

UNIVERSIDAD NACIONAL HERMILIO VALDIZÁN

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

ESCUELA PROFESIONAL DE MATEMÁTICA Y FÍSICA

CARRERA PROFESIONAL DE MATEMÁTICA Y FÍSICA



=====

MÉTODO ANALÍTICO Y RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS
RECTÁNGULOS EN ESTUDIANTES DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA
INCA PACHACÚTEC DE OBAS, YAROWILCA 2020

=====

LÍNEA DE INVESTIGACIÓN: Aprendizajes pertinentes y de calidad

**TESIS PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE LICENCIADO EN
EDUCACIÓN ESPECIALIDAD: MATEMÁTICA Y FÍSICA**

TESISTAS:

GARAY VICTORIO, Gessel Yorbe
BUSTILLOS ILANZO, Emerson Kenedy
VELASQUEZ TORRES, Denilson

ASESOR:

Dr. PARAGUA MORALES, Melecio

**HUÁNUCO, PERÚ
2022**

DEDICATORIA

A mis padres Inocencio y Victoriana
por haberme formado con reglas y
con algunas libertades y a Dios por
el don de la vida.

Gessel Yorbe

A Dios por haberme dado salud, para poder
cumplir cada meta trazada, asimismo a mis
padres Nicéforo, Alicia y hermanas por
brindarme su amor y apoyo infinito en mi
formación como docente y a los
educandos, razón de mi superación.

Denilson

A Dios por la salud, asimismo a mis padres
Javier, Teodolinda y hermanos por brindarme
su apoyo infinito en mi formación como
docente.

Emerson

AGRADECIMIENTO

Un agradecimiento especial a Dios, por el privilegio que nos dio de poder recibir la gracia de su gran amor y su misericordia.

Le damos gracias a nuestros padres por apoyarnos en todo momento, por los valores que nos han inculcado, y por habernos dado la oportunidad de tener una excelente educación en el transcurso de nuestras vidas. Sobre todo, por ser excelentes ejemplos de vida a seguir.

Nuestro sincero agradecimiento a quienes contribuyeron para hacer realidad la presente investigación.

- Al asesor Dr. Melecio Paragua Morales, por todo el apoyo brindado a lo largo de la carrera profesional, por su tiempo, amistad y por los conocimientos compartidos.
- A nuestros compañeros de estudios por su paciencia, tolerancias e interacción durante la etapa del trabajo de Investigación.
- A los estudiantes del cuarto grado de secundaria de la I.E. Inca Pachacutec por su desempeño en cuanto al aprendizaje de la matemática
- A los docentes de la Carrera Profesional de Matemática y Física de la universidad Nacional Hermilio Valdizán, por sus enseñanzas.

Para ellos, muchas gracias y que DIOS les bendiga.

TESISTAS

RESUMEN

En el estudio se probó que la aplicación del método analítico mejora la resolución de triángulos rectángulos en los estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, en coherencia con el objetivo general formulado en la investigación; para ello, el estudio fue de tipo explicativo porque se manipuló la variable independiente para producir un efecto en la variable dependiente, el diseño usado fue el cuasi experimental; la población de estudio estuvo conformado por 325 estudiantes de educación secundaria y la muestra por 62 y estuvieron distribuidos de la siguiente manera: GC = 31 y GE = 31, todos ellos estudiantes del cuarto año, el muestreo fue intencionado. Los datos se recolectaron con las pruebas evaluativas tipo escrito con el nombre de prueba de entrada, prueba de proceso y prueba final, los mismos que se procesaron con Excel, hallándose los estadígrafos que corresponden a la estadística descriptiva y estadística inferencial, con los que se obtuvo el resultado y conclusión siguiente: El valor de prueba: $Z = 9,47$ en el gráfico se ubica a la derecha de la z crítica: $z = 1,96$ para 5% de significancia; es decir en la zona de rechazo, entonces, se rechazó la hipótesis nula y se aceptó la hipótesis alterna; porque, se tenía indicios suficientes que prueban que la aplicación del método analítico mejora la resolución de triángulos rectángulos en los estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020.

