradicionales, que propicien un ambiente en el aula de matemáticas donde la interacción y la recreación de los estudiantes propician la construcción de conocimiento en la comunidad de la clase.

La papiroflexia es un gran instrumento para favorecer el desarrollo de las actividades matemáticas (modelación, comunicación, etc). En el marco del trabajo con actividades en las cuales se manipulan papel plegado, los estudiantes se familiarizan con el funcionamiento de un sistema axiomático en tanto deben hacer uso de las reglas de la papiroflexia para justificar sus conjeturas.

Existen diversas construcciones usando papel, que pueden ser modeladas por medio de objetos geométricos y que permiten el estudio de regularidades así como el planteamiento y la comprobación de conjeturas.

La autora Haydeé Blanco (2009). En Su Investigación En Matemática Educativa “REPRESENTACIONES GRÁFICAS DE CUERPOS GEOMÉTRICOS. UN ANÁLISIS DE LOS CUERPOS A TRAVÉS DE SUS REPRESENTACIONES”, concluye:

Esta investigación propone relacionar el concepto de visualización y las representaciones gráficas en el plano de cuerpos geométricos. A partir de los resultados de la experimentación realizada, se detecta claramente la presencia de prototipos de representaciones de cuerpos tridimensionales, como el cubo o la pirámide.

Otra característica notable que se puso de manifiesto en esta experimentación fue la manera en la que los estudiantes intentaron transferir la manera en la que representan un cubo a la representación de una pirámide.

Si bien las respuestas a las actividades planteadas no fueron satisfactorias en todos los casos, cabe destacar que el hecho de que los estudiantes tuvieran conocimientos previos de nociones de perspectiva, ayudó a la obtención de mejores resultados, ya que aquellos estudiantes que no tenían dichas nociones previas dibujaron directamente figuras planas y no dibujos que correspondieran a representaciones en el plano de cuerpos tridimensionales, mostrando representaciones que se encuentran en la etapa esquemática plana, o en el mejor de los casos en la etapa esquemática espacial.

Los conocimientos previos de perspectiva, permitieron a los estudiantes que participaron de esta experiencia realizar representaciones pre-realistas y realistas de los cuerpos geométricos solicitados.

La autora Mónica Lorena Micelli (2010). En Su Investigación "LAS FIGURAS DE ANÁLISIS EN GEOMETRÍA Y SU UTILIZACIÓN EN EL AULA DE MATEMÁTICA", Concluye:

Los estudiantes le asignan, a las figuras de análisis, un papel importante y muy útil en la resolución. Respuesta que coincide con la

lectura de los libros de textos, donde se recomienda y sugiere el realizar una figura de análisis antes de iniciar la resolución del problema, ya sea en textos propios de geometría, matemática o dibujo.

Por lo tanto, hemos encontrado y estudiado distintos casos de variadas figuras de análisis que se realizan en escenarios no académicos dando evidencia que estas figuras no sólo existen en la clase de matemática o, con una mirada más amplia, dentro del aula en una actividad académica. Aspecto que está asociado a uno de los pilares de la socioepistemología, como es el bagaje social, cultural, ya que determinado tipo de figuras de análisis se encuentran presentes en un determinado grupo social relacionado con sus trabajos. Con el presente caso pudo verse que las figuras de análisis no surgen únicamente al momento de elaborar un plan para resolver un problema matemático, sino que son un soporte a la hora de exteriorizar una representación mental o construirla, las figuras de análisis favorecen a los estudiantes el razonamiento abstracto, pudiendo “ver”, en la situación representada los datos del problema y a partir de ellos poder operar con ellos o deducir conclusiones que permitan llegar al resultado final.

2.1.2. NACIONALES:

La autora: Ms. Irma Rumela Aguirre Zaquinaula (Enero del 2008), en su investigación sobre: “ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS PARA MEJORAR EL PENSAMIENTO EN MATEMÁTICA”, concluye:

La elaboración del presente trabajo de investigación nos ha permitido mejorar el aprendizaje del área de Matemática mediante el

desarrollo de las habilidades del pensamiento en la resolución de problemas, además valorar diferentes argumentos desde el enfoque de la Psicología Cognitiva del Aprendizaje; el valor y uso que tienen las concepciones teóricas en la formación del educando.

2.1.3. LOCALES:

Los Autores: Carbajal Valladares, Adi; Jara Antequera, Tania; Saavedra Poma, Avimael; Trujillo Chavez, Abilio(2007), en su investigación sobre “INFLUENCIA DEL MODELO DE VAN HIELE EN EL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA EN LOS ESTUDIANTES DEL SEXTO GRADO DEL COLEGIO NACIONAL DE APLICACIÓN “MARCOS DURÁN MARTEL” AMARILIS”, concluyen:

- La Aplicación del Modelo de Van Hiele mejora el aprendizaje de figuras planas en comparación a los que no lo aplican. Resultando una media=12,58 con mediana=13 para los estudiantes expuestos al Modelo y los estudiantes del grupo control obtuvieron una media=11,3 y mediana=11.
- El aprendizaje es diferenciado en los estudiantes que han sido sometidos al Modelo de Van Hiele, lo que nos indica la heterogeneidad en la asimilación.
- Desarrolla las capacidades en el área de matemática

Los Autores: Aguirre Rojas, Jymm Joel; Zevallos Reyes, Gregorio (2006), en Su Investigación Sobre: “APLICACIÓN DE MATERIALES DIDÁCTICOS PARA EL APRENDIZAJE DE CUADRILÁTEROS EN LOS ESTUDIANTES DEL CUARTO GRADO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA DEL COLEGIO NACIONAL DE APLICACIÓN DE LA UNHEVAL”, Concluyen:

- Los niveles de Aprendizaje de temas teórico-prácticos sobre cuadriláteros mejoraron al finalizar el estudio con la aplicación de los materiales didácticos en los estudiantes del grupo experimental.
- Los niveles de Aprendizaje de temas teórico-prácticos sobre cuadriláteros es mejor comparativamente al finalizar la investigación con la aplicación de los materiales didácticos respecto a las unidades de observación donde no se aplicó la metodología.

2.2. BASES TEÓRICAS:

Los supuestos que fundamentan y orientan nuestra investigación se sustentan en lo siguiente:

2.2.1. MODELO:

a) DEFINICIÓN DE MODELO:

Con origen en el término Italiano *modelo*, el concepto de modelo tiene diversos usos y significados. Por ejemplo, menciona el diccionario de la Real Academia Española (RAE), un modelo es un arquetipo o punto de referencia para imitarlo o reproducirlo

b) MODELO EDUCATIVO

Consiste en la recopilación o síntesis de distintas teorías y enfoques pedagógicos, que orientan a los docentes en la elaboración de los programas de estudios y en la sistematización del proceso de enseñanza aprendizaje. En otras palabras un Modelo Educativo es un patrón conceptual a través del cual se esquematizan las partes y los elementos de un programa de estudios. Estos modelos varían de acuerdo al periodo histórico, ya que su vigencia y utilidad dependen del contexto social. Al conocer un modelo educativo, el docente puede aprender cómo elaborar y operar un plan de estudios, teniendo en cuenta los elementos que serán determinantes en la planeación didáctica. Por eso, se considera que el mayor conocimiento del modelo educativo por parte del maestro generará mejores resultados en el aula.

c) MODELOS DE ENSEÑANZA

Según Jean Pierre Astolfi, hay tres modelos o ideologías predominantes de enseñanza (transmitivo, de condicionamiento, constructivista), que sirven de base a las prácticas de los maestros -consciente o implícitamente-, cada uno dispone de una lógica y de una coherencia que habrá de caracterizarlo. Sobre todo, cada uno de los modelos responde a diferentes situaciones de eficiencia.⁶

Siendo así entendemos que un modelo de enseñanza es un plan estructurado que puede usarse para configurar un currículo,

⁶ Modelos de enseñanza. Wikipedia.la enciclopedia libre.2009.http://sld.rev.educ.htm.

para diseñar materiales de enseñanza y para orientar la enseñanza en las aulas.

Puesto que no existe ningún modelo capaz de hacer frente a todos los tipos y estilos de aprendizaje, no debemos limitar nuestros métodos a un modelo único, por atractivo que sea a primera vista (Joyce y Weil, 1985, 11). Enseñar desde una perspectiva muy general, es comunicar algún conocimiento, habilidad o experiencia a alguien con el fin de que lo aprenda, empleando para ello un conjunto de métodos y técnicas.⁷

Para poder identificar un Modelo de enseñanza necesitamos conocer sus características, que podemos descubrir con tres preguntas (Rafael Porlán):

- ¿Qué enseñar? Referido al enfoque
- ¿Cómo enseñar? Referido a la metodología.
- ¿Qué y cómo evaluar? Referido a la evaluación.

Bruce Joyce, Marsha Weil (1985 y 2002) y otros teóricos han agrupado los modelos en Cognitivos, Personales, Sociales, Conductuales y Otros.⁸

d) **LA SESIÓN DE APRENDIZAJE**

Las sesiones de aprendizaje son espacios en las que se producen la interacción entre el que aprende, el que enseña y el objeto de aprendizaje. Los docentes deben planificar la sesión de aprendizaje de acuerdo con su estilo personal, teniendo en cuenta las características del aula. Al elaborar una sesión, el docente debe considerar la participación activa y cooperativa, así como, situaciones favorables para la reflexión y la activación de los diversos procesos mentales y socio afectivas de los estudiantes.

⁷Modelos de enseñanza. Joyce, B. y Weil, M. Anaya Madrid.1985.pdf.p.2.

⁸J.Morrin y G. Carbajal. Proyecto de investigación.2007.hhttp://.gcarvajalmodelos/wordpress/com.htm.

En la literatura acerca de la metodología del proceso de aprendizajes se distinguen, en todos los autores, tres momentos principales .que conduce un proceso sistemático y organizado que lleva a la construcción del aprendizaje. Puede uno imaginarse este proceso como un camino, que parte de un punto recorre un trecho y llega a una meta; tal vez tenga la estructura de una espiral que se va abriendo hasta alcanzar su máximo desarrollo. Lo esencial de la sesión de aprendizaje es que se le considera como un proceso continuo, es decir, no existen entradas y salida, sino momentos que están relacionados unos con otros, formando una unidad, donde se integran las áreas de desarrollo. En cada uno de estos momentos se debe integrar lo cognitivo: conocimientos, teorías, conceptos, lo procedimental: el saber hacer, lo metodológico, lo manual, lo psicomotor y ; lo actitudinal que comprende los sentimientos, las actitudes, las vivencias , los valores y las normas .

En seguida presentamos un esquema de sesión de aprendizaje, como podrá comprobar, la secuencia mostrada está centrada básicamente en tres situaciones de aprendizajes, cada una de ellas tiene sus propias características.

➤ **SITUACIÓN DE INICIO** ¿qué sabe?

Despertar el interés recoger saberes previos generar el conflicto cognitivo a partir de interrogantes y/o problematización.

➤ **motivación**

Promover la atención del alumno en la experiencia nueva con los previos y de manera permanente durante todo el proceso.

➤ **SITUACIÓN DE CONSTRUCCIÓN O PROCESO** *¿qué aprende?*

Promover la vinculación de los saberes previos con el nuevo saber presentar y desarrolla el tema utilizar diversas estrategias que faciliten la obtención de información en diversas fuentes reajustar y consolidar los aportes de los estudiantes generar situaciones para aplicar el nuevo aprendizaje.

➤ **Evaluación.**

Compara las experiencias realizadas con los aprendizajes nuevos, descubre aciertos y errores permitiendo consolidar los conocimientos.

➤ **SITUACIÓN DE SALIDA, APLICACIÓN O EXTENSIÓN** *¿cómo aplica lo aprendido?*

Verificar el nivel de logro de aprendizaje, utilizar técnicas e instrumentos de evaluación considerar acciones de aplicación del aprendizaje a nuevas situaciones (transferencia) promover la metacognición. Es Momento de la generalización de la experiencia que le permite aplicarlo en su vida.

2.2.2. EL MODELO DE VAN HIELE

La moderna investigación sobre el proceso de construcción del pensamiento geométrico indica que éste sigue una evolución muy lenta desde las formas intuitivas iniciales hasta las formas deductivas finales, aunque los niveles finales corresponden a niveles escolares bastante más avanzados que los que se dan en las instituciones educativas de secundaria.

El modelo de Van Hiele es la propuesta que parece describir con bastante exactitud esta evolución.

Este modelo surgió a raíz de los problemas cotidianos que se presentan en el aula. En concreto, los Van Hiele eran dos esposos holandeses, profesores de enseñanza secundaria, que reflexionaron sobre la situación que se les presentaba todos los años, relativa a que los estudiantes no entendían la materia que les explicaban, aunque se la presentaran varias veces y de formas distintas, siendo el tipo de conflictos siempre los mismos; en ocasiones los estudiantes no sabían seguir el proceso de resolución de un ejercicio o problema matemático; y otras veces no entendían lo que el profesor les pedía, o no podían interpretar de la misma manera que el profesor las cuestiones y, en general, las matemáticas que se les presentaban.

Entre las contribuciones sobre la validez del modelo hay que destacar tres proyectos desarrollados en Estados Unidos de 1979 a 1982, puesto que se han tomado como base o punto de referencia de la práctica la totalidad de los estudios posteriores. Son éstos los proyectos de Brooklyn (Fuys y otros, 1988), Chicago (Usiskin, 1982) y Oregon (Burger y Shaughnessy, 1990).

El modelo de Van Hiele ayuda a secuenciar los contenidos y a organizar las actividades de cada unidad didáctica de formas y espacio. Su trabajo propone un modelo de estratificación del conocimiento humano, en una serie de niveles de conocimiento, los que permiten categorizar distintos grados de representación del espacio.

La idea básica de este método apunta que “el aprendizaje de la Geometría se hace pasando por unos determinados niveles de pensamiento y conocimiento”, “que no van asociados a la edad” y “que sólo alcanzado un nivel se puede pasar al siguiente”.⁹

a) LOS NIVELES DE RAZONAMIENTO DE VAN HIELE

Los niveles constituyen la aportación fundamental del modelo. Se establece que la forma como se conciben los conceptos geométricos no es siempre la misma y varía cuando se va progresando en la comprensión de la geometría.

⁹Ángel Gutiérrez Rodríguez, Damián Aranda Ballesteros, Claudi Alsina y otros. Geometría para el siglo XXI. Editorial: FESPM y SAEM Thales.2006.p.12.

Hay cinco formas distintas de entender los conceptos son los “niveles de razonamiento” y el progreso siempre se produce desde el primero, y de manera ordenada.

Nivel 1: Visualización o reconocimiento.

La consideración de los conceptos es Global. En este nivel básico los estudiantes manejan como objetos del pensamiento las figuras individuales. Las estructuras del pensamiento que presentan son el reconocimiento visual de las figuras como un todo, sin reconocimiento de partes, componentes o propiedades determinantes de las mismas. Puede reconocer, por ejemplo, un cuadrado, pero no describir sus propiedades. Sin embargo, son capaces de describir la forma y de generalizar ésta con otros elementos que le son familiares. Las actividades que se proponen para este nivel son:

- Identificar figuras geométricas al tacto .
- Dibujar las figuras o representarlas con palillos .
- Construir, en diferentes tamaños, objetos sólidos en tres dimensiones.
- Clasificar figuras por su forma .
- Coleccionar polígonos regulares.

Nivel 2: Análisis.

En esta etapa el estudiante comienza a distinguir clases de figuras a través de la descripción de algunas propiedades comunes.

Las estructuras del pensamiento presentes son el análisis y descripción de las propiedades de las figuras, sin explicitar relaciones entre distintas familias de figuras. Las propiedades se establecen experimentalmente. Ejemplo: *los rectángulos tienen todos los ángulos rectos, y un paralelogramo no es rectángulo porque no tiene los ángulos rectos.*

“Los estudiantes empiezan a generalizar, con lo que inician el razonamiento matemático, señalando qué figuras cumplen una determinada propiedad matemática pero siempre considerará las propiedades como independientes no estableciendo, por tanto, relaciones entre propiedades equivalentes”¹⁰.

Los procesos involucrados en este nivel comprenden:

- Descripción de las propiedades de una figura (experimentalmente).
 - Comparación explícita de figuras a través de sus propiedades.
 - Reconocimiento de las infinitas variaciones de una figura particular, ya sea respecto a su posición como a su forma.
 - Clasificación de figuras utilizando sólo un aspecto de la misma (por ejemplo, los ángulos), pero ignorando otros aspectos.
 - Aproximación al establecimiento de la verdad de un enunciado empíricamente, por ejemplo, observación y medición de varias figuras construidas.
 - Encaje y acoplamiento de figuras
- Adosar y acoplar sólidos sin dejar huecos

¹⁰Jaime A. Gutiérrez. “Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la geometría”. S. Llenares, M.V. Sánchez teoría y práctica en educación matemática. Buenos Aires.1990.p.23.

- Teselaciones: "pavimentar" superficies con formas geométricas que encajan sin dejar huecos.
- Superponer formas y encontrar posibles teselaciones entre ellas.

Otra fuente de actividades útiles para la exploración de las propiedades de la forma surge de la división de piezas en otras menores, como en el tangram chino, que redispuestas y ensambladas de otros modos dan lugar a una variedad de formas nuevas.

Tales actividades no son simples pasatiempos, detrás de ellas se hace un aporte al aprendizaje de las matemáticas. A través de ellas se puede llegar a desarrollar las nociones de ángulo recto y de paralelismo. Además, retan a los niños, dan pie a situaciones problemáticas y desempeñan un papel importante para fomentar, desarrollar y ejercitar el pensamiento espacial.

Nivel 3: Ordenamiento - Relaciones

En este nivel los estudiantes manipulan como objetos del pensamiento a la definición de las clases de figuras. Es decir, logran realizar un ordenamiento lógico de las propiedades de las figuras, discernen las relaciones entre las diferentes figuras geométricas y son capaces de determinar las figuras por sus propiedades. Por ejemplo, pueden concluir que un cuadrilátero con los dos pares de lados opuestos paralelos es un paralelogramo, o que un cuadrado es un rectángulo. Comprenden las primeras definiciones que describen las

interrelaciones de las figuras con sus partes constituyentes, pero no construyen secuencias de razonamientos que justifiquen las observaciones. Pueden ser capaces de seguir una prueba pero no de probar por ellos mismos.

Procesos involucrados en este nivel:

- Reconocimiento de propiedades características de cada clase.
- Formulación de definiciones correctas y económicas de las figuras.
- Transformación de definiciones incompletas en completas.
- Utilización de definiciones conocidas para la construcción de nuevos conceptos.
- Aceptación de definiciones equivalentes para el mismo concepto.
- Clasificación incluyente de las clases de figuras, utilizando las propiedades que las determinan.

Nivel 4: Deducción

En este nivel los estudiantes dominan por completo las relaciones entre las figuras, son capaces de desarrollar secuencias de proposiciones para deducir una propiedad de otra. Comprenden el significado de la deducción como una forma de resolver problemas geométricos, así como el rol de los axiomas, postulados, definiciones y teoremas. Sin embargo, no reconocen la necesidad de rigor en los razonamientos.

Los Procesos involucrados en este nivel son:

- Comienzos del entendimiento del significado de la deducción.

- Reconocimiento y formulación de relaciones lógicas entre las propiedades.
- Utilización explícita de la forma “si... entonces” para formular conjeturas y utilización implícita de reglas lógicas como el modus ponens.
- Entendimiento del rol de los axiomas, definiciones y pruebas.

Nivel 5: Abstracción o rigor

Este nivel es el que ha sido menos analizado por los investigadores en Matemática Educativa. Supongo que esto ha sido en parte por el alto grado de abstracción que representa, y en parte porque no es común que los estudiantes de secundaria lo alcancen ni que los profesores lo exijan. En este nivel se supone que los alumnos manejan con fluidez diferentes sistemas deductivos, sean capaces de analizar el grado de rigor de los sistemas deductivos y apreciar la consistencia, independencia y completitud de los axiomas. Un ejemplo es el de los fundamentos de la Geometría propuestos por Euclides o Hilbert.

Los Procesos involucrados en este nivel son:

- Comprensión cabal del significado de la deducción de propiedades y dominio de la misma.
- Sentimiento de la necesidad de mostrar rigurosidad en los razonamientos.
- Análisis del grado de rigor de los razonamientos que se le presentan.

- Comparación entre los diferentes sistemas deductivos.
- Búsqueda de contraejemplos, generalizaciones, nuevos caminos.

Es importante destacar que los niveles no están asignados a una edad particular de los estudiantes. Algunos no superan nunca el segundo nivel, mientras que otros alcanzan el cuarto a los 14 ó 15 años y la mayor parte no logran el cuarto nivel a lo largo de toda su vida. La enseñanza y la experiencia personal son un factor importante en el progreso del razonamiento.

En su trabajos los Van Hiele enfatizan en la idea que “el paso de un nivel a otro depende más de la enseñanza recibida que de la edad o madurez”, es decir, dan una gran importancia a la organización del proceso de enseñanza-aprendizaje para ayudar al estudiante a avanzar desde el nivel en el que se encuentra hasta el nivel siguiente; así como a las actividades diseñadas y los materiales utilizados.¹¹

Es importante tener en cuenta que el paso de un nivel al siguiente requiere tiempo, años incluso si los estudiantes no poseen todavía en ningún campo de la geometría el nivel para el que se están desarrollando las actividades en ese momento. Por tanto, no se puede pensar que una secuencia de actividades que recorra ordenadamente las fases asegurará la adquisición del nivel correspondiente en un período limitado de tiempo, aunque esté bien organizada, con suficientes actividades. Los estudiantes necesitan asimilar cada uno de los objetivos que se proponen, lo cual puede ser lento.

Del mismo modo se menciona que en el desarrollo de los aprendizajes matemáticos, los estudiantes a partir de sus experiencias vivenciales e inductivas emplean diferentes niveles del lenguaje.

¹¹Fernando Fouz, Berritzegune de Donosti. Modelo de Van Hiele para la didáctica de la Geometría. Práctica en Educación Matemática. Ediciones Alfar, Sevilla, 1990. Capítulo 6 , p. 295-384.

Inicialmente usan un lenguaje de rasgos coloquiales, paulatinamente van empleando el lenguaje simbólico hasta llegar a un lenguaje técnico y formal como resultado de un proceso de convención y acuerdo en el grupo de trabajo.¹²

Aunque estos niveles son una aproximación aceptable a las posibles etapas en las que progresa el pensamiento geométrico, los docentes debemos ser críticos con respecto a ellos, pues no parecen dirigidos a lo que parecen ser los logros más importantes del estudio de la geometría: la exploración del espacio, el desarrollo de la imaginación tridimensional, la formulación y discusión de conjeturas, jugar con los diseños y teselaciones del plano y sus grupos de transformaciones.

En el presente trabajo el desarrollo de los cuatro primeros niveles esta estructurado en cada una de las 12 sesiones de aprendizaje propuesto por el ministerio de Educación; de acuerdo a un enfoque constructivista en cuanto incluye la idea de que el estudiante participa activamente en la construcción de su conocimiento. Todo esto está plasmado en las actividades centrales o de PROCESO tal como lo muestra el Anexo N° 06.

El Modelo de Van Hiele configura una metodología, con mucha potencialidad para desarrollar la capacidad intelectual, el saber hacer y el aspecto valorativo propias del desarrollo de las competencias de la educación actual, si es aplicado correctamente potencia a lograr el aprendizaje significativo; todo esto poniendo énfasis a los niveles y a las secuencias de la sesión de aprendizaje; comprometiendo con esto al

¹² Ministerio de Educación-Perú. Rutas de aprendizaje.2013.p.26

docente a organizarse y al estudiante a proyectarse mejor en la construcción de sus conocimientos en el área de matemáticas.

2.2.3. APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO

Por: Miguel Molla

“Percibir es asimilar estímulos dándoles un significado...lo que hace la mirada es inventar posibilidades perceptivas en las propiedades reales del estímulo. Esto es la mirada creadora.”¹³

La actual sociedad de la información pone en evidencia la necesidad de una seria revisión epistemológica, ya que las bases de la construcción del conocimiento parecen estar en crisis. Nuevos paradigmas deben inventarse que se adecuen mejor a las necesidades del hombre moderno y de una sociedad compleja. Particularmente la educación plantea seriamente el problema de la búsqueda de una nueva creatividad conceptual que sea más útil para comprender la variedad de los nuevos problemas y situaciones que debe enfrentar.

Una concepción del aprendizaje en múltiples contextos vitales, requiere replantear los paradigmas cognitivos cartesianos. En efecto, el paradigma cartesiano que supone una rígida separación sujeto-objeto es ya obsoleto para entender una ciencia

¹³ José Antonio Marina, Teoría de la Inteligencia creadora, Ed. Anagrama, Barcelona, 1996.p.32.

que afirma cada vez más, el valor de lo subjetivo y que es en ese sentido no cartesiana.

Es el mismo Emmanuel Kant (1725-1804), quien también dando una justificación teórica al realismo empírico propio de la Ciencia Newtoniana clásica, en la "Crítica de la Razón Pura", cae en cuenta que tal impostación llamada "realismo-empírico" procedía de una actitud histórica que no tenía valor absoluto y en efecto escribe:

"Hasta ahora se ha sostenido que todo el conocimiento debería uniformarse a los objetos...De ahora en adelante se podría buscar de descubrir sino pudiésemos hacer de otra manera...si partimos del aserto de que los objetos deberían uniformarse a nuestra cognición".¹⁴

Esta inversión conceptual, preanunciada por Kant es ahora el nuevo fundamento de la construcción cognitiva contemporánea.

a) CONSTRUCTIVISMO Y APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO.

El constructivismo sostiene que el conocimiento no es copia fiel de la realidad, sino una construcción del ser humano. Nuestro modo de ordenar la experiencia es secuencializar con distinciones internas y externas, creando una nueva realidad que es la construcción del conocimiento. La concepción constructivista del aprendizaje se sustenta en la idea de que la finalidad de la

¹⁴Paolo Manzelli, "Consideraciones sobre la creación del conocimiento en Internet", Laboratorio de Investigación Educativa de la Universidad de Florencia, Italia, 2009. <http://www.caen.it/psicologia/manz02.htm>.

educación es promover los procesos de crecimiento cultural y personal del estudiante.

Uno de los enfoques constructivistas es el pensar y actuar sobre contenidos significativos y contextuales. El aprendizaje ocurre solo si se relacionan de manera no arbitraria y sustancial, la nueva información con los conocimientos y experiencias previas que posee el individuo en su estructura de conocimientos unido a una disposición de aprender significativamente (motivación y actitud).

Las competencias matemáticas no se alcanzan por generación espontánea, sino que requieren de ambientes de aprendizaje enriquecidos por situaciones problemas significativos y comprensivos, que posibiliten avanzar a niveles de competencia más y más complejos.¹⁵

b) APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO Y SU IMPORTANCIA EN EL APRENDIZAJE DE LA MATEMÁTICA

Para Ausubel, es el aprendizaje en donde el estudiante relaciona lo que ya sabe con los nuevos conocimientos, es decir sus experiencias representan un factor de mucha importancia, es por ello que el docente debe enfocar su labor facilitadora y enseñar a consecuencia de lo que descubra sobre lo que el estudiante ya conoce.

¹⁵Ministerio de Educación Nacional (1998). *Matemáticas. Lineamientos curriculares*. MEN. Bogotá. Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas.p16.

Para la matemática este tipo de aprendizaje representa un modo eficaz para lograr que los conocimientos sean aprendidos significativamente en base a las experiencias del estudiante, ello significa que antes del aprendizaje de un concepto matemático el docente debe explorar lo que el alumno conoce sobre el tema, solo así determinará si los conocimientos previos le permitirán construir con mayor facilidad los nuevos conocimientos e integrarlos a sus estructuras cognitivas.¹⁶

Es por todos conocidos que si el aprendizaje se logra de modo memorístico y mediante la repetición al poco tiempo se olvidará más en matemática, ya que los nuevos conocimientos se incorporan en forma arbitraria en la estructura cognitiva del estudiante y éste realiza un esfuerzo muy grande para integrar los nuevos conocimientos con sus conocimientos previos es por esto que el estudiante no concede valor a los contenidos presentados por el profesor y solo estudian para el momento.

Las ventajas del aprendizaje significativo en la matemática son:

- El estudiante tiene una retención más duradera del concepto matemático, este tipo de aprendizaje modifica la estructura cognitiva del estudiante mediante reacomodos de la misma para integrar a la nueva información.
- El estudiante puede adquirir nuevos conocimientos de la matemática con mayor facilidad relacionando los ya aprendidos con los nuevos en forma significativa, ya que al estar claramente

¹⁶Paulino Murillo. Matemática Educativa. Lima-Perú. 2008. p.17.

presentes en la estructura cognitiva se facilita su relación con los nuevos contenidos.

- La nueva información sobre los conceptos matemáticos, se conserva y no se olvida fácilmente pues, ha sido de interés para el estudiante.
- Es un aprendizaje activo, pues se construye en base a las acciones y las actividades de aprendizaje de los propios estudiantes.
- Es personal, pues la significación de los aprendizajes depende de los recursos cognitivos del estudiante, de sus necesidades, de su interés, de su realidad.

Para lograr un aprendizaje significativo en una clase de matemática debemos tener presente y recordar a todo momento que en este tipo de aprendizaje no se debe forzar la experiencia de aprendizaje y el trabajo del estudiante a lo que nosotros queremos, sino a sus necesidades e intereses es por ello que las experiencias y conocimientos previos deben ser nuestro punto de partida en este proceso y recordar que la etapa de razonamiento que tiene el estudiante es importante, pues no podemos pretender que construya un aprendizaje si previamente no ha adquirido conocimientos previos del tema para relacionarlos con los nuevos.

2.2.4. ESTRATEGIAS DE APRENDIZAJE

“Las estrategias de aprendizaje “serían secuencias de acción dirigidas a la obtención de metas de aprendizaje. Representarían complejas operaciones cognitivas que son antepuestas a los

procedimientos específicos de la tarea. En general, las estrategias de aprendizaje son representadas mentalmente como planes de acción. Es discutido si se habla de utilización de estrategias sólo para conductas conscientes de decisión, o también para secuencias de acción que se aplican rutinariamente. Existe un punto medio entre ambas posiciones para el cual las estrategias son comprendidas como modo de proceder que conduce a una meta y que, al principio es utilizado conscientemente pero paulatinamente es automatizado pero que permanece con la capacidad de volverse consciente".¹⁷

Citando a Biggs,1993, la investigación sobre estrategias de aprendizaje descansa sobre dos concepciones teóricas diferentes:¹⁸

- La primera se refiere al modelo de procesamiento de la información e intenta determinar la significación de las estrategias de aprendizaje para el procesamiento de la información.
- La segunda se refiere a trabajos orientados más fuertemente al contexto y que parten de una fenomenología de la conducta real de estudio y aprendizaje en instituciones.

Según lo anterior, el Modelo de Van HIELE, incide más en la primera concepción.

¹⁷ Pablo Narvaja, "Cuestiones Relativas a las estrategias de aprendizaje y su relación con el aprendizaje efectivo", Ministerio de Cultura y Educación, Bs. Aires.2003.p.45.

¹⁸ Biggs, J. B. What do inventories of students learning processes really measure?. A theoretical review and clarification.In British Journal of Educational Psychology,1993.p.3-19

También es de incluir el concepto **aprendizaje permanente**, el cual incluye capacidades intelectuales y motivación, actitudes no solamente hacia el aprendizaje sino actitudes hacia uno mismo, la percepción de la propia competencia, la capacidad de reflexionar sobre el propio pensamiento o meta conocimiento, *etc.*

Esta concepción del aprendizaje permanente nos ubicaría más cerca de la primera concepción teórica de las estrategias de aprendizaje, lo cual supone un cambio de enfoque con el aprendizaje en instituciones, que busca más el producto que el proceso en sí.

a) ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS, METODOLOGÍA Y FORMAS DE ENSEÑAR LOS CONTENIDOS

Para nosotros, docentes, **enseñar** significa la creación de las condiciones que producirán la apropiación del conocimiento por parte del estudiante.

Para el estudiante, aprender significa involucrarse en una actividad intelectual cuya consecuencia final será la disponibilidad de un conocimiento, con su doble status de herramienta y de objeto.

En consecuencia el trabajo del docente consiste en seleccionar formas de presentación del conocimiento apropiadas para los estudiantes y eficaces con relación a las intenciones de promoción de los aprendizajes, la búsqueda de un espacio de problemas que le permitan al alumno construir nuevos conocimientos, resignificarlos en

situaciones nuevas, adaptarlos y transferirlos para resolver nuevos problemas.

Igualmente, los aspectos metodológicos y los relacionados a la naturaleza del contenido de las clases son aspectos susceptibles de ser innovados dentro del contexto del aula. En este punto toma relevancia la estrategia de la transposición didáctica, como el conjunto de las transformaciones que sufre un saber (científico) con el fin de ser enseñado (Chevallard, 1991). Las formas que adquiere esta transposición pueden ser altamente novedosas e innovadoras, pasando de la tradicional transmisión de contenidos específicos de cada materia a una transformación de las metodologías que hacen más atractiva la información y más comprensible los conocimientos por parte de los alumnos. En tal caso podemos recurrir a la realización de mapas conceptuales, trabajos de investigación, maquetas, presentación de láminas, gráficos, salidas a terreno, creaciones artísticas, representaciones teatrales, coreografías, composiciones musicales, etc.¹⁹

Lo importante es que para que la transposición didáctica sea exitosa se debe operar un doble proceso de descontextualización y recontextualización de la información especializada, que transforma el contenido inicial en un contenido con fines pedagógicos. Generalmente en la transposición didáctica se dan por sentados saberes anteriores y necesarios para poder moverse en el marco del contenido a enseñar, por lo que se deben realizar actividades para detectar estos conocimientos previos, que servirán de andamiaje.

b) ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS EN MATEMÁTICAS

Dado que el conocimiento matemático es dinámico, hablar de estrategias implica ser creativo para elegir entre varias vías la más adecuada o inventar otras nuevas para responder a una situación. El uso de una estrategia implica el dominio de la estructura conceptual,

¹⁹ Ríos Muñoz, Daniel; Reinoso Hernández, Jocelyn .Proyectos de innovación educativa. Universidad de Santiago de Chile.2008.p.41.

así como grandes dosis de creatividad e imaginación, que permitan descubrir nuevas relaciones o nuevos sentidos en relaciones ya conocidas. Entre las estrategias más utilizadas por los estudiantes en la educación básica se encuentran la estimación, la aproximación, la elaboración de modelos, la construcción de tablas, la búsqueda de patrones y regularidades, la simplificación de tareas difíciles, la comprobación y el establecimiento de conjeturas.²⁰

Es muy importante lograr que la comunidad educativa entienda que la matemática es agradable si su enseñanza se imparte mediante una adecuada orientación que implique una permanente interacción entre el maestro y sus estudiantes; de modo que sean capaces a través de la exploración, de la abstracción, de clasificaciones, mediciones y estimaciones de llegar a resultados que les permitan comunicarse, hacer interpretaciones y representaciones; en fin, descubrir que la matemática está íntimamente relacionada con la realidad y con las situaciones que los rodean.

Según las Rutas de Aprendizaje (MED 2013: 7), en la escuela la promoción de la competencia matemática se da en torno a las capacidades de matematizar, elaborar y seleccionar estrategias, a representar matemáticamente situaciones reales, a usar expresiones simbólicas, a comunicar y argumentar, a explorar, probar y experimentar. Si los estudiantes adquieren estas capacidades y las usan en su vida, adquirirán mayor seguridad y darán mayor y mejor sentido a su aprendizaje matemático.

²⁰LopezMurcia, Olga S. Marina Ñañez, Gloria .Hernando Semanate, Faiver. Fabio Ruiz, Leonardo Ministerio de Educación Nacional, Estándares de las matemáticas. Bogotá. 2008. p.36.

Un aprendizaje exitoso requiere aparte de la habilidad intelectual, el compromiso con la tarea, y la producción creativa del conocimiento, pero sobre la interacción de estos tres componentes.²¹

2.2.5. GEOMETRÍA

La primera idea que se tiene de Geometría es: “exploración del espacio”. El espacio es lo que nos rodea, por donde nos movemos. Pero una definición rigurosa de espacio es: “medio continuo, tridimensional, de límites indefinidos que contiene todos los objetos y donde se desarrollan todas las actividades.” Una idea más rigurosa de Geometría es: “ciencia del espacio, que tiene por objeto ANALIZAR, ORGANIZAR Y SISTEMATIZAR los conocimientos espaciales.” Siendo la ciencia que no estudia objetos sino relaciones.²²

Las rutas de aprendizaje (MED 2013: 29), menciona que, vivimos en un mundo que está lleno de formas y cuerpos geométricos. A nuestro alrededor podemos encontrar evidencias geométricas en la pintura, la escultura, las construcciones, los juegos, las plantas, los animales y en diversidad de fenómenos naturales.

Estas situaciones del mundo real demandan de la persona, poner en práctica capacidades con relación a la geometría, como obtener información a partir de la observación; interpretar, representar y describir relaciones entre formas, desplazarse en el espacio, entre otras. Aprender geometría proporciona a la persona herramientas y argumentos para comprender su entorno.

La resolución de situaciones problemáticas sobre geometría permite desarrollar progresivamente la capacidad para:

- Describir objetos, sus atributos medibles y su posición en el espacio utilizando un lenguaje geométrico.
- Comparar y clasificar formas y magnitudes.
- Graficar el desplazamiento de un objeto en sistemas de referencia.

²¹Life Long Learning Report Rapines.2009.<http://europa.eu.int/comm/education/indic/rapines.pdf>.

²² Ministerio Educación- Perú. Orientaciones para el trabajo pedagógico.2010.p.34.

- Componer y descomponer formas.
- Estimar medidas, utilizar instrumentos de medición.
- Usar diversas estrategias de solución de problemas.

La Geometría es considerada como la herramienta para el entendimiento y, es parte de las matemáticas más intuitiva, concreta y ligada a la realidad.²³

a) CONOCIMIENTO GEOMÉTRICO, RELACIONES Y NIVELES DE SIGNIFICACIÓN

Sharma (1979) pone de manifiesto en sus investigaciones, que en las personas diestras los hemisferios izquierdo y derecho se ocupan fundamentalmente de los siguientes aspectos del procesamiento de la información:

Hemisferio izquierdo	Hemisferio derecho
<ul style="list-style-type: none"> • “Piensa” en las palabras. • Procesa la información bit a bit. • Organiza secuencialmente la información. • Procesa desde las partes hacia el todo. • La descripción de materiales visuales recibidos en el hemisferio izquierdo se hace de forma hablada y escrita. 	<ul style="list-style-type: none"> • “Piensa” en imágenes. • Se ocupa de aspectos espaciales y visuales. • La información se procesa en una configuración global. • Procesa desde el todo hacia las partes. • Es el centro de la intuición y la creatividad. • Comunica por medio de acciones e imágenes. • La información que recibe el hemisferio derecho puede ser comunicada al izquierdo por el lenguaje escrito y hablado.

²³ Cabello Santos Gabi. Didáctica de la Matemática y Nuevas Tecnologías en Educación Primaria. Revista UNMS. <http://sld.csg/revistas/098.htm>.

Esto hace que haya dos perfiles de aprendizaje geométrico:

Naturaleza Visual	Naturaleza Verbal
Se realiza de forma DIRECTA	Se realiza de forma REFLEXIVA.
A través de la INTUICIÓN geométrica.	A través de la LÓGICA geométrica.
Creativa.	Analítica.
Subjetiva.	Objetiva.
Ej: Círculo es algo que rueda, como una galleta, una tapadera,...	Ej: Círculo. Lugar geométrico de los puntos del plano cuya distancia a un punto fijo llamado centro es menor que una constante r (radio).

Con respecto a las relaciones en geometría; son las distintas conexiones que podemos hacer entre los elementos. Estas relaciones y elementos se agrupan en tres grandes bloques y que a la vez, según Piaget, determinan el orden en que son adquiridos por los niños:

-Relaciones topológicas: Son aquellas relaciones que no varían por una deformación bicontinua (dos veces continua, que no varía ni por estirar ni por girar).
Ejemplos: Número de lados, abierto, cerrado, orden.

-Relaciones proyectivas: Son las relaciones que varían al cambiar el punto de proyección (el punto de vista desde donde los miro).
Ejemplos: arriba, abajo, derecha, detrás, delante.

-Relaciones métricas: Son todas las relaciones que dependen de medidas.
Ejemplo: paralelo, ángulo recto.

Y es de entender que una misma actividad puede plantear tres niveles de significación distintos:

- **Situaciones reales.** Una actividad a tamaño real, con el material real, en tiempo real. Por ejemplo si la maestra durante la visita a la granja escuela pide a un alumno que le guíe desde donde están las gallinas hasta donde están los patos, y el niño agarra de la mano a la maestra y la lleva al lugar indicado.

- **Situaciones trasladadas.** Una actividad que reproduce en una escala diferente una situación distinta. Por ejemplo un niño coge un juego de una

granja, y coloca en clase la casa de la granja, los cercados, los corrales; y dentro de ellos los diferentes animales, como lo recuerda de la granja. Los conceptos son los mismos, pero la situación es trasladada (respecto de una granja en realidad)

- **Situaciones gráficas.** Una actividad realizada en papel (generalmente es trasladada, pero no siempre). Por ejemplo la maestra pide a los niños que dibujen en un folio la charca donde estaban los patos de la granja escuela, y dibujen también lo que había alrededor. Grande, que generalmente es abierto (el patio, la calle).

La Geometría como *la ciencia del espacio*. Desde sus raíces como una herramienta para describir y medir figuras, ha crecido hacia una teoría de ideas y métodos mediante las cuales podemos construir y estudiar modelos idealizados tanto del mundo físico como también de otros fenómenos del mundo real. De acuerdo a diferentes puntos de vista, tenemos geometría euclidiana, afín, descriptiva y proyectiva, así como también topología o geometrías no euclidianas y combinatorias.

La Geometría como *un método para las representaciones visuales de conceptos y procesos* de otras áreas en matemáticas y en otras ciencias; por ejemplo gráficas y teoría de gráficas, diagramas de varias clases, histogramas. La Geometría como *una manera de pensar y entender* y, en un nivel más alto, como *una teoría formal*. La Geometría como *un ejemplo paradigmático para la enseñanza del razonamiento deductivo*. La Geometría como *una herramienta en aplicaciones*, tanto tradicionales como innovativas. Estas últimas incluyen por ejemplo, gráficas por computadora, procesamiento y manipulación de imágenes, reconocimiento de patrones, robótica, investigación de operaciones. También se puede distinguir entre una geometría que enfatice las propiedades "estáticas" de los objetos geométricos y una geometría donde los objetos cambian respecto a los diferentes tipos de transformaciones en el espacio al ser considerados en una presentación "dinámica" referido como geometría activa.²⁴

b) GEOMETRÍA ACTIVA

La propuesta de geometría activa, que parte del juego con sistemas concretos, de la experiencia inmediata del espacio y el

²⁴Perspectivas en l'Ensenyament de la GeometriapelsegleXXIDocumento de discusión para un estudio ICMI. PMME-UNISON. Bs. Aires.Febrero. 2001.p.56.

movimiento, que lleva a la construcción de sistemas conceptuales para la codificación y el dominio del espacio, y a la expresión externa de esos sistemas conceptuales a través de múltiples sistemas simbólicos.

Los sistemas geométricos se construyen a través de la exploración activa y modelación del espacio tanto para la situación de los objetos en reposo como para el movimiento. Esta construcción se entiende como un proceso cognitivo de interacciones, que avanza desde un espacio intuitivo o sensorio-motor (que se relaciona con la capacidad práctica de actuar en el espacio, manipulando objetos, localizando situaciones en el entorno y efectuando desplazamientos, medidas, cálculos espaciales, etc.), a un espacio conceptual o abstracto relacionado con la capacidad de representar internamente el espacio, reflexionando y razonando sobre propiedades geométricas abstractas, tomando sistemas de referencia y prediciendo los resultados de manipulaciones mentales²⁵.

Este proceso de construcción del espacio está condicionado e influenciado tanto por las características cognitivas individuales como por la influencia del entorno físico, cultural, social e histórico. Por tanto, el estudio de la geometría en la escuela debe favorecer estas interacciones. Para lograr este dominio del espacio se sugiere el enfoque de geometría activa que parte de la actividad del estudiante y su confrontación con el mundo. Se da prioridad a la actividad sobre la contemplación pasiva de figuras y símbolos, a las operaciones sobre las relaciones y elementos de los sistemas y a la importancia de las transformaciones en la comprensión aun de aquellos conceptos que a primera vista parecen estáticos. Se trata pues de 'hacer cosas', de

²⁵Carlos E. Vasco, "Sistemas geométricos", en Un nuevo enfoque para la didáctica de las matemáticas, Vol. II, -2008. págs. 53 y 54.

moverse, dibujar, construir, producir y tomar de estos esquemas operatorios el material para la conceptualización o representación interna. Esta conceptualización va acompañada en un principio por gestos y palabras del lenguaje ordinario, hasta que los conceptos estén incipientemente contruidos a un nivel suficientemente estable para que los estudiantes puedan proponer y evaluar posibles definiciones y simbolismos formales.

c) LOS PROBLEMAS DE GEOMETRÍA

“Las situaciones de geometría ponen en interacción a un sujeto “matemático” con un medio que ya no es el espacio físico y sus objetos sino un espacio conceptualizado que las “figuras-dibujos” trazadas por este sujeto que no hace más que representar la validez de sus declaraciones; ya no es establecida empíricamente sino que se apoya en el razonamiento que obedecen a las reglas del debate matemático. La función de los dibujos es, como lo dice Poincaré, provocar la puesta en relación de proposiciones que se sabe asociar a tal o cual trazado o porción de dibujo, pero la comprobación de estas propiedades sobre la “figura-dibujo” no permite validar la proposición puesta en estudio. Es esto lo que tanto le cuesta comprender a los alumnos del colegio.”²⁶

Una característica esencial de la enseñanza de la geometría en la escuela primaria es subestimar la dificultad de la adquisición de conocimientos espaciales propiamente dichos y dejar al estudiante la tarea de establecer las relaciones adecuadas entre el espacio y los conceptos geométricos que se les enseñan, y que supone le otorgan un dominio sobre ese ámbito de realidad.

²⁶Sonia Aliendro ,Estela ; Elvira Astorga, Angélica. Curso “Retorno de la Geometría”Santiago-Chile.2007.p.11.

d) LA GEOMETRÍA Y EL ESPACIO

En principio, parece interesante distinguir, aunque haya aspectos en común y relaciones complejas entre ambos- el estudio del espacio y el estudio de la geometría. Entre algunas de las diferencias, señalan Berteloth y Salin, se encuentran las siguientes:

- Los conocimientos espaciales conciernen al espacio físico mientras los conocimientos geométricos a un espacio conceptualizado.
- Algunos conocimientos sobre el espacio físico (ubicación geográfica, lectura de planos, etc.) no forman parte de la disciplina matemática, a diferencia de los conocimientos geométricos, que sí pertenecen sin duda a esta disciplina.
- Algunos conocimientos espaciales serían de adquisición más espontánea y no precisan de una enseñanza sistemática, como sí lo exigen los conocimientos geométricos.
- No parece nada evidente que estudiar geometría abone a la ubicación Espacial. Muchas personas tienen una excelente ubicación espacial y no dominan los conocimientos geométricos de la escolaridad básica y viceversa. Parece que los procesos de aprendizaje de unos y otros son muy diferentes.

Evidentemente, sería interesante profundizar en el estudio de aquellos aspectos sobre el espacio real que, aunque no formen parte de la geometría disciplinar, sí precisan de enseñanza sistemática, como por ejemplo la producción e interpretación de planos. Tenemos, en la didáctica de la matemática, una importante área de vacancia allí.²⁷

e) EL ESPACIO Y EL PLANO.

El estudio de los poliedros permite introducir al estudiante en el ámbito tridimensional y en el campo de las representaciones del espacio. Una mano experta puede representar sobre el plano (por ejemplo la pizarra) un dibujo que muestre un tetraedro, pero será necesario que el alumno posea algunas habilidades para poder percibir la adecuación entre la representación y el objeto tridimensional y para poder realizar nuevas representaciones de nuevos objetos tridimensionales. Entre estas habilidades necesarias está la visión espacial que le permitirá reconocer un objeto tridimensional sobre una superficie bidimensional²⁸.

²⁷ Dirección General de Cultura y Educación (Buenos Aires). Orientaciones didácticas para la enseñanza de la Geometría en EGB.2003.p.9-13.

²⁸María Consuelo Cañadas Santiago, Francisco Durán Ceacero, SandraGallardo Jiménez, Manuel José Martínez-Santaolalla Martínez, MaríaPeñas Troyano y José Luis Villegas Castellanos (Grupo PI de Investigación en Educación Matemática – Universidad deGranada).Poliedros: lenguajes y representación Espacial.2009. pdf.p623-628.

En el trabajo con poliedros es necesaria la visión espacial y para ello es preciso que el alumno estudie éstos desde diversas perspectivas. Una de ellas es la manipulación de los objetos, paso previo a su representación.

f) FINALIDAD DE LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA.

La necesidad de la enseñanza de la geometría en el ámbito escolar responde, en primer lugar, al papel que la geometría desempeña en la vida cotidiana. Un conocimiento geométrico básico es indispensable para desenvolverse en la vida cotidiana: para orientarse reflexivamente en el espacio; para hacer estimaciones sobre formas y distancias; para hacer apreciaciones y cálculos relativos a la distribución de los objetos en el espacio. La geometría está presente en múltiples ámbitos del sistema productivo de nuestras actuales sociedades (producción industrial, diseño, arquitectura, topografía, etc...). La forma geométrica es también un componente esencial del arte, de las artes plásticas, y representa un aspecto importante en el estudio de los elementos de la naturaleza.