Palabras clave: Método analítico; Resolución de triángulos rectángulos, Triángulos rectángulos

ABSTRACT

The study proved that the application of the analytical method improves the resolution of right triangles in the students of the Inca Pachacútec Educational Institution in Obas, in coherence with the general objective formulated in the research; for this, the study was explanatory because the independent variable was manipulated to produce an effect on the dependent variable. The design used was quasi-experimental; the study population was made up of 325 high school students and the sample by 62 and were distributed as follows: GC = 31 and GE = 31, all of them fourth year students, the sampling was intentional. The data was collected with the evaluative tests typo written with the name of the entrance test, process test and final test, the same ones that were processed with Excel, finding the statisticians that correspond to the descriptive and inferential statistics, with which obtained the following result and conclusion: The test value: $Z = 9,47$ on the graph is located to the right of the critical $z = 1,96$ for 5% significance; that is, in the rejection zone, then the null hypothesis was rejected and the alternative hypothesis was accepted; because, there were sufficient indications that prove that the application of the analytical method improves the resolution of right triangles in the students of the Inca Pachacútec Educational Institution in Obas, Yarowilca 2020.

Key word: Analytical method; Resolution of right triangles; Right triangles.

INTRODUCCIÓN

En los estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas se ha detectado dificultades en la resolución de triángulos rectángulos, fenómeno que corroborado con la prueba diagnóstica que se les aplicó, en ella mostraron que tenían menos del 50% de saberes previos sobre los temas prerrequisito que deberían de tener; sin embargo, para un adecuado y pertinente aprendizaje de los temas problema, se requiere más del setenta por ciento de saberes previos sobre temas de matemática en general y geometría plana en específico.

La generación del aprendizaje sobre diferentes temas matemáticos con la ayuda de estrategias didácticas, ayudan en mucho al dominio teórico y operativo de la matemática y un amplio conocimiento sobre axiomas, teoremas, propiedades, definiciones y otros; el hecho que tengan menos del cincuenta por ciento de saberes previos es una muestra clara que lo aprendido en los grados anteriores no es suficiente, es por ello que la programación de la retroalimentación sobre temas faltantes de saberes previos está justificado, en ese sentido se pretende mejorar el nivel de resolución de triángulos rectángulos con la ayuda del método analítico.

Cocinero, P. C. (2015), concluye diciendo que la aplicación del método heurístico, permite establecer una relación significativa en el aprendizaje del álgebra, la forma de presentar los temas de manera desafiante hace que el discente se inquiete, también propicia un ambiente agradable en el salón de clases, lo que permite que su práctica sea efectiva; de otro lado, Lara, M. de los Á. (2013), dice que los docentes no están empleando el método de Singapur porque se evidencia en la

falta de material visual que es el que incentiva en gran manera a los niños a prestar atención, entender las explicaciones y desenvolverse en el aula. No se estimula visualmente al alumno, de modo que pueda comprender el proceso y aplicarlo en operaciones concretas, y lo vaya relacionando con la matemática; en tanto que, Calderón, P. (2014), dice que un aprendizaje es efectivo si el proceso comienza de algo concreto y pasar por lo pictórico y ello ayuda mucho en la abstracción adecuado de los conceptos matemáticos y para ello recomienda aplicar una estrategia metodológica, tal como el método Singapur.

También, (Paragua, et.al. 2015), probaron que el uso del criterio de la primera y segunda derivada como método mejora el nivel de aprendizaje de la gráfica de funciones en los alumnos de la Carrera Profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL; Guerra, V. D. (2009), logra mejorar el aprendizaje de los estudiantes en el curso de matemática con la aplicación del método heurístico, de manera específica en la resolución de problemas matemáticos.

En el estudio se formuló la siguiente hipótesis de investigación: La aplicación del método analítico mejora la resolución de triángulos rectángulos en estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020; y para probar lo formulado se consideró las siguientes partes en el informe final de la investigación.

Capítulo I: El problema de investigación, que contiene: descripción del problema, formulación del problema, objetivos, hipótesis, justificación e importancia, viabilidad, limitaciones.

Capítulo II: El marco teórico, en el que se consideraron los antecedentes de la investigación, las teorías básicas y la definición conceptual de términos usados en la investigación.

Capítulo III: El marco metodológico en el que se consideró el tipo de investigación, diseño y esquema, población y muestra, instrumentos de recolección de datos, y las técnicas para el análisis y procesamiento y presentación de los datos.

Capítulo IV: Resultados obtenidos en la investigación, con el análisis descriptivo para el grupo experimental, el análisis descriptivo para el grupo de control, con las distribuciones de frecuencias y gráficos debidamente analizados e interpretados; además, incluyó los contrastes de cada uno de los objetivos específicos, y una prueba de hipótesis para la diferencia de medias, con lo que se contrastó el objetivo general.

Se ha considerado también la discusión de resultados donde se analiza y contrasta lo hallado durante el trabajo de campo con referencias bibliográficas; finalmente, se incluye las conclusiones, sugerencias, la bibliografía y los respectivos anexos.

Los estudiantes del cuarto grado de estudio resuelven a los triángulos rectángulos a través de la resolución de ejercicios y problemas tipo, abundantes y por repetición, lo que los convierte en mecánicos; además, les forma una cultura matemática memorística que no les permite ser innovadores, profesionales que propongan algún cambio; es debido a ello que en el estudio se trata de cambiarlo por un aprendizaje

constructivo con la aplicación del método analítico y mejorarles en nivel de resolución de triángulos rectángulos a los estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020.

ÍNDICE

AGRADECIMIENTO	iii
RESUMEN.....	iv
ABSTRACT	v
INTRODUCCIÓN	vi
CAPÍTULO I	1
1. El problema de Investigación	1
1.1. Descripción del problema	1
1.2. Formulación del problema.....	5
1.2.1. Problema general	5
1.2.2. Problemas específicos	5
1.3. Objetivos.....	6
1.3.1. Objetivo general.....	6
1.3.2. Objetivos específicos	6
1.4. Justificación e importancia	7
1.4.1. Justificación.....	7
1.4.2. Importancia.....	8
1.5. Viabilidad	8
1.6. Limitaciones	8
1.7. Hipótesis	8
1.7.1. Hipótesis general.....	8
1.7.2. Hipótesis específicas.....	9
1.8. Variables	9
1.8.1. Variable independiente	9
1.8.2. Variable dependiente	9
1.9. Operacionalización de variables.....	10
1.10. Definición operacional de variables	10

CAPÍTULO II.....	12
2. Marco Teórico.....	12
2.1. Antecedentes.....	12
2.2. Bases Teóricas.....	16
2.2.1. Método analítico.....	16
2.2.2. El método analítico en Pedagogía.....	17
2.2.3. El método analítico en el aprendizaje de la matemática.....	18
2.2.4. Teorías pedagógicas.....	19
2.2.5. El error en el aprendizaje de matemática.....	21
2.2.6. Características del triángulo rectángulo.....	22
2.2.7. Propiedades básicas del triángulo rectángulo.....	23
2.2.8. Teoremas y tipos de triángulos rectángulos.....	24
2.2.9. Resolución de triángulos rectángulos y propiedades.....	25
2.2.10. Bases epistemológicas y teorías pedagógicas.....	36
2.3. Definición conceptual de Términos.....	38
CAPÍTULO III.....	41
3. Metodología.....	41
3.1. Ámbito.....	41
3.2. Características del participante.....	41
3.3. Población y Muestra.....	42
3.3.1. Población.....	42
3.3.2. Muestra.....	42
3.4. Nivel y tipo de investigación.....	43
3.4.1. Nivel.....	43
3.4.2. Tipo.....	43
3.5. Diseño de la Investigación.....	44
3.6. Métodos y descripción de instrumento de recolección de datos.....	44
3.7. Procedimiento o técnicas de procesamiento y presentación de datos.....	45
3.8. Plan de tabulación y análisis de datos.....	45
3.9. Consideraciones éticas.....	46
CAPÍTULO IV.....	47

4.	Resultados	47
4.1.	Análisis descriptivo del grupo experimental	47
4.2.	Análisis descriptivo de resultados del grupo de control	58
4.3.	Prueba de hipótesis	68
4.3.1.	Datos	68
4.3.2.	Formulación de hipótesis.....	68
4.3.3.	Determinación de la prueba	69
4.3.4.	Determinación del nivel de significancia de la prueba.....	69
4.3.5.	Determinación de la distribución muestral	69
4.3.6.	Cálculo del estadístico de prueba	69
4.3.7.	Gráfico	70
4.3.8.	Decisión y conclusión	71
5.	Discusión de resultados	72
6.	Conclusiones	76
7.	Sugerencias	78
8.	Referencias bibliográficas	80

CAPÍTULO I

1. El problema de Investigación

1.1. Descripción del problema

El dominio de la geometría plana es un tanto dificultoso para la mayoría de los estudiantes y también para los docentes que se encargan de impartirlo, en este sentido, las unidades de análisis de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas no eran ajenos a esta problemática.