Muchas propuestas didácticas y documentos curriculares de diferentes años plantean desde sus fundamentos la idea de que enseñar matemática debe servir para la vida social. Es decir, adoptan una concepción instrumentalista de la enseñanza de la matemática. Pensamos, por el contrario, que la actividad matemática en la escuela, no se debería centrar exclusivamente en su posibilidad de uso en la vida cotidiana. La motivación principal no debería ser la utilidad práctica, sino el desafío intelectual. “Una centración exclusiva en la utilidad hace perder de vista a la

matemática como producto cultural, como práctica, como forma de pensamiento”²⁹

Esta perspectiva no excluye la posibilidad de que las matemáticas escolares tengan muchas relaciones con la matemática de uso social. Incluso entre las preocupaciones actuales de la didáctica está cómo recuperar los conocimientos extraescolares de los estudiantes como punto de partida para aprender lo nuevo.

La Matemática es parte de la ciencia, los estudiantes deben aprender en la escuela no solo sus resultados, sino también su forma de pensamiento y de producción de conocimiento. En este sentido, la geometría es un modelo de razonamiento y deducción muy importante para la formación cultural de los sujetos.

Los argumentos instrumentalistas tienen el riesgo de justificar la discriminación: “matemática útil” para algunos, “matemática como ciencia y cultura” para otros.

Esto no significa que no haya algunos “buenos” problemas de la vida cotidiana que no puedan ser una buena vía de entrada al estudio de algunos conceptos geométricos (Por ejemplo: ¿Qué medidas tomar cuando se rompe un vidrio que hay que reemplazar?).

²⁹ Ídem del 26

También existe el riesgo de forzar las relaciones entre conceptos y sus aplicaciones. (Por ejemplo, las vías del tren, famosos objetos matematizados en los manuales no son paralelas, no son siquiera líneas rectas ¿Por qué no estudiar el concepto de paralelismo donde “vive” y cobra sentido, es decir en las figuras geométricas?)

g) GEOMETRÍA Y REALIDAD

Educar geoméricamente es un objetivo docente clave cuya finalidad debe ser facilitar el conocimiento del espacio tridimensional, desarrollando con ello la creatividad y los procesos de matematización.

Siguiendo las ideas del proyecto PISA (Jan de Lange y otros) deberíamos prestar especial atención al desarrollo de *grandes competencias* o habilidades como son, el pensar matemáticamente, saber argumentar, saber representar y comunicar, saber resolver, saber usar técnicas matemáticas e instrumentos y saber *modelizar*. Aprender a modelizar es saber estructurar el contexto, matematizar y reinterpretar los resultados de esta matematización, revisar el modelo, modificarlo, etc. Pero no debemos olvidar que el objetivo de enseñar todas estas habilidades debe ser el poder trabajar las *grandes ideas* como son cambio, crecimiento, espacio, forma, azar, dependencia, relaciones, razonamiento cuantitativo,... son este tipo de grandes ideas las que deberán delimitar el tipo de instrumentos matemáticos a poner en juego y por ello encontraremos siempre en la Geometría una fiel aliada para conseguir estos objetivos³⁰.

Este planteamiento, que es tan claro, parece sin embargo ser conflictivo pues desde hace años el tema de la Geometría, aceptado por todos como tema importante, no acaba de encontrar su lugar en

³⁰Claudi Alsina. **Geometría y realidad**. Universidad Politècnica de Catalunya. 2000.p2-3.

el desarrollo efectivo de los cursos. Y lo que es más sorprendente, la educación geométrica va empeorando a medida que se avanza en los niveles educativos, planteándose la paradoja de ser más sobresaliente, en términos relativos, el nivel geométrico en la educación infantil que en la universitaria.

En una reciente publicación de 1999, Toshio Sawada ha resumido muy bien el problema: “De acuerdo con los datos internacionales, hay buenas oportunidades en la enseñanza de la aritmética, álgebra y medidas pero no en geometría, probabilidad y estadística... Además, en álgebra, como más oportunidades da un país a los estudiantes mejores son los resultados de los estudiantes, pero en geometría parece no haber relación entre oportunidad de aprender y resultados. Parece que todos los países/sistemas están confundidos sobre los contenidos y el método de la enseñanza de la geometría”.

h) ACERCAMIENTO EXPERIMENTAL INTUITIVO A LA GEOMETRÍA.

La enseñanza de la Geometría ha tenido tradicionalmente un fuerte carácter deductivo. En educación secundaria, la Geometría se ha venido apoyando en el lenguaje del álgebra, en el álgebra vectorial. En primaria, aún sin ese carácter algebraico, formal, se ha fomentado excesivamente el aprendizaje memorístico de conceptos, teoremas y fórmulas; la simple apoyatura de unos conceptos en otros previos; y la temprana eliminación de la intuición como instrumento de acceso al conocimiento geométrico, tratando de acelerar la adquisición de tales conceptos, teoremas y fórmulas, como si en ellas estuviera condensado el verdadero saber geométrico. Las investigaciones sobre el proceso de construcción del pensamiento geométrico parecen indicar, no obstante, que éste sigue una evolución muy lenta desde unas formas intuitivas iniciales de pensamiento, hasta las formas deductivas finales, y que éstas corresponden a niveles escolares bastante más avanzados que los que estamos considerando aquí. De manera que nosotros entendemos que en Educación Primaria hay que escapar de las interpretaciones deductivistas e ir a una geometría de carácter experimental, intuitivo³¹.

³¹ Francisco J. Badilla Núñez. Enseñanza creativa de la Geometría usando origami. IV CIEMAC.2009.pdf.1-12.

El espacio del niño está lleno de elementos geométricos, con significado concreto para él: puertas, ventanas, mesas, pelotas, etc. En su entorno cotidiano, en su barrio, en su casa, en su colegio, en sus espacios de juego, aprende a organizar mentalmente el espacio que le rodea, a orientarse en el espacio. Ese es el contexto que nos parece especialmente útil para desarrollar las enseñanzas geométricas, de una forma que resulte significativa para los estudiantes. El estudio de su entorno próximo y familiar, por la motivación e interés que puede despertar y por ser fuente inagotable de objetos susceptibles de observación y manipulación. A partir de situaciones que resulten familiares para los alumnos (recorridos habituales, formas de objetos conocidos...) y mediante actividades manipulativas, lúdicas (plegado, recorte, modelado, etc), el profesor puede fomentar el desarrollo de los conceptos geométricos contemplados en el currículo de esta etapa educativa.

i) ROL DE LOS INSTRUMENTOS GEOMÉTRICOS

La enseñanza clásica de la geometría estuvo apoyada en dos pilares Centrales: la fuerza de los algoritmos de construcción y la precisión en el uso de los instrumentos geométricos. Sin embargo, la actividad geométrica no es una actividad empírica, es una actividad racional.

Podríamos afirmar, que el “uso del compás” no es un contenido de geometría. Sin embargo, su uso, bajo ciertas

condiciones didácticas, exige poner en juego ciertas relaciones y propiedades de las figuras. Lo mismo ocurre con los otros instrumentos.

j) SECUENCIAS EN LA ENSEÑANZA DE LOS CONTENIDOS GEOMÉTRICOS

La Geometría como estudio del espacio no tiene necesariamente que realizar el análisis secuencial y ordenado de las dimensiones 1,2,3,4,... como se ha hecho tradicionalmente, sino que la dimensión se considera en función de la situación que se analiza y del aspecto que se desea resaltar. Topógrafos y geógrafos proceden así cuando quieren analizar la forma del espacio físico de una zona geográfica determinada. Toman primero medidas y relacionan directamente sobre el paisaje tridimensional de la zona a estudiar, luego pasan a la representación bidimensional del mismo, mediante el alzado de mapas topográficos y por último pasan al espacio unidimensional analizando por separado contornos y perfiles de cada nivel del paisaje. Este modo de proceder es común a la mayoría de las profesiones que necesitan estudiar relaciones espaciales³².

En la enseñanza de la matemática, durante años, se ha tenido una concepción acumulativa del aprendizaje y por lo tanto de la enseñanza: se enseña de a poco, se presenta de los más simple a lo más complejo. La idea era que los estudiantes irían acumulando las porciones de conocimiento e integrándolas, etc. Es posible rastrear esta concepción para todos los contenidos.

Hoy, frente al desarrollo de la didáctica de la matemática y la gran cantidad de estudios psicológicos sobre los procesos de construcción de conocimiento de los niños y adolescentes sobre

³²Ministerio de Educación. Diseño Curricular de Educación Polimodal. PROVINCIA DEL CHUBUT-2002. p307.

diferentes objetos matemáticos, estamos en condiciones de reorientar la enseñanza teniendo en cuenta la necesaria complejidad de los objetos matemáticos y también los procesos cognitivos de los estudiantes.

Con respecto a la secuenciación entre cuerpos y figuras, será interesante, en aquellos años en los que se estudien tanto figuras como cuerpos, más allá de las elecciones didácticas de “por dónde empezar”, presentar a los estudiantes un conjunto de problemas que les permitan estudiar las relaciones entre figuras y cuerpos geométricos.

Siendo así la enseñanza de la geometría debe estar centrada en tres aspectos:

- La organización del esquema corporal,
- La orientación y percepción espacial y
- Las nociones geométricas.

La propuesta actual parte de los cuerpos para llegar al conocimiento de las formas de sus caras. "Vivimos en un mundo tridimensional, sin embargo la mayor parte de las experiencias matemáticas que proporcionamos a nuestros niños son bidimensionales." Se sugiere la prioridad del cuerpo sobre la superficie, de ésta sobre la línea y de ésta sobre el punto.

k) MODELO DE ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA

El modelo metodológico de enseñanza que aplicaremos en el desarrollo de los talleres está inspirado en el modelo de la Escuela de Van Hiele, diseñado para la enseñanza de la geometría. Este modelo comprende cinco fases y es fácil de aplicar en el escenario pedagógico por ejemplo citamos algunas de sus bondades; en todos los casos, admite que la manipulación es un elemento clave que hace que los estudiantes se sientan felices, productivos y libres en el desarrollo de tareas geométricas y contribuye a crear un ambiente en el que se aprecia de parte del estudiante las ganas de jugar y probar nuevas cosas.

Los niños que concurren a las escuelas están insertos en un contexto social que permanentemente les brinda informaciones, ellas comienzan a ser construidas por los pequeños al explorar el espacio que los rodea: en un principio, partiendo de la exploración, para continuar progresivamente con las representaciones de ese mundo. Al interactuar con los objetos a partir de los desplazamientos adquieren nociones que se constituirán en la base de su competencia espacial. Dicha adquisición requiere de un largo proceso de construcción en el que los estudiantes van estableciendo una red de relaciones espaciales que desarrollan a lo largo de su vida escolar.

La enseñanza de la geometría no debe restringirse al conocimiento de los nombres de las figuras, la organización del espacio se convierte en una necesidad natural y prioritaria en el sujeto. Evidentemente una enseñanza de la geometría de manera estática, reducida a actividades de lápiz y papel, no sólo producirá desinterés por parte de los niños sino errores conceptuales difíciles de corregir

Por su parte, la enseñanza de la Geometría puede ser caracterizada como el estudio de las experiencias espaciales. El hecho de adquirir conocimiento del espacio real a través de la intuición geométrica es lo que se llama la *percepción espacial*. La misma desempeña un papel fundamental en el estudio de la Geometría, reconociendo formas, propiedades geométricas, transformaciones y relaciones espaciales. Como ocurre con la utilización de los textos escritos, hay varios niveles de comprensión en la percepción espacial. Algunos necesarios y básicos para la vida diaria, otros requeridos por diferentes niveles de especialización profesional. Así un alto grado de percepción espacial es requerido en actividades tales como, cristalografía, en bioquímica, en cirugía, aviación, mecánica, escultura, coreografía y arquitectura. En consecuencia, una buena formación en percepción espacial favorece la adaptación a nuestro mundo tridimensional, capacitando para comprender las distintas formas y expresiones espaciales de nuestra cultura. Respecto de los procesos deductivos geométricos, creemos importante analizar limitaciones y posibilidades de dichos procesos. Considerando que en las deducciones interviene no sólo un cierto dominio de los conocimientos geométricos sino también una cierta habilidad en los principios lógicos, no será hasta una etapa posterior a los 16 años en que tendrá sentido plantear deducciones con alguna rigurosidad. Aun así y para poder acceder a ello, cabe proponerse el desarrollo de determinadas habilidades deductivas en instancias anteriores como es el caso de la *iniciación a las demostraciones*: Las *primeras deducciones* que se producen son de tipo "visual", y son particularmente recomendables en los casos de *equivalencia de áreas o volúmenes, superposiciones efectivas de figuras y descomposiciones de figuras*. Asimismo, resultan de interés las demostraciones *dinámicas*, como por ejemplo ver cómo una recta genera un cono. En determinado nivel, puede resultar absurdo incorporar *argumentos* a este tipo de demostraciones. Incluso estos argumentos adicionales pueden hacer perder la confianza en las propias experiencias. En cambio, el mostrar contra-ejemplos, el ver

casos donde ya no vale la propiedad analizada puede ser tan instructivo y pertinente como lo es el propio proceso de tanteo para dar con una demostración. Si bien la construcción de una axiomática que abarque globalmente a la Geometría es imposible, pueden efectuarse construcciones axiomáticas locales. Esto es, varios sistemas semiformalizados, fuertemente intuitivos, pueden permitir a los alumnos familiarizarse con el método axiomático, sin necesidad de sofocar su intuición frente a un formalismo desmedido. Tal vez ninguna otra disciplina matemática se presta tanto como la Geometría para pasar de lo concreto a lo abstracto y de ello a lo formal. Ninguna se refiere a algo más concreto que ella: el espacio físico. Cuando se trata de “concretizar” la estructura de grupo, las isometrías del triángulo equilátero o del rectángulo son un buen ejemplo. Se recurre a la Geometría al intentar construir un sistema axiomático simple para utilizarlo como ejemplo, como cuando se trata de hallar un modelo para un sistema dado³³.

l) IMPORTANCIA DE LOS MATERIALES EDUCATIVOS EN EL APRENDIZAJE DE LA GEOMETRÍA

La Geometría vista desde el ámbito pedagógico presenta en la actualidad carencias en el tratamiento didáctico dado que los docentes adolecen de medios, materiales educativos y técnicas funcionales que le permitan desarrollar sus lecciones en forma más interesante y eficaz. En tal sentido para lograr este propósito, entre otras cosas, debemos puntualizar que es fundamental la fuerza de voluntad del docente para innovar en sus acciones educativas y, demostrar creatividad y originalidad para resolver las dificultades metodológicas todo ello, acorde con el contexto y necesidades educativas de los estudiantes.

Gimeno Sacristán (1992) sostiene que material educativo es, “...instrumento u objeto que puede servir como recurso para que, mediante su manipulación, observación o lectura se ofrezcan

³³IDEM del 32 .pp.313-319.

oportunidades de aprender algo, o bien con su uso, se intervenga en el desarrollo de alguna función de la enseñanza”.

Siendo así, la intervención de los materiales educativos en las sesiones de aprendizaje de la matemática cumplen un rol importante, dado que se educa al estudiante en base a lo concreto y esto contribuye en el desarrollo de la inteligencia básicamente en la potenciación de las operaciones mentales de observación, manipulación y experimentación; del mismo modo, permite establecer relaciones de comparación para así poder obtener sus propias conclusiones en forma significativa.

En las instituciones educativas se cuenta con materiales educativos: los quipus, el ábaco, la yupana, los bloques lógicos, el pentaminó, los mosaicos, el geoplano, el tangram, las barras de cuisenaire, entre otros y muchos que pueden ser elaborados por los docentes conjuntamente con los estudiantes.

m) FUNCIONALIDAD DE MATERIALES EDUCATIVOS Y DIDÁCTICOS EN LA GEOMETRÍA.

Luego de puntualizar la valía y participación del material educativo en las Sesiones de aprendizaje de la matemática consideramos que en la actualidad debemos revalorar su funcionalidad y optimizar las acciones del docente en el escenario del aprendizaje. Somos de la opinión que la educación básica juega un rol fundamental en consecuencia los niños y niñas requieren de actividades significativas

innovadoras que le ayuden a comprender y asimilar con eficacia y agrado la diversidad de los contenidos matemáticos.

Duval (2001) se preguntaba “¿Es suficiente observar las imágenes y figuras para ver lo que ellas representan?”. Para nosotros está claro que no, las imágenes y figuras deben representarse, manipularse..., y es por ello que en las tareas que planteamos la manipulación es imprescindible. Pero para manipular en el aula de matemáticas son necesarios unos materiales adecuados. Comprendiendo siempre que materiales didácticos son todos los objetos usados por el profesor o el alumno en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas con el fin de lograr unos objetivos didácticos programados. Es decir, aquellos objetos que puedan ayudar a construir, entender o consolidar conceptos, ejercitar y reforzar procedimientos e incidir en las actitudes de los estudiantes en las diversas fases del aprendizaje.

Un aspecto que debemos tener en cuenta es que no existe correspondencia biunívoca entre un material y un concepto, procedimiento o actitud. “Un mismo concepto ha de trabajarse, en lo posible, con diversidad de materiales y, recíprocamente, la mayoría de los materiales son utilizables para hacer ejercicios diversos.” (Alsina y cols., 1988, p. 13).

Tenemos así que son numerosos los materiales que podemos utilizar para construir poliedros. Martínez y cols. (1989) proponen la siguiente clasificación: en primer lugar los materiales de uso corriente (no necesariamente matemáticos); en segundo lugar los materiales diseñados específicamente para la enseñanza de la geometría. Entre los primeros encontramos palillos, varillas de madera, cuerdas, alambres, pajitas de refrescos, plastilina, etc. Los poliedros troquelados estarían incluidos en el segundo tipo.

Debe el docente tener presente que el material presentado debe tener una estructura interna organizada, que sea susceptible de dar lugar a la construcción de significados y que exista la posibilidad de que el alumno conecte el conocimiento presentado con los conocimientos previos, ya incluidos en su estructura cognitiva y también que exista una componente de disposiciones emocionales y

actitudinales, en el que el maestro sólo puede influir a través de la motivación.

2.2.6. GEOMETRÍA DESCRIPTIVA

Como parte integrante del área de conocimiento, se puede decir que la Geometría Descriptiva es la disciplina que, mediante la expresión gráfica, es capaz de definir una realidad espacial de manera exhaustiva, no ambigua y no contradictoria. Esta consideración tanto vale para la obtención de dicha realidad a partir de su representación gráfica como, a la inversa, para la expresión gráfica completa de realidades preexistentes. Así entendida, la Geometría Descriptiva tiene como fin el aportar el rigor y la exactitud necesarios al dibujo para que este sea de aplicación en la ciencia y en la técnica. Para la consecución de ese fin de la asignatura, es preciso alcanzar una capacidad de percepción racional del espacio, imprescindible para operar gráficamente con rigor. A esta circunstancia se la ha llamado tradicionalmente "ver el espacio", y constituye una cualidad del conocimiento humano que no se posee, generalmente, sin un aprendizaje previo. En ocasiones este aprendizaje no está exento de un esfuerzo, siendo los métodos de enseñanza los procedimientos adecuados para ayudar a la superación de tales dificultades³⁴.

a) ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA DESCRIPTIVA COMO EXPERIENCIA DE DISEÑO

La inclusión de la geometría dentro de la disciplina, ha tenido algunos tropiezos, uno es que se ha asociado al dibujo técnico, o al interior de procesos que requieren comunicación gráfica para los medios de producción, pero la geometría en sí misma no establece medios de representación, la comunicación que genera es con el propio diseñador al permitirle comprender e interpretar el desarrollo de un elemento en el espacio, la geometría descriptiva es, en varios casos un medio para enfocar análisis del comportamiento del objeto en el espacio, y un medio por el cual modificar leve o radicalmente la morfología del objeto al comprender la naturaleza del espacio y la forma, siendo de nuevo un componente del desarrollo proyectivo, es decir, el carácter gráfico de lo que podríamos denominar el "pensamiento de diseño". En consecuencia ofrecer al alumno una herramienta conceptual, en términos de definiciones, sobre cómo puede llegar a plasmar todo aquello que desee comunicar, a través de la representación; y por lo tanto su representación debe tener una claridad visual sobre lo representado, y sobre qué tipo de

³⁴Miguel de la Torre Carbó. Conceptos generales de la geometría tridimensional. España. 1999. p.29.

elementos puede y debe usar para este fin, enfrentando sea un nuevo reto, y es que indistintamente el tipo de representación, de recursos o de medios utilizados, lo que prima es su comprensión espacial y como mediante el uso de alguno de estos medios se comunique idóneamente. Un dibujo es una representación gráfica de un objeto real, por tanto un dibujo es un trabajo gráfico que comunica ideas y pensamientos. Esta etapa funde varios elementos: Contornos, Visuales – visual principal y complementarias y Volumetría Dimensionamiento, Escala, Proporción y Dimensión Sombreado y Perspectiva De estos procesos parten los elementos fundamentales donde posteriormente deberán ser representaciones normalizadas del objeto a desarrollar Planos, Vistas, Cortes y Detalles³⁵.

b) **CONSTRUCCIONES GEOMÉTRICAS: APLICACIÓN, GEOMETRIZACIÓN Y CONSTRUCCIÓN**

La actividad a realizar dentro del aula se enfoca hacia el aprendizaje de conceptos base de la geometría descriptiva, sean estos el punto de partida para proponer nuevas y diversas respuestas en torno a la aplicación de dichos conceptos, mediante la implementación de construcciones geométricas tridimensionales tangibles, apoyadas en los elementos comunicacionales encontrados en:

- En las posibles construcciones tridimensionales que surjan de la conformación de un volumen.
- En asociaciones en torno análisis geométrico de las formas y objetos existentes.
- En el arte de plegar papel: origami, como recurso bidimensional para llegar a la tridimensionalidad.

Con los anteriores puntos enunciados se pretende en el estudiante: que encuentre, determine y aplique nuevos conceptos en torno a la lectura dada a los objetos, a la interpretación del espacio geométrico: Asociar, determinar, proponer, relacionar, comprobar, comparar y resolver elementos comunicacionales que los conducirá hacia el desarrollo del pensamiento espacial y tridimensional. Se pretende entonces que el estudiante construya relaciones a partir de los elementos conceptuales que surgirán del análisis geométrico y asociaciones en torno a los objetos existentes. Buscar en nuestro mundo cotidiano, elementos

³⁵D. I. Inés Ximena Barbosa Guerrero. Docente Adjunto tiempo completo Universidad Autónoma de Colombia. Enseñanza de la Geometría Descriptiva como experiencia de Diseño.2005. p.2-15.

formales, para ser analizados geoméricamente, y encontrar su conformación en términos de las características propias de las superficies, en este caso, superficies de simple curvatura. Ejemplo cono, esfera,...³⁶

c) FUNDAMENTO DE LA PAPIROFLEXIA COMO METODOLOGÍA

La papiroflexia u origami modular es de gran interés por contribuir a adquirir ciertas actitudes y habilidades de forma amena, aparte de aprender geometría. La necesidad de plegar muchas piezas "más o menos iguales" para construir un poliedro potencia el trabajo en equipo, el reparto de tareas, el hacer un buen trabajo para poder unir las piezas (pliegues bien hechos y no de cualquier manera, acuerdos en la forma de doblar las piezas cuando hay dos posibilidades), visión espacial y la satisfacción de terminar el trabajo y obtener el sólido. Por estas y otras razones la papiroflexia constituye una atractiva forma de acercarse a las matemáticas por su riqueza cultural y su gran valor pedagógico. El origami modular se basa en la construcción de módulos o unidades (casi siempre iguales) que se pueden ensamblar en cuerpos geométricos o, en su caso, en figuras decorativas. En el origami modular existen diferentes tipos de módulos que varían entre sí tanto por el procedimiento de construcción y la forma del trozo de papel inicial, como por el tipo de poliedro que se quiere obtener y por la parte de éste que cada módulo va a constituir principalmente: un vértice, una cara o una arista³⁷.

2.2.7. LOS CINCO TIPOS DE PENSAMIENTO MATEMÁTICO

Los aspectos referidos con respecto a la expresión ser matemáticamente competente muestran la variedad y riqueza de este concepto para la organización de currículos centrados en el desarrollo de las competencias matemáticas de manera que éstas involucren los distintos procesos generales. Estos procesos están muy relacionados con las competencias en su sentido más amplio, y aun en el sentido restringido de "saber hacer en contexto", pues ser matemáticamente competente requiere ser diestro, eficaz y eficiente en el desarrollo de cada uno de esos procesos generales, en los cuales cada estudiante va pasando por distintos niveles de competencia. Además de relacionarse con esos cinco procesos, ser matemáticamente competente se

³⁶D. I. Inés Ximena Barbosa Guerrero. Docente Adjunto tiempo completo Universidad Autónoma de Colombia. Enseñanza de la Geometría Descriptiva como experiencia de Diseño.2005. p.2-15.

³⁷Francisco J. Badilla Núñez. ENSEÑANZA CREATIVA DE LA GEOMETRÍA USANDO ORIGAMI. Instituto Nacional de Aprendizaje (INA), Costa Rica.pp.4.pdf.

concreta de manera específica en el pensamiento lógico y el pensamiento matemático, el cual se subdivide en los cinco tipos de pensamiento propuestos en los Lineamientos Curriculares: el numérico, el espacial, el métrico o de medida, el aleatorio o probabilístico y el variacional.³⁸

a) EL PENSAMIENTO ESPACIAL Y LOS SISTEMAS GEOMÉTRICOS

El pensamiento espacial, entendido como "... el conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones, y sus diversas traducciones o representaciones materiales". Contempla las actuaciones del sujeto en todas sus dimensiones y relaciones espaciales para interactuar de diversas maneras con los objetos situados en el espacio, desarrollar variadas representaciones y, a través de la coordinación entre ellas, hacer acercamientos conceptuales que favorezcan la creación y manipulación de nuevas representaciones mentales. Esto requiere del estudio de conceptos y propiedades de los objetos en el espacio físico y de los conceptos y propiedades del espacio geométrico en relación con los movimientos del propio cuerpo y las coordinaciones entre ellos y con los distintos órganos de los sentidos³⁹.

Desde esta perspectiva se rescatan, de un lado, las relaciones topológicas, en tanto reflexión sistemática de las propiedades de los cuerpos en virtud de su posición y su relación con los demás y, de otro lado, el reconocimiento y ubicación del estudiante en el espacio que lo rodea, en lo que Grecia Gálvez ha llamado el meso-espacio y el macro-espacio, refiriéndose no sólo al tamaño de los espacios en los que se desarrolla la vida del individuo, sino también a su relación con esos espacios. En este primer momento del pensamiento espacial no son importantes las mediciones ni los resultados numéricos de las medidas, sino las relaciones entre los objetos involucrados en el espacio, y la ubicación y relaciones del individuo con respecto a estos objetos y a este espacio. Posteriormente, y a medida que se complejizan los sistemas de representación del espacio, en un segundo momento se hace

³⁸ Ministerio de Educación Nacional. Matemáticas. Lineamientos curriculares. MEN. Bogotá, Estándares básicos de competencias en matemáticas: potenciar el pensamiento matemático. 2008.pág. 56.

³⁹IBID(25).pp.61-64.

necesaria la metrización, pues ya no es suficiente con decir que algo está cerca o lejos de algo, sino que es necesario determinar qué tan cerca o qué tan lejos está. Esto significa un salto de lo cualitativo a lo cuantitativo, lo cual hace aparecer nuevas propiedades y relaciones entre los objetos. De esta manera, la percepción geométrica se complejiza y ahora las propiedades de los objetos se deben no sólo a sus relaciones con los demás, sino también a sus medidas y a las relaciones entre ellas. El estudio de estas propiedades espaciales que involucran la métrica son las que, en un tercer momento, se convertirán en conocimientos formales de la geometría, en particular, en teoremas de la geometría euclidiana⁴⁰.

Lo anterior implica relacionar el estudio de la geometría con el arte y la decoración; con el diseño y construcción de objetos artesanales y tecnológicos; con la educación física, los deportes y la danza; con la observación y reproducción de patrones (por ejemplo en las plantas, animales u otros fenómenos de la naturaleza) y con otras formas de lectura y comprensión del espacio (elaboración e interpretación de mapas, representaciones a escala de sitios o regiones en dibujos y maquetas, etc.), entre otras muchas situaciones posibles muy enriquecedoras y motivadoras para el desarrollo del pensamiento espacial.

Así pues, la apropiación por parte de los estudiantes del espacio físico y geométrico requiere del estudio de distintas relaciones espaciales de los cuerpos sólidos y huecos entre sí y con respecto a los mismos estudiantes; de cada cuerpo sólido o hueco con sus formas y con sus caras, bordes y

⁴⁰ Gálvez, Grecia. "La geometría. La psicogénesis de las nociones espaciales y la enseñanza de la geometría en la escuela primaria". En: Cecilia Parra e Irma Saiz (comps.). Didáctica de las matemáticas. Aportes y Reflexiones. Paidós Educador. Buenos Aires. 1998. pp 61,62.

vértices; de las superficies, regiones y figuras planas con sus fronteras, lados y vértices, en donde se destacan los procesos de localización en relación con sistemas de referencia, y del estudio de lo que cambia o se mantiene en las formas geométricas bajo distintas transformaciones. El trabajo con objetos bidimensionales y tridimensionales y sus movimientos y transformaciones permite integrar nociones sobre volumen, área y perímetro, lo cual a su vez posibilita conexiones con los sistemas métricos o de medida y con las nociones de simetría, semejanza y congruencia, entre otras. Así, la geometría activa se presenta como una alternativa para refinar el pensamiento espacial, en tanto se constituye en herramienta privilegiada de exploración y de representación del espacio. El trabajo con la geometría activa puede complementarse con distintos programas de computación que permiten representaciones y manipulaciones que eran imposibles con el dibujo tradicional.

Los puntos, líneas rectas y curvas, regiones planas o curvas limitadas o ilimitadas y los cuerpos sólidos o huecos limitados o ilimitados pueden considerarse como los elementos de complicados sistemas de figuras, transformaciones y relaciones espaciales. Los sistemas geométricos como todos los sistemas, tienen tres aspectos:

- Los elementos de que constan.

- Las operaciones y transformaciones con las que se combinan.
- Las relaciones o nexos entre ellos.

Estos sistemas se expresan por dibujos, gestos, letras y palabras que se utilizan como registros de representación diferentes que se articulan en sistemas notacionales o sistemas simbólicos para expresar y comunicar los sistemas geométricos y posibilitar su tratamiento, para razonar sobre ellos y con ellos y, a su vez, para producir nuevos refinamientos en los sistemas geométricos.

Para lograr esto el pensamiento espacial opera mentalmente sobre modelos internos del espacio en interacción con los movimientos corporales y los desplazamientos de los objetos y con los distintos registros de representación y sus sistemas notacionales o simbólicos. Sin estos últimos, tampoco se hubiera podido perfeccionar el trabajo con los sistemas geométricos y, en consecuencia, refinar el pensamiento espacial que los construye, maneja, transforma y utiliza.

Hemos considerado al pensamiento espacial como parte importante del conocimiento académico, pero también debemos señalar que es una parte esencial de la vida diaria. Tomamos constantemente decisiones espaciales. De hecho, el

pensamiento espacial es tan parte de la vida diaria que todos lo damos por supuesto y no nos orientamos a perfeccionarlo.

El pensamiento espacial puede desarrollarse para incrementar las habilidades mentales. Su utilización eficaz requiere del enfoque que caracteriza a la educación mental: saber comprender, integrar, y extender el propio aprendizaje. Un aprendizaje intencional, dirigido por un objetivo, y controlado conscientemente. Explorar, ampliar, reducir, y rotar, son procesos complementarios de pensamiento espacial. Para el pensamiento espacial es necesario percibir visualmente con exactitud, y saber realizar modificaciones y transformaciones de la experiencia visual, aún si sólo fuera con la imaginación. Un pensamiento espacial eficaz requiere de:⁴¹

a) comprender objetos tridimensionales partiendo de gráficos bidimensionales, y viceversa

b) habilidad para imaginar una representación tridimensional desde distintas perspectivas, y

c) habilidad para visualizar – concretamente e imaginariamente - efectos de reflexión e inversión de objetos-imágenes.

Normalmente creemos que no necesitamos aprender a pensar espacialmente tanto como lingüísticamente ya que sin ningún esfuerzo consciente pensamos espacialmente. Es algo innato, aún más que el lenguaje; dibujamos, bailamos, luchamos, jugamos, trepamos, ordenamos, etcétera. Por ejemplo, corremos naturalmente sin aprendizaje formal. Pero si deseamos competir con corredores amateurs y profesionales tendremos que aprender y desarrollar formalmente unas cuantas cosas acerca de correr. Con el pensamiento espacial

⁴¹Patricio Jorge Vargas Gil.El lenguaje condiciona parcialmente la percepción visual <http://www.mentat.com.ar/percepcionvisual.htm>

ocurre algo similar, la diferencia está en que los amateurs y los profesionales del pensamiento espacial han aprendido apenas algo de pensamiento espacial gracias a la educación formal. El énfasis en enseñar a pensar científicamente presupone la aplicación de habilidades de pensamiento espacial, lamentablemente no supone el desarrollo de esta habilidad tanto como la utilización de tecnología auxiliar.

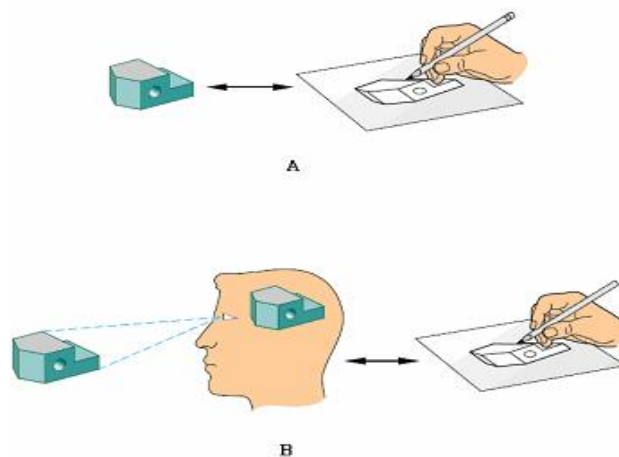
Representar visualmente requiere que los datos sean fácilmente convertidos en información y se presenten de una manera fácilmente interpretable. La perspectiva espacial aumenta su interpretabilidad. Así, se pueden representar espacialmente datos no espaciales. Ejemplos básicos tenemos en el uso frecuente de pirámides, tartas, barras, cubos, etc.

La tecnología de software actual podría corporizar estas representaciones utilizando Realidad Virtual (un potente procesador video espacial). De hecho, la Holografía y la Realidad Virtual son las formas de representación más avanzada que tenemos y ambas son netamente del reino del pensamiento espacial. Una simulación holográfica o de Realidad Virtual es lo máximo que la tecnología actual puede lograr en representación de datos.

b) ESTRUCTURA DEL PENSAMIENTO ESPACIAL EN EL APRENDIZAJE CONSTRUCTIVISTA

La representación gráfico-geométrica se relaciona estrechamente con el problema de percibir la estructura formal y desarrollar la aptitud espacial, objetivo didáctico esencial de la formación técnica en enseñanza media y superior. Durante las últimas décadas se ha venido insistiendo con mayor firmeza en algunas de las principales dificultades que presenta la gramática mongiana. Alonso (1986), Docci (1992), Sánchez (1993), Gentil (1998), Cabezas (1999) o Gómez-Fabra (2003) ponen de manifiesto diferentes aspectos que comparten principalmente la conveniencia de distanciarse de las rutinas mecánicas y formalidades memorísticas de la racionalización proyectiva, para favorecer, en mayor medida, la interacción perceptiva con la configuración espacial⁴².

Según Hoffman la representación mental es consecuencia de un proceso sofisticado de construcción: En el grafico se observa dos formas de entender el proceso de representación de objetos tridimensionales. (Bertoline, 1997 p. 241)



⁴²Víctor Manuel Grassa Miranda, Departamento de Expresión Gráfica. Arquitectónica/Escuela Técnica Superior de Gestión en la Edificación.pdf.p2.

La imagen mental de la configuración espacial no resulta de un proceso deductivo racional sino que es consecuencia del reconocimiento activo del sujeto observador.

Los sistemas geométricos pueden modelarse mentalmente o con trazos sobre el papel o el tablero y describirse cada vez más finamente por medio del lenguaje ordinario y los lenguajes técnicos y matemáticos, con los cuales se pueden precisar los distintos modelos del espacio y formular teorías más y más rigurosas.

Así el estudio de los sistemas geométricos, potencia el desarrollo del pensamiento espacial, que es transversal a los objetos matemáticos en por lo menos una de sus formas de representación. Al realizar un acercamiento al término competencia “saber hacer en contexto”, razón por la cual es necesario recurrir a las reflexiones hechas por (Ghisla, 2002: 12) quien afirma que esta no puede reducirse a componentes cognitivos únicamente, sino que debe contener diversos elementos que pueden ser adscritos al saber, a las capacidades, a la actitudes. De tal manera se requiere un concepto de competencia que vaya más allá de una obsesión competitiva del mercado, y apuntar al desarrollo de conocimientos, habilidades, destreza, actitudes y aptitudes, que relacionadas entre sí le permitan al educando intervenir eficazmente en todo los ámbitos de su vida.⁴³

Por tanto la geometría euclidiana puede considerarse como un punto de encuentro entre las matemáticas como una práctica social y como una teoría formal y entre el pensamiento espacial y el pensamiento métrico. Por ello, como se dijo al tratar sobre el pensamiento lógico, el pensamiento espacial y el

⁴³Pensamiento Espacial y Desarrollo de Competencias Matemáticas. La Enseñanza de un Caso Particular: Los Cuadriláteros. Cesar Augusto Morales Chávez, paponex@hotmail.com .Ramón Majé Floriano, ramonmaje@yahoo.es Universidad de la Amazonia.

métrico encuentran en la geometría euclidiana un lugar privilegiado –aunque no exclusivo– para el desarrollo del pensamiento lógico y éste, a su vez, potencia y refina los dos primeros.

c) DESARROLLO, PERCEPCIÓN, ESTRUCTURACIÓN Y REPRESENTACIÓN DEL ESPACIO

El espacio es una idea abstracta que vamos construyendo y que necesitamos para ordenar nuestra experiencia. Siguiendo a Antón (1988), es necesario destacar que el desarrollo de la noción de espacio está totalmente unido al desarrollo del conocimiento del cuerpo. Según Piaget, la construcción progresiva de las relaciones espaciales comienza en los planos perceptivo y sensorio motriz y continúa en el representativo intelectual. Por lo tanto, es en ambos planos en donde debe tener incidencia el trabajo, pues no son independientes sino complementarios; para conocer el espacio es necesario vivirlo, pero una vez vivido hay que interiorizarlo para poder hacer de él un instrumento útil para los aprendizajes escolares.

Weinzweig (1978) señala que las primeras experiencias de carácter espacial del niño tienen lugar con objetos sólidos tridimensionales y que, inicialmente, las figuras bidimensionales aparecen como superficies de objetos sólidos como cubos, conos, cilindros, esferas, cajas rectangulares, prismas, pirámides, etc. Igualmente sugiere que al utilizar los cuerpos sólidos tridimensionales conviene hacer impresiones de sus superficies planas o ver la huella que dejan cuando reposan una de sus caras sobre una superficie.

Esta actividad contribuye a llamar la atención sobre las diferentes formas bidimensionales, así como ciertas propiedades fundamentales de los sólidos. Además de descubrir que hay sólidos que pueden rodar como las esferas y los cilindros, los niños llegan a descubrir las diferentes formas que tienen las caras sobre las que pueden reposar los sólidos que no poseen la propiedad de rodar.

Dicha tarea hay que realizarla en cada uno de estos niveles espaciales:⁴⁴

- Espacio propio (microespacio): formado por todos los puntos que pertenecen a la topografía del propio cuerpo.

- Espacio inmediato (mesoespacio): son puntos pertenecientes a aquellos en los que están colocados objetos directamente accesibles a la mano del niño.

- Espacio mediato (macroespacio): formado por los objetos que inciden en el campo visual del niño y situados más allá del espacio inmediato (el patio, la calle).

d) ORIENTACIÓN Y ORGANIZACIÓN ESPACIALES.

Es importante tener en cuenta que no debemos correr cuando se trata de educar el espacio, es importante respetar las etapas. Es fundamental sobre todo en la escuela infantil que el niño descubra bien el espacio, que lo vivencie y, cuando tenga de él una noción clara, pase a plasmarlo en el papel. Por otra parte, no es recomendable intentar que los niños plasmen su organización espacial en un papel sin antes haber trabajado suficientemente la orientación espacial, y, la organización espacial sobre los objetos.

e) LA ORIENTACIÓN ESPACIAL Y SU INFLUENCIA EN EL APRENDIZAJE

Una de las habilidades básicas más relevantes en relación al desarrollo de los aprendizajes de los estudiantes resulta ser la orientación espacial, esta habilidad no se trata de una habilidad única y que no dependa de otros factores, como

⁴⁴Salmoral Fernandez- Cuartero, M.C. Desarrollo de las nociones espaciales y temporales. La percepción, estructuración, representación del espacio y del tiempo. revista de educaula N° 3. febrero 2009. pp. 80-90 (443 págs).

puede ser la capacidad de memoria por ejemplo, sino que depende en gran medida del proceso de lateralización y del desarrollo psicomotor. Sin embargo es importante tener en cuenta que en algunas ocasiones podemos encontrar estudiantes con dificultades de orientación espacial sin problemas en relación a la lateralidad o la psicomotricidad, aunque es posible que los hayan tenido anteriormente. Como sabemos las personas nos regimos por 2 categorías básicas que nos permiten entender aquello que sucede a nuestro alrededor, recordarlo y también actuar en consecuencia, estas categorías tan importantes, sobre las que recaen todos nuestros aprendizajes complejos, no son otras que el espacio y el tiempo, sin referentes en alguna de éstas no somos capaces de procesar ningún tipo de información, o por lo menos nos resulta seriamente difícil, de hecho si nos paramos a pensar las grandes incógnitas de la humanidad se refieren a estos dos conceptos que al fin y al cabo parecen ser infinitos. Bien lejos de estas consideraciones de carácter más filosófico, cuales son las incidencias del desarrollo de la orientación espacial en el aprendizaje. La orientación espacial juega un papel sumamente importante en el desarrollo de la lectura y la escritura, a primera vista nos puede parecer que esta relación no pueda ser tan importante, no obstante, resulta clave. La importancia reside en el hecho de que tanto las actividades de lectura como las de escritura se encuentran insertas en una direccionalidad muy específica: Tanto la lectura como la escritura, en nuestro sistema, siguen una direccionalidad clara de izquierda a derecha, es decir, empezamos a leer desde la izquierda y terminamos en la derecha. Esta direccionalidad es claramente favorable a los diestros, puesto que para los zurdos en las tareas de escritura suele conllevar ciertas incomodidades. Por otra parte, el bajo desarrollo de la orientación espacial también puede incidir en otros aspectos básicos del desarrollo de estudiantes, como son el deporte, pudiéndose mostrar poco hábiles ante todo en deportes que exigen saberse ubicar en superficies grandes. Al mismo tiempo, que si además de las dificultades espaciales han tenido un desarrollo psicomotor pobre, pueden presentar dificultades en el sentido de mostrarse más bien torpes. En otro aspecto en el que puede incidir negativamente es en relación al dibujo, resultando estudiantes, en términos generales, con poca habilidad en este sentido⁴⁵.

f) LATERALIDAD

Este concepto trata de expresar la simetría de nuestro cuerpo y la proyección que de ella hacemos hacia el espacio.

Desde el punto de vista neurológico se da un predominio motor de un hemisferio sobre otro. Es uno de los aspectos del desarrollo de la orientación espacial más complejos y con el que surgen más dificultades dentro de la escuela.

g) REPRESENTACIÓN BIDIMENSIONAL DEL ESPACIO TRIDIMENSIONAL

Otro aspecto importante del pensamiento espacial es la exploración activa del espacio tridimensional en la realidad externa y en la imaginación, y la representación de objetos sólidos ubicados en el espacio.

Al respecto Lappan y Winter, afirman: A pesar de que vivimos en un mundo tridimensional, la mayor parte de las experiencias matemáticas que proporcionamos a nuestros niños son bidimensionales. Nos valemos de libros bidimensionales para presentar las matemáticas a los niños, libros que contienen figuras bidimensionales de objetos tridimensionales. A no dudar, tal uso de “dibujos” de objetos le supone al niño una dificultad adicional en el proceso de comprensión. Es empero, necesario que los niños aprendan a habérselas con las representaciones bidimensionales de su mundo. En nuestro mundo moderno, la información seguirá estando diseminada por libros y figuras, posiblemente en figuras en movimiento, como en la televisión, pero que seguirán siendo representaciones bidimensionales del mundo real”.⁴⁵

Para comunicar y expresar la información espacial que se percibe al observar los objetos tridimensionales es de gran utilidad el uso de representaciones planas de las formas y relaciones tridimensionales. Hay distintos tipos de tales representaciones. Cada una es importante para resaltar un

⁴⁵Linda Dickson y otros, El aprendizaje de las matemáticas, Editorial Labor S.A., Madrid, 1991, pág. 48.

aspecto, pero es necesario utilizar varias a la vez para desarrollar y completar la percepción del espacio.

La representación en el plano de cuerpos sólidos o de objetos de la realidad, puede hacerse mediante dibujos de vista única o dibujos de vista múltiples. Los dibujos de vista única son aquellos en los que se ilustran las tres dimensiones del objeto en una sola vista, con lo cual se logra representar el objeto de una manera muy próxima a la realidad. Hay dos maneras de hacer estos dibujos: mediante axonometrías y mediante perspectivas cónicas. Los dibujos de vistas múltiples representan los objetos a través de una serie fragmentada de vistas relacionadas. El dibujo en perspectiva se puede utilizar con mucho provecho para la educación estética, y para el ejercicio de las proyecciones de objetos tridimensionales en la hoja de papel, y de la hoja de papel al espacio. Para esto último se puede empezar por dibujar cubos y cajas en perspectiva, de manera que unos oculten parcialmente a los otros, y luego tratar de colocar cubos y cajas de cartón sobre una mesa de manera que se vean como en el papel. Aun en el dibujo en perspectiva es difícil dibujar las elipses que representan las distintas maneras como aparece un círculo desde distintos puntos de vista. Por eso puede ser aconsejable limitar la perspectiva a figuras rectilíneas, a menos que los mismos alumnos quieran explorar cómo se dibujan las tapas de las alcantarillas en las calles ya dibujadas en perspectiva.⁴⁶

h) LAS TRANSFORMACIONES

En la actualidad, gran parte de la geometría escolar se ha ocupado del movimiento de figuras geométricas desde una posición a otra, y de movimientos que cambian el tamaño o la forma. El estudio de las transformaciones de figuras ha ido progresivamente primando sobre la presentación formal de la geometría, basada en teoremas y demostraciones y en el método deductivo.

⁴⁶ Programa Curricular(Unidad VI) de 9° Grado de educación básica secundaria, publicado por el MEN. propuesta didáctica para desarrollar con los estudiantes la representación en el plano del espacio tridimensional. 1991.

La primacía de las figuras muertas y de las relaciones de paralelismo y perpendicularidad de líneas, y las de igualdad o congruencia o semejanza de figuras ocultaron por mucho tiempo el origen activo, dinámico de los conceptos geométricos, y dejaron en la penumbra las transformaciones. Los sistemas geométricos se redujeron a sus componentes, como los puntos, líneas y planos, segmentos de recta y curvas, y figuras compuestas por ellos, con sólo la estructura dada por las relaciones mencionadas. Esta propuesta intenta devolver la dinámica a los sistemas geométricos, con sus operadores y transformaciones, que resultan de internalizar en forma de esquemas activos en la imaginación, los movimientos, acciones y transformaciones que se ejecutan físicamente. Esto quiere decir que una transformación no puede definirse, ni mucho menos simbolizarse formalmente, antes de que los alumnos hayan hecho algunas transformaciones externas, moviéndose ellos mismos y moviendo hojas, varillas y otros objetos, deformándolos, rotándolos o deslizándolos unos sobre otros de manera física, de tal manera que ya puedan imaginarse esos movimientos sin necesidad de mover o transformar algo material, a lo más acompañando esta imaginación con movimientos del cuerpo o de las manos”.⁴⁷

Cuando se estudien estos sistemas de transformaciones, debe comenzarse por los desplazamientos que pueden hacerse con el propio cuerpo, o deslizando objetos y figuras sobre el plano del piso, del papel o del tablero. Con esto se llega primero a las rotaciones y a las traslaciones. Se trata de ver qué tipo de movimientos conservan la dirección, cuáles la orientación en el plano o en el espacio, cuáles cambian los órdenes cíclicos de los vértices, sin definir verbalmente ninguna de estas transformaciones.

Las reflexiones no pueden hacerse con figuras de material concreto: o se hacen en el cerebro o no pueden

⁴⁷Carlos E. Vasco, “Sistemas geométricos”. pág. 63.

hacerse. La ayuda de espejos, láminas semitransparentes, calcado en papel transparente o de copia, etc., pueden ayudar al cerebro a interiorizar, reversar y coordinar las reflexiones pero no pueden suplantarlos. Por lo tanto, no se debe comenzar por las reflexiones para obtener las rotaciones y las traslaciones.