Todos los tópicos de geometría plana son de aplicación práctica al entorno real, en tanto, el proceso aprendizaje-enseñanza a nivel país se da en el plano teórico; es decir, se propicia que el estudiante aprenda teoremas y fórmulas para resolver problemas descontextualizados y de esta forma, muy pocos de ellos superan el calificativo de regular.

Con estas falencias observadas en la educación básica regular peruana, los egresados van a las universidades a buscar una vacante y poder formarse como profesionales en las carreras mejor pagadas, como medicina y afines, ingenierías, derecho, etc., sin embargo, casi nadie se da por enterado que el éxito en el estudio de una carrera profesional depende del propio estudiante, en ese sentido, se tendrá docentes de matemática con falencias teóricas, prácticas y didácticas.

La propuesta de investigación es la solución del triángulo rectángulo, el estudio se realiza en tiempos del COVID-19, donde la cuarentena y el aislamiento social son

restricciones serias para la investigación; sin embargo, la interacción personalizada es una opción para la capacitación y recojo de datos.

Los orígenes de la geometría se remontan a la India y China, son culturas más antiguas que los egipcios; sin embargo, para los occidentales la que prima es la que se originó en Egipto con las inundaciones producidas por el río Nilo; a partir de allí, y hasta la actualidad, el estudio de la geometría se ha sistematizado tanto para la academia como para la aplicación práctica y tecnológica (Galán, 2012), (Á. Ruiz, 2003).

Las Bases Curriculares de la educación peruana contemplan el desarrollo de habilidades en estudiantes para solucionar situaciones problemáticas diversas de la vida real, coherente con ello, en la geometría plana se recomienda comprender la solución del triángulo rectángulo aplicando los conceptos y procedimientos a la resolución de problemas contextualizado y reales, para ello primero hay que aprehender la teoría y luego volcarlo a la aplicación práctica en la vida real, en caso contrario, se seguirá sumido en el subdesarrollo (Rave, 2017).

El hombre desde sus orígenes ha tenido la necesidad de resolver e interpretar una cantidad cada vez mayor de problemas y situaciones de la vida diaria, como: registrar cuántos animales había cazado, cómo haría para recuperar la parcela que le correspondía luego de la inundación del Nilo, cuántos ganados tenía, etc., todas esas cuestiones ha llevado al desarrollo de la ciencia y tecnología con una participación sin precedentes de la matemática.

El desarrollo de la matemática es enorme de tal forma que en la actualidad no hay un matemático y filósofo a la vez como en la edad media, lo que hay en la actualidad, son matemáticos especializados en partes específicas direccionado a la aplicación práctica que necesita resolver; es decir, en la actualidad decir que la matemática es una ciencia abstracta no tiene sentido, por el contrario, hoy se entiende que la matemática explica todas las interacciones humanas con el universo (Maldonado, 2016).

Aprender la solución del triángulo rectángulo, implica aprender a pensar matemáticamente, lo que permite al estudiante a interpretar problemas y situaciones de la vida diaria, por lo tanto, la formación matemática y la alfabetización matemática de los estudiantes actuales, es esencial para el desarrollo de la región y del país. La alfabetización matemática es la capacidad de identificar y entender el papel que las matemáticas tienen en el planeta en interacción con el humano, además, permite hacer juicios fundados, adecuados, y un uso pertinente de las herramientas matemáticas para resolver problemas cotidianos (González, 2015).

Los estudiantes, guiados por sus docentes de matemática deben desarrollar el razonamiento matemático dirigido a temas geométricos, como el estudio de los polígonos, enfatizando en la solución de triángulos; además, deben aprender a aplicar dichos temas teóricos en su entorno y la hagan una herramienta útil para describir el mundo y que reconozcan las aplicaciones de la matemática en diversos

ámbitos y que la usen para comprender situaciones y resolver problemas (Villavicencio, 2018).

Como consecuencia, el papel del proceso aprendizaje-enseñanza de la matemática en los estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, debe ser desarrollar las habilidades que les generen el pensamiento matemático, sus conceptos y procedimientos básicos, con el fin de comprender y producir información representada en términos matemáticos.