De esta manera se propone que se trabaje la geometría por medio de aquellas transformaciones que ayuden a esa exploración activa del espacio y a desarrollar sus representaciones en la imaginación y en el plano del dibujo.

i) IMPORTANCIA DEL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ESPACIAL

El pensamiento espacial que constituye un componente esencial del pensamiento matemático, está referido a la percepción, intuitiva o racional, del entorno propio y de los objetos que hay en él. El desarrollo del pensamiento espacial, asociado a la interpretación y comprensión del mundo físico, permite desarrollar el interés matemático y mejorar estructuras conceptuales y destrezas numéricas.

En efecto en la vida cotidiana frecuentemente es necesario, tomar decisiones acerca de situaciones como: ⁴⁸

- Tamaño de unos muebles, de manera que resulten acordes con el tamaño de una habitación.
- Cálculo o estimación de la distancia entre dos puntos.
- Cantidad de cada uno de los ingredientes de un alimento, según sea el número de porciones que se desea preparar.
- Cantidad de papel, de cartulina, de cartón paja o cualquier otro material, necesaria para realizar un determinado trabajo.
- Si el espacio disponible en un parqueadero es suficiente para estacionar un vehículo.

⁴⁸Nelly Ballén Rosaura Novoa Luz Marina Palencia. Yolima Pérez Torres. Proyecto. APRENDE Y DIVIERTETE CON CABRI. Bogotá. 2006.

Se trata entonces de procurar el desarrollo de un tipo de competencias indispensables para **moverse en el mundo** y para lograr la comprensión y valoración de nuestro entorno, lo cual será resultado de la aprehensión de relaciones de tipo espacial, métrico y geométrico.

j) **IMÁGENES MENTALES**

Las reflexiones de la psicología cognitiva durante las últimas décadas coinciden en la necesidad de entender la percepción del mundo como una representación mental elaborada activamente por el sujeto perceptor. Los elementos del pensamiento en la percepción y los elementos perceptuales en el pensamiento son complementarios. Hacen de la cognición humana un proceso unitario que avanza sin interrupción desde la adquisición elemental de la información sensorial hasta las ideas teóricas más genéricas (Arnheim, 1998: 16). Las imágenes mentales, implicadas en la mediación del fenómeno de la representación espacial, subrayan la necesidad de entender la percepción del mundo como una construcción cognitiva consistente en reorganizar datos y experiencias para llegar a una síntesis sobre la que establecer conceptos y relaciones. Por tanto la lectura tridimensional de imágenes en la representación gráfico-geométrica está implícitamente relacionada con una actividad de reconocimiento por parte del observador para la reconstrucción de una imagen mental análoga. La conclusión del estudio cronométrico de Shepard y Metzler (1974) sobre el reconocimiento de un objeto en función de la diferencia angular de su representación confirma que las imágenes mentales representan la estructura tridimensional de los objetos retratados y no un simple esquema de relaciones bidimensionales (1974, 147-202). El estudio de Shepard y Metzler sugiere igualmente que los principales procedimientos que caracterizan las habilidades de visualización son las rotaciones mentales, esto es, la orientación del sujeto respecto a la configuración espacial.⁴⁹

⁴⁹Roberto Vicente Giménez Morell. Artículo. CONSIDERACIONES SOBRE LAS IMÁGENES MENTALES EN EL SISTEMA DIÉDRICO ESPAÑOL. Departamento de Dibujo.p114-115.Universidad Politécnica de Valencia. Valencia. Espanargimenez@dib.upv.es. Pdf.

K) TEORÍA DE LA VISUALIZACIÓN

"Sólo es cuestión de pensar". Como dice Saint Exupery "Hay que mirar mucho para llegar a ver". La visualización puede definirse de diversas formas, más allá de la idea inmediata de observar algo o utilizar el sentido de la vista. En matemáticas, visualizar no significa simplemente ver al objeto matemático, ya sea una figura, gráfica, representación algebraica o cualquiera otra, sino que refiere a un proceso más complejo en donde las imágenes estimulan el pensamiento abstracto del que las percibe o genera. Para Zimmermann y Cunningham (1991), por ejemplo, la visualización es un *proceso mediante el cual se forman imágenes* (mentalmente, con lápiz y papel, o con ayuda de la tecnología) y se utilizan para una mejor comprensión de los objetos matemáticos y para estimular el proceso de descubrimiento y construcción de las nociones. La experimentación y la visualización permiten reorganizar el pensamiento matemático, elaborar más fácilmente conjeturas que promuevan la investigación y construcción de conocimiento. Esta interpretación de la visualización ha sido ampliamente discutida y existen numerosas investigaciones en donde se analiza su rol en el aprendizaje de las matemáticas.⁵⁰

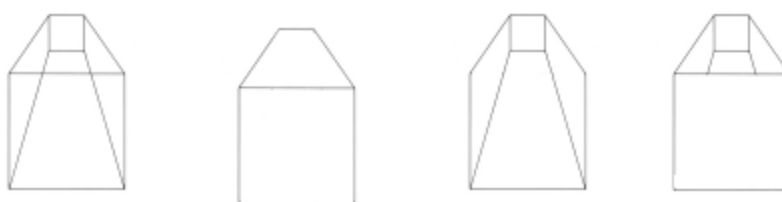
Por otra parte, está establecido que la percepción visual y la imaginación visual implica procesos neuronales similares. Y es de destacar que ambas conservan naturalmente la disposición espacial del objeto-imagen, percibido o imaginado. El pensamiento espacial puede desarrollarse para incrementar las habilidades mentales.

I) PERCEPCIÓN VISUAL

La pobreza de una memoria sin imágenes significantes múltiples, y la falta de adiestramiento de una voluntad que busque nuevas intencionalidades de las formas, sólo puede producir lecturas superficiales y viciadas, poco aptas para descubrir la riqueza del peculiar idioma de las artes visuales. De las experiencias hechas por Wertheimer, que siguiendo a Köhler, es quien primero aborda la psicología de la forma, se desprenden una serie de principios o leyes **de la Gestalt**. Para

⁵⁰Carla Kerlegand Bañales. Tesis: Desarrollo de dos propiedades de la circunferencia usando el modelo de van hiele y la visualización. Instituto Politécnico Nacional (México- 2008), pp.23,(144 pags)

probar nuestra capacidad organizativa mental, y por un puro acto de aprendizaje y voluntad, podemos establecer variadas ordenaciones perceptivas y, evidentemente, visibles para nosotros. Esta experiencia nos parece importante para adentrarnos en terreno tan sutil y escurridizo, donde las apreciaciones empíricas requieren cierta sensibilidad. Calando el significado de este ejercicio, podríamos adelantar algunas conclusiones sobre el papel que creemos juega la voluntad visual adiestrada, y en consecuencia el empirismo. Cualquier forma puede sugerir la tercera dimensión. Tomamos por base el famoso cubo de Necker, donde podemos ejercer un acto de voluntad perceptiva, según las figuras.⁵¹



m) PERCEPCIÓN GEOMÉTRICA

En los primeros años, es indispensable que antes de introducir las propiedades y características formales de las figuras geométricas, se parta de la observación de figuras concretas presentes en el espacio físico en el que se desenvuelven los niños. La observación y el reconocimiento de las figuras geométricas que rodean a los niños, constituye una experiencia necesaria para la formación de la noción de espacio. En un principio necesitarán de su apoyo para la identificación de cada una de las figuras, pero posteriormente en forma paulatina podrán hacerlo con mayor facilidad y autonomía⁵².

n) MEDICIÓN DE LAS HABILIDADES ESPACIALES

Debido a la dificultad de encontrar una definición aceptada por todos para el concepto de habilidad espacial, se han desarrollado multitud de test diferentes orientados a medir dicha habilidad o alguna de sus componentes principales. Al

⁵¹<http://www.mentat.com.ar/percepciongeométrica.htm>.

⁵².Idem 51.

analizar la bibliografía existente se observa que hay varias líneas principales a la hora de establecer la clasificación de las habilidades espaciales y varias pruebas dominantes para obtener resultados cuantitativos de dichas habilidades. Entre las clasificaciones más importantes se encuentra la realizada por Linn y Petersen [Sjónlinder, 1998], entre 1974 y 1982 que clasificaron los test en tres categorías:

· **Percepción espacial:**

Habilidad de determinar relaciones espaciales a pesar de la existencia de otras informaciones que pueden distraer al sujeto.

· **Visión Espacial**

Habilidad de manipular información visual compleja cuando para producir una solución correcta se necesitan varias etapas.

· **Rotación Espacial**

Habilidad de rotar en nuestra imaginación, rápida y acertadamente figuras de dos o tres dimensiones.

Una gran cantidad de autores simplifican esta clasificación usando sólo dos categorías para clasificar las habilidades espaciales [Olkun, 2003]:

· **Relaciones espaciales**

Habilidad de realizar rotaciones y comparaciones en cubos bidimensionales y tridimensionales. (Incluiría las rotaciones espaciales y la percepción espacial de la anterior clasificación)

· **Visión Espacial**

Habilidad de reconocer piezas tridimensionales mediante plegado y desplegado de sus caras.

Utilizando esta última clasificación hemos confeccionado las Tablas que presentan diferentes test disponibles en la bibliografía, que nos permiten valorar estas habilidades.⁵³

⁵³Rosa Navarro; José L. Saorín. **El desarrollo de las habilidades de visión espacial y croquis en la ingeniería de producto**. Ponencia. Departamento de Expresión Gráfica en Arquitectura e Ingeniería Universidad de La Laguna.

RELACIONES ESPACIALES			
Test	Nombre	Autores	Descripción
Spatial Relation subset of Primary Mental Abilities Test	PMA –SR	Thurstone, 1958	Se requiere realizar una rotación mental de objetos bidimensionales
CardsRotation Test	CRT	Ekstrom, French y Harman, 1976	Se requiere realizar una rotación mental de objetos bidimensionales
Mental Rotation Test	MRT	Vanderber y Kuse, 1976	Una versión de lápiz y papel del test de Shepard y Metzler (1971) denominado Mental RotationTask, que utiliza objetos de tres dimensiones
Mental Cutting Test	MCT	College Entrance Examination Board. USA	Dada una figura seccionada por un plano, hay que determinar el resultado de la sección
Generis Mental Rotation Tasks		Voyer, Voyer y Bryden, 1995	Incluye las variantes de Shepard y Metzler (1971) del test denominado ChronometricTask, y el formato se ha realizado para ordenador
Rotation of images		Duerman – Sälde test battery, Psykologiförlaget 1971	Hay que elegir, mediante rotaciones mentales, la imagen que es idéntica a la que se presenta en el ejercicio
Laft or right hand identification		Duerman – Sälde test battery, Psykologiförlaget 1971	Imágenes de manos giradas de diferentes maneras donde el sujeto debe decidir si la imagen corresponde a una mano izquierda o derecha
PurdueSpatial VisualizationTes	PS VT –R	Guay R. B, 1977	Diseñado para medir la capacidad de visualizar rotaciones en el espacio
Rod-and-frame test	RFT	Witkin y Asch, 1948	Requiere ajustar una barra a la vertical a pesar de información que se suministra en la casilla
TheWaterLevel Test	WLT	Piaget e Inhelder, 1956	Se requiere determinar la orientación de un líquido en un contenedor

VISIÓN ESPACIAL			
Test	Nombre	Autores	Descripción
PaperFormBoard	PFB	Likert y Quasha, 1941	Hay que decidir entre cinco opciones, cual de los dibujos bidimensionales puede ser construido mediante un juego de fragmentos que se suministra
Differential Aptitude Test – Spatial Relations Subset	DAT – SR	Bennet, Seasharo y Wesman, 1947	Se requiere relacionar una forma tridimensional con la imagen de su desarrollo en dos dimensiones

Identical Blocks Test	IBT	Stafford, 1961	Hay que indicar que bloque entre varias opciones, es el mismo que el estándar dadas una serie de pistas (letras y números en las caras del bloque)
The Block Design Subset of the WeschlerAdult Intelligence Scale, Intelligence Scale-Revised and the Weschler Intelligence ScaleforChildren		Weschler, 1946, 1949, 1955, 1974, 1981	Hay que reconstruir una forma utilizando bloques tridimensionales
PaperFolding	PF	Ekstrom, French y Harman, 1976	Hay que indicar cual, entre cuatro piezas desarrolladas de papel, es la misma que el modelo plegado
Vairous adult and children's versiono f the Embedded Figures Test	EFT and CEFT	Witkin, 1950	Hay que encontrar una figura simple incluida dentro de una imagen más compleja
Hidden Figures Test	HFT	Ekstrom, French y Harman, 1976	Hay que encontrar una figura simple incluida dentro de una imagen más compleja
Revised Minnesota Paper Form Board Test	RMPFB	RensisLikertyWilliam H. Quasha, 1995	Hay que determinar si una pieza se puede realizar con una serie de trozos de papel recortados.

2.2.8. LA INTELIGENCIA

Sobre la inteligencia, Robert Sternberg postula la teoría triárquica formada por: inteligencia de tipo componencial, que es la inteligencia académica-analítica; la experiencial, que es la inteligencia creativa y la contextual que es la inteligencia práctica. Sternberg postula que la inteligencia debería ser estudiada en función del procesamiento humano de la información, planteando al respecto un análisis de tres componentes del funcionamiento inteligente. Los mecanismos propuestos son:

- Metacomponentes o procesos ejecutivos, como la determinación de la naturaleza de un problema y la elección de una *estrategia* para resolverlo.
- Componentes resolutivos o procesos ejecutivos utilizados en la *ejecución real* de una estrategia de resolución de problemas.
- Componentes de *adquisición de conocimientos* o procesos utilizados en la adquisición de nueva información.

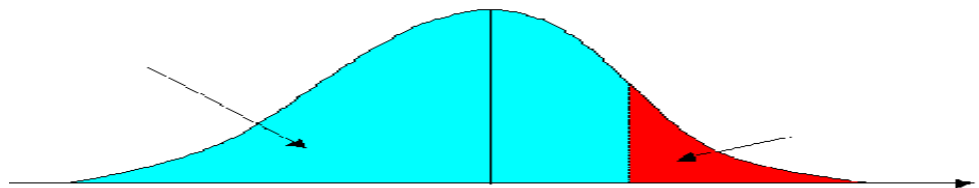
Stenberg enfatiza que aprender es construir significados y que ello se relaciona con la *selección* de la información como mecanismo de gran valor.⁵⁴

a) INTELIGENCIA ESPACIAL

Howard Gardner en su teoría de las múltiples inteligencias considera como una de estas inteligencias la espacial y plantea que el pensamiento espacial es esencial para el pensamiento científico, ya que es usado para representar y manipular información en el aprendizaje y en la resolución de problemas. El manejo de información espacial para resolver problemas de ubicación, orientación y distribución de espacios es peculiar a esas personas que tienen desarrollada su inteligencia espacial. Se estima que la mayoría de las profesiones científicas y técnicas, tales como el dibujo técnico, la arquitectura, las ingenierías, la aviación, y muchas disciplinas científicas como química, física, matemáticas, requieren personas que tengan un alto desarrollo de inteligencia espacial.

Una manera de lograr sentir la medula de la Inteligencia Espacial es tratar de resolver tareas diseñadas por investigadores de esa inteligencia. Tareas con instrucciones de la más sencilla a la más compleja pueden ser:

I.-De las cuatro, elijase la figura que sea idéntica a la forma objeto.

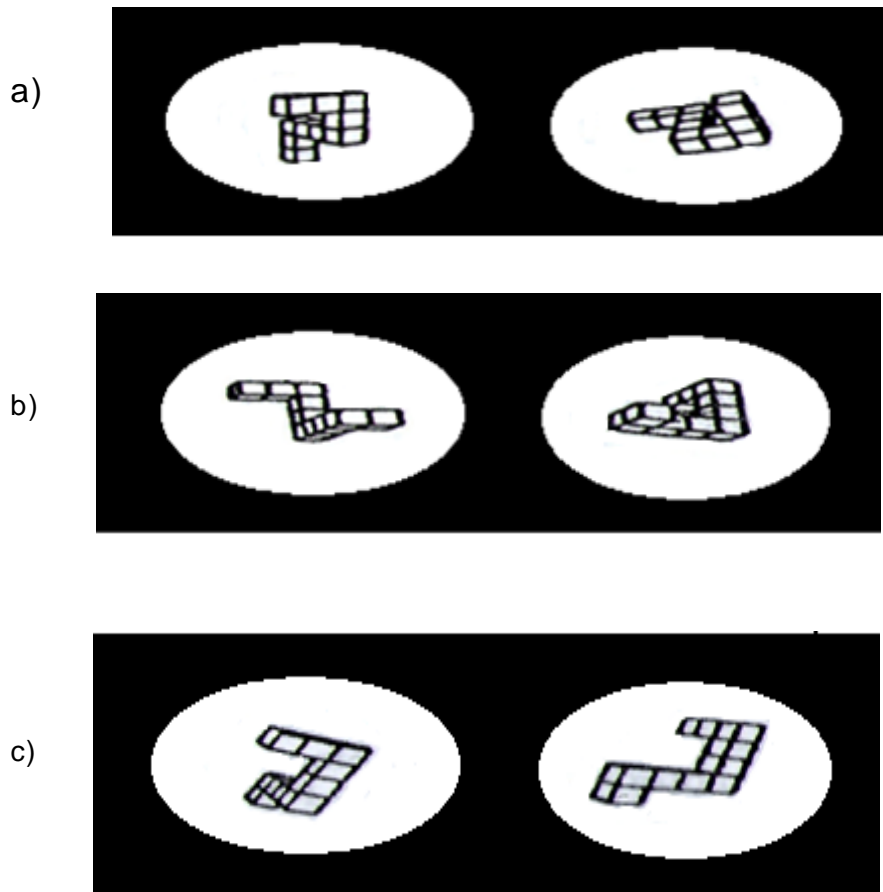


II.-De las cuatro alternativas, elijase la figura que sea como la forma objeto en otra posición.



⁵⁴Dr. Jesús Beltrán. Universidad Complutense de Madrid. Apuntes de clases de Doctorado: Psicología Cognitiva y aprendizaje significativo.2001.p.9-12.

III.-Indíquese si la segunda forma de cada par es como la primera en otra posición o si es distinta.



La operación más elemental, en la que se apoyan otros aspectos de la inteligencia espacial, es la habilidad para percibir una forma o un objeto...a alguien se le pide que manipule la forma o el objeto, apreciando como se percibirá desde otro punto de vista, o como se vería si se le girara, se entra del todo en el aspecto espacial, pues se ha requerido una manipulación espacial.

El Psicometrista L.L. Thurstone consideró la existencia e independencia de la habilidad espacial y la dividió en tres componentes:

1.-La habilidad para reconocer la identidad de un objeto cuando se ve desde ángulos distintos.

2.-la habilidad de imaginar el movimiento o desplazamiento interno entre las partes de una configuración.

3.- Y la habilidad para pensar en las relaciones espaciales en que la orientación corporal del observador es parte esencial del problema.

Truman Kelley, distinguía entre la habilidad para sentir y retener formas geométricas, y la capacidad para manipular mentalmente las relaciones espaciales.

Koussy, distinguía entre la aptitud espacial bi y tridimensional, en la que cada una tenía aspectos estáticos y dinámicos.

Así la inteligencia espacial comprende una cantidad de capacidades relacionadas de manera informal:

- La habilidad para reconocer instancias del mismo elemento.
- La habilidad para transformar o reconocer una transformación de un elemento en otro.
- La capacidad para evocar la imagería mental y luego transformarla.
- La de producir una semejanza gráfica de información espacial.

Estas ocurren juntas, operan como una familia, el uso de cada operación puede reforzar el uso de los demás...la imagería visual y espacial es una fuente primaria del pensamiento(vocero a favor de esta posición es el psicólogo del arte Rudolf Arnheim; en Visual Thinking, donde afirma que las operaciones más importantes del pensamiento provienen en forma directa de nuestra percepción del mundo, en que la visión sirve como un sistema sensorial por excelencia que apuntala y constituye nuestros procesos cognoscitivos)...el pensamiento en verdad productivo en cualquier área de la cognición ocurre en el ámbito de la imagería.⁵⁵

b) DESARROLLO DE LA INTELIGENCIA ESPACIAL

Piaget realizó diversos estudios sobre el desarrollo del entendimiento espacial en los niños...considera la inteligencia espacial como parte integral del retrato general del crecimiento lógico...habló del entendimiento sensomotor del espacio que surge durante la infancia, mostrando 2 habilidades centrales. La apreciación inicial de las trayectorias observadas en los objetos y la capacidad eventual para encontrar el rumbo que uno debe seguir entre diversos sitios; al final de esta etapa los infantes pueden formular imagería mental (imaginar una escena o un evento sin tener que estar allí) considerar como una especie de acción internalizada o imitación diferida. Introdujo una distinción entre el: Conocimiento “figurativo”, en

⁵⁵ Howard Gardner. Las inteligencias múltiples: Estructura de la mente. Fondo de Cultura Económica, Cuarta reimpresión(colombia-2005),pp.186-222,(440 pags)

el que un individuo retiene la configuración de un objeto (como una imagen mental); y el conocimiento “operativo”, en el que se hace más hincapié en transformar la configuración (como en la manipulación de éste tipo de imagen) , se puede distinguir entre las formas hasta cierto punto Estática y Activa del conocimiento espacial.

El joven puede manejarla idea de espacios abstractos o reglas formales que gobiernan el espacio sólo durante **la era de la operación formal**, por el tiempo de la adolescencia. Así el adolescente (o el niño matemáticamente precoz) aprecia la geometría, al poder apenas relacionar el mundo de las imágenes figurables con declaraciones preposicionales, y razonar acerca de las implicaciones de diversas clases de transformación.

Así, vemos una progresión regular en el ámbito espacial, desde la habilidad infantil para moverse en el espacio hasta la habilidad del que comienza a caminar para formar imágenes mentales estéticas, hasta la capacidad del **escolapio** para manipular esas imágenes estéticas y, por último, a la capacidad del adolescente para asociar relaciones espaciales con declaraciones preposicionales. Siendo ya capaz de apreciar todos los arreglos espaciales posibles, el adolescente está en posición favorable para unir las formas de inteligencia lógico matemático y espacial en un solo sistema geométrico o científico. Piaget proporcionó el primer cuadro general del desarrollo espacial, y muchas de sus observaciones y caracterizaciones han resistido la prueba del tiempo. Sin embargo, en su mayor parte se limitó al papel y lápiz, a medir desde el escritorio la habilidad espacial. En tiempos recientes se han hecho estudios acerca del entendimiento espacial más general.⁵⁶

c) CONSIDERACIONES NEUROPSICOLÓGICAS

El resultado de esta tradición de investigación es claro y convincente. Así como en el curso de la evolución quedó seleccionado el Hemisferio Izquierdo del cerebro como el sitio preeminente para el procesamiento lingüístico, así el Hemisferio derecho del cerebro (en particular las porciones posteriores “lóbulo parietal” del mismo hemisferio), es el sitio más importante para el procesamiento espacial y el visual espacial.

⁵⁶ Idem 55.

d) LOS USOS DE LA INTELIGENCIA ESPACIAL

Una posesión invaluable en nuestra sociedad es una inteligencia espacial sutilmente aguda. En algunas empresas esta inteligencia es indispensable, por ejemplo: para un escultor o un topólogo matemático. Es difícil imaginar el progreso en estos dominios sin una inteligencia espacial desarrollada, y hay muchas otras actividades en las que la sola inteligencia espacial no bastaría para producir capacidad pero que proporciona buena parte del ímpetu intelectual necesario.

La contribución de la inteligencia espacial a las ciencias desde luego es potente. Einstein pensaba en términos de imágenes: experimentos del pensamiento, o experimentos realizados en la mente; decía: las palabras del lenguaje escrito y hablado, no parecen desempeñar ninguna función en mis mecanismos del pensamiento. Las entidades psíquicas que parecen servir como elementos en el pensamiento son determinadas señales e imágenes más o menos claras que se pueden reproducir o combinar voluntariamente... Es claro que el conocimiento espacial puede servir a diversidad de fines científicos, como un instrumento útil, un auxiliar para el pensamiento, un modo de capturar información, un modo de formular problemas o el propio medio para resolver el problema. Mcfarlane Smith tiene razón cuando sugiere que, después de que los individuos han logrado determinada facilidad verbal mínima, su destreza en la habilidad espacial es lo que determina hasta dónde progresará uno en las ciencias. Debe recalcarse que la participación en el razonamiento espacial no es uniforme a través de las diversas ciencias, artes y ramas de las matemáticas. La Topología explota el pensamiento espacial en mucho mayor medida que el álgebra. Las ciencias físicas dependen en mayor grado de la habilidad espacial que las ciencias biológicas. Así el que desea dominar estas actividades debe aprender el "lenguaje del espacio" y "a pensar en el medio espacial". Éste pensamiento incluye una apreciación de que el espacio permite la coexistencia de determinadas características estructurales; para muchos pensar en tres dimensiones es como aprender un idioma extranjero. El número 4 ya no es más un dígito mayor que el 3 y menor que el 5, sino el número de vértices y de caras de un tetraedro.

Seis el número de aristas de un tetraedro, el número de caras de un cubo, o el número de vértices de un octaedro.⁵⁷

e) LOS CONTENIDOS ESCOLARES Y LA INTELIGENCIA VISUAL-ESPACIAL

Podemos definir la inteligencia Visual-Espacial como la capacidad con la que alguien identifica la forma de los objetos visualizados desde diferentes ángulos, percibe con precisión el mundo visual, imagina cuerpos geométricos en el espacio y sus probables modificaciones, movimientos o desplazamientos, y también se desplaza en el espacio y crea o recrea aspectos de esa experiencia visual. Es una inteligencia muy desarrollada en arquitectos, diseñadores gráficos, marinos, geógrafos, cartógrafos, especialistas en gráficos y diagramas, y muchos otros profesionales. Todas las personas con una acentuada inteligencia visual-espacial presentan capacidad y sensibilidad para percibir con exactitud el mundo visual-espacial y en él realizar transformaciones. El pensamiento topológico se presenta de manera incipiente en el niño: empieza a desarrollarse de los dos a los cinco años; parece alcanzar su máximo desarrollo cerca de los nueve o diez años, y continúa extremadamente vigoroso hasta la vejez.⁵⁸

Una excelente iniciación a la capacidad visual-espacial consiste en hacer que el estudiante transponga dibujos, pinturas, poesías, imágenes y músicas hacia textos, construya textos o ecuaciones numéricas como verdaderos dibujos arquitectónicos, usando, en la elección de las palabras o números, formas, tipos de letras y colores diferentes. Todo profesor puede proponer, para cualquier ilustración o aun para un texto, su recreación en nuevos tamaños y nuevas formas.

La cartografía trae al aula una serie muy expresiva de señales convencionales. Es siempre interesante proponer que el alumno, delante de un tema que aprende, transforme pensamientos divergentes en pensamientos convergentes. El pensamiento divergente es una actividad contenida en otra función del intelecto humano llamada imaginación, realizando algo nuevo desde cero, o lo mismo, de una manera distinta. **Howard Gardner, Joy Paul Guilford y Robert Sternberg** son psicólogos que han abordado la relación entre creatividad e inteligencia. En el ámbito hispanico, el filósofo

⁵⁷ Idem 55.

⁵⁸CELSO ANTUNEZ, ¿Cómo desarrollar contenidos aplicando las inteligencias múltiples?.SegundaEdición(Julio 2003). Editorial San Benito. pp. 28-30.

José Antonio Marina ha estudiado algunos de los aspectos más importantes de la inventiva y Ricardo Marín Ibáñez ha estudiado este campo en el seno de la Pedagogía.⁵⁹

La construcción de sellos, empleando goma u otro material, representa un valioso estímulo espacial. Es innecesario decir que estos sellos tienen que retratar temas debatidos en clase.

2.3. DEFINICIONES CONCEPTUALES

APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO

Es el aprendizaje sustancial que articula los conocimientos, con las estructuras cognitivas previas. Este proceso no se lleva a cabo de manera arbitraria ni de memoria, si no que interviene la comprensión. El aprendizaje significativo no se puede producir aisladamente si no que se conecta con los conocimientos ya aprendidos, teniendo en cuenta situaciones de aprendizaje.

COMPETENCIA MATEMÁTICA

La competencia matemática es entonces un saber actuar en un contexto particular, que nos permite resolver situaciones problemáticas reales o de contexto matemático. Un actuar pertinente a las características de la situación y a la finalidad de nuestra acción, que selecciona y moviliza una diversidad de saberes propios o de recursos del entorno. Eso se da mediante determinados criterios básicos.

⁵⁹. Idem 55.

ENSEÑANZA – APRENDIZAJE

Es el proceso por el cual las personas se relacionan dentro de un medio socio-cultural. Profesor-estudiante asume un compromiso para desarrollar destrezas y habilidades. El maestro orienta, para facilitar el aprendizaje proporcionando los medios y materiales para lograrlo

ESTRATEGIAS DE APRENDIZAJE

Es un modo de proceder que conduce a una meta y que, al principio él es utilizado conscientemente, paulatinamente es automatizado, pero permanece con la capacidad de volverse consciente.

GEOMETRÍA DESCRIPTIVA

Parte de las matemáticas que tiene por objeto representar en proyecciones planas las figuras del espacio a manera de poder resolver con la ayuda de la geometría plana, los problemas en que intervienen tres dimensiones es decir representar en él las figuras de los sólidos.

INTELIGENCIA ESPACIAL

Es la capacidad para percibir de manera exacta la información visoespacial, transformarla y modificarla y recrear imágenes visuales incluso sin referencia al estímulo físico original. La resolución de problemas espaciales aparece en el uso de mapas, en la visualización de un objeto visto desde ángulos diferentes, en el juego del ajedrez. Pero no depende de las sensaciones visuales únicamente, los ciegos también la usan. Hay profesiones como los marineros, ingenieros, cirujanos, arquitectos,

escultores, pintores,...que tienen una inteligencia espacial altamente desarrollada.

METODOLOGÍA ACTIVA

Es toda actividad compuesta por un conjunto de estrategias generadas por el docente que involucra la participación activa de los alumnos en interacción Ideológica y sintética con la actividad del docente.

PENSAMIENTO

Generalmente se entiende por pensamiento el resultado de una forma peculiar de acción. Por lo general se pone en marcha esa acción ante una situación paralela en la que no hay una respuesta inmediata, pero que exige solución; el resultado de pensar es una situación individual más o menos innovadora a la situación concreta a la que se origina y producido por una mente que elabora la información sensible y construye representaciones más generales y abstractas que simbolizan y construyen a los objetos.

PENSAMIENTO ESPACIAL

El pensamiento espacial es parte de todas las formas de conocimiento, necesariamente incluye al pensamiento visual. Nuestro cerebro evidencia preponderancia de redes video espacial. Explorar, ampliar, reducir, y rotar, son procesos complementarios de pensamiento video espacial. Para el pensamiento espacial es necesario percibir visualmente con exactitud, y saber realizar modificaciones y

transformaciones de la experiencia visual, aún si sólo fuera con la imaginación.

PENSAMIENTO CONVERGENTE

Es un proceso intelectual que el organismo realiza sobre una información dada, para producir una información determinada completamente por la primera información. Es una búsqueda de imperativos lógicos. En el pensamiento convergente se siguen las pautas trazadas y se avanza en el sentido impuesto por las premisas y condiciones previstas hacia el objeto previsto. En suma el pensamiento convergente determina la extracción de deducciones a merced a la información recibida. Las respuestas del pensamiento convergente son en general únicas, salvo conmutatividades, o limitadas en número.

PENSAMIENTO DIVERGENTE

Es un proceso intelectual que el organismo realiza a partir de una información dada tendiente a producir variedad y cantidad de información partiendo de la misma fuente. Es una búsqueda de alternativas lógicas. Es un proceso encaminado a buscar algo nuevo partiendo de contenidos anteriores. Esta forma de actuación mental se caracteriza por la búsqueda, ante un problema de las posibles e inhabituales soluciones. Como contrapuestos a los de convergente se requieren la producción de múltiples soluciones posibles más que una única respuesta correcta.

PERCEPCIÓN

Limitando el estudio de las percepciones sólo al campo visual, diremos que, es la sensación interior de conocimiento aparente que resulta de un estímulo o impresión luminosa registrada en nuestros ojos. La percepción pertenece al mundo individual interior, al proceso psicológico de la interpretación y al conocimiento de las cosas y los hechos. Identificar la realidad por las impresiones que se producen en nuestros sentidos es una de las más firmes evidencias de la misteriosa perfección de la mente humana. La diferencia entre las sensaciones recibidas y la realidad del mundo físico que nos rodea, la explica la psicología, aunque están implicadas otras muchas ciencias, como la geometría, la física o la biología. Las formas físicas de los objetos pugnan con las formas proyectivas de la representación de los mismos; así, los objetos circulares como ruedas, platos, vasos..., rara vez se ven como círculos y casi siempre como eclipses cambiantes con las que se identifican fácilmente.

VISUALIZACIÓN

Proceso de formarse imágenes mentales, para el descubrimiento y comprensión de nociones matemáticas. Opera con el funcionamiento de las estructuras cognitivas, las relaciones entre las diversas representaciones de un objeto matemático y además intervienen en una determinada cultura. En síntesis es un proceso en el cual la percepción de imágenes estimula el pensamiento abstracto.

2.4. BASES EPISTÉMICAS

La investigación toma como perspectiva el modelo Empirismo - Experimentalismo basado en someter los procesos de estudio a prueba (control), para su posterior evaluación y aprobación, resultando con ello la comprobación de teorías, generación del nuevo conocimiento.

“Ningún fenómeno puede comprenderse adecuadamente fuera del contexto en que se realiza. Por esta razón hay un rechazo a los experimentos y se insiste en que la investigación ha de llevarse a cabo en situaciones naturales. Siendo así son múltiples los aspectos de la realidad que a lo largo de nuestra vida podemos desear llegar a conocer. Para conseguir este fin se utilizan métodos de conocimiento diferentes entre sí, cada uno de los cuales tiene diferentes criterios de verdad y se basan en fuentes diferentes. Siendo así que en el empirismo las proposiciones han de hacerse sobre datos observables (medibles), y han de demostrarse con hechos (los datos empíricos como criterio de verdad.”⁶⁰

a) LA EPISTEMOLOGÍA GENÉTICA DE PIAGET

En la adolescencia, a partir de los 12 años, se empieza a razonar de manera más abstracta y se pueden utilizar representaciones de la realidad sin manipularla directamente. Comienza lo que el autor denomina pensamiento formal.

⁶⁰ Aliaga Abad, Francisco M. Bases epistemológicas y proceso de investigación psicoeducativa. Universidad de Valencia-España.1998. p.21,22,26.

Las habilidades intelectuales que caracterizan esta etapa están íntimamente relacionadas con los requerimientos que se exigen para el aprendizaje de las ciencias. Se es capaz de comprobar hipótesis, controlar variables o utilizar el cálculo combinatorio. Esta consideración hizo pensar que el aprendizaje científico sólo era posible si los alumnos habían adquirido el nivel de desarrollo formal (Martín 1992, Carretero 1993). Para Piaget el mecanismo básico de adquisición de conocimientos consiste en un proceso en el que las nuevas informaciones se incorporan a los esquemas o estructuras preexistentes en la mente de las personas, que se modifican y reorganizan según un mecanismo de asimilación y acomodación facilitado por la actividad del estudiante.⁶¹

b) LA TEORÍA DE LA GESTALT

Para los psicólogos gestaltistas en el proceso de aprendizaje la experiencia y la percepción son más importantes que las respuestas específicas dadas a cada estímulo. La experiencia y la percepción encierran la totalidad del comportamiento y no simplemente respuestas aisladas y específicas. Cuando un individuo comienza un aprendizaje dispone de un conjunto de actitudes, habilidades, expectativas sobre su propia capacidad de aprender conocimientos, y percibe la situación de aprendizaje de una forma particular, distinta de la percepción de otros. De allí que el éxito en el aprendizaje depende de experiencias anteriores.

Forman parte de la corriente gestáltica, además de Wertheimer, Wolfgang Kohler y Kurt Koffka, lo que en conjunto forman la denominada Escuela de Berlín. El aprendizaje, en la orientación de estos psicólogos, ocurre por Insight, esto es, por una especie de comprensión repentina a la que se llega después de tentativas infructuosas en busca de una solución. Por ejemplo, en los casos en que estamos tratando de resolver un problema matemático y no damos con la solución, o en otro en el que buscamos un objeto y no

⁶¹Juana Nieda - Beatriz Macedo. Un currículo científico para estudiantes de 11 a 14 años. Biblioteca virtual de la OEI. [Seriada en línea] 2005.p 7. Disponible en <http://espistemicas/fuentes.htm>.

recordamos el lugar en que lo dejamos. Después de haber abandonado la tarea o la búsqueda, de manera repentina e inesperada encontramos la solución o recordamos el lugar donde dejamos el objeto. Es decir el aprendizaje por Insight o aparición repentina de la solución, nos muestra que el aprendizaje ocurre como la consecuencia de una comprensión global de la situación y una percepción de sus elementos más significativos. Por eso se considera que en el trabajo docente la teoría de la Gestalt es más rica que la teoría del condicionamiento por cuanto intenta explicar aspectos ligados a la solución de problemas y sobre todo porque trata de entender, la totalidad del comportamiento y no sólo la relación estímulo-respuesta.⁶²

La teoría de la Gestalt sugiere la necesidad de plantear las situaciones educativas en general y de aprendizaje en particular teniendo presentes (sic) la situación en su conjunto. El primer contacto con una nueva realidad ha de ser vivida de manera "correcta", esto es, de modo que en el sujeto le quede impregnada una "buena forma". Si las primeras experiencias en una escuela o en el aprendizaje de una materia son negativas, será difícil superar luego esa impresión. Es la aplicación pedagógica del viejo adagio de la vida social que habla de la necesidad de "causar buena impresión desde el primer momento"⁶³

c) EL ENFOQUE COGNITIVO

Constituye una corriente psicológica que privilegia los procesos internos como el pensamiento, la memoria, la percepción, la atención en la formación de la actividad mental y la formación del conocimiento. Desde la perspectiva del cognitivismo el aprendizaje estudia la actividad mental humana y su producto: el conocimiento.

John Dewey, quien elaboró inicialmente la teoría cognitiva concibe el aprendizaje, como una solución de problemas. Es a través de la solución de problemas de la vida cotidiana que los sujetos se ajustan al ambiente. Por eso es que este paradigma

⁶² Luis Facundo Antón. Teorías Contemporáneas Del Aprendizaje. Pp.7.14.

⁶³ Fabrizio Fallas Vargas. GESTALT Y APRENDIZAJE. Revista Electrónica publicada por el Instituto de Investigación en Educación Universidad de Costa Rica. Volumen 8, Número 1, Año 2008, ISSN 1409-4703.pp.7. <http://revista.inie.ucr.ac.cr>.

formula que en la escuela se debe desarrollar los procesos de pensamiento del estudiante y mejorar su capacidad para resolver problemas cotidianos.

d) EL CONSTRUCTIVISMO

Es un paradigma que integra un conjunto de teorías psicológicas y pedagógicas. Estas teorías coinciden en reconocer que el objetivo principal del proceso educativo es el Desarrollo Humano, sobre el cual deben incidir los contenidos educativos. "Se llama Constructivismo al proceso y resultado de la práctica educativa, en el sentido de que los nuevos aprendizajes se incardinan y estructuran sobre los anteriores de una forma activa y potencialmente creadora y no meramente acumulativa. El proceso es interactivo entre todos los elementos y variables que intervienen en el mismo y pretende explicar la calidad del aprendizaje».

El aprendizaje opera mediante la estimulación de tres elementos: la disposición o capacidad para atender las demandas de ciertas tareas, la actividad instrumental, o recursos que utilizan en el acto de aprendizaje, y los conocimientos previos, es decir los contenidos que actualizan el aprendizaje cuando se adquieren nuevos contenidos.

CAPITULO III

METODOLOGÍA

3.1. TIPO DE INVESTIGACIÓN:

La investigación realizada según su finalidad es de tipo aplicada ya que con el presente trabajo se contribuyó a mejorar el desarrollo del pensamiento espacial, organizando el proceso del aprendizaje con el Modelo de Van Hiele.⁶⁴

3.2. NIVEL DE INVESTIGACIÓN:

Es Experimental, ya que se aplicó un programa para mejorar la situación problemática, que dio origen al estudio de la investigación.⁶⁵

3.3. DISEÑO Y ESQUEMA DE LA INVESTIGACIÓN:

El diseño usado es: "CUASIEXPERIMENTAL", donde los sujetos no fueron asignados al azar en el grupo, sino que dichos grupos ya estaban formados antes del experimento (grupo intactos). Se establece antes del experimento la igualdad de los grupos (equiparables: sujetos con características similares). Se tomó el diseño cuasi-experimental; ya que esto se emplea en situaciones en las cuales es difícil o casi imposible el control experimental riguroso. Una de estas situaciones es

⁶⁴Carrasco Díaz, Sergio. Metodología de la investigación científica. Segunda ed. Lima, Perú. Editorial San Marcos; 2009. p.42.

⁶⁵ IDEM

precisamente el ambiente en el cual se desarrolla la educación y el fenómeno social en general...⁶⁶

Esquema usado:

G₁ : O₁ X O₂

G₂ : O₃ --- O₄

G₁: Grupo intacto (experimental).

G₂: Grupo intacto (de control).

O₁; O₃ : Observaciones de la variable dependiente (medición) antes de aplicar X al grupo experimental.

O₂; O₄: Observaciones de la variable dependiente luego del experimento.

X: Aplicación de la Variable Independiente (Modelo de van Hiele)

3.4. POBLACIÓN Y MUESTRA

Población

Estuvo constituido por los estudiantes matriculados en la Institución Educativa “Javier Pérez de Cuellar”- Monzón-Huánuco 2011, que hacen un total de 270.

CUADRO N° 01

ESTUDIANTES DEL CUARTO GRADO “A” Y “B” DE LA I.E.JAVIER PÉREZ DE CUELLAR MATRICULADOS EN EL AÑO 2011.

SECCIÓN	A	B	C	TOTAL
1 ^o	24	25	19	68

⁶⁶CochachiQuispe, Jesús N. Metodología de la Investigación Pedagógica. Lima, Perú. Editorial Maxi service S.M.P; 2009.p.101.

2º	31	34	-	65
3º	29	26	-	55
4º	20	17	-	37
5º	19	26	-	45
Total	123	128	-	270

Fuente: Nóminas de Matricula de la Institución Educativa "Javier Pérez de Cuellar"- Monzón-Huánuco 2011.
Elaboración: El tesista.

Muestra

La muestra por conveniencia, lo constituyeron los estudiantes del Cuarto Grado, que fueron elegidos según los objetivos de la investigación y el criterio del investigador, haciendo un total de 37 estudiantes como se muestra en el cuadro.

CUADRO N° 02

ESTUDIANTES DEL CUARTO GRADO "A" Y "B" DE LA I.E. JAVIER PÉREZ DE CUELLAR MATRICULADOS EN EL AÑO 2011.

Grupos	Sección	Mujeres	Varones	Muestra
G. Control	A	11	09	20
G. Experimental	B	06	11	17
Total		17	20	37

Fuente: Nóminas de Matricula del Institución Educativa "Javier Pérez de Cuellar"- Monzón-Huánuco 2011.
Elaboración: El tesista.

Tipo de muestra

La muestra estuvo compuesta por estudiantes de las secciones "A" y "B" del 4º grado, siendo no probabilístico y se tuvo en cuenta el criterio de exclusión, que afectó a aquellos estudiantes que inasistieron en más de una sesión experimento, quedando un total de 34 estudiantes (17 en cada grupo)

3.5. INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE DATOS

Para el desarrollo de la presente investigación se seleccionaron y validaron los instrumentos:

a) Para la variable independiente:

- **Módulo de aprendizaje**

Confeccionado de acuerdo a las exigencias y criterios del modelo de Van Hiele. Adecuado a los procesos pedagógicos que recomienda el MED en el DCN.

b) Para la variable dependiente:

- **Prueba educativa:** El diseño de estas pruebas constituyó la herramienta fundamental para la obtención de datos y la comprobación de la hipótesis, se elaboró en función a las dimensiones e indicadores de la variable dependiente. Constó de dos observaciones, lo que se adjunta en el anexo N° 03.

- Observación de entrada (Preprueba)

- Observación de salida (Posprueba)

3.6. DEFINICIÓN OPERATIVA DEL INSTRUMENTO DE RECOLECCIÓN DE DATOS

VARIABLES	DIMENSIONES	INDICADORES	PESO	Nº DE ÍTEMS	ÍTEMS	INSTRUMENTO	CRITERIO DE EVALUACIÓN
DEPENDIENTE Desarrollo del pensamiento espacial en el área de matemática	Construcción y representación mental de objetos del espacio.	1. Crea construcciones en tres dimensiones a partir de elementos y gráficos bidimensionales	20%	4	1. Completa la figura, obteniendo un triángulo a partir de las piezas mostradas	Prueba educativa	Escalas valorativas De respuesta abierta Del ítem 1 a 18 Nada: 0,00 Regular: 0,50 Bueno: 1,00 El ítem 19 Nada: 0,00 Regular: 1,00 Bueno: 2,00 Los ítems 3 y 9 de respuesta cerrada Nada: 0,00 Bueno: 1,00
		2. Reproduce gráficamente objetos observados y prevé algunas más a aquellos.			2. Observa el siguiente objeto y reproduzca gráficamente.		
		3. Identifica figuras bidimensionales y tridimensionales en distintas posiciones a lo observado, abstrayendo partes de los mismos que no son visibles directamente			3. Identifica la figura que sea igual al mostrado.		
		4. Dibuja figuras en distintas posiciones a lo observado con diferentes tamaños.			4. Dibuja la figura observada, justo debajo del avión.		
	Manipulación de objetos del espacio.	5. Arma objetos (siluetas) de diferentes tipos en un tiempo estimado	20%	4	5. Con cuatro triángulos equiláteros forma la siguiente figura		
		6. Grafica objetos geométricos en base a instrucciones.			6. Dibuja de acuerdo a la siguiente instrucción.		
		7. Demuestra habilidades para representar objetos tridimensionales desde diferentes perspectivas.			7. Dibuja la forma que da la figura visualizada de los lados A, B y C.		
		8. Distribuye espacios en un cuaderno o papelógrafo en el salón de clase, en la casa.			8. Distribuya el espacio de una sala de estudio según las pertenencias.		
	Relación entre objetos del espacio	9. Selecciona objetos de formas semejantes de un grupo de figuras.	20%	4	9. Encuentra la cantidad de objetos, dado el gráfico		
		10. Descubre y describe semejanzas y diferencias entre diversos objetos.			10. Descubra y describa semejanzas entre las siguientes figuras.		
		11. Clasifica las formas geométricas que están presentes en la naturaleza y en las construcciones.			11. Observa la siguiente construcción y dibuja algunas partes que lo componen según su forma.		
		12. Describe las características de los objetos en el espacio considerando términos relacionados con forma y tamaño (corto, grande, mayor, etc), posición (encima, a la derecha, cerca, etc).			12. Dibuja el sólido producido al girar el gráfico.		
	Transformación Y representación de objetos del espacio.	13. Distingue simetrías de objetos en distintas situaciones	40%	7	13. Descubra y traza el eje de simetría de cada figura.		
		14. Elabora trazos y proyecciones de objetos geométricos.			14. Proyecta (unir) los puntos y construir una figura geométrica.		
		15. Grafica cortes y transformación de objetos.			15. Completa las partes de las figuras recortadas.		
		16. Identifica sombras que un cuerpo produce.			16. Grafica las sombras que proyectadas por los objetos.		
		17. Desarrolla habilidades para visualizar-concretamente e imaginariamente-efectos de reflexión e inversión de objetos.			17. Observa el siguiente objeto y grafica en forma invertida.		
		18. Realiza descripciones y diseños (planos) de su casa, del lugar de estudio, del camino recorrido hacia uno u otro lugar (direcciones).			18. Dibuja la imagen del objeto en el espejo. 19. Diseña una construcción moderna.		

VARIABLE	DIMENSIONES	INDICADORES	INSTRUMENTO	ESCALA DE MEDICION
<p>VARIABLE MODELO DE VAN HIELE</p>	<p>NIVELES DE CONOCIMIENTO</p>	<p>NIVEL I: Visualiza y describe la forma de los objetos geométricos.</p> <p>NIVEL II: Analiza y describe los componentes y las propiedades de una figura.</p> <p>NIVEL III: Ordena y define las propiedades y relaciones entre las figuras geométricas.</p> <p>NIVEL IV: Desarrolla secuencia de proposiciones lógicas para deducir propiedades.</p>	<p>MODULO DE APRENDIZAJE</p>	<p>NOMINAL</p> <p>SI</p> <p>NO</p>
	<p>SECUENCIA DIDÁCTICA</p>	<p>A) ACTIVIDADES DE INICIO</p> <p>B) ACTIVIDADES CENTRALES(incluye los cuatro niveles de conocimiento)</p> <p>C) ACTIVIDAD FINAL</p> <p>D) EVALUACION</p> <p>E) ACTIVIDAD DE EXTENSIÓN</p>	<p>SESIONES DE APRENDIZAJE</p>	

3.7. TÉCNICAS DE RECOJO

Para la recolección de los datos se usó la técnica de la evaluación educativa con su instrumento la prueba educativa que consistió de 19 reactivos, 17 de respuesta abierta y 2 de respuesta cerrada las que fueron calificadas en una escala como se muestra en el anexo N° 04, al que fueron sometidos el grupo experimental y de control; antes y después de la aplicación del modelo de Van Hiele

3.8. APLICACIÓN DEL EXPERIMENTO, PROCESAMIENTO Y PRESENTACIÓN DE DATOS

Luego de la validación del instrumento de medición (prueba educativa), por juicio de expertos se realizó el ajuste de los datos primarios.

Consiguientemente se recogió información a través de una prueba educativa a los estudiantes de la muestra, sobre el desarrollo de su pensamiento espacial, tanto el pre test y pos test a los dos grupos: GE y GC.