Al inicio el proceso aprendizaje-enseñanza de la asignatura de geometría debe focalizarse en la resolución de problemas hasta automatizar la aplicación teórica de los axiomas, teoremas, y otras leyes matemáticas; sin embargo, el desarrollo del proceso implica poner en acción un conjunto de habilidades como la creatividad para buscar y probar diversas soluciones, al mismo tiempo, que los irá haciendo descubrir la utilidad de la geometría en la vida real (Lamas, 2010).

En general, las dificultades son obstáculos para los estudiantes durante el proceso aprendizaje-enseñanza del tema parte-todo; en este caso, el método analítico permite descomponer al triángulo rectángulo en todas sus partes y relaciones matemáticas que puedan permitirle una adecuada comprensión teórica y una aplicación práctica exitosa a la realidad.

En este sentido, la tarea de los estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec es aprender a escuchar a los docentes y formularles preguntas que les

generen oportunidades de aprendizaje. Lo descrito permite formular la siguiente interrogante:

1.2. Formulación del problema

1.2.1. Problema general

¿En qué medida la aplicación del método analítico mejora la resolución de triángulos rectángulos en estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020?

1.2.2. Problemas específicos

- ¿Cuál es el nivel de saberes previos respecto a resolución de triángulos rectángulos en estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020?
- ¿Cuál es el nivel de resolución de triángulos rectángulos durante la aplicación del método analítico en estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020?
- ¿Cuál es el nivel de resolución de triángulos rectángulos al finalizar la aplicación del método analítico en estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020?

- ¿Cuál es el nivel de resolución de triángulos rectángulos antes y después de la aplicación del método analítico en estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020?
- ¿Cuál es el nivel de resolución de triángulos rectángulos con y sin la aplicación del método analítico en estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020?

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo general

Probar que la aplicación del método analítico mejora la resolución de triángulos rectángulos en estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020.

1.3.2. Objetivos específicos

- Determinar el nivel de saberes previos respecto a resolución de triángulos rectángulos en estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020.
- Determinar el nivel de resolución de triángulos rectángulos durante la aplicación del método analítico en estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020.

- Determinar el nivel de resolución de triángulos rectángulos al finalizar la aplicación del método analítico en estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020.
- Comparar, analizar y evaluar el nivel de resolución de triángulos rectángulos antes y después de la aplicación del método analítico en estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020.
- Comparar, analizar y evaluar el nivel de resolución de triángulos rectángulos con y sin la aplicación del método analítico en estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020.

1.4. Justificación e importancia

1.4.1. Justificación

El desarrollo de la investigación permitirá entender que el uso del método analítico facilitará un análisis exhaustivo de todas las propiedades y teoremas que están involucrados en la solución de problemas vinculados con la resolución de triángulos rectángulos aplicados a problemas de la vida real y poderlo resolver.

1.4.2. Importancia

La importancia está en que todo ello se hará con el desarrollo de una investigación; es decir, el conocimiento que se produzca será a través de una investigación científica, y como aporte beneficiará a los estudiantes de educación básica que buscarán un cupo en la educación superior con mayor éxito que hasta ahora.

1.5. Viabilidad

El estudio que se proyecta es viable porque se tendrá acceso a la muestra que serán los estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020, el investigador principal es de la zona y se hará las visitas personalizadas en su domicilio por la cuarentena; de la misma manera, se cuenta con recursos económicos para solventar la investigación, y, mucha voluntad de materializarla.

1.6. Limitaciones

No existen limitaciones para la realización del estudio. Se cuenta con amplia bibliografía, hay docentes con alto dominio de investigación que pueden asesorar.

1.7. Hipótesis**1.7.1. Hipótesis general**

La aplicación del método analítico mejora la resolución de triángulos rectángulos en los estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020.

1.7.2. Hipótesis específicas

- El nivel de saberes previos sobre resolución de triángulos rectángulos era regular, en los estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020.
- El nivel de resolución de resolución de triángulos rectángulos mejora en comparación al primero, durante la aplicación del método analítico en los estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020.
- El nivel de resolución de triángulos rectángulos se optimiza al finalizar la aplicación del método analítico en los estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020.
- El nivel de resolución de triángulos rectángulos se diferencia positivamente después de la aplicación del método analítico en los estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020.
- El nivel de resolución de triángulos rectángulos es mejor con la aplicación del método analítico en los estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020.