Para la respectiva tabulación, los resultados de la variable en investigación fueron agrupados y presentados en cuadros de doble entrada con intervalos y gráficos estadísticos de distribución de frecuencias y porcentajes, luego procesados utilizando las herramientas informáticas como: Ms Word y Ms Excel.

Los datos procesados son presentados en cuadros estadísticos y gráfico de barras y columnas de acuerdo a las dimensiones de la variable en investigación.

3.9. TÉCNICAS PARA EL ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE DATOS

Distribución de frecuencias.- Se calculó los valores de las frecuencias absoluta y porcentual de las dimensiones de la variable en estudio.

Estadígrafos de resumen.- Se calculó la media de la prueba de entrada y salida de ambos grupos en estudio.

Estadística inferencial.- Para verificar la prueba de hipótesis se realizó un análisis inferencial por medio de la prueba t, para establecer si existen o no diferencias en el momento de la prueba de entrada y de salida entre los grupos experimental y control en función de las variables de estudio. Se aplicó la prueba de diferencias de medias usando la distribución normal, porque la hipótesis se ha formulado con dos medias poblacionales y los datos son dos medias muestrales.

3.10. TÉCNICAS PARA LA PRESENTACIÓN DE DATOS

Para la presentación de datos se utilizaron cuadros de doble entrada y el gráfico de barras, donde se incluyeron las escalas valorativas para las dimensiones de la variable en investigación relacionadas con la frecuencia porcentual y relativa.

3.11. TÉCNICAS PARA EL INFORME FINAL

Para la redacción del informe final se tuvo en cuenta las pautas establecidas en el reglamento de grados y títulos de la escuela de postgrado, y fue procesado utilizando el sistema computarizado con el paquete estadístico Excel y el procesador de texto Word.

CAPITULO IV

RESULTADOS

El procesamiento de los resultados se realizó teniendo en cuenta los niveles de logro propuesto por Ministerio de Educación en el Diseño Curricular Nacional (DCN-2009) y los Términos de Referencia del Programa Nacional de Formación y Capacitación Permanente (PRONAFCAP 2011), tal como se muestra en la tabla:

Nivel Educativo Tipo de Calificación	Escalas de Calificación	Descripción
Educación Secundaria Numérica y descriptiva	BÁSICO 20 – 18	Cuando el estudiante evidencia el logro de los aprendizajes previstos, demostrando incluso un manejo solvente y muy satisfactorio en todas las tareas propuestas.
	INTERMEDIO 17 – 14	Cuando el estudiante evidencia el logro de los aprendizajes previstos en el tiempo programado.
	SUFICIENTE 13 – 11	Cuando el estudiante está en camino de lograr los aprendizajes previstos, para lo cual requiere acompañamiento durante un tiempo razonable para lograrlo.
	DESTACADO 10 – 00	Cuando el estudiante está empezando a desarrollar los aprendizajes previstos o evidencia dificultades para el desarrollo de éstos y necesita mayor tiempo de acompañamiento e intervención del docente de acuerdo con su ritmo y estilo de aprendizaje.

4.1. PRESENTACIÓN DE LOS RESULTADOS DEL TRABAJO DE CAMPO POR DIMENSIONES

CUADRO Nº 03

**RESULTADOS DEL PRETEST Y POSTEST DEL GRUPO CONTROL EN EL
DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ESPACIAL POR DIMENSIONES DE LOS
ESTUDIANTES DEL CUARTO GRADO “A” Y “B” DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA
“JAVIER PÉREZ DE CUELLAR” DE MONZÓN – 2011**

COD IGO	CONSTRUCCIÓN Y REPRESENTACION MENTAL DE OBJETOS DEL ESPACIO	MANIPULACIÓ N DE OBJETOS DEL ESPACIO	RELACIÓ N ENTRE OBJETOS DEL ESPACIO	TRANSFORMACIÓ N Y REPRESENTACIÓ N DE OBJETOS DEL ESPACIO	RESUL TADO PROME DIO	RESUL TADO PROME DIO

	PRETEST	POSTEST	PRETEST	POSTEST	PRETEST	POSTEST	PRETEST	POSTEST	PRETEST	POSTEST
1	12,5	17,5	12,5	10	15	10	6,25	12,5	0,3	12,5
2	12,5	17,5	10	7,5	12,5	7,5	7,5	11,3	10,6	11,0
3	5	12,5	5	12,5	10	5	11,3	8,75	7,8	9,7
4	12,5	17,5	15	15	10	10	7,5	8,75	11,3	12,8
5	15	17,5	12,5	5	7,5	7,5	11,3	13,8	11,6	11,0
6	5	7,5	2,5	7,5	5	5	3,75	8,75	4,1	7,2
7	20	20	17,5	15	12,5	15	13,8	17,5	16,0	16,9
8	2,5	7,5	2,5	5	10	5	5	6,25	5,0	5,9
9	15	7,5	5	5	12,5	10	2,5	8,75	8,8	7,8
10	7,5	7,5	5	7,5	2,5	2,5	6,25	7,5	5,3	6,3
11	10	12,5	7,5	7,5	5	5	6,25	8,75	7,2	8,4
12	12,5	12,5	12,5	10	10	10	8,75	10	10,9	10,6
13	10	12,5	12,5	10	12,5	10	8,75	12,5	10,9	11,3
14	12,5	17,5	17,5	12,5	10	12,5	11,3	15	12,8	14,4
15	12,5	12,5	12,5	10	7,5	7,5	7,5	10	10,0	10,0
16	15	17,5	7,5	12,5	12,5	12,5	13,8	13,8	12,2	14,1
17	10	7,5	5	7,5	5	7,5	5	8,75	6,3	7,8

Fuente: Registro de notas por dimensiones e indicadores administrada el 20/09/2011 y 29/11/2011 (ANEXO N°04)

Elaboración: El investigador

CUADRO N° 04

RESULTADOS DEL PRETEST Y POSTEST DEL GRUPO EXPERIMENTAL EN EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ESPACIAL POR DIMENSIONES DE LOS ESTUDIANTES DEL CUARTO GRADO "A" Y "B" DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA "JAVIER PÉREZ DE CUELLAR" DE MONZÓN – 2011

CODIGO	CONSTRUCCIÓN Y REPRESENTACION MENTAL DE OBJETOS DEL ESPACIO		MANIPULACIÓN DE OBJETOS DEL ESPACIO		RELACIÓN ENTRE OBJETOS DEL ESPACIO		TRANSFORMACIÓN Y REPRESENTACIÓN DE OBJETOS DEL ESPACIO		RESULTADO PROMEDIO	RESULTADO PROMEDIO
	PRETEST	POSTEST	PRETEST	POSTEST	PRETEST	POSTEST	PRETEST	POSTEST	PRETEST	POSTEST
1	12,5	17,5	7,5	15	7,5	12,5	7,5	11,3	8,8	14,1
2	7,5	12,5	10	15	5	12,5	6,25	11,3	7,2	12,8
3	5	15	7,5	12,5	7,5	7,5	7,5	11,3	6,9	11,6

4	10	15	10	17,5	10	7,5	12,5	15	10,6	13,8
5	17,5	20	17,5	15	10	12,5	8,75	12,5	13,4	15,0
6	7,5	12,5	10	10	7,5	10	3,75	10	7,2	10,6
7	12,5	12,5	7,5	12,5	10	12,5	7,5	10	9,4	11,9
8	15	15	12,5	15	10	12,5	10	11,3	11,9	13,5
9	12,5	15	10	20	15	15	10	15	11,9	16,3
10	10	15	12,5	10	12,5	10	3,75	11,3	9,7	11,6
11	7,5	12,5	7,5	10	7,5	10	5	12,5	6,9	11,3
12	15	12,5	7,5	15	2,5	12,5	7,5	10	8,1	12,5
13	2,5	7,5	10	12,5	12,5	15	6,25	12,5	7,8	11,9
14	12,5	17,5	7,5	15	12,5	12,5	10	15	10,6	15,0
15	2,5	12,5	5	10	5	7,5	5	8,75	4,4	9,7
16	10	15	2,5	12,5	5	15	8,75	11,3	6,6	13,5
17	5	12,5	7,5	15	10	15	10	13,8	8,1	14,1

Fuente: Registro de notas por dimensiones e indicadores administrada el 20/09/2011 y 29/11/2011 (ANEXO N° 04)

Elaboración: El investigador

CUADRO N° 05

RESULTADOS DE LA PREPRUEBA Y POSPRUEBA ADMINISTRADA AL GRUPO EXPERIMENTAL REFERENTE A LA DIMENSIÓN: CONSTRUCCIÓN Y REPRESENTACIÓN MENTAL DE OBJETOS DEL ESPACIO.

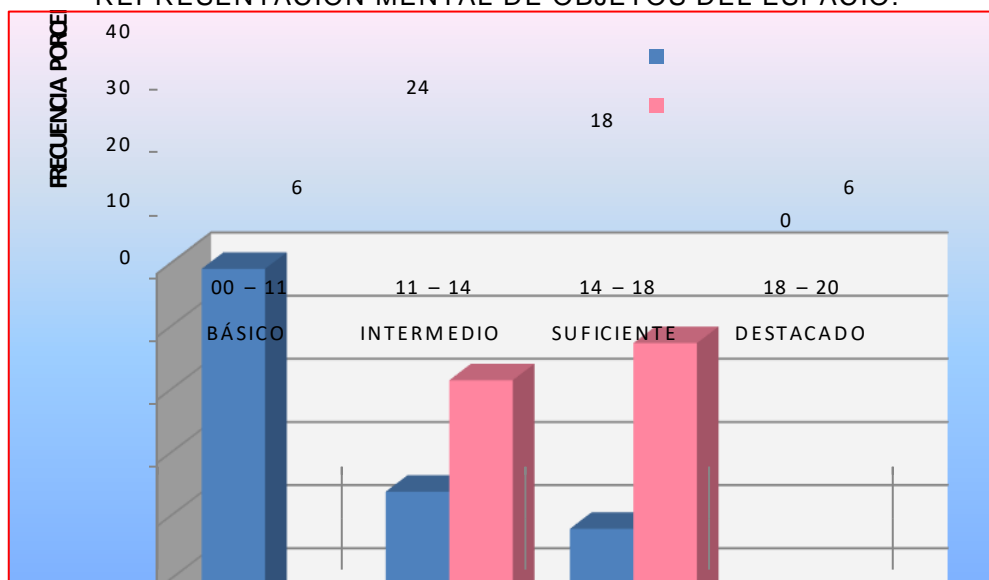
NIVEL DE LOGRO	INTERVALOS	PRUEBA DE ENTRADA		PRUEBA DE SALIDA	
	[)	fi	%	fi	%
BÁSICO	00 – 11	10	59	1	6
INTERMEDIO	11 – 14	4	24	7	41
SUFICIENTE	14 – 18	3	18	8	47
DESTACADO	18 – 20	0	0	1	6
TOTAL		17	100	17	100

Fuente: Cuadro N° 04.

Elaboración: El tesista.

GRÁFICO N° 01

RESULTADOS DE LA PREPRUEBA Y POSPRUEBA APLICADO AL GRUPO EXPERIMENTAL REFERENTE A LA DIMENSIÓN: CONSTRUCCIÓN Y REPRESENTACIÓN MENTAL DE OBJETOS DEL ESPACIO.



Fuente: Cuadro N° 05

Elaboración: El tesista.

Del cuadro y gráfico, se observa, que 10 estudiantes que representan el 59% de la muestra pertenecientes al grupo experimental obtuvieron notas entre 00 y 10, y que según la escala valorativa del DCN la mayoría de los estudiantes tienen dificultades en cuanto al manejo del pensamiento espacial, y otros 4 estudiantes (24%) obtuvieron notas entre 11 y 13; y 3 estudiantes (18%) obtuvieron notas entre 14 y 17, lo que significa que son pocos los estudiantes que evidencian logros en cuanto a la construcción en un espacio tridimensional, identificar figuras en distintas posiciones a lo observado, etc; siendo así es de suma importancia atender las capacidades mencionadas.

En relación a la Posprueba, se observa que de 17 estudiantes del grupo experimental, en cuanto al manejo del pensamiento espacial relacionado a la construcción y representación mental de objetos en el espacio; 1 estudiante (6%) obtuvo la nota entre los intervalos 00 y 10, 7 estudiantes (41%) obtuvieron notas comprendidas entre 11 y 13, 8 estudiantes (47%) obtuvieron notas entre 14 y 17 y sólo 1 estudiante(6%) obtuvo un calificación entre 18 y 20, evidenciándose una notable mejoría en esta dimensión en relación a la preprueba.

CUADRO N° 06

RESULTADOS DE LA PREPRUEBA Y POSPRUEBA ADMINISTRADA AL GRUPO EXPERIMENTAL REFERENTE A LA DIMENSIÓN: MANIPULACIÓN DE OBJETOS DEL ESPACIO.

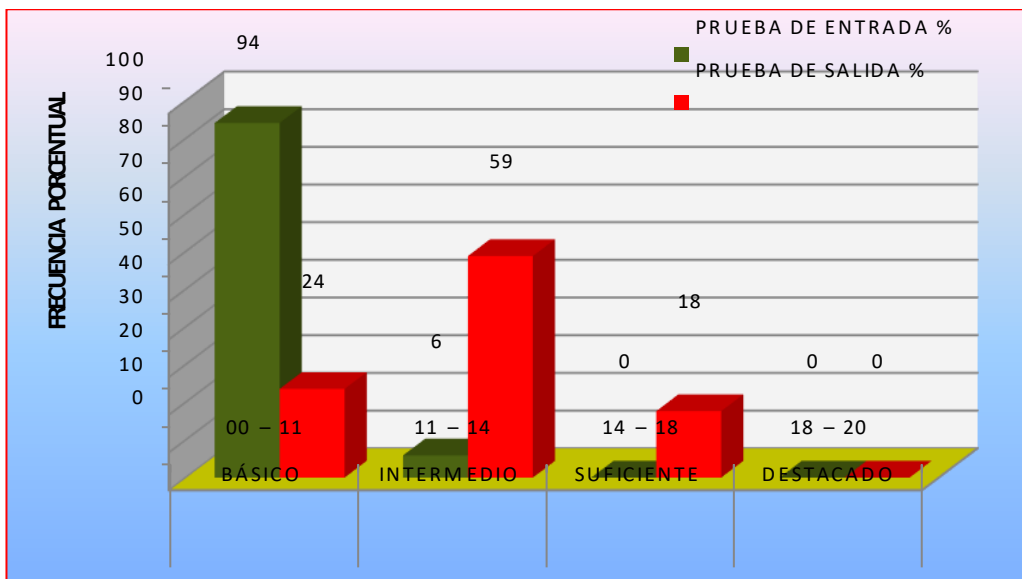
NIVEL DE LOGRO	INTERVALOS	PRUEBA DE ENTRADA		PRUEBA DE SALIDA	
	[)	fi	%	fi	%
BÁSICO	00 – 11	14	82	4	24
INTERMEDIO	11 – 14	2	12	4	24
SUFICIENTE	14 – 18	1	6	8	47
DESTACADO	18 – 20	0	0	1	6
TOTAL		17	100	17	100

Fuente: Cuadro N° 04

Elaboración: El tesista.

GRÁFICO N° 02

RESULTADOS DE LA PREPRUEBA Y POSPRUEBA APLICADO AL GRUPO EXPERIMENTAL REFERENTE A LA DIMENSIÓN: MANIPULACIÓN DE OBJETOS DEL ESPACIO.



Fuente: Cuadro N° 06.

Elaboración: El tesista.

Según el cuadro N° 06, del total de estudiantes(17) de la muestra pertenecientes al grupo experimental; 14 estudiantes(82%) obtuvieron notas entre 00 y 10 que corresponde al nivel de logro Básico, 2 estudiantes(12%) obtuvieron notas entre 11 y 13 que corresponde al nivel de logro intermedio y un solo estudiante(6%) obtuvo una nota entre 14 y 17; lo que significa que la gran mayoría de estudiantes se encuentran con evidentes dificultades en cuanto a afrontar actividades tales como: armar rompecabezas en un tiempo estimado, representar objetos tridimensionales, etc. De la posprueba de la muestra del grupo experimental 4 estudiantes (24%) obtuvieron notas entre 00 y 11, otros 4 estudiantes (24%) entre 11 y 13; desde luego se observa que 8 estudiantes que representan el 47% obtuvieron calificaciones entre 14 y 17 y sólo 1 estudiante(6%) obtuvo una nota entre 18 y 20 lo que demuestra que la mayoría de los estudiantes con respecto a la preprueba han logrado avances en cuanto se refiere a manipular objetos en el espacio tridimensional.

CUADRO N° 07

RESULTADOS DE LA PREPRUEBA Y POSPRUEBA ADMINISTRADA AL GRUPO EXPERIMENTAL REFERENTE A LA DIMENSIÓN: RELACIÓN ENTRE OBJETOS DEL ESPACIO.

NIVEL DE LOGRO	INTERVALOS	PRUEBA DE ENTRADA	PRUEBA DE SALIDA
----------------	------------	-------------------	------------------

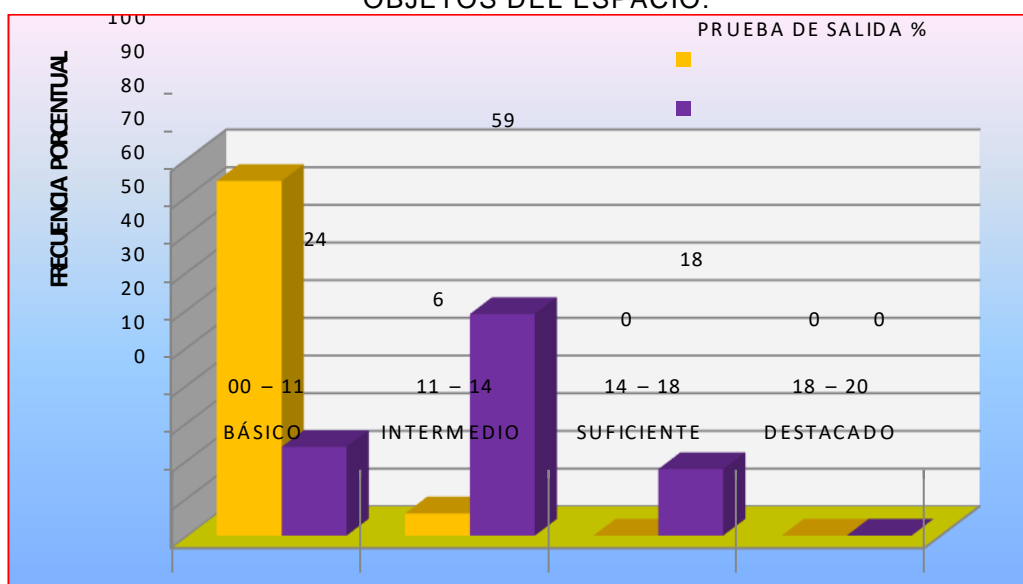
	[>	fi	%	fi	%
BÁSICO	00 – 11	13	76	9	52
INTERMEDIO	11 – 14	3	18	4	24
SUFICIENTE	14 – 18	1	6	4	24
DESTACADO	18 – 20	0	0	0	0
TOTAL		17	100	17	100

Fuente: Cuadro N° 04

Elaboración: El tesista.

GRÁFICO N° 03

RESULTADOS DE LA PREPRUEBA Y POSPRUEBA APLICADO AL GRUPO EXPERIMENTAL REFERENTE A LA DIMENSIÓN: RELACIÓN ENTRE OBJETOS DEL ESPACIO.



Fuente: Cuadro N° 07.

Elaboración: El tesista.

Del cuadro y gráfico, se observa que de 17 estudiantes del grupo experimental; 13 estudiantes(76%), 3 estudiantes (18%), 1 estudiante(6%) ,obtuvieron notas entre los intervalos 00 y 10; 11 y 13; 14 y 18 respectivamente, y que según la interpretación de la escala valorativa del DCN, la gran mayoría de estudiantes evidencian dificultades en cuanto a la capacidad de establecer relaciones entre los objetos del espacio tales como diferenciar objetos, clasificar formas geométricas, etc.

Desde luego, se observa un avance progresivo, toda vez que en la posprueba en comparación a la preprueba ha disminuido el porcentaje de los estudiantes del nivel de logro básico del 76% a un 52% y el 48% restante se encuentra en el nivel intermedio y suficiente compartido en el

mismo porcentaje, lo quiere decir que hay una mejoría considerable en esta dimensión del pensamiento espacial.

CUADRO N° 08

RESULTADOS DE LA PREPRUEBA Y POSPRUEBA ADMINISTRADA AL GRUPO EXPERIMENTAL REFERENTE A LA DIMENSIÓN: TRANSFORMACIÓN Y REPRESENTACIÓN DE OBJETOS DEL ESPACIO.

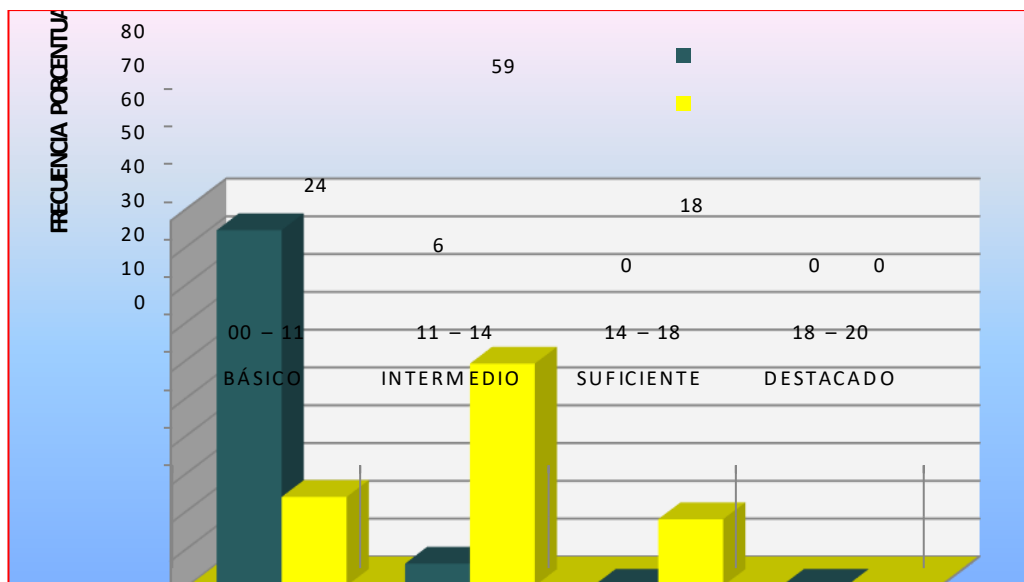
NIVEL DE LOGRO	INTERVALOS [)	PRUEBA DE ENTRADA		PRUEBA DE SALIDA	
		fi	%	fi	%
BÁSICO	00 – 11	16	94	4	24
INTERMEDIO	11 – 14	1	6	10	58
SUFICIENTE	14 – 18	0	0	3	18
DESTACADO	18 – 20	0	0	0	0
TOTAL		17	100	17	100

Fuente: Cuadro N° 04.

Elaboración: El tesista.

GRÁFICO N° 04

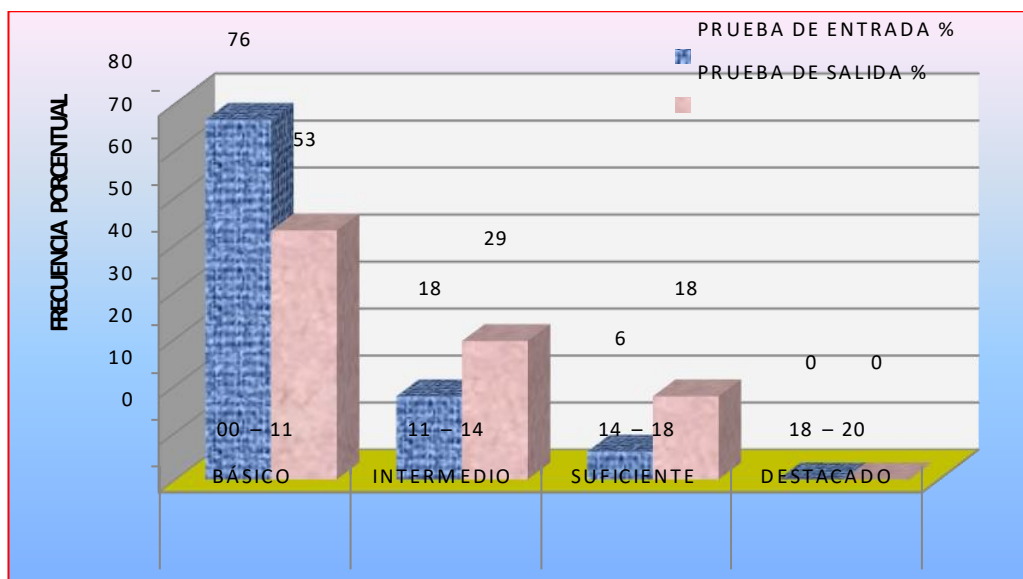
RESULTADOS DE LA PREPRUEBA Y POSPRUEBA APLICADO AL GRUPO EXPERIMENTAL REFERENTE A LA DIMENSIÓN: TRANSFORMACIÓN Y REPRESENTACIÓN DE OBJETOS DEL ESPACIO.



Fuente: Cuadro N° 08.

Elaboración: El tesista.

Del cuadro y gráfico, 16 estudiantes que representan el 94% del total de la muestra del grupo experimental obtuvieron calificativos



Fuente: Cuadro N° 09.

Elaboración: El tesista.

Del cuadro y gráfico, se observa, que 13 estudiantes que representan el 76% del total de la muestra perteneciente al grupo experimental, obtuvieron notas entre 00 y 10 en la pre prueba, y que según la escala de calificación del DCN y los términos de referencia del (PRONAFCAP-2011), los estudiantes evidencian notorias dificultades en el desempeño de la capacidad espacial. Así mismo, 4 estudiantes que representan el 24% del total de la muestra del grupo experimental, obtuvieron notas entre 11 y 13 en la pre prueba, que según la escala valorativa del DCN estos estudiantes requieren un acompañamiento para lograr desarrollar su pensamiento espacial. Ningún estudiante del total de la muestra obtuvo notas entre 14 y 20 que representa a los niveles suficiente y destacado, siendo así no hay estudiantes que evidencian logros en cuanto al desarrollo del pensamiento espacial.

Luego de la posprueba se observa una notable disminución de estudiantes ubicados en el nivel de logro Básico de un 76% a un 12%, esto implica que hay un aumento en el porcentaje de estudiantes del nivel de logro Intermedio de un 24% a un 59% y en el Suficiente del 0% a un 29%. Lo que significa que un buen porcentaje de estudiantes han

evidenciado logros en sus aprendizajes con respecto al manejo de las capacidades espaciales.

Lo anterior demuestra que las sesiones con el modelo de van hiele han sido de mucha utilidad para que los estudiantes evidencien logros en cuanto se refiere al manejo de las capacidades del pensamiento espacial relacionadas al área de matemática específicamente en el componente de geometría y medida.

CUADRO N° 10

RESULTADOS DE LA PREPRUEBA Y POSPRUEBA ADMINISTRADA AL GRUPO CONTROL REFERENTE A LA DIMENSIÓN: CONSTRUCCIÓN Y REPRESENTACIÓN MENTAL DE OBJETOS DEL ESPACIO.

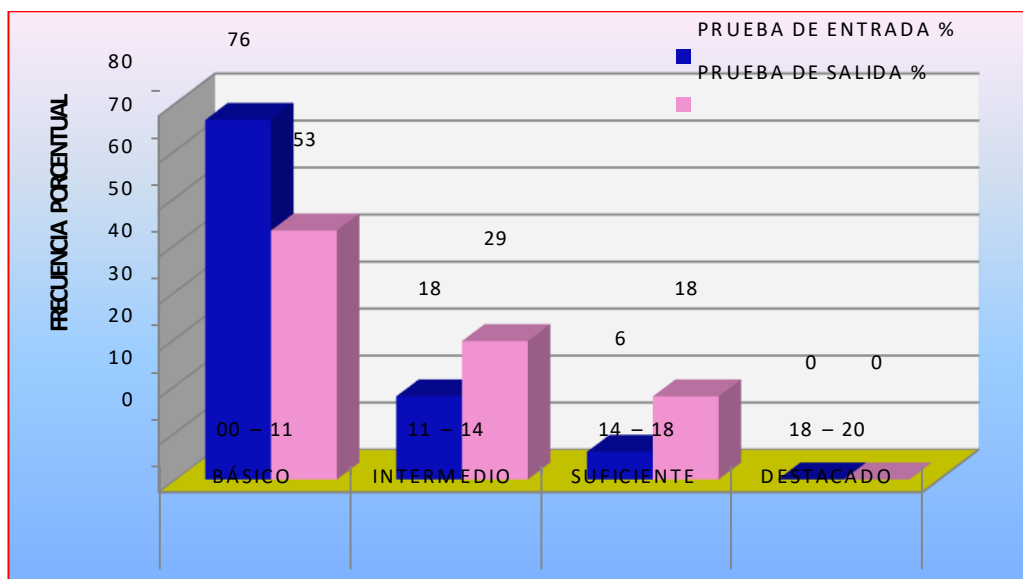
NIVEL DE LOGRO	INTERVALOS	PRUEBA DE ENTRADA		PRUEBA DE SALIDA	
	[)	fi	%	fi	%
BÁSICO	00 – 11	7	41	5	29
INTERMEDIO	11 – 14	6	35	5	29
SUFICIENTE	14 – 18	3	18	6	36
DESTACADO	18 – 20	1	6	1	6
TOTAL		17	100	17	100

Fuente: Cuadro N° 03.

Elaboración: El tesista

GRÁFICO N° 06

RESULTADOS DE LA PREPRUEBA Y POSPRUEBA ADMINISTRADA AL GRUPO CONTROL REFERENTE A LA DIMENSIÓN: CONSTRUCCIÓN Y REPRESENTACIÓN MENTAL DE OBJETOS DEL ESPACIO.



Fuente: Cuadro N° 10.

Elaboración: El tesista.

En el cuadro y gráfico que presentan los resultados de la preprueba se observa que 7 estudiantes que representan el 41% de las unidades de análisis se ubican en el nivel Básico, 6 estudiantes que representan el 35% se ubican en el nivel intermedio, 3 estudiantes que representan el 18% están en el nivel suficiente y hay 1 estudiante que representa el 6% ubicado en el nivel destacado lo que significa que un buen grupo de estudiantes del grupo control tienen nociones relacionadas sobre crear construcciones en tres dimensiones, identificar y dibujar figuras en distintas posiciones a lo observado, entre otros.

En cuanto a la posprueba, de un total de 17 estudiantes, se observa que 5 estudiantes que representan el 29% obtuvieron notas entre 00 y 10, otros 5 estudiantes que representan el 29% obtuvieron notas entre 11 y 13, otros 6 estudiantes (36%) notas entre 14 y 17 y un solo estudiante obtuvo la nota entre 18 y 20. Según lo anterior, se observa una ligera mejoría en comparación con la preprueba.

CUADRO N° 11

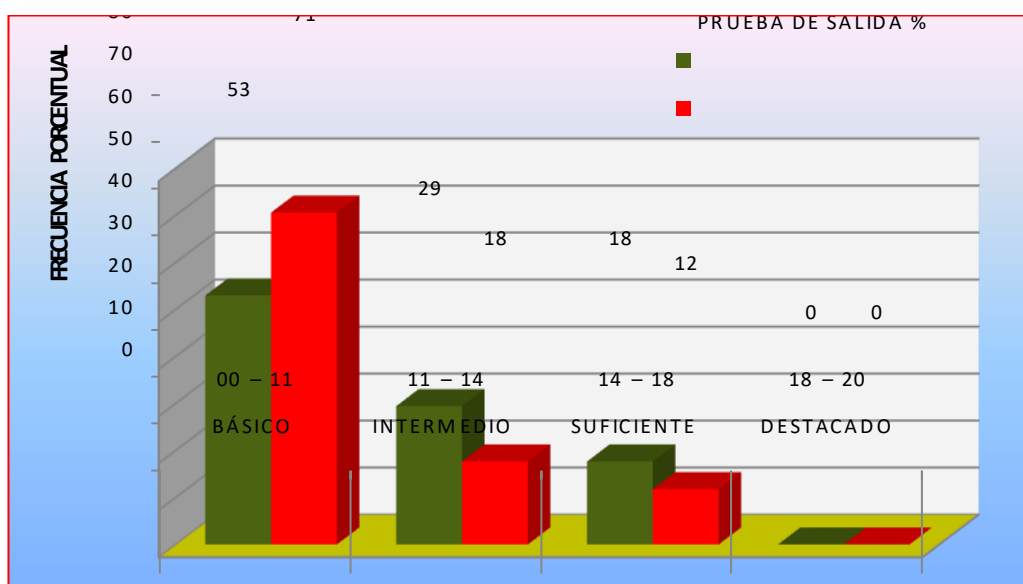
RESULTADOS DE LA PREPRUEBA Y POSPRUEBA ADMINISTRADA AL GRUPO CONTROL REFERENTE A LA DIMENSIÓN: MANIPULACIÓN DE OBJETOS DEL ESPACIO.

NIVEL DE LOGRO	INTERVALOS [)	PRUEBA DE ENTRADA		PRUEBA DE SALIDA	
		fi	%	fi	%
BÁSICO	00 – 11	9	53	12	71
INTERMEDIO	11 – 14	5	29	3	18
SUFICIENTE	14 – 18	3	18	2	12
DESTACADO	18 – 20	0	0	0	0
TOTAL		17	100	17	100

Fuente: Cuadro N° 03.

Elaboración: El tesista.

GRÁFICO N° 07
RESULTADOS DE LA PREPRUEBA Y POSPRUEBA ADMINISTRADA AL GRUPO CONTROL REFERENTE A LA DIMENSIÓN: MANIPULACIÓN DE OBJETOS DEL ESPACIO.



Fuente: Cuadro N° 11.

Elaboración: El tesista.

En el cuadro y gráfico de la preprueba, se observa que el 53% de estudiantes se ubican en el nivel de logro Básico, el 29% en el nivel de logro Intermedio y el otro 18% en el nivel de logro Suficiente; de estos datos se interpreta que la gran mayoría de estudiantes tienen limitaciones en armar siluetas, rompecabezas, representar diferentes vistas de objetos tridimensionales, etc. Del mismo modo, en la prueba de salida del grupo control aún se observa a la mayoría de estudiantes con puntuaciones muy bajas, de un total de 17 estudiantes, 12 de ellos que representan el 71% tienen notas comprendidas entre 00 y 10, otros 3 estudiantes tienen notas entre 11 y 13 y solo 2 de ellos ubican sus puntos entre 14 y 17. De lo anterior se concluye que los estudiantes muestran muchas dificultades

en cuanto al manejo de objetos el espacio y es escasa la mejoría en contraposición al grupo experimental que sí ha mejorado de manera significativa.

CUADRO N° 12

RESULTADOS DE LA PREPRUEBA Y POSPRUEBA ADMINISTRADA AL GRUPO CONTROL REFERENTE A LA DIMENSIÓN: RELACIÓN ENTRE OBJETOS DEL ESPACIO.

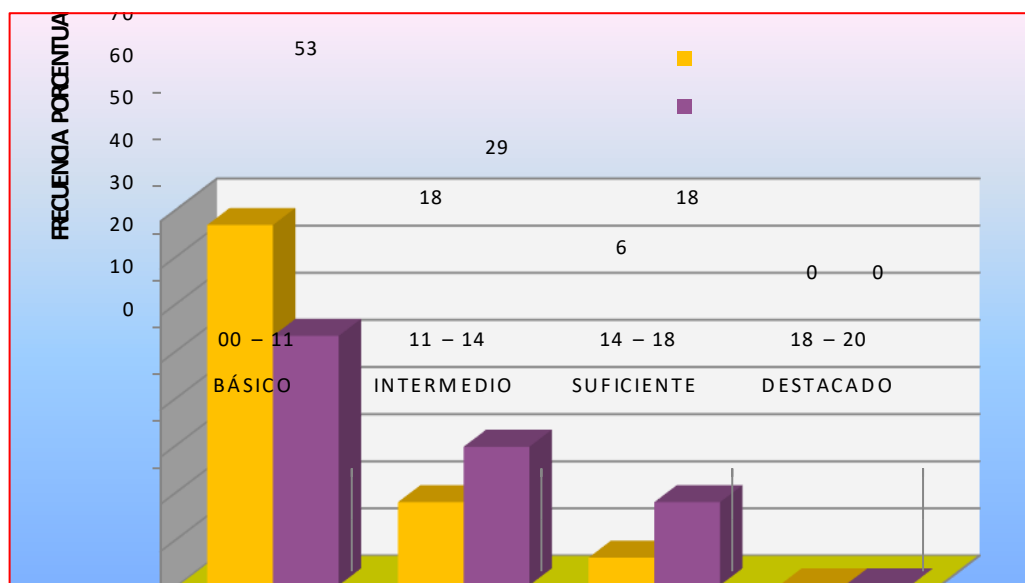
NIVEL DE LOGRO	INTERVALOS	PRUEBA DE ENTRADA		PRUEBA DE SALIDA	
	[)	fi	%	fi	%
BÁSICO	00 – 11	11	65	14	82
INTERMEDIO	11 – 14	5	29	2	12
SUFICIENTE	14 – 18	1	6	1	6
DESTACADO	18 – 20	0	0	0	0
TOTAL		17	100	17	100

Fuente: Cuadro N° 03.

Elaboración: El tesista.

GRÁFICO N° 08

RESULTADOS DE LA PREPRUEBA Y POSPRUEBA ADMINISTRADA AL GRUPO CONTROL REFERENTE A LA DIMENSIÓN: RELACIÓN ENTRE OBJETOS DEL ESPACIO.



Fuente: Cuadro N° 12.

Elaboración: El tesista.

Según el cuadro y gráfico se observa que de 17 estudiantes del grupo de control, 11 estudiantes(65%) obtuvieron notas entre 00 y 10, 5 estudiantes(29%) obtuvieron notas entre 11 y 13, 1 estudiante(6%) obtuvo el calificativo entre 14 y 17 , que según la escala valorativa del DCN y los

términos de referencia del PRONAFCAP-2011, la gran mayoría de estudiantes evidencian dificultades en cuanto a la capacidad de establecer relaciones entre los objetos del espacio tales como diferenciar objetos, clasificar formas geométricas, entre otros.

En la posprueba con relación a la capacidad de relacionar objetos del espacio, del total de 17 estudiantes; 14 (82%) de ellos evidencian dificultades, 2 estudiantes (12%) están en camino de lograr los aprendizajes previstos, mientras que sólo 1 estudiante (6%) evidencia un logro suficiente. Siendo así se concluye que los estudiantes del grupo control muestran poca mejoría en la prueba de salida en comparación a la prueba de entrada.

CUADRO N° 13

RESULTADOS DE LA PREPRUEBA Y POSPRUEBA ADMINISTRADA AL GRUPO CONTROL REFERENTE A LA DIMENSIÓN: TRANSFORMACIÓN Y REPRESENTACIÓN DE OBJETOS DEL ESPACIO.

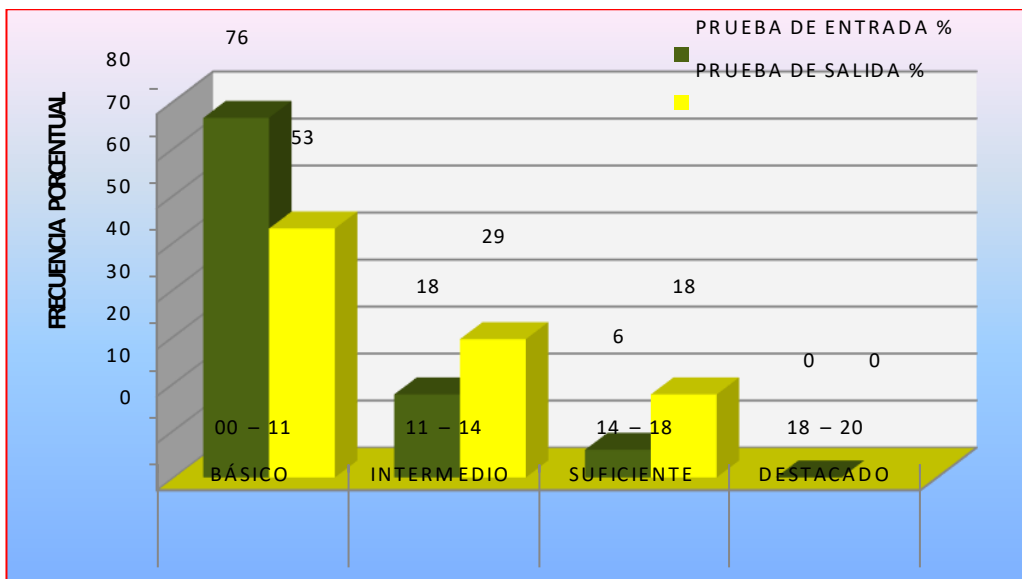
NIVEL DE LOGRO	INTERVALOS	PRUEBA DE ENTRADA		PRUEBA DE SALIDA	
	[)	fi	%	fi	%
BÁSICO	00 – 11	12	71	10	59
INTERMEDIO	11 – 14	5	29	5	29
SUFICIENTE	14 – 18	0	0	2	12
DESTACADO	18 – 20	0	0	0	0
TOTAL		17	100	17	100

Fuente: Cuadro N° 03.

Elaboración: El tesista.

GRÁFICO N° 09

RESULTADOS DE LA PREPRUEBA Y POSPRUEBA ADMINISTRADA AL GRUPO CONTROL REFERENTE A LA DIMENSIÓN: TRANSFORMACIÓN Y REPRESENTACIÓN DE OBJETOS DEL ESPACIO.



Fuente: Cuadro N° 13.

Elaboración: El tesista.

Se observa, que 12 estudiantes que representan el 71% del total de la muestra del grupo control obtuvieron calificaciones comprendidos entre 00 y 10; 5 estudiantes que representan el 29% obtuvieron calificaciones entre 11 y 13; y ningún estudiante obtuvo calificaciones ubicados entre el nivel de logro suficiente y destacado.

Lo que significa según la escala valorativa del DCN, es que los estudiantes muestran una clara dificultad en cuanto a las actividades de realizar trazos y proyecciones, simetrías, transformaciones, entre otros.

Luego de la posprueba, se observa que de un total de 17 estudiantes del grupo control, referente a la dimensión de transformar y representar objetos del espacio, la mayoría, es decir 10 estudiantes(59%) se ubican en el nivel de logro básico, 5 estudiantes(29%) en el nivel de logro intermedio y sólo 2 estudiantes(12%) en el nivel de logro suficiente, evidencia que corrobora el gráfico N° 09; lo que significa que la mayoría de estudiantes tienen dificultades no superadas en esta dimensión espacial.

CUADRO N° 14

TABLA COMPARATIVA DE RESULTADOS EN GENERAL DE LA PREPRUEBA Y POSPRUEBA DEL GRUPO CONTROL DE LOS ESTUDIANTES DEL

CUARTO GRADO "A" DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA "JAVIER PÉREZ DE CUELLAR" DE MONZÓN – 2011.

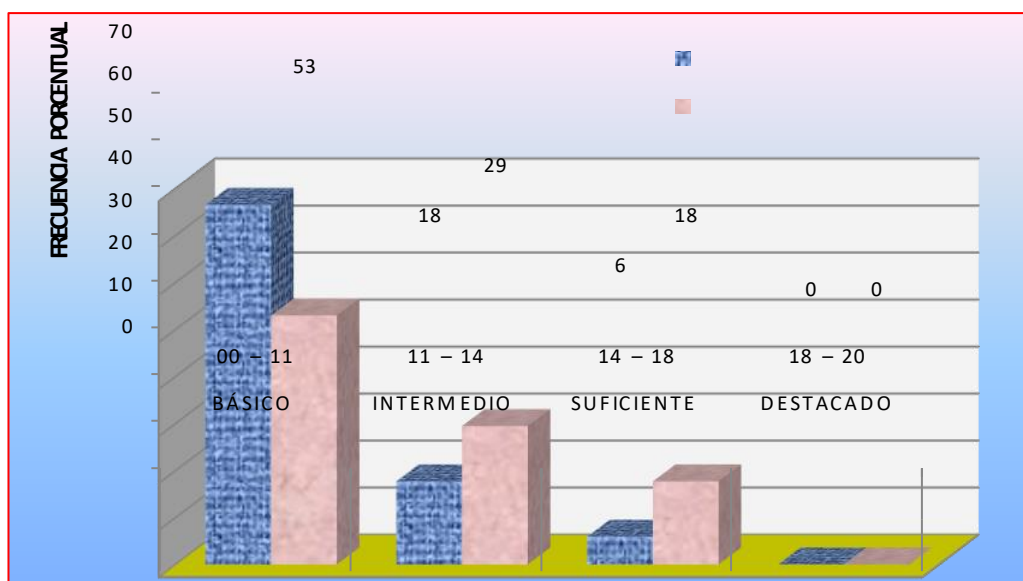
NIVEL DE LOGRO	INTERVALOS	PRUEBA DE ENTRADA		PRUEBA DE SALIDA	
	[)	fi	%	fi	%
BÁSICO	00 – 11	13	76	9	53
INTERMEDIO	11 – 14	3	18	5	29
SUFICIENTE	14 – 18	1	6	3	18
DESTACADO	18 – 20	0	0	0	0
TOTAL		17	100	17	100

Fuente: Cuadro N° 03.

Elaboración: El tesista.

GRÁFICO N° 10

GRAFICO DE BARRAS DE LOS RESULTADOS EN GENERAL DE LA PREPRUEBA Y POSPRUEBA DEL GRUPO CONTROL DE LOS ESTUDIANTES DEL CUARTO GRADO "B" DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA "JAVIER PÉREZ DE CUELLAR" DE MONZÓN – 2011.



Fuente: Cuadro N° 14.

Elaboración: El tesista.

En el cuadro y gráfico que presenta los resultados de la preprueba y posprueba del grupo control se observa que no hay diferencias significativas entre la prueba de entrada y salida del grupo control en los diferentes niveles de logro, tal es el caso que en el nivel básico disminuye de un 76% a un 53%, implicando que en el nivel de logro intermedio aumenta de un 18% a un 29% y en el nivel de logro suficiente aumenta de

un 6% a un 18%. El gráfico corrobora que los calificativos aún se mantienen acumulados en las notas bajas; que según la escala de calificación del DCN la mayoría evidencia dificultades en el desempeño de la capacidad espacial, y que necesitan la intervención oportuna del docente con un Modelo que efectivice el aprendizaje de la geometría y el desarrollo del pensamiento espacial.

Resultados que evidencian una ligera mejora en el grupo de control, probablemente es por el desarrollo de los temas con un modelo con estrategia diferente de lo que se aplicó al grupo experimental.

4.2. PRUEBA DE HIPÓTESIS

a) FORMULACIÓN DE LA HIPÓTESIS NULA (H_0) Y LA HIPÓTESIS ALTERNA (H_1 .)

HIPOTESIS NULA (H_0)

La aplicación del modelo de Van Hiele no permite mejorar el desarrollo del pensamiento espacial en el área de matemática en estudiantes del 4^{to} de Secundaria I.E. “Javier Pérez de Cuellar”, Monzón-2011.

$$H_0: DPEAM(GE) = DPEAM(GC)$$

HIPOTESIS ALTERNA (H_1 .)

La aplicación del modelo de Van Hiele permite mejorar el desarrollo del pensamiento espacial en el área de matemática en estudiantes del 4^{to} grado de secundaria de la Institución Educativa “Javier Pérez de Cuellar”, Monzón-2011.

$$H_1: DPEAM (GE) > DPEAM (GC)$$

Donde:

H_0 = Hipótesis Nula

H_1 = Hipótesis Alterna

DPEAM (GE) = Desarrollo del pensamiento espacial en el área de Matemática del grupo experimental.

DPEAM (GC) = Desarrollo del pensamiento espacial en el área de Matemática del grupo de control.

b) Determinación si la prueba es unilateral o bilateral

La hipótesis alterna indica que la prueba es unilateral con cola a la derecha, porque se trata de verificar solo una probabilidad:

$$\mu_e > \mu_c \quad \text{ó} \quad \mu_e - \mu_c > 0$$

$$\text{DPEAM (GE)} > \text{DPEAM (GC)} \quad \text{ó} \quad \text{DPEAM (GE)} - \text{DPEAM (GC)} > 0$$

c) Determinación del nivel de significatividad de la prueba

Asumimos el nivel de significación de 5% (0.05), en consecuencia el nivel de confiabilidad es de 95 %.

d) Determinación de la distribución muestral de la prueba

Una distribución de probabilidades adecuada para la prueba de hipótesis es la distribución "t de Student". La distribución muestral de suma de cuadrados se aproxima a la distribución "t" de Student, propiedad que permite usar la prueba propuesta.

e) Determinación del valor de los Coeficientes Críticos

El valor de "t" crítico para el 95 % en la tabla es $t_c = 1,69$ con grados de libertad igual a 32

f) Proceso para hallar "t" según diseño de la investigación.

CUADRO N° 15

PUNTAJES OBTENIDOS EN LA PREPRUEBA DEL GRUPO CONTROL Y EXPERIMENTAL SOBRE EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ESPACIAL EN EL ÁREA DE MATEMÁTICA DE LOS ESTUDIANTES DEL CUARTO GRADO "A" Y "B" DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA "JAVIER PÉREZ DE CUELLAR" DE MONZÓN – 2011

PRETEST GRUPO EXPERIMENTAL		PRETEST GRUPO DE CONTROL	
X_1	$(X_1)^2$	X_2	$(X_2)^2$
8,8	77,44	11,6	134,56
7,2	51,84	10,6	112,36
6,9	47,61	7,8	60,84
10,6	112,36	11,3	127,69
13,4	179,56	11,6	134,56
7,2	51,84	4,1	16,81
9,4	88,36	16,0	256
11,9	141,61	5,0	25
11,9	141,61	8,8	77,44
9,7	94,09	5,3	28,09
6,9	47,61	7,2	51,84
8,1	65,61	10,9	118,81
7,8	60,84	10,9	118,81
10,6	112,36	12,8	163,84
4,4	19,36	10,0	100
6,6	43,56	12,2	148,84
8,1	65,61	6,3	39,69
$\Sigma = 149,5$	$\Sigma = 1401,3$	$\Sigma = 162,4$	$\Sigma = 1715,18$

Fuente: cuadro N° 03

Elaboración: El investigador

Siendo :

$$\bar{X}_1 = 8,80$$

$$n_1 = 17$$

$$\bar{X}_2 = 9,55$$

$$n_2 = 17$$

Donde: \bar{X}_1 :Media del grupo experimental en la preprueba.

\bar{X}_2 :Media del grupo control en la preprueba.

n_1 :Grupo experimental durante la prueba de entrada.

n_2 : Grupo control durante la prueba de entrada.

✂ **Suma de cuadrados**

Respecto a X_1

$$\sum X_1^2 = \sum X_1^2 - \frac{(\sum X_1)^2}{n}$$

$$\sum X_1^2 = 1401,3 - \frac{(149,5)^2}{17}$$

$$\sum X_1^2 = 1401,3 - \frac{22350,25}{17}$$

$$\sum X_1^2 = 1401,3 - 1314,72$$

$$\sum X_1^2 = 86,58$$

Respecto a X_2

$$\sum X_2^2 = \sum X_2^2 - \frac{(\sum X_2)^2}{n}$$

$$\sum X_2^2 = 1715,18 - \frac{(162,4)^2}{17}$$

$$\sum X_2^2 = 1715,18 - \frac{26373,76}{17}$$

$$\sum X_2^2 = 1715,18 - 1551,39$$

$$\sum X_2^2 = 163,79$$

✂ **Grados de libertad**

$$gl = n_3 + n_4 - 2$$

$$gl = 17 + 17 - 2$$

$$gl = 32$$

✂ **Cálculo del Estadístico de la Prueba**

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{(\sum X_1^2 + \sum X_2^2)}{n_1 + n_2 - 2} \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}}$$

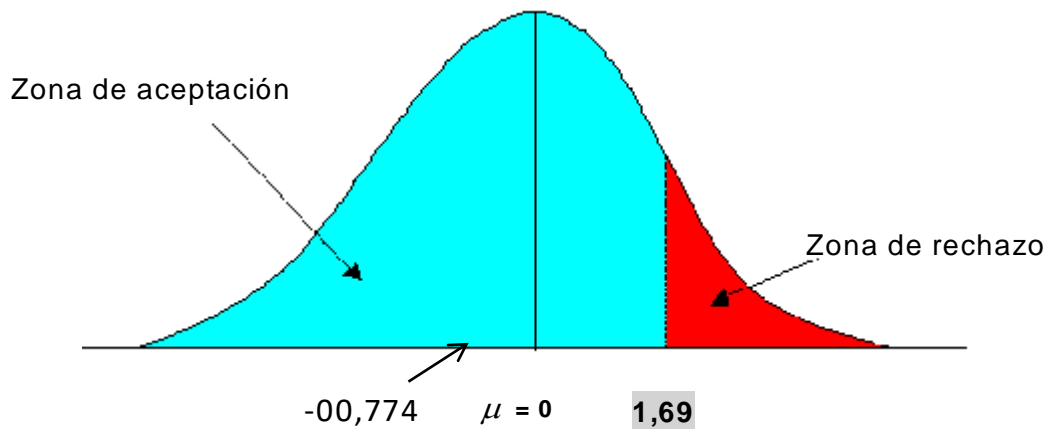
$$t = \frac{8,80 - 9,55}{\sqrt{\frac{(86,58 + 163,79)}{17 + 17 - 2} \left(\frac{1}{17} + \frac{1}{17} \right)}}$$

$$t = \frac{-0,75}{\sqrt{\frac{(250,37)}{32} (0,12)}}$$

$$t = \frac{-0,75}{\sqrt{0,9388875}}$$

$$t = \frac{-0,75}{0,968962}$$

$$t = -0,774$$

g) Gráfico y Toma de Decisiones

Puesto que $t = -0,774$ (t hallada) se ubica a la izquierda de $t_c = 1,69$ (t crítica) que es la zona de aceptación, por lo tanto se acepta la hipótesis nula y rechazamos la hipótesis alterna; es decir que el desarrollo del pensamiento espacial del grupo control es mejor que el grupo experimental antes de la aplicación del modelo de Van Hiele.

CUADRO N° 16

PUNTAJES OBTENIDOS EN LA POSPRUEBA DEL GRUPO CONTROL Y EXPERIMENTAL SOBRE EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ESPACIAL EN EL ÁREA DE MATEMÁTICA DE LOS ESTUDIANTES DEL CUARTO GRADO "A" Y "B" DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA "JAVIER PÉREZ DE CUELLAR" DE MONZÓN – 2011

POSTEST GRUPO EXPERIMENTAL		POSTEST GRUPO DE CONTROL	
X_3	$(X_3)^2$	X_4	$(X_4)^2$
14,1	198,8	12,5	156,25
12,8	163,84	11,0	121
11,6	134,56	9,7	94,09
13,8	190,44	12,8	163,84
15,0	225	11,0	121
10,6	112,36	7,2	51,84
11,9	141,61	16,9	285,61
13,5	182,25	5,9	34,81
16,3	265,69	7,8	60,84
11,6	134,56	6,3	39,69
11,3	127,69	8,4	70,56
12,5	156,25	10,6	112,36
11,9	141,61	11,3	127,69
15,0	225	14,4	207,36
9,7	94,09	10,0	100
13,5	182,25	14,1	198,81
14,1	198,81	7,8	60,84
$\Sigma = 218,8$	$\Sigma = 2874,8$	$\Sigma = 177,5$	$\Sigma = 2006,59$

Fuente: cuadro N°03

Elaboración : El investigador

Siendo:

$$\bar{X}_3 = 12,9$$

$$n_3 = 17$$

$$\bar{X}_4 = 10,5$$

$$n_4 = 17$$

Donde: \bar{X}_3 :Media del grupo experimental en la posprueba. \bar{X}_4 :Media del grupo control en la posprueba.n₁:Grupo experimental durante la prueba de salida.n₂ : Grupo control durante la prueba de salida.

✂ **Suma de cuadrados**

Respecto a X_3

$$\sum X_3^2 = \sum X_3^2 - \frac{(\sum X_3)^2}{n}$$

$$\sum X_3^2 = 2874,8 - \frac{(218,8)^2}{17}$$

$$\sum X_3^2 = 2874,8 - \frac{47873,44}{17}$$

$$\sum X_3^2 = 2874,8 - 2816,08$$

$$\sum X_3^2 = 58,72$$

Respecto a X_4

$$\sum X_4^2 = \sum X_4^2 - \frac{(\sum X_4)^2}{n}$$

$$\sum X_4^2 = 2006,59 - \frac{(177,5)^2}{17}$$

$$\sum X_4^2 = 2006,59 - \frac{31506,25}{17}$$

$$\sum X_4^2 = 2006,59 - 1853,3$$

$$\sum X_4^2 = 153,29$$

✂ **Grados de libertad**

$$gl = n_3 + n_4 - 2$$

$$gl = 17 + 17 - 2$$

$$gl = 32$$

✂ **Cálculo del Estadístico de la Prueba**

$$t = \frac{\bar{X}_3 - \bar{X}_4}{\sqrt{\frac{(\sum X_3^2 + \sum X_4^2)}{n_3 + n_4 - 2} \left(\frac{1}{n_3} + \frac{1}{n_4} \right)}}$$

$$t = \frac{12,9 - 10,4}{\sqrt{\frac{(58,72 + 153,29)}{17 + 17 - 2} \left(\frac{1}{17} + \frac{1}{17} \right)}}$$

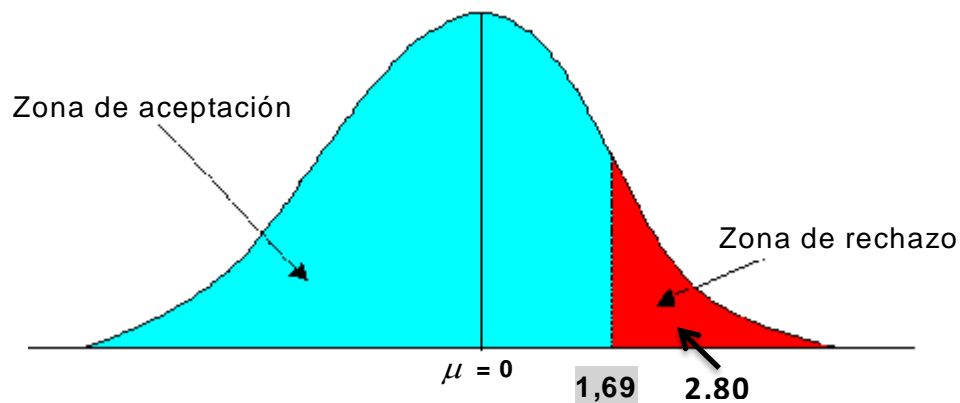
$$t = \frac{2,5}{\sqrt{\frac{(212,01)}{32} (0,12)}}$$

$$t = \frac{2,5}{\sqrt{0,7950375}}$$

$$t = \frac{2,5}{0,89}$$

$$t = 2,80$$

h) Gráfico y Toma de Decisiones



Puesto que $t = 2,80$ (t calculada) se ubica a la derecha de $t_c = 1,69$ (t crítica) que es la zona de rechazo, por lo tanto se rechaza la hipótesis nula y aceptamos la hipótesis alterna; es decir tenemos indicios suficientes que nos prueban que la aplicación del modelo de Van Hiele permite mejorar el desarrollo del pensamiento espacial en el área de matemática en estudiantes del 4^{to} grado de Secundaria de la Institución Educativa "Javier Pérez de Cuellar", Monzón-2011.

CAPITULO V

DISCUSIÓN DE RESULTADOS

5.1. CONTRASTACIÓN DE RESULTADOS CON LOS REFERENTES BIBLIOGRÁFICOS

Los resultados estadísticos demuestran que se logró desarrollar el pensamiento espacial de manera significativa, con la aplicación de la estrategia metodológica, según mencionan los antecedentes internacionales nacionales, locales y las bases teóricas.

El uso de los recursos didácticos y materiales construidos por ellos mismos con la ayuda del docente influyó de manera significativa para los aprendizajes de los conceptos geométricos, esto concuerda según menciona **María Consuelo** (2006) toda vez que los materiales didácticos como son: los bloques lógicos, el tangram, el origami y otros potencian las habilidades geométricas; entonces es indispensable la manipulación y construcción de figuras y cuerpos geométricos para una mejor percepción de las propiedades y relaciones implicadas, de manera experimental y vivencial y su enseñanza requiere de distintas estrategias. También corrobora a esto **Gaby Lili Cabello** (2007) donde menciona que la Geometría constituye uno de los medios eficaces para aprender la matemática en forma experimental, recreativa y reflexiva y los materiales didácticos, constituyen los facilitadores y potenciadores de habilidades intelectuales en lo referido a la Geometría. Otro autor; **Molina Jaime** (2008) afirma que con materiales concretos y “al alcance de la mano” se pueden diseñar actividades diferentes a las tradicionales, que propicien un ambiente de interacción y recreación de los estudiantes en la construcción de sus conocimientos. Del mismo modo, **Duval** (2001) menciona que no es suficiente observar las imágenes y figuras para ver lo que ellas representan, por el contrario las imágenes y figuras deben representarse, manipularse, pero para manipular en el aula de

matemáticas son necesarios unos materiales adecuados. **Martínez y cols.** (1989) proponen los materiales de uso corriente (no necesariamente matemáticos); y los materiales diseñados específicamente para la enseñanza de la geometría. Entre los primeros encontramos palillos, varillas de madera, cuerdas, alambres, pajitas de refrescos, plastilina, etc. Los poliedros troquelados estarían incluidos en el segundo tipo. Finalmente **Aguirre Jymm** (2006) menciona que los niveles de Aprendizaje de temas teórico-prácticos en geometría mejoran con la aplicación de los materiales didácticos.

El desarrollo del pensamiento espacial implicó la aplicación de las secuencias del modelo de Van Hiele para la realización de múltiples tareas mencionadas en las diferentes dimensiones de la variable dependiente, donde el estudiante hizo uso de sus conocimientos previos sobre geometría, de sus habilidades en realizar dibujos, trazos, descripciones y el manejo de la habilidad visual espacial; que dio como resultado el desarrollo del pensamiento espacial tal como lo muestran los resultados del postest del grupo experimental en el gráfico N° 05 , Aydeé Blanco(2009), enfatiza el hecho de que si los estudiantes tienen conocimientos previos de nociones de perspectiva, ayuda a la obtención de mejores resultados, en cuanto a representar en el plano cuerpos tridimensionales. En lo que respecta a la manipulación y análisis de los objetos del espacio y la relación entre los mismos objetos, el autor **Lorena Micelli** (2010), recomienda y sugiere realizar una figura de análisis antes de iniciar la resolución del problema ya sea en textos propios de geometría, matemática o dibujo, para favorecer con esto el razonamiento abstracto. Es decir se cumple lo que menciona Ausubel, al decir que las experiencias previas representan un factor de mucha importancia, para construir los nuevos conocimientos en las estructuras cognitivas del estudiante.

La metodología del Modelo de Van Hiele ha permitido el desarrollo de múltiples capacidades y habilidades del componente de geometría y medida en el área de matemática, respalda a esto la investigación a

nivel nacional de **Rumela Aguirre** (2008), menciona que las estrategias bien diseñadas mejora el aprendizaje del área de Matemática y desarrolla las habilidades del pensamiento mediante la resolución de problemas, y argumenta la posibilidad de desarrollar las capacidades, desde el enfoque de la Psicología Cognitiva del Aprendizaje del adolescente.

Toda vez que en el modelo ejecutado el uso de las estrategias durante la ejecución de las sesiones han sido fundamentales, al respecto **(Chevallard, 1991)** menciona que el uso de una estrategia implica el dominio de la estructura conceptual, así como grandes dosis de creatividad e imaginación. Y Según las Rutas de Aprendizaje (MED), es tarea de las instituciones promover competencias matemáticas en torno a las capacidades de matematizar, elaborar y seleccionar estrategias, a representar matemáticamente situaciones reales, a usar expresiones simbólicas, a comunicar y argumentar, a explorar, probar y experimentar. Aprender geometría proporciona a la persona herramientas y argumentos para comprender su entorno, al mismo tiempo desarrollando capacidades geométricas. Para lograr esto **Carlos E. Vasco**(2008), propone una geometría activa, que parte del juego con sistemas concretos, de la experiencia inmediata del espacio y el movimiento, que lleva a la construcción de sistemas conceptuales para la codificación y el dominio del espacio, y a la expresión externa de esos sistemas conceptuales a través de múltiples sistemas simbólicos; dichas actividades se deben dar manipulando objetos, localizando situaciones en el entorno y efectuando desplazamientos, medidas, cálculos espaciales, y prediciendo los resultados de manipulaciones mentales. **Berteloth y Salin**, menciona que algunos conocimientos espaciales serían de adquisición más espontánea y no precisan de una enseñanza sistemática, como sí lo exigen los conocimientos geométricos. A lo que **María Consuelo** (2009) permite introducir al alumno en el ámbito tridimensional y en el campo de las representaciones del espacio que le permitirá reconocer un objeto tridimensional sobre una superficie bidimensional.

Así mismo **Claudi Alsina** (2000) Educar geoméricamente debe ser facilitar el conocimiento del espacio tridimensional, desarrollando con ello la creatividad y los procesos de matematización. Es necesario resaltar la tarea que se efectivizó con el modelo metodológico propuesto, donde se desarrolló la percepción espacial y las nociones geoméricas, trabajo realizado con la construcción y deconstrucción de objetos bidimensionales y tridimensionales y sus movimientos y transformaciones que permitió integrar nociones sobre volumen, área y perímetro, lo cual a su vez posibilita conexiones con los sistemas métricos o de medida y con las nociones de simetría, semejanza y congruencia, entre otras; Así el estudio de los sistemas geoméricos, potencia el desarrollo del pensamiento espacial, por otra parte se limitó y se dejó para otras investigaciones, en cuanto a la organización del esquema corporal y la orientación espacial que también es parte del desarrollo del pensamiento espacial y que implica relacionar el estudio de la geometría con el arte y la decoración; con el diseño y construcción de objetos artesanales y tecnológicos; con la educación física, los deportes y la danza, elaboración e interpretación de mapas, representaciones a escala de sitios o regiones en dibujos y maqueta. Los niños al interactuar con los objetos a partir de los desplazamientos adquieren nociones que se constituirán en la base de su competencia espacial; dicha adquisición requiere de un largo proceso de construcción en el que los alumnos van estableciendo una red de relaciones espaciales que desarrollan a lo largo de su vida mediante la implementación de construcciones geoméricas tridimensionales

tangibles. Evidentemente una enseñanza de la geometría de manera estática, reducida a actividades de lápiz y papel, no sólo producirá desinterés por parte de los niños sino errores conceptuales difíciles de corregir.

En cuanto a la medición cuantitativa del pensamiento espacial, se confeccionó el instrumento para la variable dependiente en función a cuatro dimensiones tomando como referencia la investigación realizada por **Olkun**(2003) , donde se han desarrollado multitud de test diferentes orientados a medir la habilidad espacial o una de sus componentes principales en los aspectos de relaciones espaciales y la visión espacial. Así mismo corrobora **Howard Gardner** (2005) en su teoría de las múltiples inteligencias al considerar como una de estas inteligencias la espacial y plantea que el pensamiento espacial es esencial para el pensamiento científico, ya que es usado para representar y manipular información en el aprendizaje y en la resolución de problemas de ubicación, orientación y distribución de espacios ; además sugiere que la manera de lograr sentir la medula de la Inteligencia Espacial es tratar de resolver tareas diseñadas por investigadores de esa inteligencia así como los psicometristas **Thurstone, Truman Kelley y Koussy** , de quienes se tomó como referencia para diseñar los ítems de la prueba. **Mcfarlane Smith** tiene razón cuando sugiere que, después de que los individuos han logrado determinada facilidad verbal mínima, su destreza en la habilidad espacial es lo que determina hasta dónde progresará uno en las ciencias.

De acuerdo con lo anterior, la aplicación del modelo de Van hiele ha desarrollado el pensamiento espacial en el área de Matemática en los estudiantes del 4° grado de secundaria de la Institución Educativa “Javier Pérez de Cuellar”-Monzón, toda vez que durante la aplicación del experimento se ha podido verificar como los adolescentes se mostraban interesados por el uso y la elaboración de materiales educativos, construcción de sólidos, proyección de imágenes, ubicación de objetos en el espacio, etc. Todo esto basado en los niveles de razonamiento del modelo de Van Hiele, que sigue una secuencia desde la observación hasta la construcción y deconstrucción material y mental, toda vez que los adolescentes a partir de los 12 años empiezan a razonar de manera más abstracta y pueden utilizar representaciones de la realidad sin manipulación directa lo que Piaget denomina pensamiento formal.

Los resultados de la investigación indican que los estudiantes gracias a la explicación del modelo de Van Hiel han mejorado considerablemente la media aritmética del grupo experimental de 8,80 a 12,90. Lo que ocurrió con la media aritmética en el grupo control fue de 9,55 a 10,50.

5.2. CONTRASTACIÓN DE HIPÓTESIS GENERAL EN BASE A LA PRUEBA DE HIPÓTESIS

De la hipótesis general planteado en la prueba de investigación:

La aplicación del modelo de VAN HIELE permite mejorar el desarrollo del pensamiento espacial en el área de matemática

concretamente en el aprendizaje de la geometría, en estudiantes del 4^{to} de Secundaria I.E. “Javier Pérez de Cuellar”, Monzón-2011.

Luego de realizar la prueba de hipótesis mediante la fórmula t de Student, en la prueba de salida de contrastación de los grupos se encuentra que el valor de la t calculada 2,80 es mayor que la t crítica 1,69. En consecuencia se rechaza la H_0 y se acepta la H_1 que afirma que el modelo de van hiele desarrolla el pensamiento espacial en el área de matemática en estudiantes del 4^{to} de secundaria I.E. “Javier Pérez de Cuellar”, Monzón-2011 con un nivel de confianza de 0,05. Lo que demuestra que la aplicación del modelo de Van Hiele en el tiempo experimentado en las aulas ha desarrollado de manera significativa el Pensamiento Espacial de los estudiantes del nivel secundario.

5.3. PRESENTACIÓN DEL APORTE CIENTÍFICO

El pensamiento espacial es muy importante como proceso cognitivo para el ser humano y debe ser promovida por el sistema educativo. Para que esta habilidad se desarrolle es necesario que los docentes del área de matemática elaboren materiales didácticos, apliquen estrategias variadas acorde a las teorías pedagógicas, promoviendo con esto la participación activa y el desarrollo de la creatividad, brindándoles de tal manera las herramientas necesarias para que los estudiantes desarrollen su capacidad de imaginación que se manifiesta con las actividades que el estudiante realiza en cada sesión de aprendizaje.

CONCLUSIONES

Luego de la ejecución de la presente investigación, se llega a las siguientes conclusiones:

1. Mediante el resultado de la posprueba del Grupo experimental (Cuadro N° 09), se observa que más del 80% de estudiantes se encuentran en el nivel de logro intermedio y suficiente; esto determina la efectividad del modelo de Van Hiele como estrategia para desarrollar las dimensiones del pensamiento espacial; lo que no ocurrió en el grupo control (Cuadro N° 14), donde solo el 47% de estudiantes lograron ubicarse en los niveles de logro mencionados arriba para el grupo en experimento.
2. En cuanto a la valoración de las dimensiones del pensamiento espacial luego del experimento se tuvo mejores resultados en la Dimensión construcción y representación mental de objetos del espacio con un 94% de estudiantes que se ubican en los niveles de logro Intermedio suficiente y destacado (Cuadro N° 05); seguidamente en la Dimensión manipulación de objetos del espacio se logró ubicar a un 76% (Cuadro N° 06), un porcentaje igual en la Dimensión transformación y representación mental de obletos del espacio; lo que se logró un menor resultado es en la Dimensión relación entre objetos del espacio.
3. Luego de la aplicación de la prueba de hipótesis tenemos indicios suficientes que nos permiten verificar la efectividad de la aplicación del Modelo de Van Hiele en el grupo experimental ya que el $t_{cal} = 2,80$ es mayor respecto a la $t_{crit} = 1,69$; por lo que se rechaza la hipótesis nula y aceptamos la alterna. Concretamente se logró desarrollar el nivel del

pensamiento espacial en los estudiantes del cuarto grado de secundaria. Esto refuerza que a través del modelo experimentado el estudiante es capaz de representar figuras en el espacio, armar rompecabezas, trazar simetrías, transformar y rotar figuras en el espacio, construir sólidos y diversos objetos imaginarios.

4. La aplicación del modelo de Van Hiele ayuda a secuenciar los contenidos del componente de Geometría en las matemáticas, a organizar las actividades de formas y espacios, ya que propone un modelo de estratificación del conocimiento humano en una serie de niveles desde la observación hasta un nivel de deductivo; también permite la elaboración y manipulación de múltiples materiales concretos y visuales en distintas dimensiones en el espacio; con la finalidad de desarrollar el pensamiento visual espacial del estudiante.

SUGERENCIAS

El éxito obtenido en la presente investigación permite hacer las sugerencias:

1.-A los especialistas de educación considerar en el diseño curricular el módulo elaborado en base a los niveles de razonamiento del modelo de van Hiele para desarrollar el pensamiento espacial en los estudiantes de nuestro país.

2.-A los docentes de educación primaria y secundaria, sugiere que apliquen el modelo de Van Hiele en el área de matemática para desarrollar el pensamiento espacial y todas las actividades relacionadas a la capacidad de observación, al razonamiento informal, deductivo y formal. Del mismo modo descubrir estudiantes con capacidades de pensamiento espacial requerido para las carreras profesionales de diseño, arquitectura y arte.

3.-A los padres de familia, se sugiere brindar el apoyo y compartir las actividades de extensión: armar rompecabezas, armar sólidos y siluetas, etc.

4.-A los estudiantes del post Grado, se sugiere continuar investigando para profundizar el presente trabajo y otras bondades que el modelo de Van hiele puede tener para enriquecer el área de matemática y por consiguiente desarrollar la capacidad imaginativa y creativa delos estudiantes del nivel secundaria.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS Y WEB GRÁFICAS

1. Abad Aliaga F.M. Bases epistemológicas y proceso de investigación psicoeducativa. Universidad de Valencia-España.1998.
2. Aliandro Estela S. ; Astorga E.A. Curso “Retorno de la Geometría”Santiago-Chile.2007.
3. Alsina.C. Geometría y realidad. Universidad Politècnica de Cataluña.2000
4. Badilla Núñez F.J. Enseñanza Creativa De La Geometría Usando Origami. Instituto Nacional de Aprendizaje (INA), Costa Rica.
5. B Joyce; M. Anaya W. Modelos de enseñanza. Madrid.1985.pdf.
6. Badilla Núñez F.J. Enseñanza creativa de la Geometría usando origami. IV CIEMAC.2009.
7. Ballén N.; Novoa R. ; Palencia L.M.; Pérez Torres Y. Proyecto. Aprende Y Diviértete Con Cabri. Bogota. 2006.
8. Barbosa Guerrero I.X. Docente Adjunto tiempo completo Universidad Autónoma de Colombia. Enseñanza de la Geometría Descriptiva como experiencia de Diseño.2005.
9. Beatriz Macedo J.N. Un currículo científico para estudiantes de 11 a 14 años. Biblioteca virtual de la OEI.[Seriada en línea] 2005. Disponible en [http:// espistemicas/fuentes.htm](http://espistemicas/fuentes.htm). Consultado stiembre 20, 2011.
10. Beltrán J. Universidad Complutense de Madrid. Apuntes de clases de Doctorado: Psicología Cognitiva y aprendizaje significativo. 2001.
11. Biggs, J. B. What do inventories of students learning processes really measure?. A theoretical review and clarification. In British Journal of Educational Psychology,1993.
12. Cabello Santos G. Didáctica de la Matemática y Nuevas Tecnologías en Educación Primaria. Revista UNMS. Disponible en: <http://www.sld.csg/revistas/098.htm>. Consultado octubre 16, 2011.
13. Carrasco Díaz S. Metodología de la investigación científica. 2ª ed. Lima, Perú. Editorial San Marcos; 2009.
14. Celso Antunez. ¿Cómo desarrollar contenidos aplicando las inteligencias múltiples?. 2ª-ed.(Julio 2003). Editorial San Benito.

15. Cochachi Quispe, J.N. Metodología de la Investigación Pedagógica. Lima, Perú. Editorial Maxi service S.M.P; 2009.
16. Consuelo Cañadas M.; Francisco Durán S.; Ceacero, Gallardo Jiménez S.; José Martínez M.; Santaolalla Martínez; Peñas Troyano M.; Villegas Castellanos J.L. (Grupo PI de Investigación en Educación Matemática – Universidad de Granada). Poliedros: lenguajes y representación Espacial. 2009
17. De la Torre Carbó M. Conceptos generales de la geometría tridimensional. España. 1999.
18. DE MARCHI M. La Educación en el Perú. Lima-.perú. 2005.p.4.
19. Dirección General de Cultura y Educación (Buenos Aires). Orientaciones didácticas para la enseñanza de la Geometría en EGB. 2003.
20. Dickson L. El aprendizaje de las matemáticas, Editorial Labor S.A., Madrid, 1991.
21. Facundo Antón L. Teorías Contemporáneas Del Aprendizaje. Pp.7-14.
22. Fallas Vargas F. Gestalt Y Aprendizaje. Revista Electrónica publicada por el Instituto de Investigación en Educación Universidad de Costa Rica. Volumen 8, Número 1, Año 2008, ISSN 1409-4703.p.7. Disponible en: <http://www.revista.inie.uc.ac.cr>. Consultado junio 20, 2012.
23. Fernandez S.; Cuartero M.C. Desarrollo de las nociones espaciales y temporales. La percepción, estructuración, representación del espacio y del tiempo. revista de educaula N° 3. febrero 2009.
24. Fouz F; Donosti B. Modelo de Van Hiele para la didáctica de la Geometría. Práctica en Educación Matemática. Ediciones Alfar, Sevilla, 1990.
25. Gálvez G. “La geometría. La psicogénesis de las nociones espaciales y la enseñanza de la geometría en la escuela primaria” . En: Cecilia Parra e Irma Saiz (comps.). Didáctica de las matemáticas. Aportes y Reflexiones. Paidós Educador . Buenos Aires. 1998.
26. Gardner H. Las inteligencias múltiples: Estructura de la mente. Fondo de Cultura Económica, 4ª-ed. (colombia-2005).
27. Giménez Morell R.V. Artículo. Consideraciones Sobre Las Imágenes Mentales En El Sistema Diédrico Español. Departamento de Dibujo.p114-115. Universidad Politécnica de Valencia. Disponible en Valencia. España gimenez@dib.upv.es. Consultado noviembre 23, 2011.
28. Giner.G. La orientación espacial y su influencia en el aprendizaje 2007

29. Grassa Miranda V.M. Departamento de Expresión Gráfica. Arquitectónica/Escuela Técnica Superior de Gestión en la Edificación.pdf.
30. Gutiérrez A y Jaime Adela. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Valencia (España).Ed. Comares:Granada.1998. p.143-170.
31. Gutiérrez Rodríguez A; Aranda Ballesteros D, Alsina C. Geometría para el siglo XXI. Editorial:FESPM y SAEM Thales.2006.
32. Gutiérrez J.A. "Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la geometría". S. Llenares, M.V. Sánchez teoría y práctica en educación matemática. Buenos Aires.1990.
33. Kerlegand Bañales C. Tesis: Desarrollo de dos propiedades de la circunferencia usando el modelo de van hiele y la visualización. Instituto Politécnico Nacional (México- 2008).
34. Life Long Learning Report Rapines.2009. Disponible en : <http://europa.eu.int/comm/education/indic/rapines.pdf>. Consultado octubre 16, 2011.
35. Lopez Murcia O.S. Marina Ñañez, Gloria .Hernando Semanate, Faiver. Fabio Ruiz, Leonardo Ministerio de Educación Nacional, Estándares de las matemáticas. Bogotá.
36. Manzelli.P "Consideraciones sobre la creación del conocimiento en Internet", Laboratorio de Investigación Educativa de la Universidad de Florencia, Italia,2009. Disponible en: <http://www.caen.it/psicologia/manz02.htm>. Consultado noviembre 23, 2011.
37. Marina J.A. Teoría de la Inteligencia creadora, Ed. Anagrama, Barcelona, 1996.
38. Melchor. Disponible en: Gomez@uam.es.factor. espacial.pdf .p10-21. Consultado setiembre 29, 2011.
39. Méndez S. El factor espacial en el moderno concepto de la inteligencia. UCM-España.2000.
40. Ministerio de Educación. Diseño Curricular de Educación Polimodal. Provincia Del Chubut-2002.
41. Ministerio de Educación Nacional. Matemáticas. Lineamientos curriculares. MEN. Bogotá, Estándares básicos de Competencias en Matemáticas: potenciar el pensamiento matemático. 2008.
42. Ministerio Educación- Perú. Orientaciones para el trabajo pedagógico.2010.
43. Ministerio de Educación-Perú. Rutas de aprendizaje.2013.

44. Modelos de enseñanza. Wikipedia la enciclopedia libre. 2009. <http://sld.rev.educ.htm>. Consultado setiembre 20, 2011.
45. Morales Chávez C.A.; Majé Floriano R. Pensamiento Espacial y Desarrollo de Competencias Matemáticas. La Enseñanza de un Caso Particular: Los Cuadriláteros. *paponex@hotmail.com* . *ramonmaje@yahoo.es* Universidad de la Amazonia. Consultado octubre 16, 2011. Consultado octubre 16, 2011.
46. Morin J ; Carvajal G. Proyecto de investigación. 2007. Disponible en <http://www.gcarvajalmodelos.wordpress.com.htm>. Consultado Setiembre 20, 2011.
47. Murillo P. Matemática Educativa. Lima-Perú. 2008. mailto: pmurillo.utp.ac.pa.
48. Narvaja P. "Cuestiones Relativas a las estrategias de aprendizaje y su relación con el aprendizaje efectivo", Ministerio de Cultura y Educación, Bs. Aires. 2003.
49. Navarro R.; Saorín J.L. El desarrollo de las habilidades de visión espacial y croquis en la ingeniería de producto. Ponencia. Departamento de Expresión Gráfica en Arquitectura e Ingeniería Universidad de La Laguna.
50. Percepción. Disponible en: <http://www.mentat.com.ar/percepciongeométrica.htm>. consultado octubre 25, 2011.
51. Perspectivas en l'Ensenyament de la Geometriapelsegle XXI Documento de discusión para un estudio ICMI. PMME-UNISON. Bs. Aires. Febrero. 2001.
52. Programa Curricular (Unidad VI) de 9° Grado de educación básica secundaria, publicado por el MEN. propuesta didáctica para desarrollar con los estudiantes la representación en el plano del espacio tridimensional. 1991.
53. Ramón Aspiroz J.; Fossati F.; Mendoza Y. Situación de la Educación en América Latina. Documento de Puebla, N° 1025, año 1979.
54. Ríos Muñoz D.; Reinoso Hernández J. Proyectos de innovación educativa. Universidad de Santiago de Chile. 2008.
55. Vasco Carlos E. "Sistemas geométricos", en Un nuevo enfoque para la didáctica de las matemáticas, Vol. II, -2008.
56. Vargas Gil P.J.; El lenguaje condiciona parcialmente la percepción visual. Disponible en: <http://www.mentat.com.ar/percepcionvisual.htm>

ANEXOS

ANEXO N° 01
MATRIZ DE CONSISTENCIA

TITULO: APLICACIÓN DEL MODELO DE VAN HIELE Y EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ESPACIAL EN EL ÁREA DE MATEMÁTICA EN ESTUDIANTES DEL 4TO DE SECUNDARIA I.E. "JAVIER PÉREZ DE CUELLAR", MONZÓN-2011.

PROBLEMA	OBJETIVOS	HIPÓTESIS	VARIABLES	DIMENSIONES E INDICADORES	INSTRUMENTOS	DISEÑO	METODOLOGÍA								
<p>PROBLEMA GENERAL</p> <p>¿De qué manera la aplicación del modelo de VAN HIELE influye en el desarrollo del pensamiento espacial en estudiantes del 4º de secundaria I.E. "Javier Pérez de Cuellar", Monzón-2011?</p> <p>PROBLEMAS ESPECÍFICOS</p> <p>¿Cuál es el nivel del pensamiento espacial en el área de matemática en estudiantes del 4º de secundaria antes de la aplicación del modelo de Van Hiele?</p> <p>¿Cuál es el nivel del pensamiento espacial en el área de matemática en estudiantes del 4º de secundaria después de la aplicación del modelo de Van Hiele?</p>	<p>OBJETIVO GENERAL</p> <p>Determinar la influencia del modelo de Van Hiele en el desarrollo del pensamiento espacial en el área de matemática en estudiantes del 4º de Secundaria I.E. "Javier Pérez de Cuellar", Monzón-2011.</p> <p>OBJETIVOS ESPECÍFICOS</p> <p>a. Lograr la Construcción de representaciones mentales de objetos del espacio. b. Lograr la Manipulación de objetos del espacio. c. Lograr la Relación entre objetos del espacio d. Lograr la Transformación y representación de objetos del espacio.</p>	<p>HIPOTESIS GENERAL</p> <p>La aplicación del modelo de Van Hiele permite mejorar el desarrollo del pensamiento espacial en el área de matemática en estudiantes del 4º de Secundaria I.E. "Javier Pérez de Cuellar", Monzón-2011.</p> <p>SUB HIPÓTESIS.</p> <p>Bajo Nivel de pensamiento espacial en el área de matemática en estudiantes del 4º de secundaria antes de la aplicación del modelo de Van Hiele.</p> <p>Mejor nivel de pensamiento espacial en el área de matemática en estudiantes del 4º de secundaria después de la aplicación del modelo de Van Hiele.</p>	<p>INDEPENDIENTE</p> <p>E.</p> <p>Modelo de Van Hiele</p> <p>DEPENDIENTE</p> <p>E</p> <p>Desarrollo del pensamiento espacial en el área de matemática</p>	<p>NIVELES DE CONOCIMIENTO</p> <p>I.-Visualiza y describe objetos geométricos. II.-Analiza componentes de una figura. III.-Describe objetos. IV.-Describe y demuestra situaciones lógicas, justifica proposiciones. V.-Razona y deduce sin necesidad de elementos concretos.</p> <p>SECUENCIA DIDÁCTICA</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ ACTIVIDADES DE INICIO ➤ ACTIVIDADES CENTRALES: Incluye los cuatro niveles de conocimiento. ➤ ACTIVIDADES FINALES ➤ EVALUACION ➤ ACTIVIDAD DE EXTENSIÓN: Para ampliar el desarrollo del pensamiento espacial. <p>CONSTRUCCIÓN DE REPRESENTACIONES MENTALES DE OBJETOS DEL ESPACIO.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Crean construcciones en tres dimensiones a partir de elementos y gráficos bidimensionales. • Reproduce gráficamente objetos observados y prevé algunas más a aquellos. • Identifican figuras bidimensionales y tridimensionales en distintas posiciones a lo observado, abstrayendo partes de los mismos que no son visibles directamente. • Dibuja figuras en distintas posiciones a lo observado con diferentes tamaños. <p>MANIPULACIÓN DE OBJETOS DEL ESPACIO.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Arman objetos (siluetas) de diferentes tipos en un tiempo estimado. • Grafican objetos geométricos en base a instrucciones. • Presentan habilidades para representar objetos tridimensionales desde diferentes perspectivas. • Distribuyen espacios en un cuaderno o papelógrafo en el salón de clase, en la casa. <p>RELACIÓN ENTRE OBJETOS DEL ESPACIO</p> <ul style="list-style-type: none"> • Selecciona objetos de formas semejantes de un grupo de figuras. • Descubren y describen semejanzas y diferencias entre diversos objetos. • Clasifica las formas geométricas que están presentes en la naturaleza y en las construcciones. • Describen las características de los objetos en el espacio considerando términos relacionados con forma y tamaño (corto, grande, mayor, etc), posición (encima, a la derecha, cerca, etc). <p>TRANSFORMACIÓN Y REPRESENTACIÓN DE OBJETOS DEL ESPACIO.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Distinguen simetrías de objetos • Elaboran trazos y proyecciones. • Grafican cortes y transformación de objetos. • Identifican sombras que un cuerpo produce. • Desarrolla habilidades para visualizar-concretamente e imaginariamente-efectos de reflexión e inversión de objetos. • Realiza descripciones y diseños(planos) de su casa, del lugar de estudio, del camino recorrido hacia uno u otro lugar(direcciones) 	<p>Módulo y sesiones de aprendizaje confeccionado de acuerdo a las exigencias y criterios del modelo de Van Hiele.</p> <p>Ficha de observación</p> <p>Prueba educativa</p> <p>- Observación de entrada.</p> <p>- Observación de salida.</p>	<p>Diseño de dos grupos no equivalentes o con grupo control no aleatorio</p> <p>Grupo:</p> <p>G.E. 0₁...x...0₂</p> <p>G.C. 0₃.....0₄</p>	<p>TIPO DE INVESTIGACIÓN: Aplicada</p> <p>NIVEL: Experimental explicativo</p> <p>POBLACIÓN:</p> <p>Estuvo constituido por alumnos matriculados en la Institución Educativa "Javier Pérez de Cuellar"- Monzón-Huánuco 2011, que hacen un total de 312.</p> <p>MUESTRA</p> <p>La muestra por conveniencia, lo constituyeron los alumnos del Cuarto Grado, que fueron elegidos según los objetivos de la investigación y el criterio del investigador, haciendo un total de 34 estudiantes como se muestra en el cuadro.</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>GRADO/SECCION</th> <th>CANTIDA</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>EXPERIMENTAL 4º B</td> <td>17</td> </tr> <tr> <td>CONTROL 4º A</td> <td>17</td> </tr> <tr> <td>TOTAL</td> <td>34</td> </tr> </tbody> </table>	GRADO/SECCION	CANTIDA	EXPERIMENTAL 4º B	17	CONTROL 4º A	17	TOTAL	34
GRADO/SECCION	CANTIDA														
EXPERIMENTAL 4º B	17														
CONTROL 4º A	17														
TOTAL	34														

ANEXO N° 02

INSTITUCIÓN EDUCATIVA
JAVIER PÉREZ DE CUELLAR-MONZÓN



FICHA DE OBSERVACIÓN

TEMA: Representación mental, manipulación y construcción de objetos triangulares.

DOCENTE: Lic. Luis Felipe Acuña Aponte

GRADO: 4° SECCIÓN: "B"

N° DE ORDEN	APELLIDOS Y NOMBRES	Identifica y caracteriza los elementos de un triángulo	Clasifica tipos de triángulos	Discrimina propiedades en los triángulos.	Demuestra propiedades sobre	Construye figuras trazando diversos tipos de triángulos.	TOTAL PUNTAJE	ACTITUDES Demuestra una actitud laboriosa al ejecutar las actividades propuestas.	TOTAL PUNTAJE
		(0 - 4)	(0 - 4)	(0 - 4)	(0 - 4)	(0 - 4)		(0 - 20)	
1									
2									
3									
4									
5									
6									
7									
8									
9									
10									
11									
12									
13									
14									
15									
16									
17									
18									
19									
20									
21									
22									
23									
24									
25									
26									

Monzón, 22 de setiembre del 2011

.....
DOCENTE

.....
DIRECTORA

ANEXO Nº 04
VALORACION DE RESULTADOS DE LA PRUEBA EDUCATIVA POR DIMENSIONES DEL PRETEST DEL GRUPO EXPERIMENTAL

Nº	DIMENSION 1(4p)						DIMENSION 2(4p)						DIMENSION 3(4p)						DIMENSION 4(8p)								PTJE	
	l ₁	l ₂	l ₃	l ₄	TOT	NOTA	l ₅	l ₆	l ₇	l ₈	TOT	NOTA	l ₉	l ₁₀	l ₁₁	l ₁₂	TOT	NOTA	l ₁₃	l ₁₄	l ₁₅	l ₁₆	l ₁₇	l ₁₈	l ₁₉	TOT		NOTA
1	0	0,5	1	1	2,5	12,5	0,5	0	0,5	0,5	1,5	7,5	0,5	0,5	0	0,5	1,5	7,5	1	0	0	0,5	0,5	0,5	0,5	3	7,5	8,5
2	1	0,5	0	0	1,5	7,5	1	0	0,5	0,5	2	10	0,5	0	0	0,5	1	5	0,5	0,5	0	0,5	0,5	0,5	0	2,5	6,25	7
3	0	0,5	0	0,5	1	5	0,5	0	0,5	0,5	1,5	7,5	0,5	0,5	0	0,5	1,5	7,5	0,5	0,5	0	0,5	0,5	0,5	0,5	3	7,5	7
4	1	0,5	0	0,5	2	10	0,5	0	1	0,5	2	10	0,5	0,5	0,5	0,5	2	10	1	1	0,5	0,5	1	0,5	0,5	5	12,5	11
5	1	1	1	0,5	3,5	17,5	1	1	1	0,5	3,5	17,5	0,5	0	0,5	1	2	10	1	0,5	0	0,5	0,5	0,5	0,5	3,5	8,75	12,5
6	0,5	0,5	0	0,5	1,5	7,5	0	0,5	1	0,5	2	10	0	0	0,5	1	1,5	7,5	0,5	0	0	0,5	0	0,5	0	1,5	3,75	6,5
7	0,5	0,5	1	0,5	2,5	12,5	0	0,5	0,5	0,5	1,5	7,5	0,5	0,5	0,5	0,5	2	10	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0	0,5	3	7,5	9
8	0	1	1	1	3	15	0,5	1	0,5	0,5	2,5	12,5	0,5	0,5	0,5	0,5	2	10	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	1	0,5	4	10	11,5
9	0,5	1	0	1	2,5	12,5	0,5	0	0,5	1	2	10	1	0,5	0,5	1	3	15	0,5	0,5	0	0,5	1	1	0,5	4	10	11,5
10	0,5	0,5	0	1	2	10	0,5	0,5	1	0,5	2,5	12,5	1	0,5	0,5	0,5	2,5	12,5	0,5	0,5	0	0	0	0,5	0	1,5	3,75	8,5
11	0,5	0,5	0	0,5	1,5	7,5	0,5	0	0,5	0,5	1,5	7,5	0	0	0,5	1	1,5	7,5	0,5	0	0	0,5	0,5	0,5	0	2	5	6,5
12	0,5	0,5	1	1	3	15	0	0,5	0,5	0,5	1,5	7,5	0	0	0	0,5	0,5	2,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0	0,5	0,5	3	7,5	8
13	0,5	0	0	0	0,5	2,5	0,5	0	1	0,5	2	10	0,5	0,5	0,5	1	2,5	12,5	0,5	0,5	0	0,5	0,5	0,5	0	2,5	6,25	7,5
14	1	0,5	0	1	2,5	12,5	0,5	0	0,5	0,5	1,5	7,5	1	0,5	0,5	0,5	2,5	12,5	1	0	0,5	0,5	1	0,5	0,5	4	10	10,5
15	0	0,5	0	0	0,5	2,5	0	0	0,5	0,5	1	5	0,5	0	0	0,5	1	5	0,5	0	0	0,5	0,5	0,5	0	2	5	4,5
16	0	0,5	1	0,5	2	10	0	0	0	0,5	0,5	2,5	0,5	0	0,5	0	1	5	0,5	1	1	0,5	0	0	0,5	3,5	8,75	7
17	0	0,5	0	0,5	1	5	0	0,5	1	0	1,5	7,5	0,5	0,5	0,5	0,5	2	10	0,5	0,5	1	0	1	0,5	0,5	4	10	8,5

VALORACION DE RESULTADOS DE LA PRUEBA EDUCATIVA POR DIMENSIONES DEL POSTEST DEL GRUPO EXPERIMENTAL

CÓDIGO	DIMENSION 1(4p)						DIMENSION 2(4p)						DIMENSION 3(4p)						DIMENSION 4(8p)						PJE			
	l ₁	l ₂	l ₃	l ₄	TOT	NOTA	l ₅	l ₆	l ₇	l ₈	TOT	NOTA	l ₉	l ₁₀	l ₁₁	l ₁₂	TOT	NOTA	l ₁₃	l ₁₄	l ₁₅	l ₁₆	l ₁₇	l ₁₈		l ₁₉	TOT	NOTA
1	0,5	1	1	1	3,5	17,5	1	0,5	0,5	1	3	15	0,5	0,5	0,5	0,5	2	10	1	0,5	0,5	0,5	0,5	1	0,5	4,5	11,3	13
2	0,5	1	0,5	0,5	2,5	12,5	1	0,5	1	0,5	3	15	0,5	0,5	0,5	0,5	2	10	0,5	1	1	0,5	0,5	0,5	0,5	4,5	11,3	12
3	1	1	0,5	0,5	3	15	1	0,5	0,5	0,5	2,5	12,5	0,5	0,5	0	0,5	1,5	7,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	1	1	4,5	11,3	11,5
4	1	0,5	0,5	1	3	15	1	0,5	1	1	3,5	17,5	0	0,5	0,5	0,5	1,5	7,5	1	1	0,5	1	1	0,5	1	6	15	14
5	1	1	1	1	4	20	1	0,5	1	0,5	3	15	0,5	0,5	0,5	1	2,5	12,5	1	0,5	1	0,5	0,5	0,5	1	5	12,5	14,5
6	0,5	0,5	1	0,5	2,5	12,5	0,5	0,5	0,5	0,5	2	10	0,5	0,5	0,5	0,5	2	10	0,5	0,5	1	0,5	0,5	0,5	0,5	4	10	10,5
7	0,5	0,5	0,5	1	2,5	12,5	0,5	0,5	1	0,5	2,5	12,5	1	0,5	0,5	0,5	2,5	12,5	0,5	0,5	1	0,5	0,5	0,5	0,5	4	10	11,5
8	0,5	1	0,5	1	3	15	1	0,5	0,5	1	3	15	0,5	0,5	0,5	0,5	2	10	0,5	1	0,5	0,5	0,5	1	0,5	4,5	11,3	12,5
9	0,5	1	0,5	1	3	15	1	1	1	1	4	20	1	0,5	0,5	1	3	15	1	1	1	1	0,5	1	0,5	6	15	16
10	0,5	1	1	0,5	3	15	1	0	0,5	0,5	2	10	0,5	0,5	0,5	0	1,5	7,5	0,5	1	1	0	1	0,5	0,5	4,5	11,3	11
11	0,5	1	0	1	2,5	12,5	0,5	0,5	0,5	0,5	2	10	0,5	0,5	0,5	0,5	2	10	1	0,5	0,5	1	0,5	1	0,5	5	12,5	11,5
12	0,5	0,5	0,5	1	2,5	12,5	0,5	1	1	0,5	3	15	0,5	0,5	0,5	1	2,5	12,5	1	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	4	10	12
13	0,5	0,5	0	0,5	1,5	7,5	0,5	0,5	0,5	1	2,5	12,5	0,5	1	0,5	1	3	15	1	1	0,5	0,5	0,5	1	0,5	5	12,5	12
14	1	1	0,5	1	3,5	17,5	1	1	0,5	0,5	3	15	1	0,5	0,5	0,5	2,5	12,5	1	1	1	0,5	1	1	0,5	6	15	15
15	0,5	1	0,5	0,5	2,5	12,5	0,5	0,5	0,5	0,5	2	10	0	0,5	0,5	0,5	1,5	7,5	0,5	0	0,5	0,5	0,5	1	0,5	3,5	8,75	9,5
16	0,5	0,5	1	1	3	15	0,5	0,5	1	0,5	2,5	12,5	1	0,5	0,5	1	3	15	0,5	0,5	1	0,5	0,5	1	0,5	4,5	11,3	13
17	0,5	0,5	0,5	1	2,5	12,5	0,5	1	1	0,5	3	15	1	0,5	0,5	1	3	15	1	0,5	1	0,5	1	1	0,5	5,5	13,8	14