1.8. Variables

1.8.1. Variable independiente

Método analítico

1.8.2. Variable dependiente

Resolución de triángulos rectángulos

1.9. Operacionalización de variables

Variables	Dimensiones	Indicadores	Instrumento
V.I. Método Analítico		(PE: 1-10) Anexo 2	Prueba de Entrada
		(PP: 1-10) Anexo 2	Prueba de Proceso
		(PS: 1-10) Anexo 2	Prueba de Salida
V.D. Resolución de triángulos rectángulos	Saber previo	(PE: 1-10) Anexo 2	Prueba de Entrada
	Aprendizaje en proceso	(PP: 1-10) Anexo 2	Prueba de Proceso
	Aprendizaje final	(PS: 1-10) Anexo 2	Prueba de Salida

1.10. Definición operacional de variables

- **Método Analítico**

Es un método de investigación que consiste en la desmembración de un todo, descomponiéndolo en sus partes o elementos para observar las causas, la naturaleza y los efectos; también, se le considera como un modelo de estudio científico basado en la experimentación directa y la lógica empírica, y su empleo es indiscriminado tanto en las ciencias naturales como en las ciencias sociales (Vázquez, 2016).

- **Resolución de triángulos rectángulos**

Es hallar tres de sus elementos, conociendo los otros tres, entre los cuales exista por lo menos un lado como dato; es decir, consiste en calcular la medida

de sus tres lados y de sus tres ángulos y se debe considerar que la suma de los dos ángulos agudos es 90° (CEPREVI, 2020).

CAPÍTULO II

2. Marco Teórico

2.1. Antecedentes

La investigación propuesta es la aplicación del método analítico con la finalidad de mejorar la resolución de triángulos rectángulos, en ese sentido, los antecedentes propuestos son investigaciones que proponen el uso de una metodología con la finalidad de mejorar el nivel de aprendizaje de algún tema matemático.

- (Cocinero, P. C. 2015), desarrolló la tesis: Método heurístico y su incidencia en el aprendizaje del algebra en la Universidad Rafael Landívar-Facultad de Humanidades – 2015; de tipo explicativo; diseño cuasi experimental; con dos grupos uno experimental y otro de control, con estudiantes del Quinto año del bachillerato y concluye diciendo que la aplicación del método heurístico, permite establecer una relación significativa en el aprendizaje del algebra, la forma de presentar los temas de manera desafiante hace que el discente se inquiete, también propicia un ambiente agradable en el salón de clases, lo que permite que su práctica sea efectiva.
- (Lara, M. de los Á. 2013), desarrolló la tesis: El uso del método de Singapur y su incidencia en la resolución de adiciones y sustracciones sin reagrupación con material concreto, gráfico y simbólico en los niños de segundo año de básica del centro educativo particular Iberoamérica de la ciudad de Ambato; el tipo de investigación que utilizaron fue explicativa; diseño cuasi experimental; llegó a la conclusión siguiente: Los docentes no están empleando el método de Singapur porque se evidencia en la falta de

Material visual que es el que incentiva en gran manera a los niños a prestar atención, entender las explicaciones y desenvolverse en el aula. No se estimula visualmente al alumno, de modo que pueda comprender el proceso y aplicarlo en operaciones concretas, y lo vaya relacionando con la matemática.

- (Calderón, P. 2014), desarrolló la tesis: Percepciones de los y las docentes del primer ciclo básico, sobre la implementación del método Singapur en el colegio Mario Bertero Cevalco de la comuna de Isla; de Maipo de Santiago, Chile 2014; realiza un estudio tipo explicativo con diseño cuasiexperimental, con los alumnos de colegio Mario Bertero Cevalco y llega a la conclusión: Los profesores y profesoras tienen clara la progresión didáctica que la metodología permite a los niños. Que el proceso debe comenzar desde lo concreto, pasar por lo pictórico, para así poder alcanzar la abstracción de los conceptos matemáticos. Todo lo cual se ve afectado por lo expuesto en la conclusión anterior. La implementación del Método Singapur permite que los profesores y profesoras distingan un cambio positivo en la actitud de los y las estudiantes por aprender matemática. La clase de matemática cambia de ser monótona e insulsa, a ser lúdica, motivante, atractiva, construida desde y para los niños.
- (Agudelo, et al., 2008), desarrollaron la tesis: Método heurístico en la resolución de problemas matemáticos en la Institución Camilo Torres 2008; dicha investigación es de tipo cuantitativo; con diseño cuasi experimental;

trabaja con un grupo escogido de manera aleatoria, y aplican un pre test y un pos test; los estudiantes pertenecían al estrato 2 y 3 de la I.E. Camilo Torres, y logran mejorar la resolución de problemas matemáticos y con ello logran también mejorar la capacidad de resolución de problemas de los estudiantes de todos los grados especialmente en el quinto grado de educación primaria.