VALORACION DE RESULTADOS DE LA PRUEBA EDUCATIVA POR DIMENSIONES DEL PRETEST DEL GRUPO DE CONTROL

CÓDIGO	DIMENSION 1(4p)					NOTA D1	DIMENSION 2(4p)					NOTA D2	DIMENSION 3(4p)					NOTA D3	DIMENSION 4(8p)								NOTA D4	PTJE TOTAL
	l ₁	l ₂	l ₃	l ₄	TOT		l ₅	l ₆	l ₇	l ₈	TOT		l ₉	l ₁₀	l ₁₁	l ₁₂	TOT		l ₁₃	l ₁₄	l ₁₅	l ₁₆	l ₁₇	l ₁₈	l ₁₉	TOT		
01	1	0,5	0	1	2,5	12,5	0,5	0,5	1	0,5	2,5	12,5	1	0,5	0,5	1	3	15	0,5	0	0,5	0,5	0	0,5	0,5	2,5	6,25	11,6
02	1	0,5	0	1	2,5	12,5	1	0	0,5	0,5	2	10	1	0	0,5	1	2,5	12,5	0	1	0	0	1	0,5	0,5	3	7,5	10,6
03	0,5	0,5	0	0	1	5	0	0,5	0	0,5	1	5	1	0	0,5	0,5	2	10	1	0,5	0	1	0,5	0,5	1	4,5	11,3	7,8
04	1	0,5	0	1	2,5	12,5	0,5	1	1	0,5	3	15	0	0,5	0,5	1	2	10	0,5	0,5	0	0,5	0,5	0,5	0,5	3	7,5	11,3
05	1	0	1	1	3	15	0,5	1	0,5	0,5	2,5	12,5	1	0	0	0,5	1,5	7,5	0,5	1	0	1	0,5	0,5	1	4,5	11,3	11,6
06	0	0,5	0	0,5	1	5	0	0	0	0,5	0,5	2,5	0	0	0,5	0,5	1	5	0,5	0	0	0,5	0	0,5	0	1,5	3,75	4,1
07	1	1	1	1	4	20	1	1	1	0,5	3,5	17,5	1	0,5	0,5	0,5	2,5	12,5	0,5	1	0,5	0,5	1	1	1	5,5	13,8	16,0
08	0	0	0	0,5	0,5	2,5	0	0	0	0,5	0,5	2,5	1	0	0,5	0,5	2	10	0,5	0,5	0	0,5	0	0	0,5	2	5	5,0
09	0,5	0,5	1	1	3	15	0	0	0,5	0,5	1	5	1	0	0,5	1	2,5	12,5	0	0	0	0,5	0	0,5	0	1	2,5	8,8
10	0,5	0,5	0	0,5	1,5	7,5	0	0	0,5	0,5	1	5	0	0	0	0,5	0,5	2,5	0	1	0	0,5	0,5	0,5	0	2,5	6,25	5,3
11	0,5	0,5	1	0	2	10	0	0,5	0,5	0,5	1,5	7,5	0	0	0,5	0,5	1	5	0,5	0,5	0	0	0,5	0,5	0,5	2,5	6,25	7,2
12	1	0,5	0	1	2,5	12,5	1	0,5	0,5	0,5	2,5	12,5	0	0,5	0,5	1	2	10	1	0	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	3,5	8,75	10,9
13	0,5	0,5	0	1	2	10	1	0	1	0,5	2,5	12,5	1	0,5	0,5	0,5	2,5	12,5	0,5	0,5	0	0,5	0,5	1	0,5	3,5	8,75	10,9
14	1	0,5	0	1	2,5	12,5	1	1	1	0,5	3,5	17,5	0	0,5	0,5	1	2	10	1	1	0,5	0,5	0,5	0	1	4,5	11,3	12,8
15	1	0,5	1	0	2,5	12,5	1	0,5	0,5	0,5	2,5	12,5	0	0,5	0,5	0,5	1,5	7,5	1	0,5	0	0,5	0,5	0	0,5	3	7,5	10,0
16	1	0,5	1	0,5	3	15	0	0,5	0,5	0,5	1,5	7,5	1	0,5	0,5	0,5	2,5	12,5	1	1	0,5	0,5	1	1	0,5	5,5	13,8	12,2
17	0	0,5	1	0,5	2	10	0	0	0,5	0,5	1	5	0	0,5	0,5	0	1	5	0,5	0,5	0	0,5	0	0,5	0	2	5	6,3

VALORACION DE RESULTADOS DE LA PRUEBA EDUCATIVA POR DIMENSIONES DEL POSTEST DEL GRUPO DE CONTROL

CÓDIGO	DIMENSION 1(4p)						DIMENSION 2(4p)						DIMENSION 3(4p)						DIMENSION 4(8p)						PTJE			
	l ₁	l ₂	l ₃	l ₄	TOT	NOTA	l ₅	l ₆	l ₇	l ₈	TOT	NOTA	l ₉	l ₁₀	l ₁₁	l ₁₂	TOT	NOTA	l ₁₃	l ₁₄	l ₁₅	l ₁₆	l ₁₇	l ₁₈		l ₁₉	TOT	NOTA
01	1	1	1	0,5	3,5	17,5	1	0	0,5	0,5	2	10	0	0,5	0,5	1	2	10	0,5	1	0	1	0,5	1	1	5	12,5	12,5
02	1	0,5	1	1	3,5	17,5	0	0,5	0,5	0,5	1,5	7,5	0	0,5	0,5	0,5	1,5	7,5	0	0,5	0,5	0,5	1	1	1	4,5	11,3	11,0
03	1	0,5	0	1	2,5	12,5	0,5	0,5	0,5	1	2,5	12,5	0	0	0,5	0,5	1	5	0,5	1	0,5	0	0,5	0,5	0,5	3,5	8,75	9,7
04	1	1	1	0,5	3,5	17,5	1	1	0,5	0,5	3	15	1	0	0,5	0,5	2	10	0,5	0	0	1	0,5	1	0,5	3,5	8,75	12,8
05	1	0,5	1	1	3,5	17,5	0,5	0	0	0,5	1	5	1	0	0	0,5	1,5	7,5	0,5	1	0,5	1	0,5	1	1	5,5	13,8	11,0
06	0,5	0,5	0	0,5	1,5	7,5	0	0,5	0,5	0,5	1,5	7,5	0	0	0,5	0,5	1	5	0	0	0	1	0,5	1	1	3,5	8,75	7,2
07	1	1	1	1	4	20	1	0,5	1	0,5	3	15	1	0,5	1	0,5	3	15	1	1	0,5	1	1	1	1,5	7	17,5	16,9
08	0,5	0,5	0	0,5	1,5	7,5	0	0	0,5	0,5	1	5	0	0	0,5	0,5	1	5	0,5	0,5	0	0,5	0,5	0	0,5	2,5	6,25	5,9
09	1	0,5	0	0	1,5	7,5	0	0,5	0	0,5	1	5	1	0,5	0	0,5	2	10	0,5	0	0,5	0,5	0,5	0,5	1	3,5	8,75	7,8
10	0,5	0,5	0	0,5	1,5	7,5	0,5	0	0,5	0,5	1,5	7,5	0	0	0,5	0	0,5	2,5	0,5	0	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	3	7,5	6,3
11	0,5	0,5	1	0,5	2,5	12,5	0,5	0,5	0	0,5	1,5	7,5	0	0	0,5	0,5	1	5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	3,5	8,75	8,4
12	0,5	0,5	1	0,5	2,5	12,5	1	0	0,5	0,5	2	10	1	0,5	0	0,5	2	10	0,5	0	0,5	0,5	1	1	0,5	4	10	10,6
13	1	0,5	0	1	2,5	12,5	1	0,5	0	0,5	2	10	0	0,5	0,5	1	2	10	1	0	0	1	1	1	1	5	12,5	11,3
14	1	0,5	1	1	3,5	17,5	1	0,5	0,5	0,5	2,5	12,5	1	0,5	0,5	0,5	2,5	12,5	1	1	1	0,5	0,5	1	1	6	15	14,4
15	0,5	1	1	0	2,5	12,5	1	0,5	0	0,5	2	10	0	0,5	0,5	0,5	1,5	7,5	0,5	0	0,5	1	1	0	1	4	10	10,0
16	1	1	1	0,5	3,5	17,5	1	0,5	0,5	0,5	2,5	12,5	1	0,5	0,5	0,5	2,5	12,5	1	1	0,5	0,5	0,5	1	1	5,5	13,8	14,1
17	0,5	0,5	0	0,5	1,5	7,5	0	0,5	0,5	0,5	1,5	7,5	0	0,5	0,5	0,5	1,5	7,5	0	0,5	0	1	0,5	1	0,5	3,5	8,75	7,8

ANEXO N° 05**MÓDULO DE APRENDIZAJE****MODELO DE VAN HIELE Y EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO ESPACIAL EN EL ÁREA DE MATEMÁTICA****DATOS GENERALES:****I. Datos Generales.-**

1.1. Institución Educativa: "Javier Pérez de Cuellar"-Monzón.

1.2. Área : Matemática

1.3. Grado y Sección: 4° "B"

Duración: 24 hrs (12 sesiones de aprendizaje)

Docente : Luis Felipe Acuña aponte

II. FUNDAMENTACIÓN DEL MÓDULO

Un módulo de aprendizaje es un material didáctico que contiene todo los elementos necesarios para el aprendizaje toda vez que esta conformado por un conjunto de actividades organizadas y sistematizadas de manera que permita el aprendizaje de contenidos y desarrolle las capacidades y competencias matemáticas de los estudiantes en el componente de Geometría y Medida, teniendo en cuenta los estilos y ritmos de aprendizaje para interactuar en el contexto.

El presente módulo de aprendizaje se nutre del modelo de van hiele, del aporte de Gardner, de Piaget, entre otros; así mismo de las secuencias didácticas de una sesión de aprendizaje propuesto en la práctica docente en la actualidad, de múltiples actividades motivadoras, teniendo en cuenta una metodología para que el estudiante interactúa con sus pares en la construcción de sus conocimientos y estimulando a desarrollar el pensamiento espacial de los estudiantes durante su ejecución.

III. OBJETIVO: Orientar el desarrollo de las actividades referidas a la aplicación del modelo de Van Hiele para mejorar la capacidad del pensamiento espacial de los estudiantes del 4° de Secundaria en la I.E. "Javier Pérez de Cuellar", Monzón.

IV. JUSTIFICACIÓN

El presente módulo de aprendizaje se diseñó a causa de las dificultades en el proceso de enseñanza de la geometría, con la finalidad de aplicar las actividades para desarrollar el pensamiento matemático y de la cultura científica para comprender y actuar en el mundo, específicamente consistió en tratar de mejorar el nivel del pensamiento espacial de los estudiantes de nivel secundaria.

V. CAPACIDADES

CAPACIDADES FUNDAMENTALES	CAPACIDADES DE ÁREA	CAPACIDADES ESPECIFICAS
PENSAMIENTO CREATIVO.- Se estimulara que los estudiantes desarrollen la capacidad para encontrar y proponer formas originales de actuación, superando las rutas conocidos o los cánones establecidos. TOMA DE DECISIONES.- Se estimulara que los estudiantes desarrollen la capacidad para optar, entre una variable de alternativas, por lo mas coherente, conveniente y oportuno, discriminando los riesgos e implicancias de dicha opción. RESOLUCION DE PROBLEMAS.- Se estimulara que los educandos desarrollen la capacidad para encontrar respuestas inmediatas, pertinentes y oportunas ante situaciones difíciles.	Razonamiento y demsotración	Deduce, demuestra, analiza, aplica, identifica, explica, define, establece, clasifica.
	Comunicación matemática	Grafica, interpreta, formula, representa, matematiza
	Resolución de problemas	Resuelve, estima.

VI. CARACTERISTICAS DEL MÓDULO:

- Permite el uso y la elaboración de multiples materiales didácticos.
- Presentar imágenes que permiten visualizar las figuras geométricas.
- Permite interiorizar las imágenes mediante la percepción visual.
- Contiene actividades significativas y lúdicas.
- Desarrolla el pensamiento espacial através de actividades que implican visualización y la manipulación espacial.
- Desarrolla las capacidades geométricas y mejora la comprensión de los conceptos y teoremas.
- Invita a desarrollar la creatividad mediante las avtividades variadas.

VII. RECURSOS Y MATERIALES

- Cartulinas, rompecabezas, instrumentos geométricos, textos, internet, papel bond, láminas, entre otros.

VIII. TEMPORALIZACIÓN

Cada sesión desarrollada tiene un aduración de dos horas pedagógicas (90 minutos)

IX. CRONOGRAMA Y ACTIVIDADES

APLICACIÓN DE LA PRUEBA PILOTO: El 08 de setiembre del 2011

PRUEBA DE ENTRADA: Administrada el 20 de setiembre del 2011.

PRUEBA DE SALIDA: Administrada el 29 de noviembre del 2011.

N ^a sesión	Fecha	Titulo de la sesión	Objetivo	Indicadores
1	22/09/2011	Representación mental, manipulación y construcción de objetos triangulares.	A partir de la manipulación de objetos el estudiante logra identificar, clasificar, verificar teoremas sobre triángulos al mismo tiempo reconstruir y construir objetos en tres dimensiones.	Discrimina propiedades en los triángulos Construye figuras utilizando diversos tipos de triángulos.
2	27/09/2011	Construcción y manipulación de objetos sólidos.	A partir de la construcción y diseño de objetos sólidos el estudiante logra reconocer polígonos de diversas características desarrollando así su inteligencia espacial.	-Clasifica polígonos a partir de realizar cortes y construcciones geométricas. -Construye figuras utilizando diversos tipos de polígonos.
3	29/09/2011	Construcción y manipulación de objetos sólidos.	A partir de la representación y observación de diversas figuras el estudiante logra reconocer triángulos congruentes en función a sus lados y ángulos, construye triángulos congruentes y demuestra sus propiedades, logrando de tal manera desarrollar su inteligencia espacial.	Acopla piezas de triángulos en un gráfico mayor. Identifica los elementos de dos triángulos semejantes.
4	06/10/2011	Representación mental y construcción de regiones circulares	A partir de la manipulación de objetos sólidos, el estudiante logra definir la diferencia entre círculo y circunferencia. Logra Realizar trazos sobre líneas notables y los ángulos que lo conforman.	Realiza construcciones geométricas utilizando la regla y el compás. Arma figuras utilizando el tangram circular.
5	13/10/2011	Reconociendo superficies en mi casa.	A partir de visualizar objetos sólidos, el estudiante logra definir el área, el perímetro. Logra realizar trazos sobre regiones y cálculo de áreas de lugares ocultos.	Compara y verifica el área de figuras poligonales relacionadas al entorno. Grafica resultado de áreas al mover y/o girar figuras y objetos.
6	18/10/2011	Construcción con rectas y planos perpendiculares – paralelos	A partir de la manipulación de objetos que contengan rectas y planos, el estudiante logra definir sobre la recta, plano paralelo y perpendicular y lo grafica.	Construye rectas y planos perpendiculares y paralelos relacionados con diversas figuras y objetos del entorno.

7	20/10/2011	Proyectando mi imagen sobre un plano.	A partir de proyectar diversos objetos sólidos, el estudiante logra imaginar y plasmar las proyecciones de los mismos, según la ubicación y momento de la naturaleza. Desarrolla el nivel de razonamiento espacio - visual.	Construye objetos tridimensionales a partir de gráficos bidimensionales. Grafica proyecciones de diversas imágenes y sólidos geométricos.
8	27/10/2011	Reconociendo la simetría en diversos cuerpos.	A partir de la presentación de objetos bidimensionales y tridimensionales, el estudiante logra ubicar y trazar el eje de simetría.	Traza ejes de simetría de diferentes gráficos. Realiza corte y ensamblaje de objetos con ejes de simetría
9	03/11/2011	Construcción de sólidos a partir de plantillas elaboradas.	A partir de la manipulación de objetos sólidos, el estudiante logra visualizar las diferentes plantillas para construir o armar un sólido. Logra construir sólidos geométricos e imaginarios.	Identifica y clasifica poliedros convexos y cóncavos. Construye prismas y poliedros a partir de modelos y plantillas.
10	10/11/2011	Conociendo una de las siete maravillas del mundo antiguo.	A partir de visualizar fotografías y diversos objetos sólidos, el estudiante logra reconocer y plasmar la silueta de una pirámide, al mismo tiempo realiza cortes del sólido y los grafica. Realiza cortes y demuestra teoremas para desarrollar su nivel de razonamiento espacial.	Construye e identifica las partes de un prisma. Encuentra el área lateral de un prisma luego de construir el prisma objetivo.
11	17/11/2011	Elaboración de plantillas y construcción de cilindros.	A partir de la elaboración de plantillas el estudiante es capaz de construir cilindros de diversos tamaños, calcular el área y el volumen de los mismos, además logra imaginar y plasmar corte de cilindros. Desarrollar el nivel de razonamiento espacio - visual.	Comparan la capacidad del cilindro con otros sólidos. Elaboran objetos nuevos que contengan cilindros como sus partes.
12	24/11/2011	Construyendo conos y esferas	A partir de proyectar diversos objetos y sólidos, el estudiante logra identificar las características de un cono y esfera y plasmar las mismas en un plano y en el espacio.	Identifica y describe las características de un cono y esfera a partir de objetos que manipula. Encuentra el área y volumen de un cono a partir de los sólidos que dibuja y construye.

X. METODOLOGÍA

- LINEAMIENTOS METODOLÓGICOS
 - Aprender en colaboración.
 - Organizarse. Trabajar en forma grupal.
 - Aprender a partir del juego y la construcción de materiales.
 - Desarrollar la confianza, la autonomía, y la experiencia directa.
 - Utilizar la potencialidad de representación activa del conocimiento:

TECNICAS Y PROCEDIMIENTOS

- Diálogo
- Lluvia de ideas
- Dinámica grupal
- Observación
- Experimentación y discusión.

TECNICAS COGNITIVAS

- Mapas conceptuales
- Organizadores visuales
- Cuadros comparativos

XI. Instrumentos de evaluación**TÉCNICAS – INSTRUMENTOS**

TÉCNICAS	INSTRUMENTOS
Observación Exposición de un tema Trabajo práctico individual y grupal Trabajo de investigación	Lista de cotejo Fichas de observación Prueba escrita Fichas de trabajo individual y grupal. Fichas de autoevaluación, coevaluación y metacognición.

EJECUCION DEL PLAN DE LA PRIMERA SESION:

CONSTRUYENDO MI CASA

A) ACTIVIDAD DE INICIO:

Con la finalidad de que los estudiantes identifiquen triángulos, se les presenta una fotografía. Se intercambian las preguntas y respuestas.



Si observas qué tipo de construcciones hay en el lugar donde vivís, podrás ver que algunas tienen formas triangulares.

.....

¿Qué otros objetos o construcciones conoces que contengan figuras triangulares?

¿Dónde están?

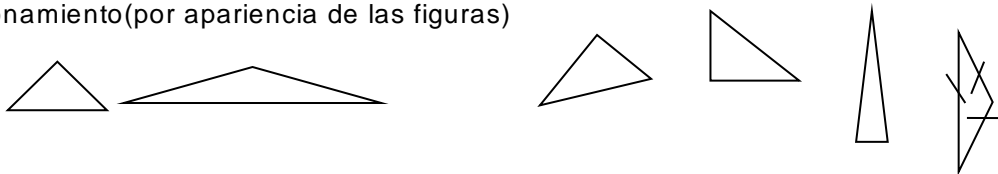
¿Por qué será que en las grandes construcciones que muestran las fotos, los arquitectos e ingenieros que las diseñaron decidieron usar estructuras en forma de triángulos?

Dibujar 2 triángulos que observaste.

B) ACTIVIDADES CENTRALES:

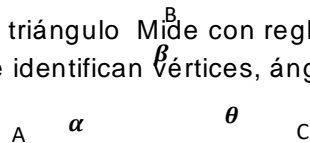
NIVEL I: VISUALIZACIÓN Y RECONOCIMIENTO.

Se reparte las figuras recortadas de triángulos, a partir de los cuál los alumnos en grupo visualizan, diferencian, clasifican utilizando criterios elementales de razonamiento(por apariencia de las figuras)



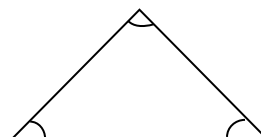
NIVEL II : ANALISIS.

Se describe los elementos componentes de un triángulo. Mide con regla cada lado del triángulo y clasifica de acuerdo a sus lados, se identifican β vértices, ángulos interiores y exteriores(sus elementos)



Tiene:

3 lados (segmentos): AB; BC ; AC



3 esquinas (vértices): A, B,C

3 ángulos

internos : α ; β ; θ

Lados	
Ángulos internos	
Ángulos externos	
vértices	

NIVEL III: DEDUCCIÓN INFORMAL.

Caracterización y clasificación de los triángulos según sus lados y ángulos.

Mide con regla y transportador cada lado del triángulo y clasifique de acuerdo a sus lados y ángulos.

Isósceles Tiene dos lados iguales	Equilátero Tiene tres lados iguales	Escaleno Todos sus lados tienen diferente medida
Agudo: sus tres ángulos miden menor de 90°	Recto :uno de sus ángulos mide 90°	Obtuso: uno de sus ángulos mide mayor de 90°

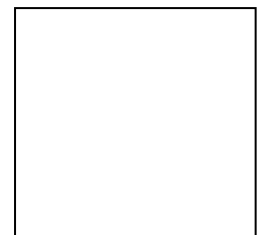
Demuestra la propiedad elemental: En todo triángulo la suma de los ángulos internos es igual a 180°

Dibuja en una hoja de papel el triángulo anterior. Rompe en tres pedazos el triángulo de papel de modo que Cada trozo contenga uno de los ángulos y junta los trozos uno a continuación de otro, haciendo coincidir los vértices de los ángulos.

¿La suma de los ángulos interiores a cuántos grados equivale?

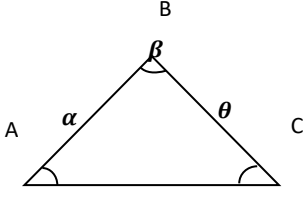
La suma de los ángulos interiores del triángulo, ¿a cuántos ángulos

rectos equivale?-----



NIVEL IV: DEDUCCIÓN FORMAL.

1.- Demostrar que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es igual a 180°

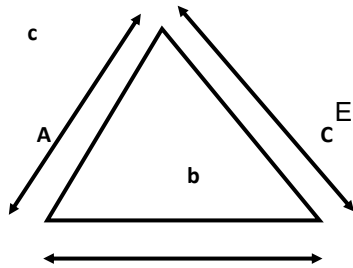
	<p>Demostración:</p>
---	-----------------------------

2.- En todo triángulo la medida de un ángulo exterior es igual a la suma de las medidas de dos ángulos interiores no adyacentes a él.

En el ΔABC , se cumple :

$$x = \alpha + \beta$$

3.- En todo triángulo un lado es mayor que la diferencia de las longitudes de los otros dos y menor que la suma de las mismas (propiedad de existencia).



En el $\Delta ABC : a \geq b \geq c$ Se cumple : $b - c < a < b + c$

C) ACTIVIDAD FINAL.

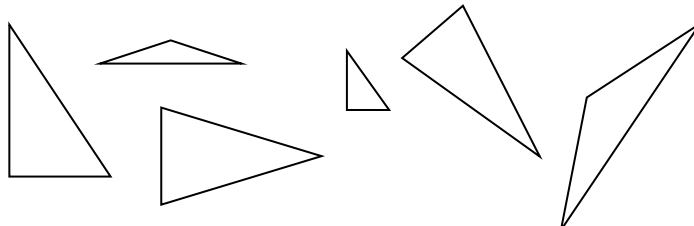
Los estudiantes comparten (socializan), sus ideas a través de sus trabajos plasmados.

D) EVALUACIÓN:

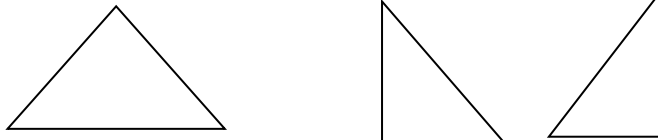
1.- ¿La suma de los ángulos internos a cuántos grados equivale?

2.- La suma de los ángulos interiores de un triángulo ABC, ¿A Cuántos ángulos rectos equivale?

3.- Encerrar en un círculo los triángulos equiláteros:



4.- A partir de los triángulos mostrados, construya una figura:



5.- ¿Cuántos triángulos puedes sacar de la figura mostrada.

E) ACTIVIDAD DE EXTENSIÓN:

Traer dos figuras diseñadas en tres dimensiones a partir de triángulos

SESIÓN DE APRENDIZAJE: N° 02

I. DATOS INFORMATIVOS:

- 1.1. Institución Educativa: "Javier Pérez de Cuellar"- Monzón
 1.2. ÁREA: Matemática 1.3. Grado y Sección: 4° "B" 1.4. Duración: 90 min.
 1.5. Docente: 1.6. Fecha: 27-09-2011
 1.7.-Tema: Construcción y manipulación de objetos sólidos.

II. OBJETIVOS ESPECÍFICOS.- A partir de la construcción y diseño de objetos sólidos el estudiante logra reconocer polígonos de diversas características desarrollando así su inteligencia espacial.

CONOCIMIENTOS	APRENDIZAJE ESPERADO	FORMA DE EVIDENCIA
Polígonos Clasificación de polígonos Teoremas	Clasifica polígonos de acuerdo a sus características. Deduce teoremas a partir de los gráficos	A partir de la observación y manipulación de la figuras geométrica el estudiante reconoce propiedades y construye objetos relacionados a los diferentes tipos de polígonos.

III. SECUENCIA DIDÁCTICA:

PROCESOS DE APRENDIZAJE	ACTIVIDADES Y ESTRATEGIAS	TIEMPO	RECURSOS Y/O MEDIOS
INICIO ☺ Motivación. ☺ Recojo de saberes previos ☺ Generación del conflicto cognitivo	A) Actividad de inicio: En el mundo de la ingeniería se está logrando un avance sorprendente y el estudiante muchas veces disfruta de esas maravillas observando obras concretas. El profesor pide anticipadamente a los estudiantes que observen diversas construcciones y luego en clase mencionen los tipos de polígonos que encontraron en cada construcción.	10min	Gráficos de polígonos, maquetas de sólidos geométricos, etc
PROCESO El estudiante procesa la información y construye nuevos conocimientos en su esquema mental	B) Actividades centrales: (4 niveles de Van Hiele) ✓ En las construcciones que observa el estudiante reconoce diversos polígonos. ✓ Los estudiantes describen cada polígono observado en las construcciones. ✓ Clasifican y caracterizan cuadriláteros según sus lados y ángulos. ✓ Los estudiantes utilizan la deducción para demostrar teoremas.	35min	Exposición
Sistematización de la información	EL docente con participación activa de los estudiantes hace un resumen del tema tratado.	15min	
Aplicación o transferencia a situaciones nuevas	C) Actividades finales: Los estudiantes socializan sus trabajos mediante la exposición grupal. D) Evaluación: Se evalúa la exposición de los trabajos.	30min	
SALIDA <i>Metacognición</i> <i>Extensión</i>	E) Actividades de extensión: el docente solicita para la siguiente sesión, traer 2 figuras diseñadas en tres dimensiones a partir de tipos de triángulos.		

EVALUACIÓN:

CRITERIOS	INDICADORES	INSTRUMENTOS
✓ Razonamiento y demostración ✓ Comunicación matemática ✓ Resolución de problemas	-Clasifica polígonos a partir de realizar cortes y construcciones geométricas. -Construye figuras utilizando diversos tipos de polígonos.	FICHA DE OBSERVACIÓN
➤ Actitud ante al área ➤ comportamiento	Muestra rigurosidad para representar relaciones, plantear argumentos y comunicar resultados.	FICHA DE OBSERVACIÓN

EJECUCION DEL PLAN DE LA SEGUNDA SESION: DECOSNTRUYENDO MI CASA

A) ACTIVIDAD DE INICIO:

Con la finalidad de que los estudiantes identifiquen cuadriláteros, se les presenta una fotografía. Se intercambian las preguntas y respuestas.

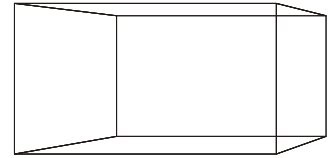
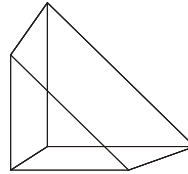
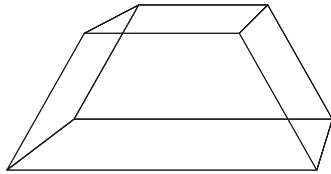
Si observas qué tipo de construcciones hay en el lugar donde vivís, podrás ver que algunas tienen formas cuadrangulares.

¿Qué otros objetos o construcciones conoces que contengan figuras Cuadrangulares?

B)Actividades centrales:

NIVEL I: VISUALIZACIÓN Y RECONOCIMIENTO.

El estudiante logra reconocer diversos polígonos que hay en cada construcción.



NIVEL II: ANÁLISIS.

Se describe cada polígono componente de las construcciones .



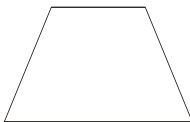
Romboide

Tiene 4 lados(2 pares paralelos), 2 ángulos obtusos y 2 ángulos agudos



Rectángulo

Tiene 4 lados(2 pares paralelos), 4 ángulos rectos



Trapecio

2 a 2 pares de lados paralelos, una base mayor y menor.

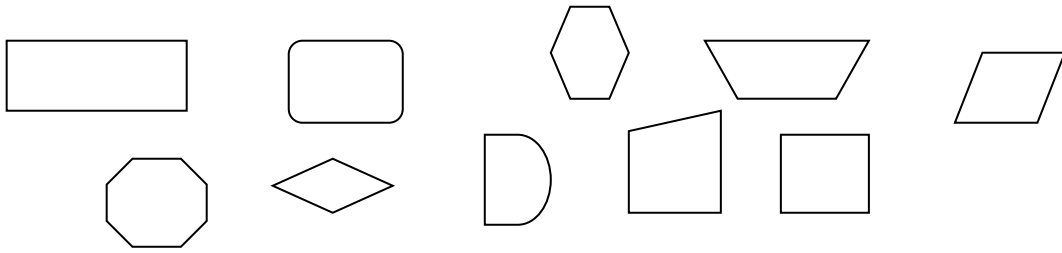


Cuadrado

Tiene 4 lados iguales, 4 ángulos rectos.

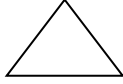

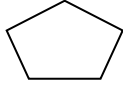
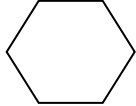
NIVEL III : DEDUCCIÓN INFORMAL

Caracterizan y clasifican cuadriláteros según sus lados y ángulos.



NIVEL IV: DEDUCCIÓN FORMAL

Se demuestran teoremas de forma deductiva.

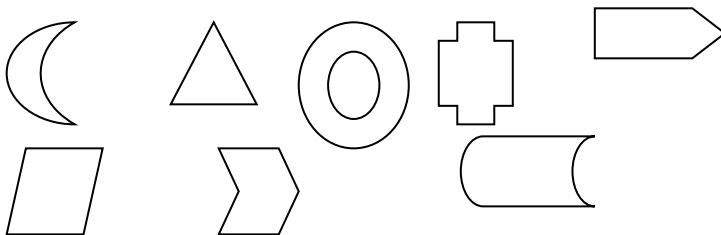
N° de lados	N° de ángulos	N° de vértices	N° de diagonales desde un vértice	Suma de ángulos internos
	3	3	0	
	4	4	2	
	5	5	4	
	6	6	7	

C) ACTIVIDADES FINALES:

los estudiantes exponen mencionando las características de cada polígono que lograron construir.

D) EVALUACIÓN:

1.- Encerrar con una línea los polígonos convexos y con puntos los cóncavos.



2.-A partir de los polígonos mostrados armar una figura.

3.-¿Cuántos polígonos conforman la siguiente figura?



E) ACTIVIDADES DE EXTENSIÓN

Diseñar dos figuras en tres dimensiones a partir de la clasificación de polígonos.

EJECUCION DEL PLAN DE LA TERCERA SESION

Figuras gemelas

A) ACTIVIDAD DE INICIO:

Con la finalidad de permitirles a los estudiantes realizar comparaciones se les presenta figuras, fotografías, etc.

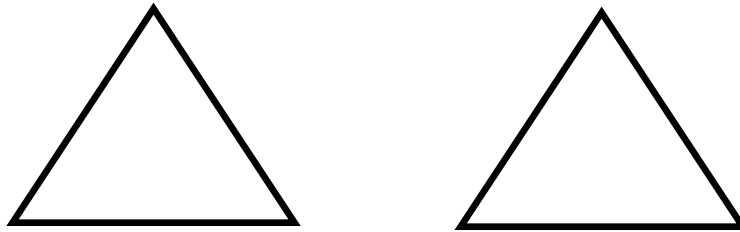
Si observas en tu entorno donde vives podrás decirme ¿Qué objetos, construcciones, animales o personas son semejantes en sus diversas características?

.....

B) CTIVIDADES CENTRALES:

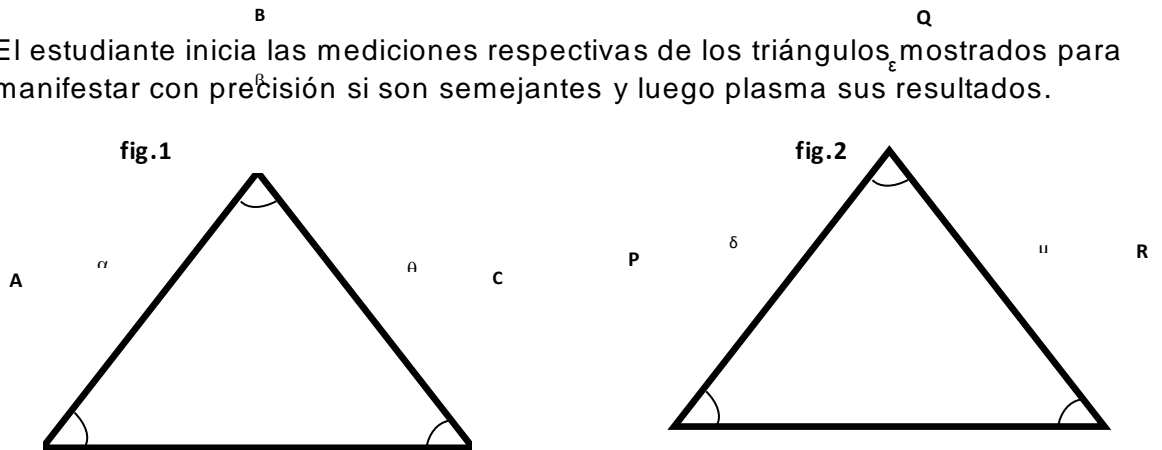
NIVEL I: VISUALIZACION Y RECONOCIMIENTO.

El estudiante visualiza y reconoce algunas características semejantes en los triángulos mostrados.



NIVEL II: ANALISIS

El estudiante inicia las mediciones respectivas de los triángulos_ε mostrados para manifestar con precisión si son semejantes y luego plasma sus resultados.



Lado/ cm

\overline{AB} =

\overline{QR} =

\overline{BC} =

\overline{PR} =

$\overline{AC} = \dots\dots\dots$

$\overline{PQ} = \dots\dots\dots$

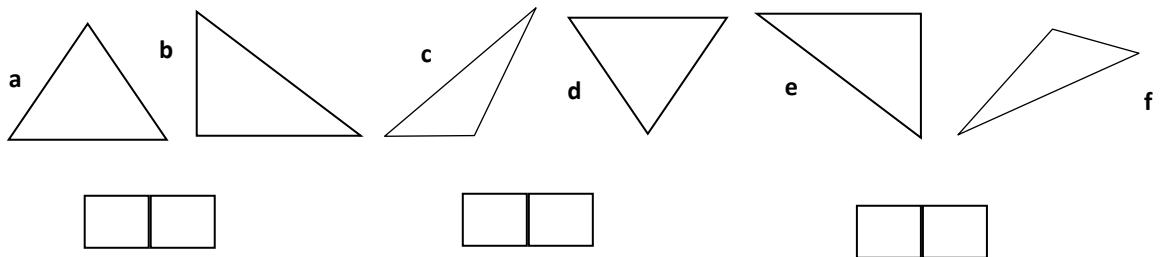
Angulo / grados

$\alpha = \dots\dots\dots$ $\delta = \dots\dots\dots$

$\beta = \dots\dots\dots$ $\mu = \dots\dots\dots$

$\epsilon = \dots\dots\dots$ $\theta = \dots\dots\dots$

NIVEL III: DEDUCCION INFORMAL: Observa y relaciona triángulos semejantes del grupo de triángulos mostrados.

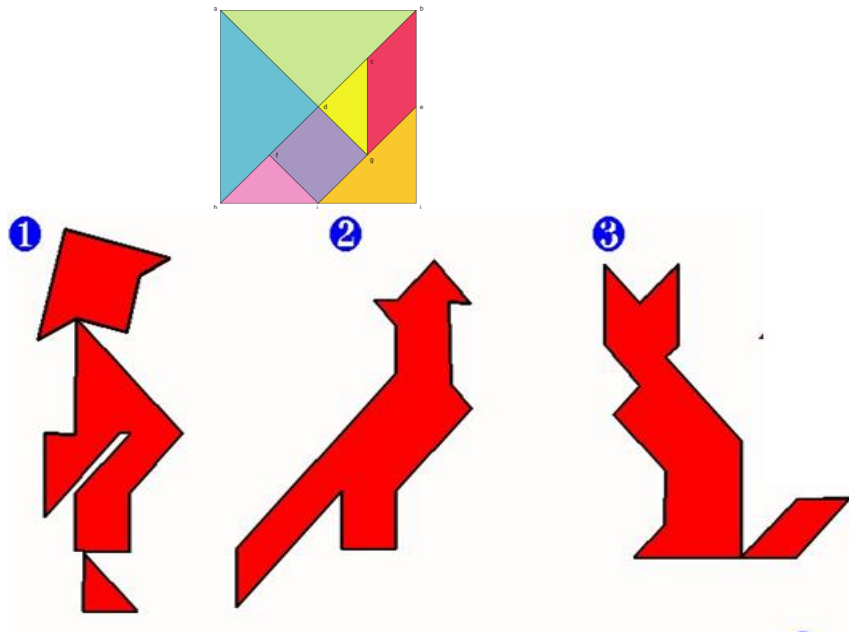


NIVEL IV: DEDUCCIÓN FORMAL (APLICACIÓN DE CASOS) Marca con un aspa en el caso correspondiente luego de analizar los triángulos mostrados.

GRÁFICOS		CASOS			
		ALA	LLL	LAL	LLA

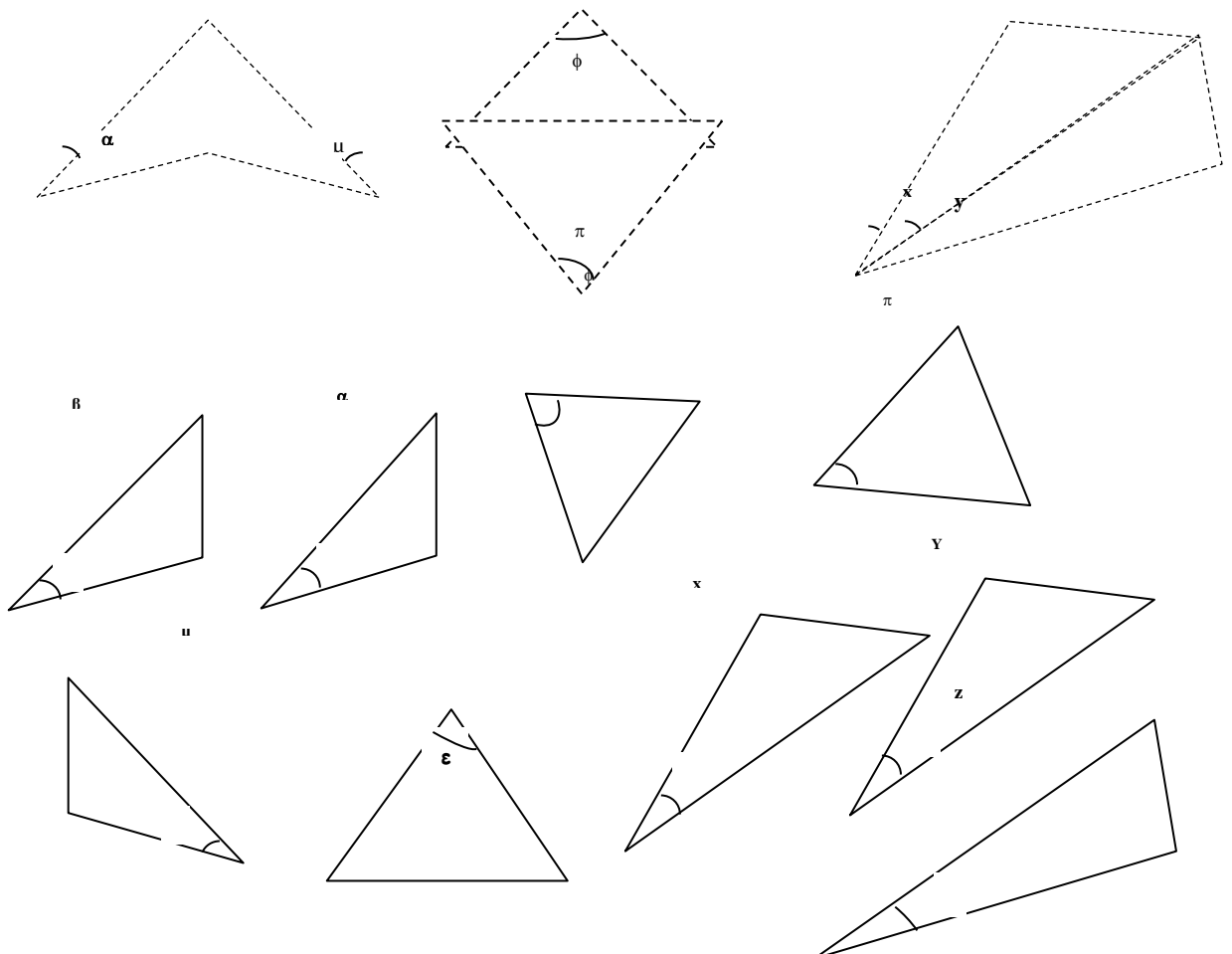
C. ACTIVIDAD FINAL.

Realiza cortes en una cartulina de 32 x 32 cm y luego arma los gráficos mostrados con las piezas obtenidas.



D. EVALUACION:

Llena los espacios punteados con las piezas mostradas y luego tacha el triangulo usado.

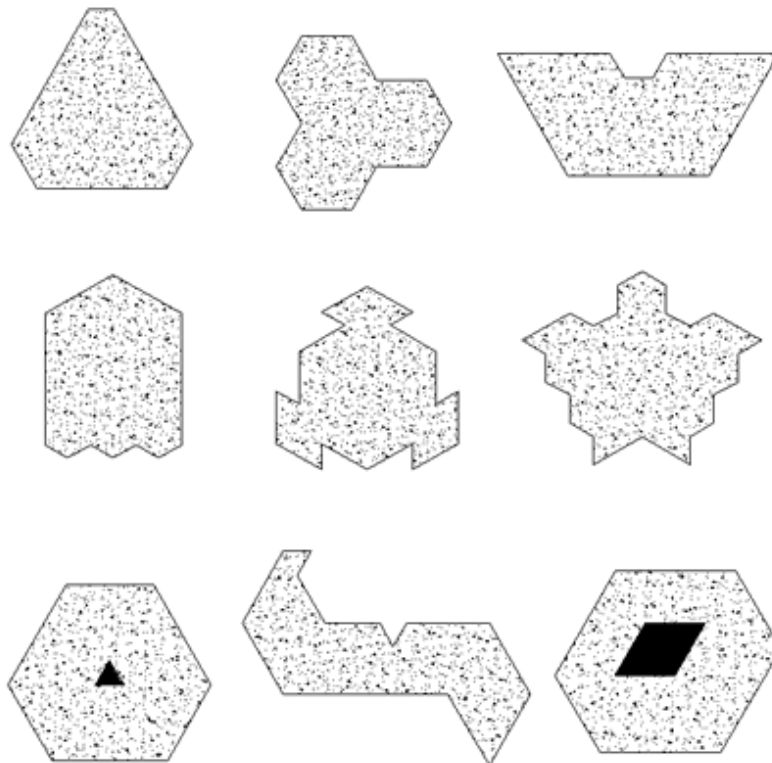
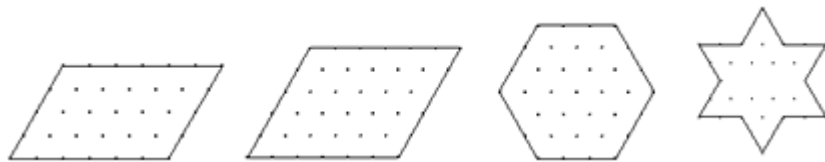


E. ACTIVIDAD DE EXTENSION

Usando triángulos equiláteros armar las siguientes figuras



Usando las doce piezas anteriores construir las figuras siguientes.



EJECUCION DEL PLAN DE LA CUARTA SESION

El milagro de la circunferencia y el círculo.

A) ACTIVIDAD DE INICIO:

Con la finalidad de permitirle al estudiante imaginar sobre el gran cambio que sufrió el mundo con el descubrimiento de la circunferencia - círculo y su gran utilidad en el mundo real.

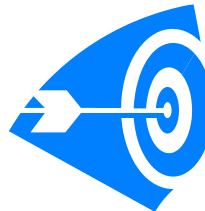
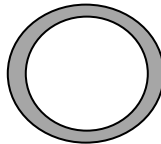
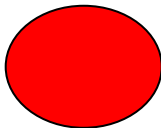
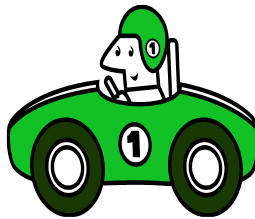
Ejemplifica en que objetos y/o aparatos se tiene presente el uso de la circunferencia – círculo.

.....
.....

B) ACTIVIDADES CENTRALES:

NIVEL I: VISUALIZACION Y RECONOCIMIENTO.

El estudiante visualiza ciertos objetos para así identificar la presencia de la circunferencia y el círculo en cada uno de ellos.

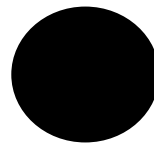
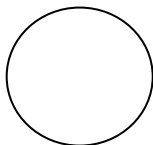


NIVEL II: ANALISIS.

El estudiante observa y tiene cierta dificultad en diferenciar círculo y la circunferencia.

El profesor aclara dudas del estudiante explicando las diferencias y solicita a los alumnos graficar separando sus elementos.

El estudiante identifica y describe cada elemento identificado



.....

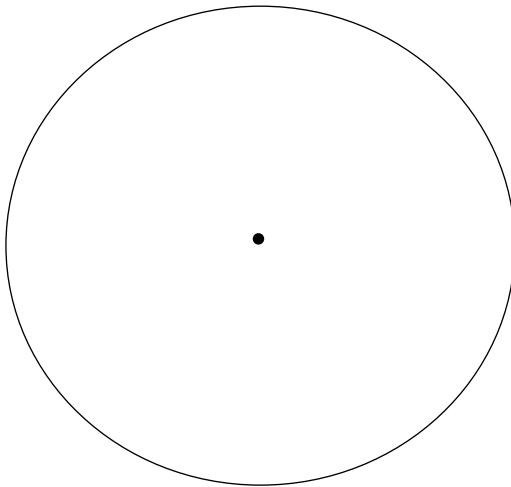
.....

.....

.....

NIVEL III: DEDUCCION INFORMAL

Llenar la circunferencia con los elementos mostrados del rompecabezas.

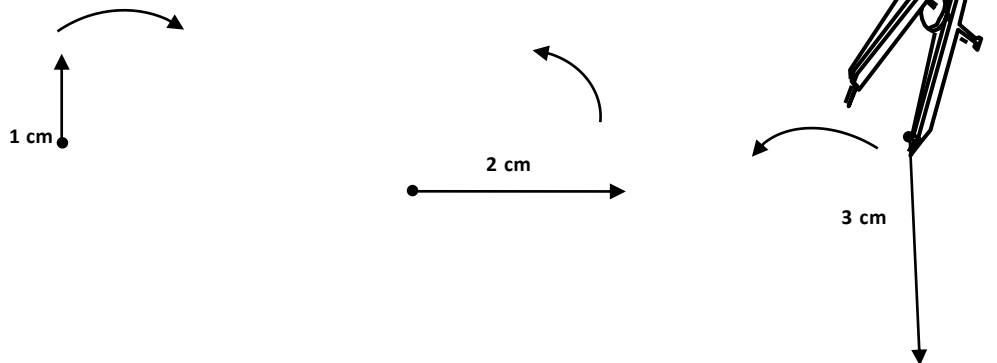


ELEMENTOS:

- O: centro de la Circunferencia.
- R: radio
- \overline{AB} : cuerda
- QS: diámetro
- \widehat{AB} : arco
- L_T : recta tangente
- T: punto de tangencia
- L_S : recta secante
- MF: flecha o sagita

NIVEL IV: DEDUCCION FORMAL

Hacer girar el compás como indica la figura



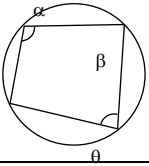
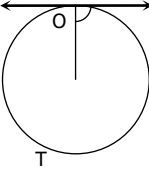
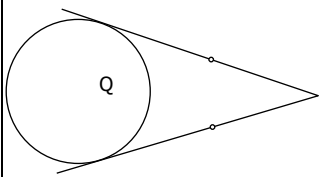
¿Qué figuras se obtienen al hacer girar el compás? y ¿en qué se diferencian las figuras obtenidas?

.....

Colorear la parte interna de cada circunferencia y luego explicar en qué se diferencia con la figura inicial.

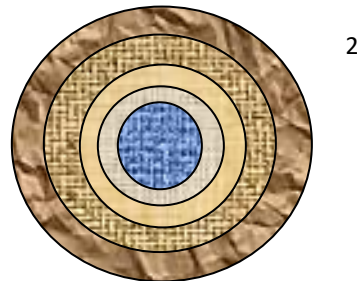
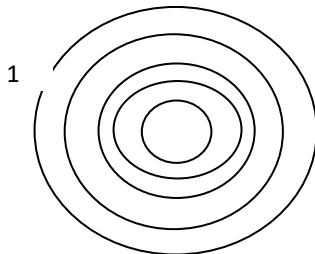
.....

Demuestra las siguientes propiedades usando tus conocimientos básicos

PROPIEDADES	DEMOSTRACIONES
 $\alpha + \beta = 180^\circ$	
 $\theta = 90^\circ$	
 $TP = TQ$	

C) ACTIVIDAD FINAL.

Los estudiantes arman cinco círculos y circunferencias de (1-2-3-4-5) cm de radio colocando unos sobre otros en su respectiva clasificación.



Explica ¿Qué diferencia hay entre el caso 1 y 2?

.....

D) EVALUACION:

Usando cartulina armar un tangram circular como se muestra a continuación.



E) ACTIVIDAD DE EXTENSION

Construir un cilindro y una pirámide que tengan bases circulares.

EJECUCION DEL PLAN DE LA QUINTA SESION

Reconociendo superficies en mí casa

A) ACTIVIDAD DE INICIO:

Con el propósito de generar en los estudiantes el reconocimiento de superficies en ciertos objetos bidimensionales y tridimensionales se les pide que realicen imaginaciones y luego exterioricen sus ideas.

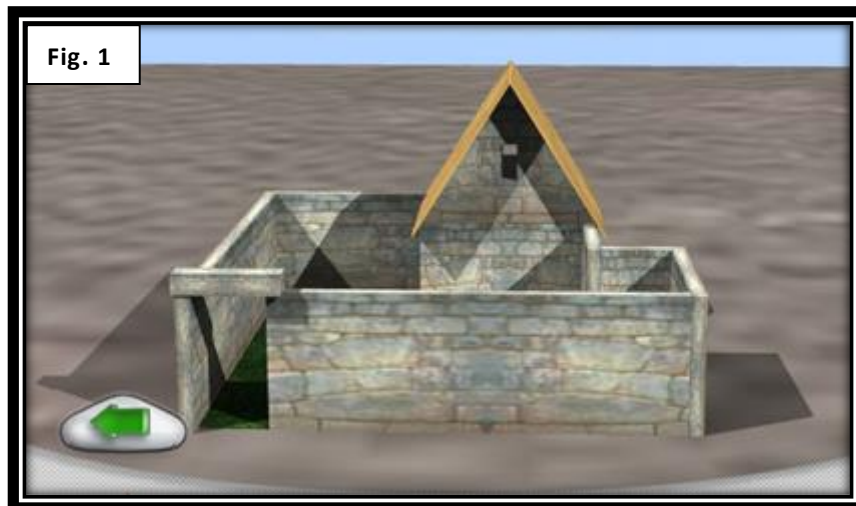
¿Qué objetos o construcciones conoces que tengan superficies?

.....

B) ACTIVIDADES CENTRALES:

NIVEL I: VISUALIZACION Y RECONOCIMIENTO.



El estudiante visualiza las siguientes imágenes para reconocer regiones planas.





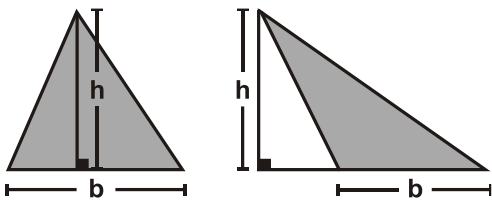
NIVEL II: ANALISIS.

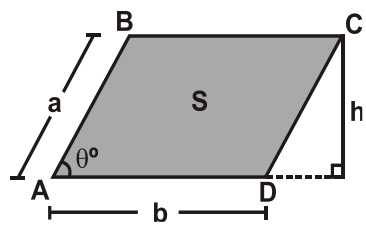
De las imágenes anteriores extraer cada polígono que tenga regiones planas y luego describir sus características.

Figura 1		Figura 2		Figura 3	
Polígono	Región plana	Polígono	Región plana	Polígono	Región plana
	Triangulo				
	rectángulo				

NIVEL III: DEDUCCION INFORMAL

Relacionar las figuras mostradas con sus respectivas formulas.

a)  () $S = b \cdot h$

b)  () $S = L^2$

c)  () $S = ab \cdot \text{Sen}\theta$

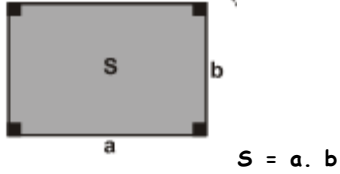
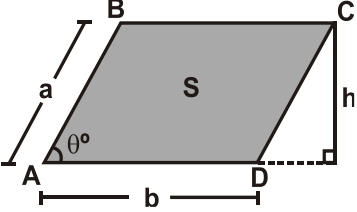
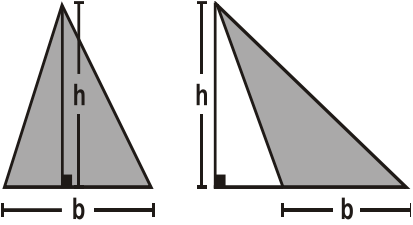
d)  () $S = \frac{Dd}{2}$

e)  () $S = a \cdot b$

() $S = L \cdot h$

NIVEL IV: DEDUCCION FORMAL

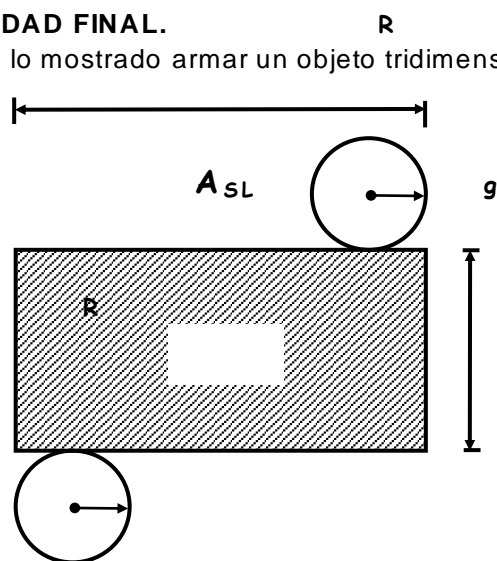
Demuestra los siguientes teoremas usando tus conocimientos básicos

TEOREMA	DEMOSTRACIONES
 <p>$S = a \cdot b$</p>	
 <p>$S = b \cdot h$ $S = ab \cdot \text{Sen}\theta$</p>	
 <p>$S_{\Delta} = \frac{b \cdot h}{2}$</p>	

$2\pi R$

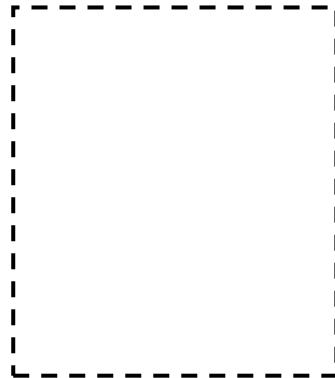
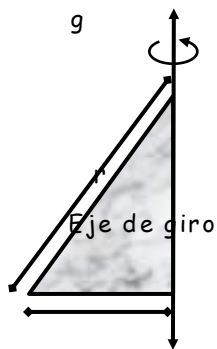
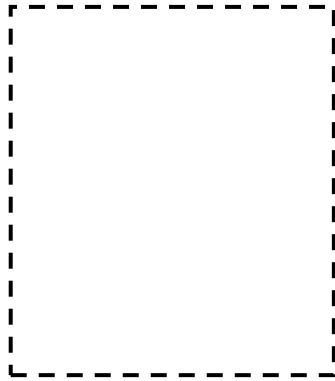
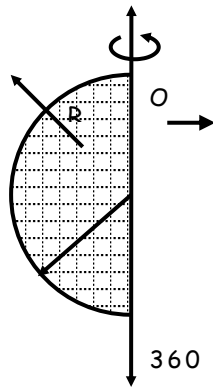
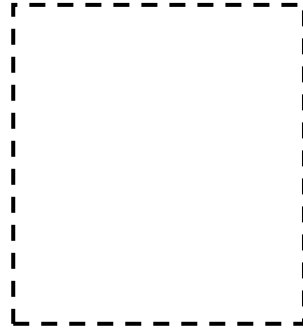
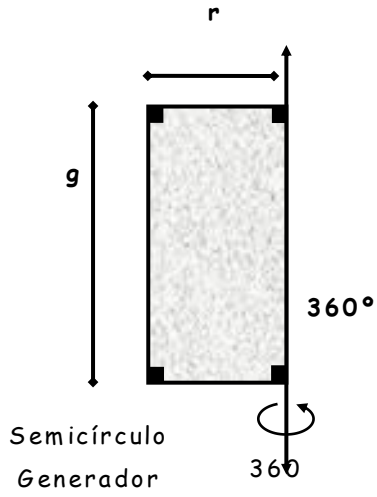
C) ACTIVIDAD FINAL.

A partir de lo mostrado armar un objeto tridimensional



D) EVALUACIÓN:

Graficar la figura lograda al hacer girar 360° con respecto al eje "y" la región plana mostrada

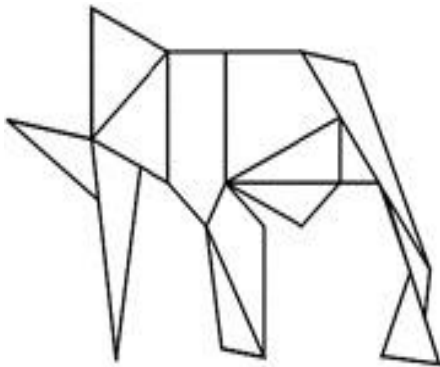
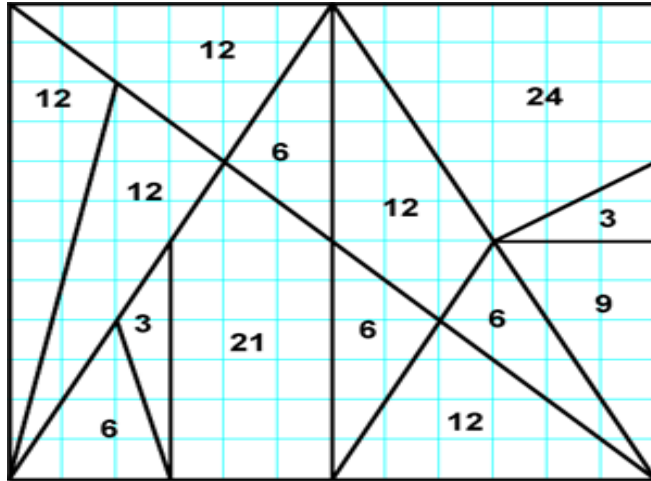


Explicar ¿Qué figuras se obtuvieron con el giro y como se produjo todo esto?

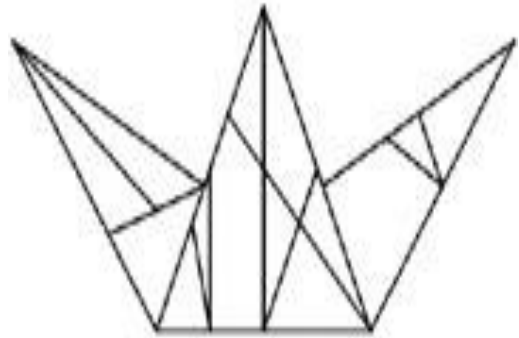
.....

E) ACTIVIDAD DE EXTENSIÓN

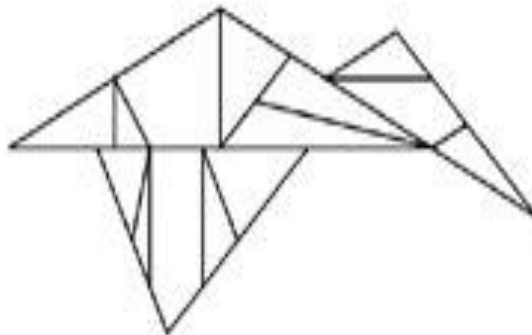
El estudiante diseña el rompecabezas de Stomachion y luego arma las figuras mostradas.



Elefante



Corona



Pájaro en vuelo

EJECUCION DEL PLAN DE LA SEXTA SESION

Construyendo con rectas y planos perpendiculares – paralelos

A) ACTIVIDAD DE INICIO:

Con la finalidad de permitir a los estudiantes realizar construcciones con planos y rectas, realizan actividades diversas.

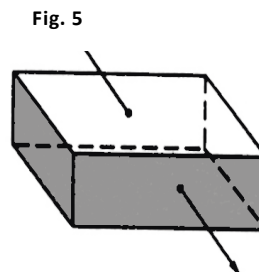
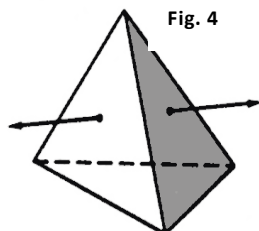
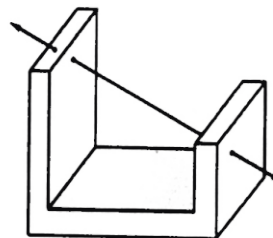
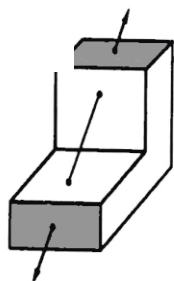
El estudiante observa su entorno y ejemplifica objetos en cada caso.

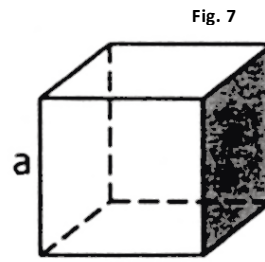
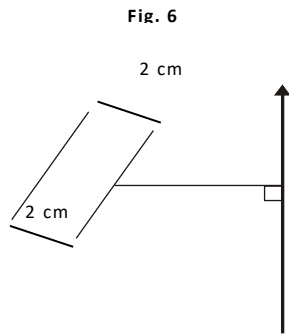
Una dimensión	Dos dimensiones	Tres dimensiones
.....
.....
.....

B) ACTIVIDADES CENTRALES:

NIVEL I: VISUALIZACION Y RECONOCIMIENTO.

El estudiante visualiza las siguientes imágenes para reconocer rectas y planos perpendiculares y paralelos.





NIVEL II: ANALISIS.

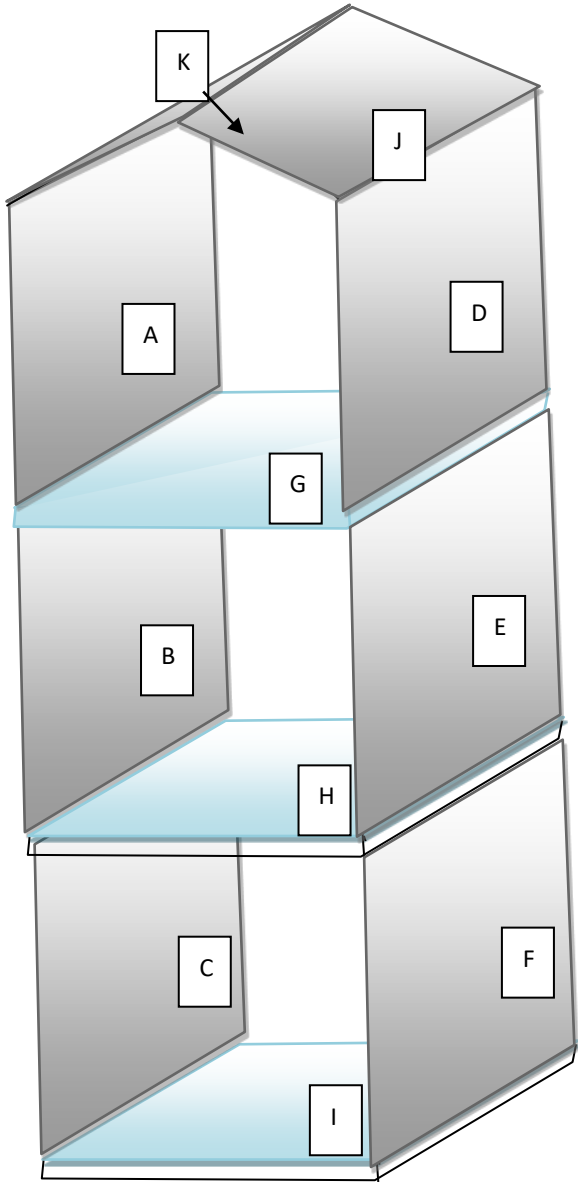
Observa y extrae de cada figura la cantidad de rectas y planos perpendiculares y paralelos.

Rectas y planos	Fig. 1	Fig. 2	Fig. 3	Fig. 4
Planos paralelos				
Planos perpendiculares				
Rectas paralelos				
Rectas perpendiculares				

Rectas y planos	Fig. 5	Fig. 6	Fig. 7
Planos paralelos			
Planos perpendiculares			
Rectas paralelos			
Rectas perpendiculares			

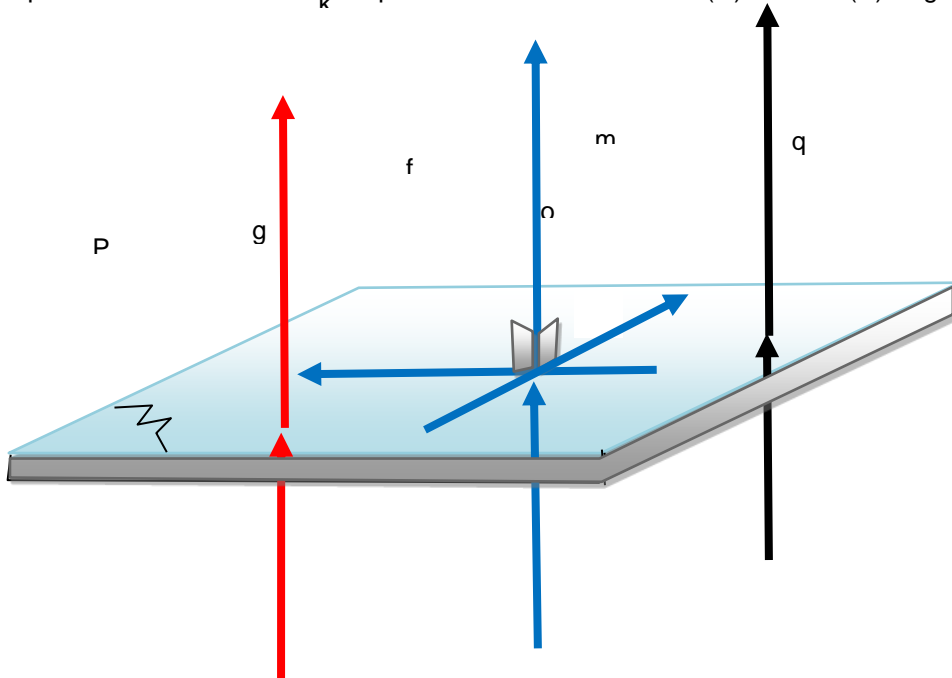
NIVEL III: DEDUCCION INFORMAL

Observa el grafico y completa el siguiente cuadro, si cada par de planos son perpendiculares o paralelos, caso contrario colocar una x.



Análisis	
A // B	A ⊥ G
B.....H	B.....G
A.....D	B.....E
A.....C	H.....E
A.....F	H.....G
A.....E	A.....D
K.....J	k.....l
A.....J	G.....C
B.....D	B.....F
H.....l	D.....C
G.....l	B.....J

NIVEL IV: DEDUCCION FORMA Una recta negra, azul y roja ⁿ atraviesan por los puntos mencionados en el plano. Marcar verdadero (V) o falso (F) según corresponda.



K // l..... ()

M // l.....()

N // l..... ()

K ⊥ r..... ()

K // n..... ()

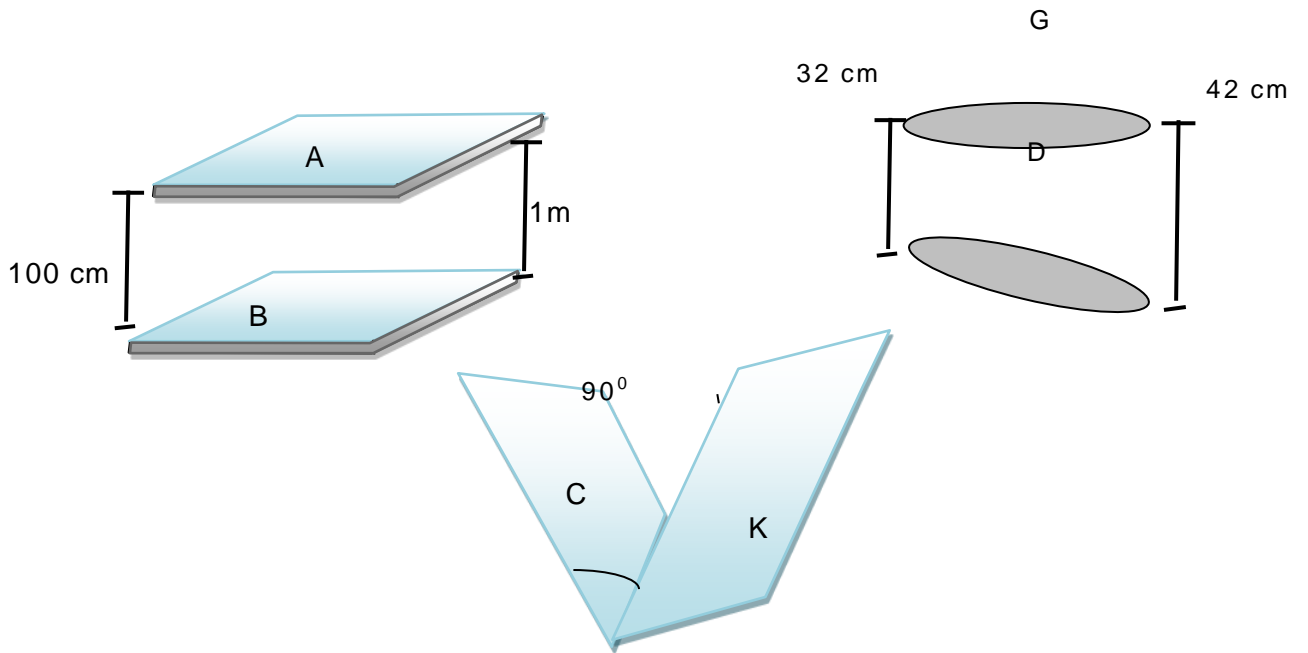
f // l.....()

m // f.....()

f // n..... ()

C) ACTIVIDAD FINAL.

I. En los siguientes gráficos determinar si es verdadero (V) o falso (F).



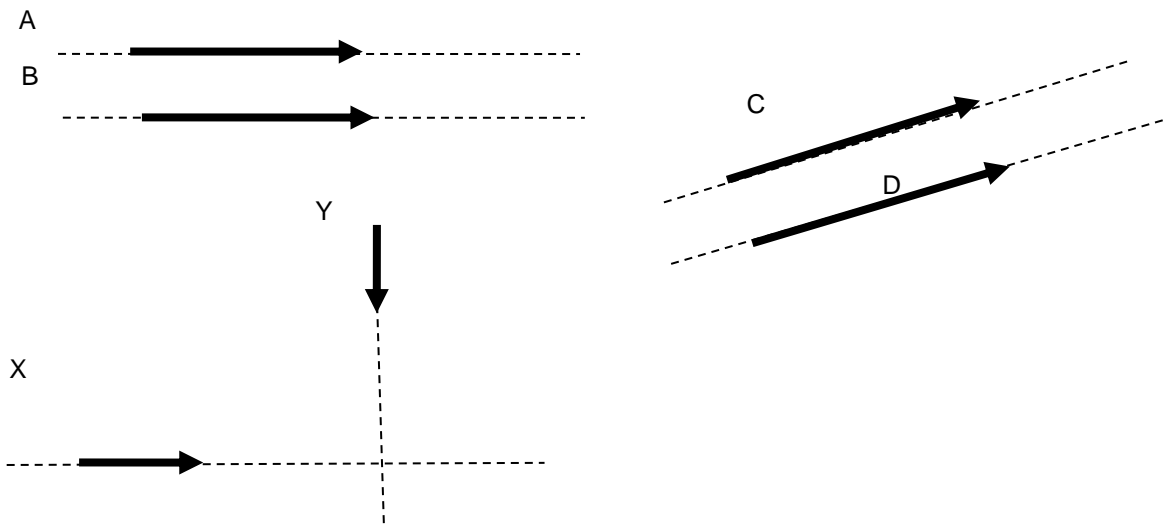
A // B..... ()

G // D..... ()

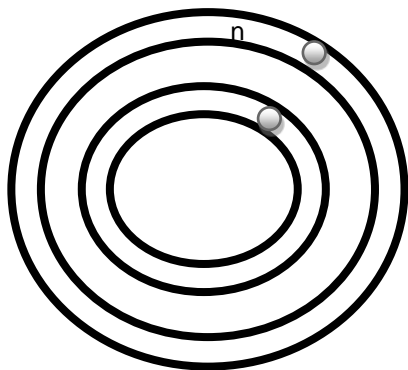
C // K..... ()

II. Marcar Verdadero (V) o falso (F) de ambos casos.

1. Dos indios disparan por las líneas punteadas con la misma velocidad y al mismo tiempo



2. Dos canicas recorren por los canales mostrados.
m

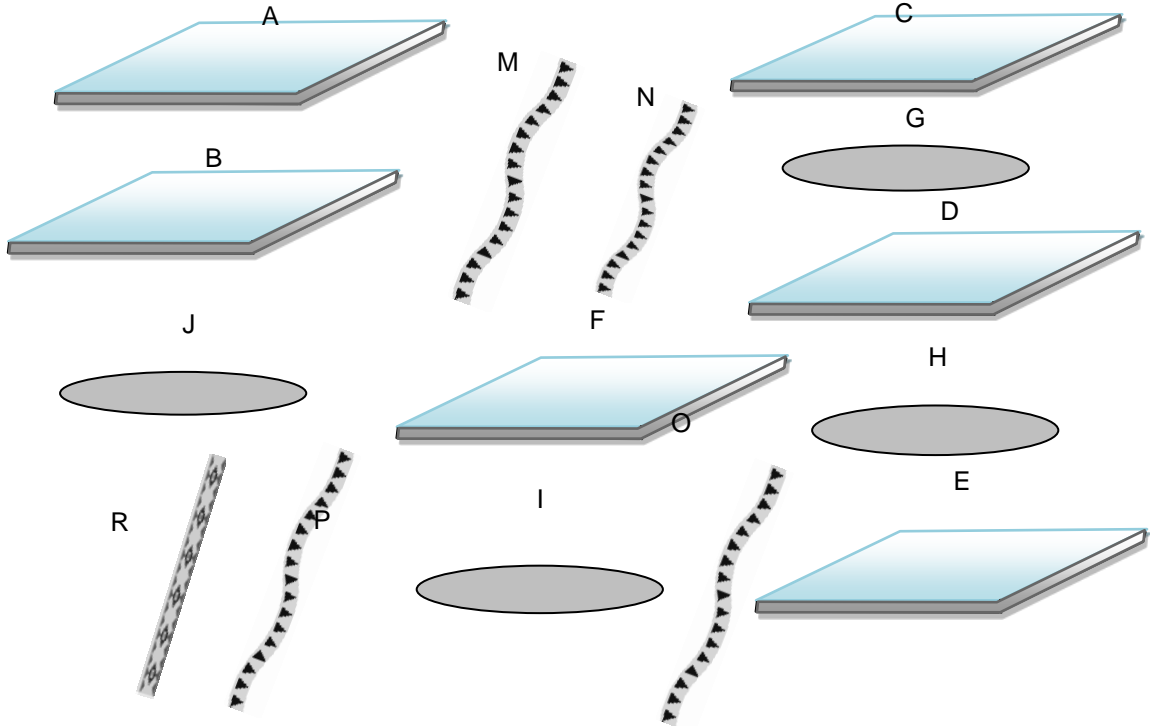


- a) Las flechas A y B logran cruzarse..... ()
- b) Las flechas A y B nunca se interceptan..... ()
- c) Las flechas A y B son paralelos ()
- d) Las flechas C y D son perpendiculares..... ()
- e) Las flechas X y Y Son paralelos ()
- f) Las canicas M y N nunca se encuentran..... ()
- g) Las flechas X y Y en un instante logran formar 90^0 ()

D) EVALUACION:

De las siguientes piezas

armar lo que te pide



A // B	A // J	F // G	M // N
R // P	N // O	G // H	R // P
J // H	R // O	M // O	B // I

E) ACTIVIDAD DE EXTENSIÓN

Diseña dos construcciones solidas a partir de rectas y planos perpendiculares y paralelos.

EJECUCION DEL PLAN DE LA SEPTIMA SESION

Proyectando mi imagen sobre un plano

A) ACTIVIDAD DE INICIO:

Con la finalidad de comprender la naturaleza de la proyección de una imagen sobre un plano, los estudiantes realizan trazos y discuten sus logros.

Si te observas en un espejo ¿qué es lo que sucede? y ¿Por qué?

.....

B) ACTIVIDADES CENTRALES:

NIVEL I: VISUALIZACION Y RECONOCIMIENTO.

Visualiza las siguientes imágenes de tres vistas diferentes

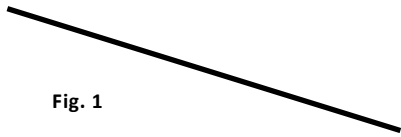


Fig. 1

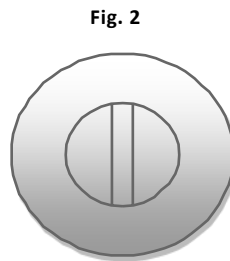


Fig. 2

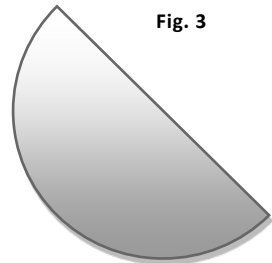


Fig. 3

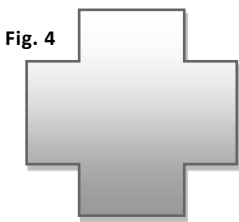


Fig. 4



Fig. 5



Fig. 6

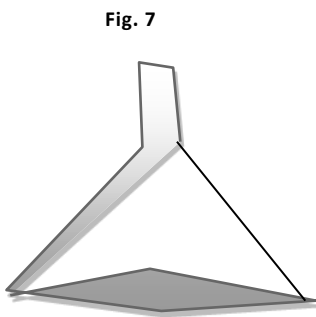


Fig. 7

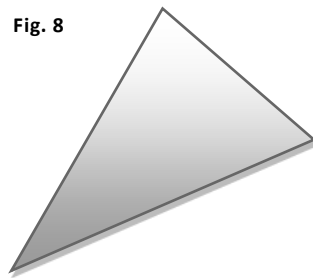


Fig. 8

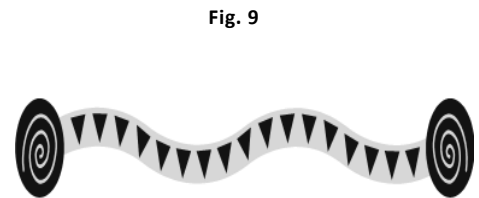


Fig. 9

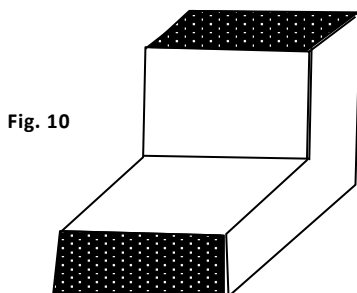


Fig. 10

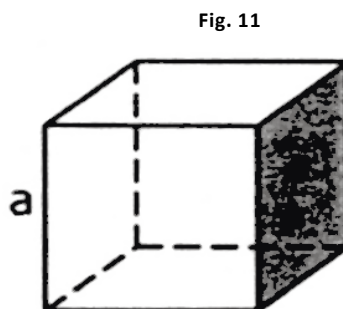


Fig. 11

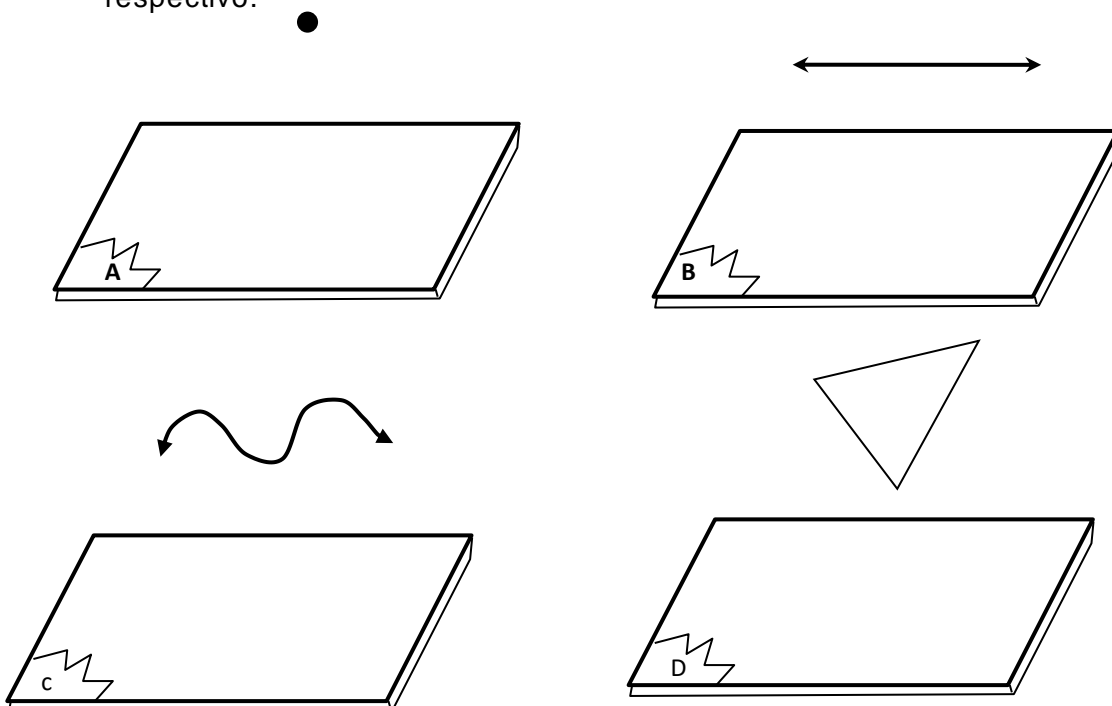
NIVEL II: ANALISIS.

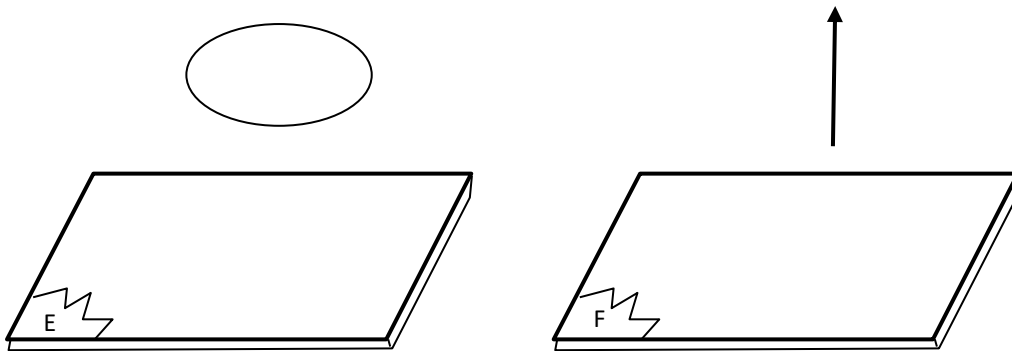
Describe y grafica cada imagen observada de acuerdo a las vistas mencionadas en el cuadro.

N° fig.	PLANOS		
	Frontal	Perfil	Horizontal
1			
2			
3			
4			
5			
7			

NIVEL III: DEDUCCION INFORMAL

Realiza proyecciones con líneas perpendiculares de cada figura hacia el plano respectivo.



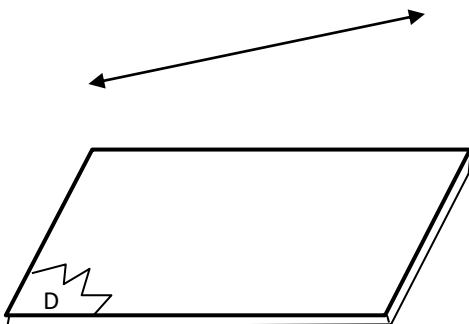


Completar:

Las líneas de proyección son..... entre si, y son..... respecto al plano.

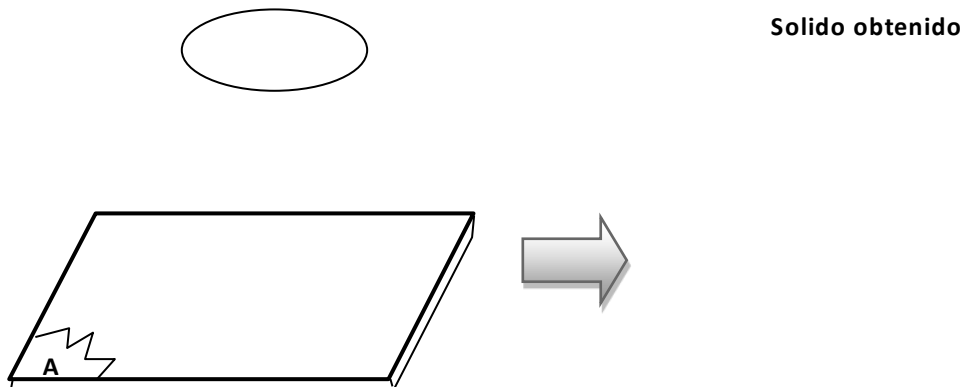
NIVEL IV: DEDUCCION FORMAL

Demuestra que la proyección de una recta sobre un plano no perpendicular a ella, es una recta.

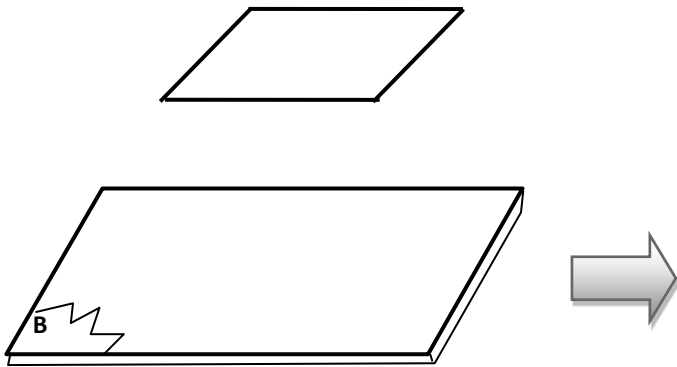


C) ACTIVIDAD FINAL.

A partir de la proyección realizada reproducir el sólido obtenido.

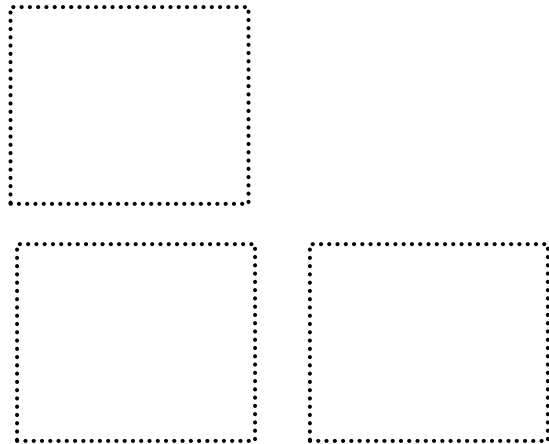
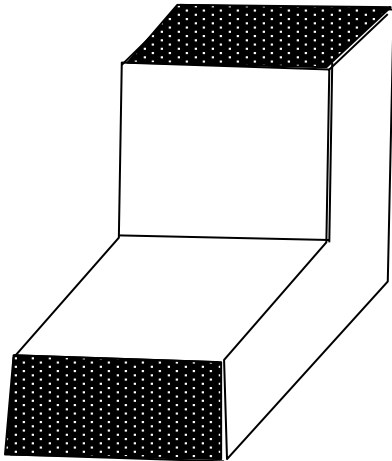


Sólido obtenido

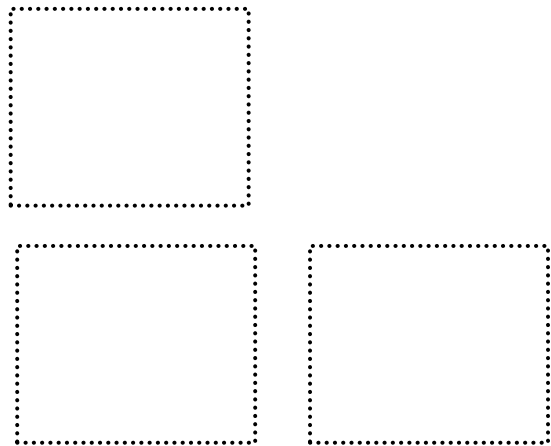
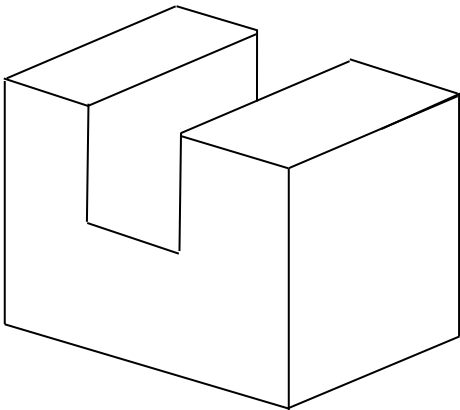


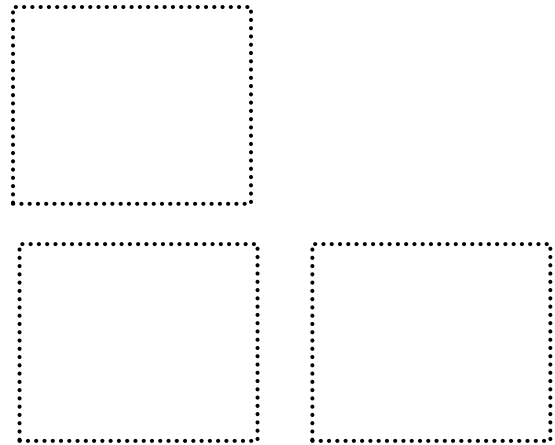
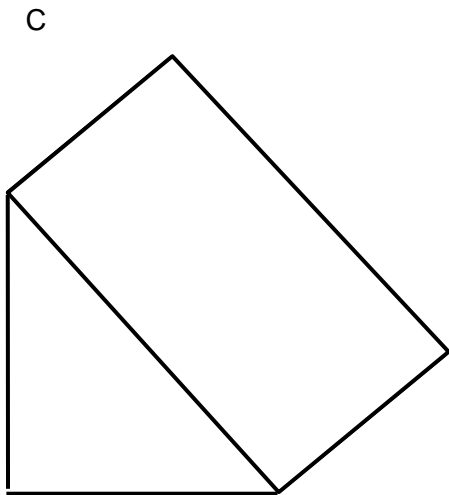
D) EVALUACION: Mostrar al alumno el sólido construido con plastilina, pida que plasmen sus proyecciones en los planos mostrados.

A



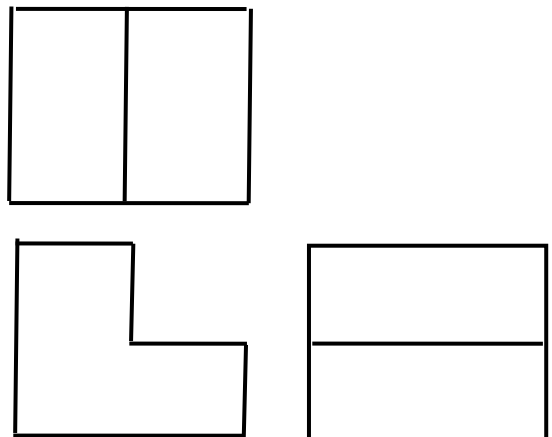
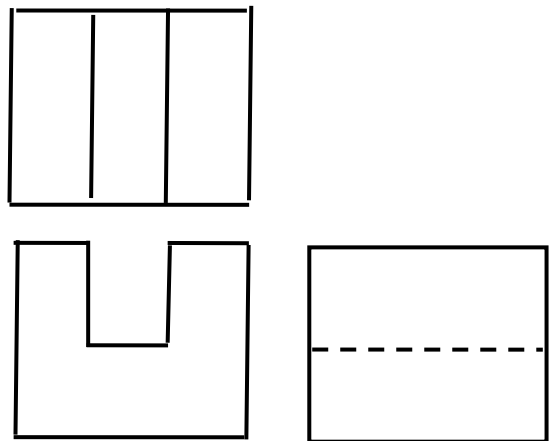
B





E) ACTIVIDAD DE EXTENSIÓN

A partir de las proyecciones logradas en los planos (A, B, C), reconstruir el sólido en un cubo de plastilina.



EJECUCION DEL PLAN DE LA OCTAVA SESIÓN

Reconociendo la simetría de mi cuerpo.

A) ACTIVIDAD DE INICIO:

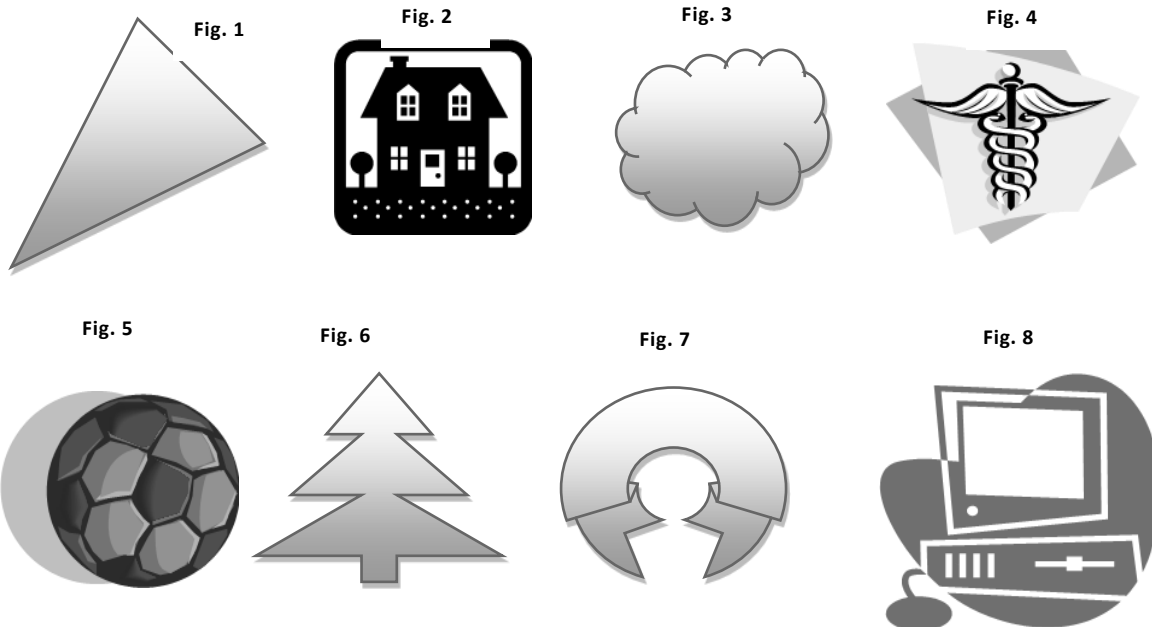
Con la finalidad de que los estudiantes comprendan el significado de una figura simétrica se les presenta ciertas fotografías para que ellos discutan sobre sus observaciones.



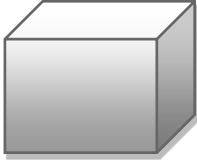
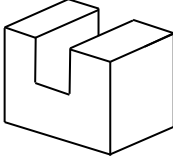
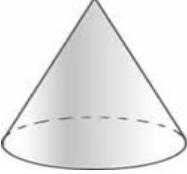
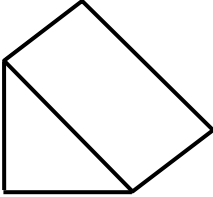
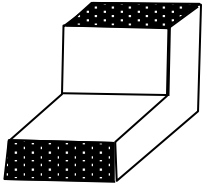

B) ACTIVIDADES CENTRALES:

NIVEL I: VISUALIZACION Y RECONOCIMIENTO.

El estudiante visualiza las siguientes imágenes para identificar aquellos que tienen eje de simetría.

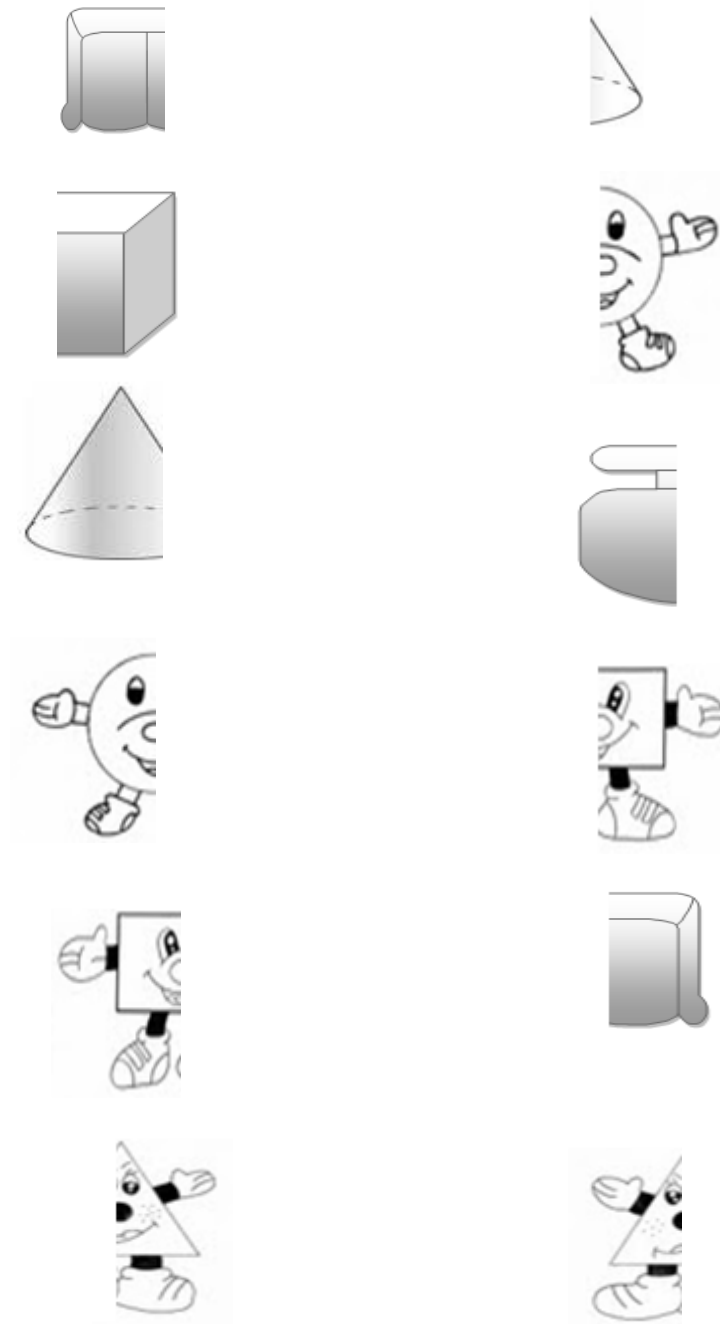


NIVEL II: ANALISIS: Observa las figuras, encierra en un círculo aquellos que tienen eje de simetría, luego practica un corte por el eje de simetría y plásmalo en el cuadro.

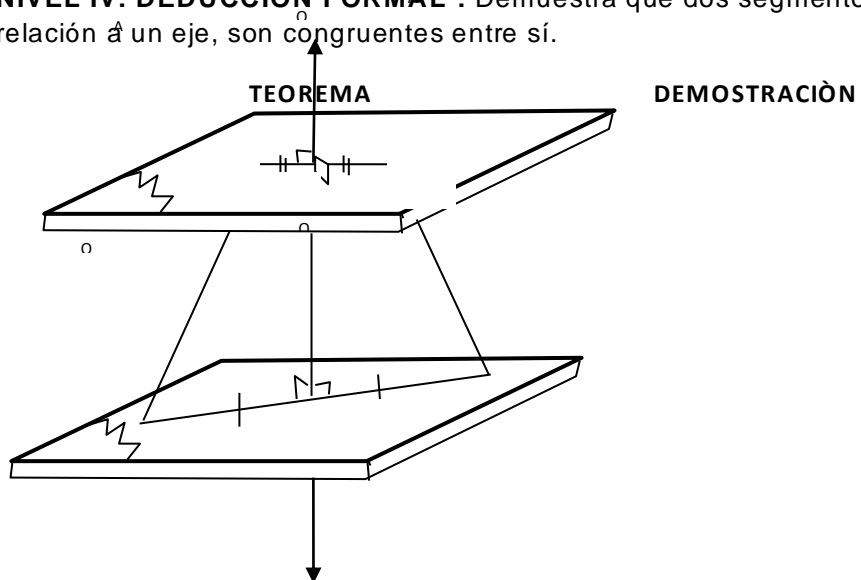
Fig.1	Eje de simetría	Descripción
		
Fig.2	Eje de simetría	Descripción
		
Fig.3	Eje de simetría	Descripción
		
Fig.4	Eje de simetría	Descripción
		
Fig.5	Eje de simetría	Descripción
		
Fig.6	Eje de simetría	Descripción
		

NIVEL III: DEDUCCION INFORMAL Relaciona con una flecha cada pieza con su parte respectiva hasta que llegue a ser una figura que tenga eje de simetría.



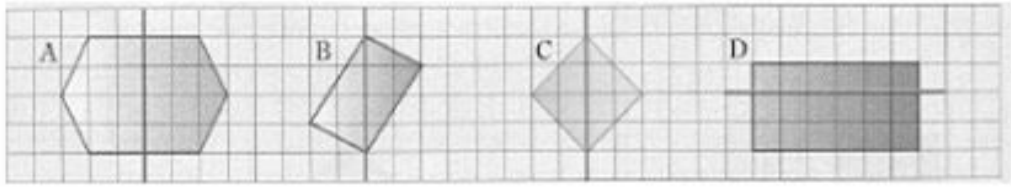


NIVEL IV: DEDUCCION FORMAL : Demuestra que dos segmentos simétricos con relación á un eje, son congruentes entre sí.



C) ACTIVIDAD FINAL.

En que figuras los ejes trazados son ejes de simetría



A).....

B).....

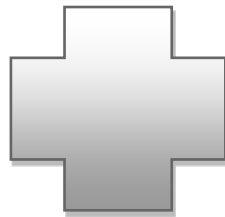
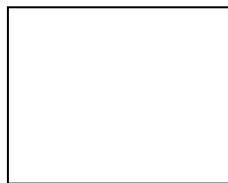
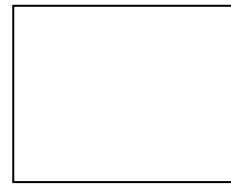
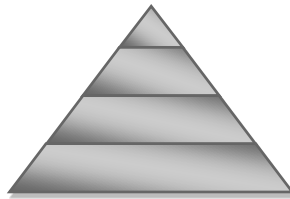
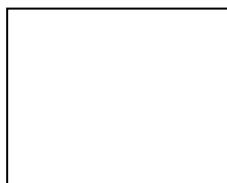
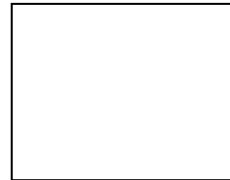
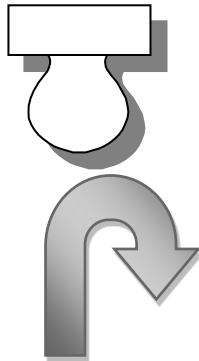
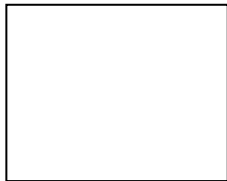
C).....

D).....

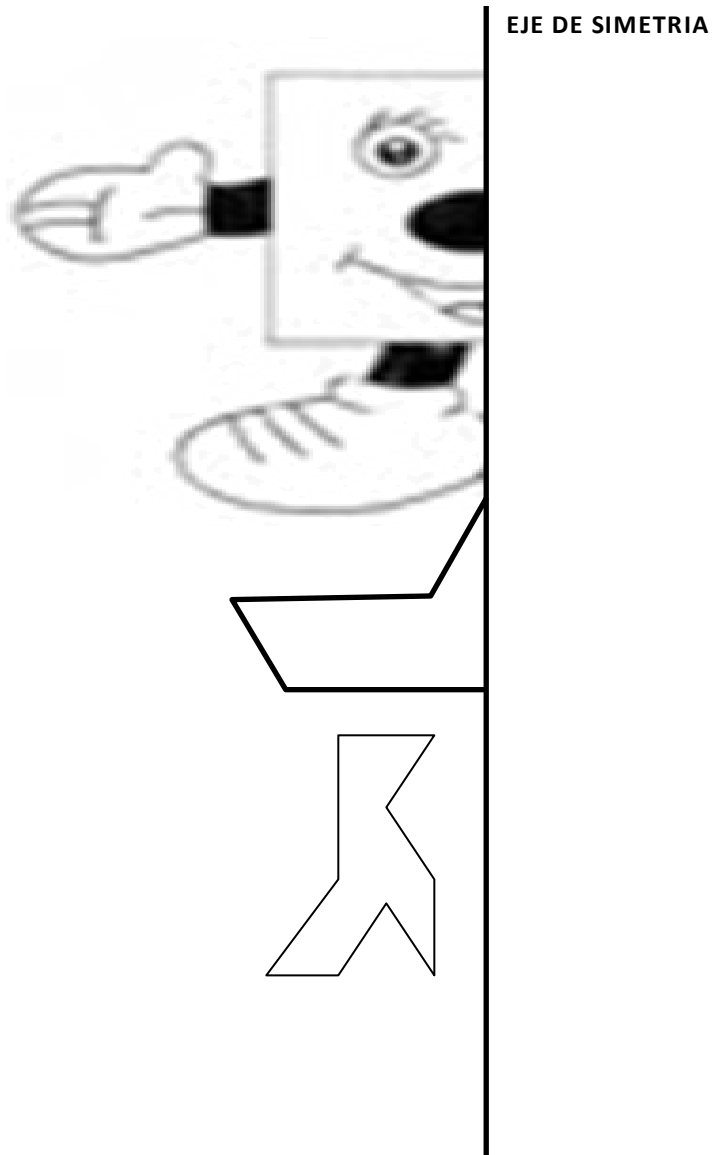
Escribe las siguientes letras y traza en cada una de ellas un eje de simetría



D) **EVALUACION:** Realizar un corte por el eje de simetría de cada figura y luego trasladar cada mitad en los cuadros respectivos.



E) **ACTIVIDAD DE EXTENSIÓN:** Dibuja la otra mitad de las figuras para que sean simétricas

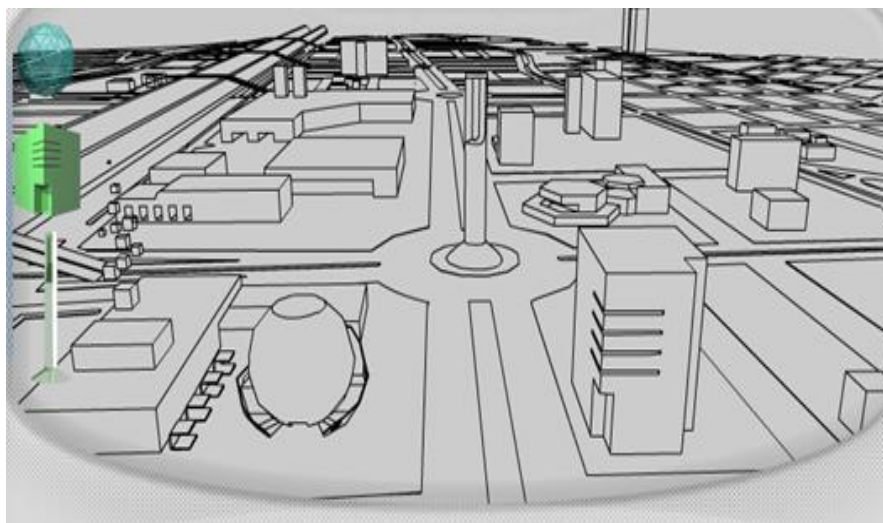


EJECUCION DEL PLAN DE LA NOVENA SESIÓN

Aprendiendo a construir sólidos

A) ACTIVIDAD DE INICIO:

Con la finalidad de permitirles a los estudiantes que identifiquen un prisma se les presenta las imágenes.



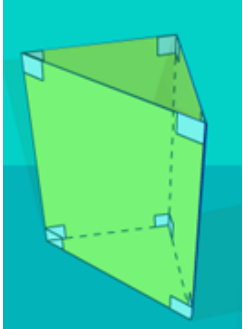
B) ACTIVIDADES CENTRALES:

NIVEL I: VISUALIZACION Y RECONOCIMIENTO.

El estudiante visualiza las fotografías mostradas.
Encierra en un círculo el prisma identificado y lo grafica.

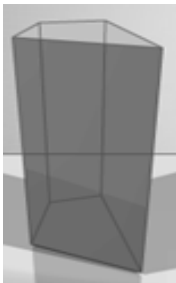
NIVEL II: ANALISIS.

Describe las características del prisma.

Figura	Nº de ángulos	Nº de vértices	Nº de diagonales	Nº de caras laterales
				
	Nº de bases	Nº Planos paralelos	Nº de aristas	Nº de planos perpendiculares

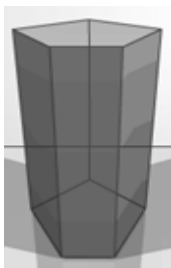
NIVEL III: DEDUCCION INFORMAL

Relaciona con una flecha el prisma con su respectivo nombre.

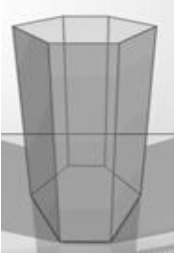


PRISMAS

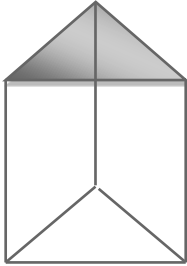
CUADRANGULAR



HEXAGONAL



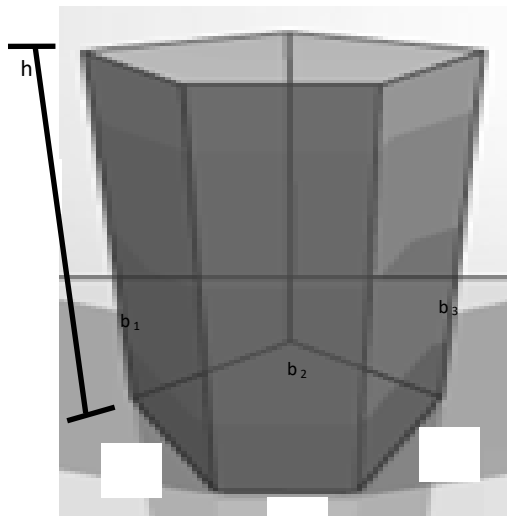
PENTAGONAL



TRIANGULAR

NIVEL IV: DEDUCCION FORMAL

Demostrar el área lateral de un prisma.

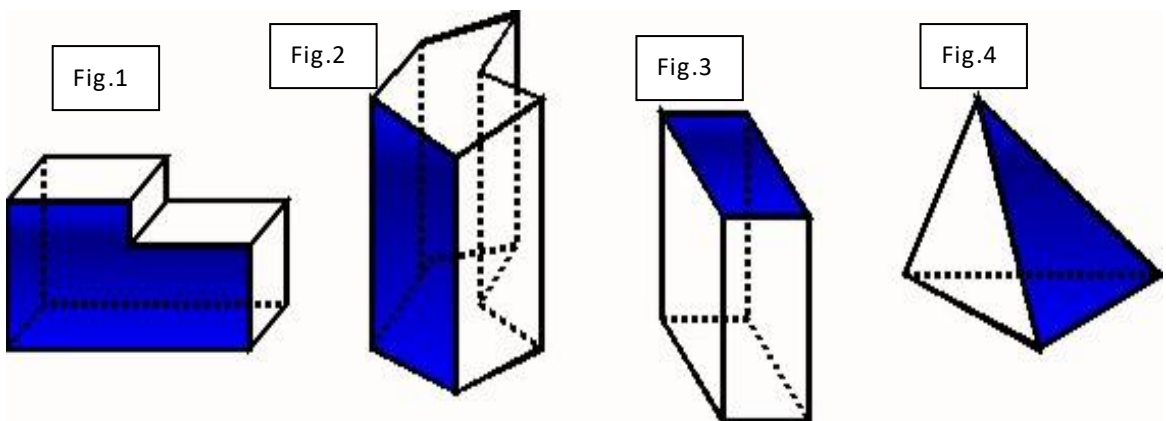


Demostración	
Afirmaciones	Razones
1.	1.
2.	2.
3.	3.

4.	4.
5.	5.

C) ACTIVIDAD FINAL.

Observa los siguientes poliedros cóncavos y convexos.

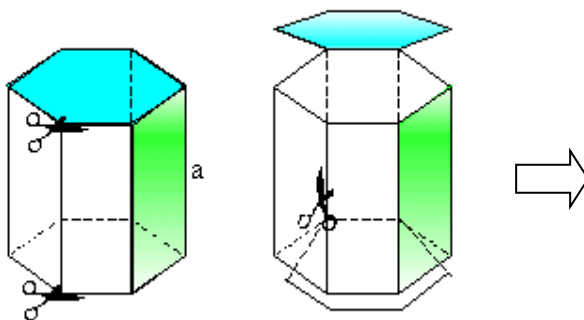


Si los sitúas en un plano, observa que hay dos que no se pueden apoyar sobre todas sus caras. ¿Cuáles son? Sin embargo, los otros dos sí.

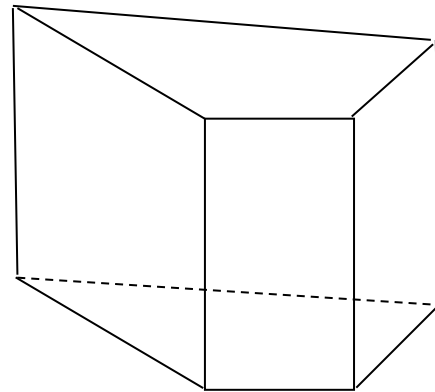
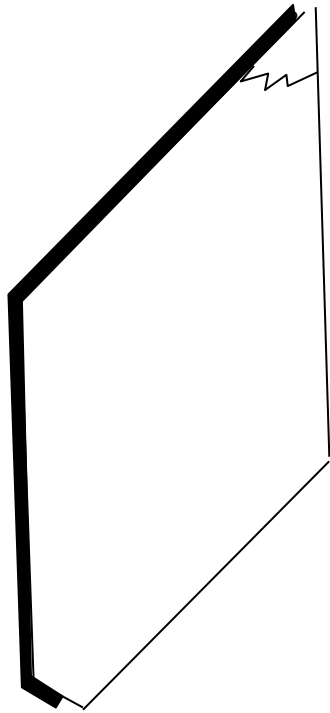
.....

D) EVALUACIÓN:

1. Desenrolle la superficie lateral del prisma mostrado a partir un arista lateral cortando con una tijera. Graficar lo obtenido.



Proyecta y grafica en el espejo la imagen del prisma mostrado.



E) ACTIVIDAD DE EXTENSIÓN

Construir un prisma triangular, hexagonal, cuadrangular, pentagonal y rectangular.

SESIÓN DE APRENDIZAJE: N° 10

I. DATOS INFORMATIVOS:

- 1.1. Institución Educativa: "Javier Pérez de Cuellar"-Monzón
 1.2. ÁREA: Matemática
 1.3. Grado y Sección: 4° "B"
 1.4. Duración: 90 min.
 1.5. Docente:
 1.6. Fecha: 10-11-2011
 1.7. Tema: Conociendo una de las siete maravillas del mundo antiguo.

II. OBJETIVOS ESPECÍFICOS.- A partir de visualizar fotografías y diversos objetos sólidos, el estudiante logra reconocer y plasmar la silueta de una pirámide, al mismo tiempo realiza cortes del sólido y los grafica. Realiza cortes y demuestra teoremas para desarrollar su nivel de razonamiento espacial.

CONOCIMIENTOS	APRENDIZAJE ESPERADO	FORMA DE EVIDENCIA
Pirámide y superficie piramidal.	Observa y describe un prisma. Grafica y encuentra el área de un prisma. Construye un prisma.	A partir de visualizar fotografías y diversos objetos sólidos, el estudiante logra reconocer y plasmar la silueta de una pirámide, al mismo tiempo realiza cortes del sólido y los grafica. Realiza cortes y demuestra teoremas para desarrollar su nivel de razonamiento espacial,

III. SECUENCIA DIDÁCTICA:

PROCESOS DE APRENDIZAJE	ACTIVIDADES Y ESTRATEGIAS	TIEMPO	RECURSOS Y/O MEDIOS
INICIO ☺ Motivación. ☺ Recojo de saberes previos ☺ Generación del conflicto cognitivo PROCESO El estudiante procesa la información y construye nuevos conocimientos en su esquema mental	D) Actividad de inicio: El docente muestra fotografías de diversas pirámides legados por las diferentes civilizaciones a través de la historia, el estudiante hace comentarios. E) Actividades centrales: (4 niveles de Van Hiele) ✓ El estudiante visualiza las fotografías, a partir del cuál identifica una pirámide. ✓ Grafica y describe características de los pirámide identificados. ✓ Relaciona pirámide s de acuerdo a su clasificación. ✓ Demuestra el área lateral de una pirámide regular.	10min 35min	Papel bond, fotografías, maquetas de sólidos, tijera, goma, regla, colores, etc. Exposición
Sistematización de la información	EL docente con participación activa de los estudiantes hace un resumen del tema tratado.	15min	
Aplicación o transferencia a situaciones nuevas	C) Actividad final: Los estudiantes encierran en un círculo el desarrollo de una pirámide y encuentran el área y el volumen del mismo. Colorean pirámides con la condición de que las caras que tengan una arista común no sean del mismo color. D) Evaluación: Se evalúa la presentación y limpieza en los trabajos. Se hacen las correcciones a os errores cometidos.	30min	
SALIDA <i>Metacognición</i> <i>Extensión</i>	H) Actividades de extensión: Se solicita al estudiante construir un prisma triangular, hexagonal, cuadrangular, pentagonal y rectangular y tronco de prisma.		

EVALUACIÓN:

CRITERIOS	INDICADORES	INSTRUMENTOS
✓ Razonamiento y demostración ✓ Comunicación matemática ✓ Resolución de problemas	Construye e identifica las partes de un prisma. Encuentra el área lateral de un prisma luego de construir el prisma objetivo.	FICHA DE OBSERVACIÓN
➤ Actitud ante al área ➤ comportamiento	Toma la iniciativa para formular preguntas, buscar conjeturas y plantear problemas.	FICHA DE OBSERVACIÓN

EJECUCION DEL PLAN DE LA DECIMA SESION

Conociendo una de las maravillas del mundo (las pirámides de Egipto)

A) ACTIVIDAD DE INICIO:

Con la finalidad de permitir a los estudiantes hacer memoria del legado que nos dejaron nuestros antepasados, se les pide mencionar cuatro pirámides de culturas de la civilización antigua.

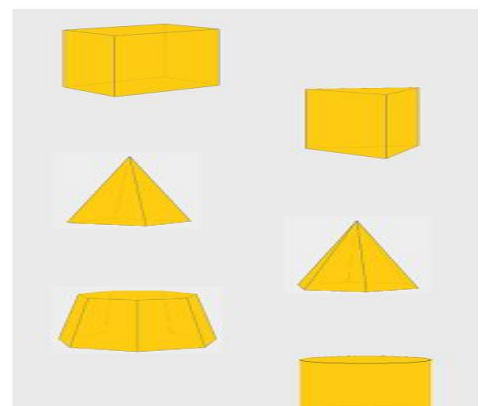
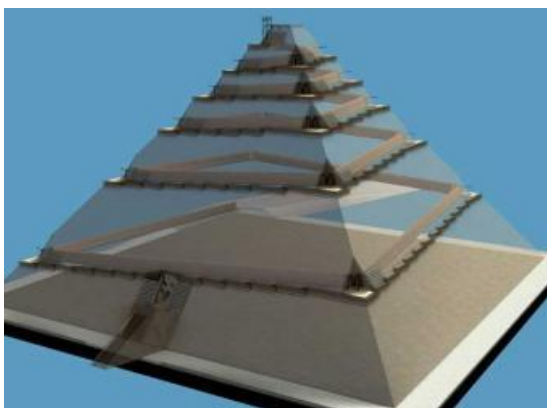
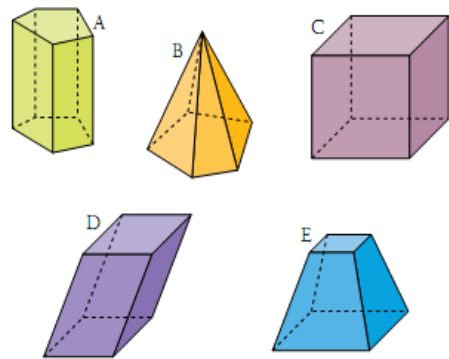
.....

.....

B) ACTIVIDADES CENTRALES:

NIVEL I: VISUALIZACION Y RECONOCIMIENTO.

El estudiante visualiza las fotografías mostradas.

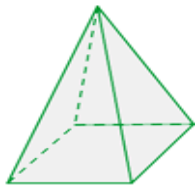


NIVEL II: ANALISIS.

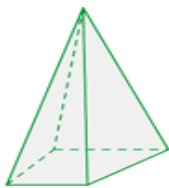
- Encierra en un círculo el / los pirámide(s) identificados.
- Grafíca y describe características del / los pirámides identificados.

figura	vértice	Aristas	Caras laterales	altura	base	apotema

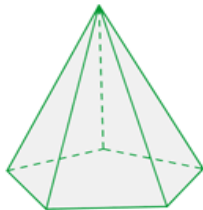
NIVEL III: DEDUCCION INFORMAL: Relacionar con una flecha de acuerdo a la clasificación de pirámides.



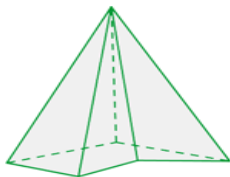
Pirámide irregular



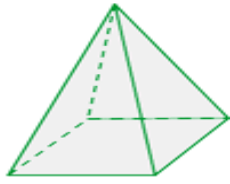
Pirámide cóncava



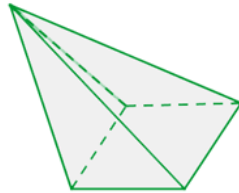
Pirámide convexa



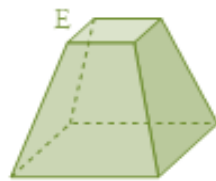
Pirámide recta



Pirámide regular



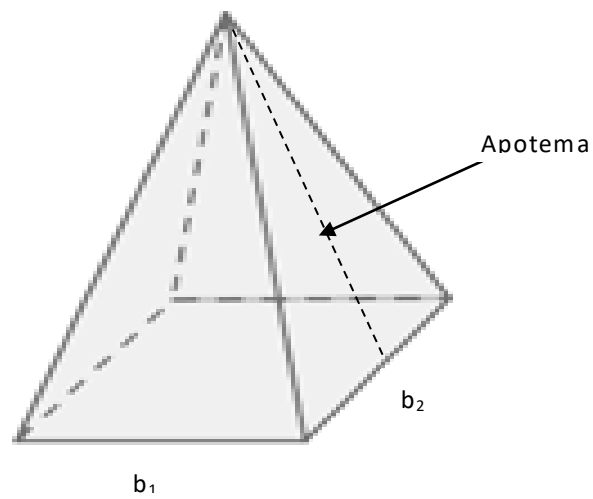
Pirámide oblicua



Tronco de una prisma

NIVEL IV: DEDUCCION FORMAL

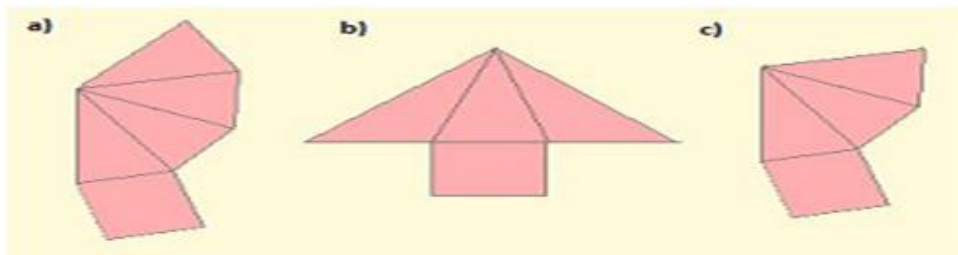
Demuestra el área lateral de una pirámide regular.



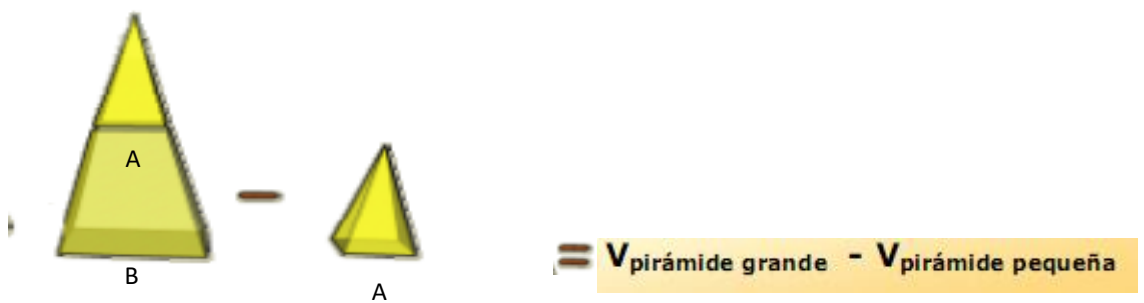
Demostración	
Afirmaciones	Razones
1.	1.
2.	2.
3.	3.
4.	4.
5.	5.

C) ACTIVIDAD FINAL.

1. Encierra en un círculo el desarrollo plano de una pirámide.

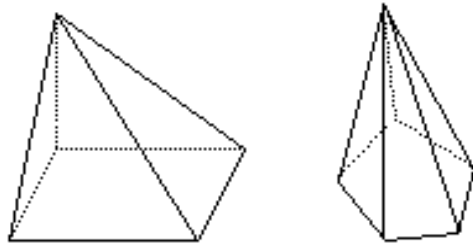


2. Completa gráficamente la igualdad.



.....

D) EVALUACION: Queremos colorear el siguiente poliedro de forma que las caras que tengan una arista común no sean del mismo color.



Responde: ¿Qué relación existe entre el mínimo número de colores necesarios y el número de caras de la pirámide?

.....

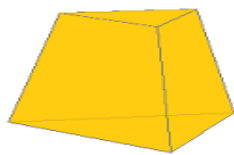
.....

Utilizando 3 colores ¿se pueden colorear las caras del dodecaedro de tal forma que cada vértice aparezca rodeado de la misma disposición de estos colores? ¿Y las del cubo? ¿Y las del tetraedro?

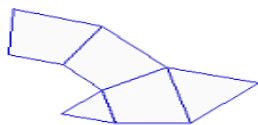
.....

.....

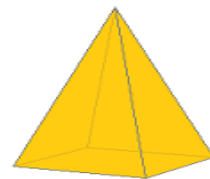
E) ACTIVIDAD DE EXTENSIÓN: Construir un prisma triangular, hexagonal, cuadrangular, pentagonal rectangular y un tronco de prisma.



Tronco de pirámide triangular



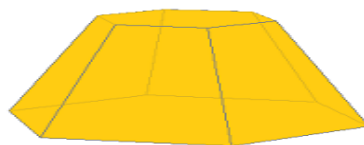
Desarrollo de un tronco de pirámide triangular: se obtienen tres trapecios isósceles y dos triángulos equiláteros.



Pirámide de base cuadrada



Desarrollo de una pirámide de base cuadrada: se obtienen cuatro triángulos isósceles iguales y un cuadrado.



Tronco de pirámide hexagonal



Desarrollo de un tronco de pirámide hexagonal: se obtienen seis trapecios isósceles y dos hexágonos.

EJECUCION DEL PLAN DE LA ONCEAVA SESIÓN

Construyendo conos y esferas

A) ACTIVIDAD DE INICIO:

Con la finalidad de permitir a los estudiantes hacer memoria de la gran importancia que tiene para nosotros el descubrimiento de la circunferencia, el círculo y la esfera, se les pide mencionar cuatro ejemplos de objetos esféricos presentes en nuestra civilización moderna.

.....

.....

B) ACTIVIDADES CENTRALES:

NIVEL I: VISUALIZACION Y RECONOCIMIENTO.

El estudiante visualiza las fotografías ^{Esfera}mostradas.

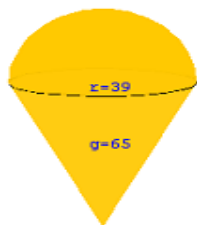
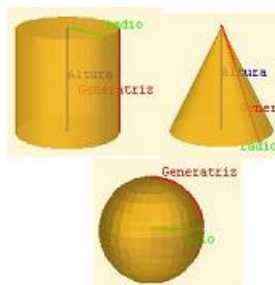
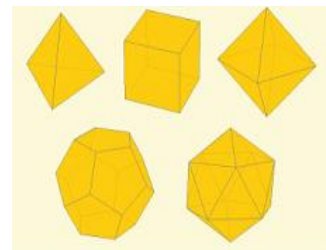
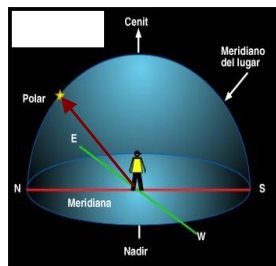
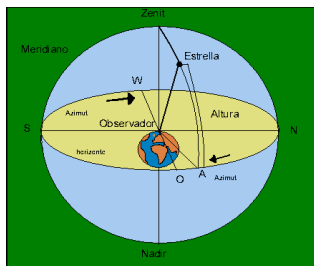


Figura 4

NIVEL II: ANALISIS.

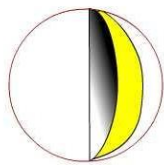
- Encierra en un círculo la esfera y el cono identificado

- Gráfica y describa las características de las figuras identificadas.

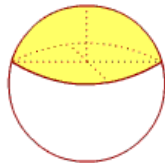
figura	Descripción	Aristas	Caras laterales	altura	base	vértice
ESFERA						
CONO						

NIVEL III: DEDUCCION INFORMAL

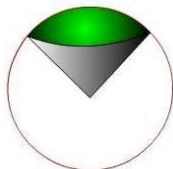
Relacionar con una flecha con su respectiva característica.



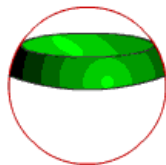
Cuña esférico



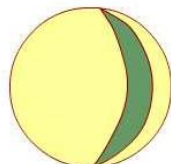
Segmento esférico de dos bases



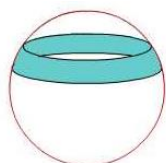
Sector esférico



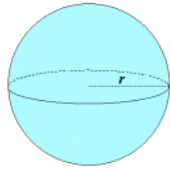
Esfera



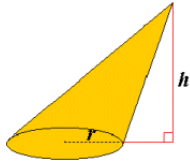
Cono oblicuo



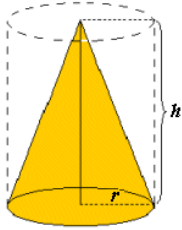
Zona esférica



Cono recto



Huso esférico



Casquete esférico

NIVEL IV: DEDUCCION FORMAL

Demuestra cada caso:

esfera	Demostración $V_E = \frac{4}{3} \pi R^3$
cono	Demostración $V_C = \frac{h}{3} (\pi r^2)$

C) ACTIVIDAD FINAL.

1. Encuentra la cantidad de esferas en la siguiente pirámide.



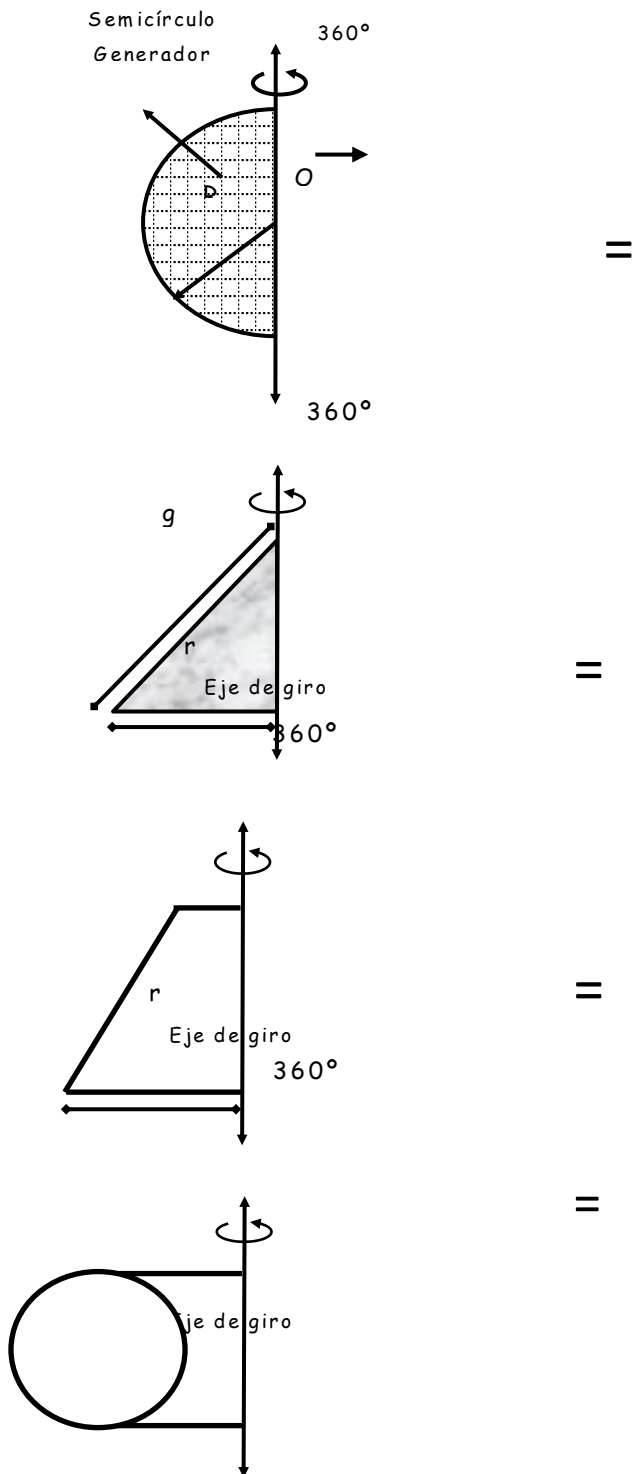
=

2. El desarrollo plano de la cara lateral de un cono ¿Puede ser un círculo completo?

.....

D) EVALUACION:

Cada superficie mostrada girar 360° con entorno a su diámetro y luego graficar el sólido generado.



E) ACTIVIDAD DE EXTENSIÓN

Construir con cartulina una esfera, cono y el tronco de cono.

SESIÓN DE APRENDIZAJE: N° 12**I. DATOS INFORMATIVOS:**

- 1.1. Institución Educativa: "Javier Pérez de Cuellar"-Monzón
 1.2. ÁREA: Matemática
 1.3. Grado y Sección: 4° "B"
 1.4. Duración: 90 min.
 1.5. Docente:
 1.6. Fecha: 24-11-2011
 1.7.-Tema: Construyendo conos y esferas

II. OBJETIVOS ESPECIFICOS.- A partir de proyectar diversos objetos y sólidos, el estudiante logra identificar las características de un cono y esfera y plasmar las mismas en un plano y en el espacio.

CONOCIMIENTOS	APRENDIZAJE ESPERADO	FORMA DE EVIDENCIA
Cono y Superficie cónica. Esfera y superficie esférica.	Identifica el cono y la esfera a partir de los objetos mostrados. Describe las características del cono y la esfera. Encuentra el área y volumen del cono y la esfera.	A partir de la proyección de diversos objetos y sólidos, el estudiante logra identificar las características de un cono y esfera y plasmar las mismas en un plano y en el espacio.

III. SECUENCIA DIDÁCTICA:

PROCESOS DE APRENDIZAJE	ACTIVIDADES Y ESTRATEGIAS	TIEMPO	RECURSOS Y/O MEDIOS
INICIO ☉ Motivación. ☉Recojo de saberes previos ☉Generación del conflicto cognitivo PROCESO El estudiante procesa la información y construye nuevos conocimientos en su esquema mental	A) Actividad de inicio.- El estudiante muestra una actitud imaginativa y creativa sobre el descubrimiento del círculo, cono y esfera, y la utilidad que le da el hombre. Menciona ejemplos de objetos esféricos presentes en la modernidad. B) Actividades centrales: (4 niveles de Van Hiele) ✓ El estudiante visualiza las fotografías mostradas. ✓ Grafica y describe las características de las figuras identificadas. ✓ Relaciona objetos esféricos con sus respectivas características. ✓ Demuestra la ecuación de volumen de la esfera y el cono.	10min 35min	Papel bond, fotografías, pelotas, tijera, goma, compás, etc. Exposición
Sistematización de la información	EL docente con participación activa de los estudiantes hace un resumen del tema tratado.	15min	
Aplicación o transferencia a situaciones nuevas	C) Actividad final: El estudiante deduce la cantidad de esferas que conforman una pirámide. Gráfica el sólido generado a partir de una superficie mostrada. D) Evaluación: Se evalúa la resolución de las actividades y se realiza las correcciones.	30min	
SALIDA Metacognición Extensión	E) Actividades de extensión: El docente solicita al estudiante construir con cartulina , una esfera, cono y el tronco de cono.		

EVALUACIÓN:

CRITERIOS	INDICADORES	INSTRUMENTOS
✓ Razonamiento y demostración ✓ Comunicación matemática ✓ Resolución de problemas	Identifica y describe las características de un cono y esfera a partir de objetos que manipula. Encuentra el área y volumen de un cono a partir de los sólidos que dibuja y construye.	FICHA DE OBSERVACIÓN
➤ Actitud ante al área ➤ comportamiento	Muestra rigurosidad para representar relaciones, plantear argumentos y comunicar resultados.	FICHA DE OBSERVACIÓN

EJECUCION DEL PLAN DE LA SESIÓN N° 12

Aprendiendo a construir cilindros.



A) ACTIVIDAD DE INICIO:

Con la finalidad de ayudar a desarrollar la creatividad del estudiante se le pide hacer memoria de las cosas observadas en su entorno , que tengan forma de cilindro

Menciona cuatro objetos que tengan forma de cilindro.

.....

.....

B) ACTIVIDADES CENTRALES:

NIVEL I: VISUALIZACION Y RECONOCIMIENTO.

El estudiante visualiza las fotografías mostradas.

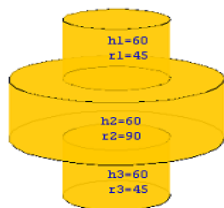
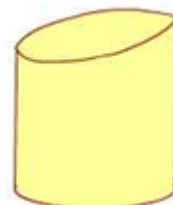
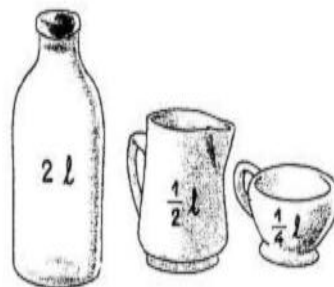
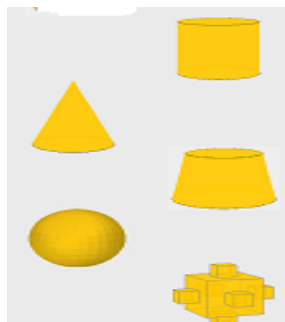
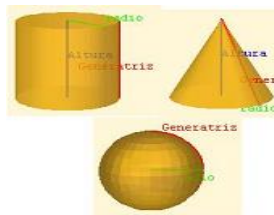


Figura 3

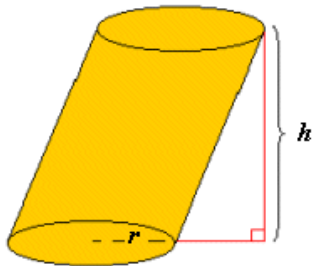


NIVEL II: ANALISIS.

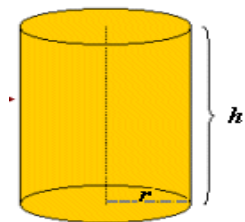
- Encierra en un círculo el cilindro y tronco de cilindro identificado.
- Grafica y describe sus características respectivas.

figura	Descripción	Aristas	Caras laterales	altura	base	vértice
figura	Descripción	Aristas	Caras laterales	altura	base	vértice

NIVEL III: DEDUCCION INFORMAL: Relaciona con una flecha con su respectiva característica.



Cilindro recto



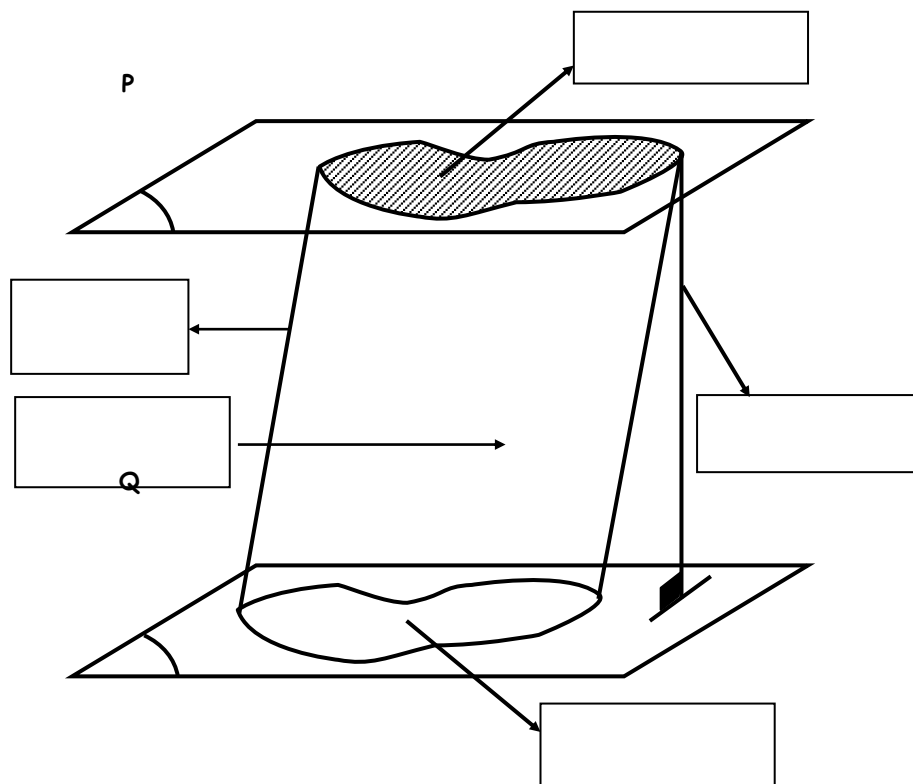
Cilindro oblicuo

NIVEL IV: DEDUCCIÓN FORMAL: Demuestra las formulas respectivas.

Cilindro	Demostración $V_{total} = \pi R^2 h$
Cilindro	Demostración $A_{SL} = 2\pi r g$

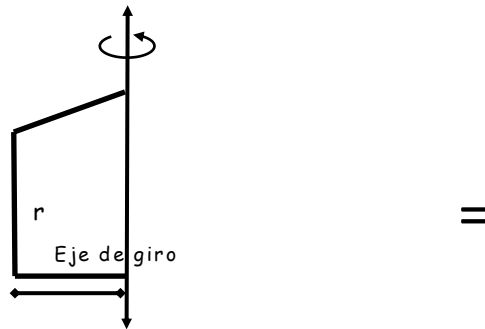
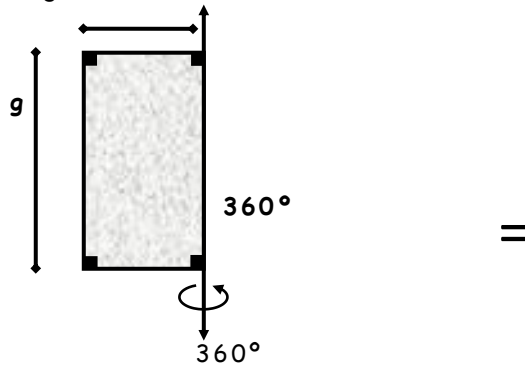
C) ACTIVIDAD FINAL.

Completa las partes en el cilindro mostrado.



D) EVALUACION:

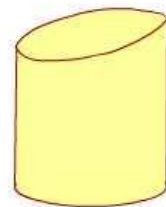
Cada superficie mostrada girar 360° con entorno a su diámetro y luego graficar el sólido generado.

**E) ACTIVIDAD DE EXTENSIÓN**

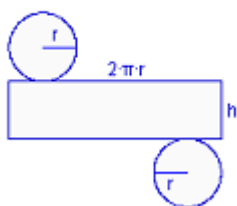
Diseña una plantilla y construya con cartulina un cilindro y un tronco de cilindro.



Cilindro



Tronco de cilindro



ANEXO N° 07

EVIDENCIAS DEL TRABAJO DE CAMPO