- (Paragua, et al., 2018) , desarrollaron la investigación: Método cuatro pasos y el aprendizaje de la derivada por definición; de tipo explicativo, diseño cuasiexperimental, con un grupo experimenta y otro de control, con los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL; y a través de una prueba de hipótesis de la diferencia de dos medias, concluyeron que el valor Z de Prueba = 7,09 se ubica a la derecha de z crítica = 1,96; que es la zona de rechazo, por lo tanto se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alternativa; con ello, probaron que el uso del criterio de la primera y segunda derivada como método mejora el nivel de aprendizaje de la gráfica de funciones en los alumnos de la Carrera Profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL 2015.
- (Guerra, V. D. 2009), desarrolló la tesis: La conducción del método heurístico en la enseñanza de la matemática; es una investigación de tipo cuantitativo; con diseño cuasi experimental, con dos grupos uno experimental y otro grupo de control, donde se aplica una prueba de entrada y otra de salida, trabajo a los estudiantes matriculados en el Centro Pre Universitario de la Universidad Privada San Juan Bautista. Existen 24 estudiantes matriculados, distribuidos

en 2 Secciones, donde se aplica el método heurístico y logra probar que la aplicación del Método Heurístico en el proceso aprendizaje-enseñanza de la Matemática, específicamente en la resolución de problemas, mejora en forma significativa los niveles de aprendizaje del grupo experimental (grupo A) en relación con el grupo de control (grupo B).

- Paragua, M. y Otros. (2014), desarrollaron la investigación: El método gráfico y el aprendizaje del dominio y rango de funciones en alumnos de la carrera profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL-2014, se propusieron mejorar el nivel de aprendizaje del dominio y rango de funciones aplicando el método gráfico, para la cual desarrollaron una investigación de tipo Explicativo y diseño cuasi experimental, con un grupo experimental y otro de control, con alumnos de la especialidad de Matemática y Física de la UNHEVAL; con la finalidad de mejorar el nivel de la investigación ensayaron una prueba de hipótesis de la diferencia de dos medias, donde el valor Z de Prueba = 7,47 se ubica a la derecha de z crítica = 1,96; que es la zona de rechazo, por lo tanto se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alternativa; entonces manifiestan que se ha probado que el uso del método gráfico mejora el nivel de aprendizaje del dominio y rango de funciones en los alumnos de la especialidad de matemática y física de la UNHEVAL 2014.

2.2. Bases Teóricas.

2.2.1. Método analítico

La aplicación del método analítico permite captar el todo en una actividad determinada, pero para entenderlo se debe descomponer en sus partes mínimos posibles, esta aplicación de análisis es generalizada en campos y disciplinas diferentes; sin embargo, es muy esencial en el campo de la investigación. Al respecto dice que el análisis permite comprender la esencia de un todo y la naturaleza de sus partes; aplicado esto a la investigación en curso, permitirá conocer y aplicar las propiedades sobre los triángulos rectángulos en los estudiantes de la I. E. Inca Pachacútec de Obas (Gómez, 2012).

El análisis y razonamiento que se practica durante la aplicación del método científico es un estricto proceso de inducción y deducción; es por ello, la detección de un problema representa un todo y para entenderlo se debe descomponer en sus partes elementales que permitan estudiar, analizar y comprender sus nexos, interdependencia, conexiones, entre el todo y sus partes (R. Ruiz, 2007).

Es preciso decir que el razonamiento científico es un método de observación, experimentación y análisis, en base a ellos, se formula la hipótesis y luego se la comprueba. La contrastación dialéctica entre la teoría y la práctica es la esencia del método científico, pues a través de ella, se formaliza las experiencias o prácticas, que es la etapa de la teorización, y luego, se hacen las formalizaciones teóricas para examinar su validez y con su aplicación intentar modificar la realidad donde se aplican (Lopera, et al., 2016).

La aplicación del método analítico implica la desmembración del todo en sus partes o componentes y observar las causas, naturaleza y efectos que producen la interacción entre ellos, a través de la observación, análisis y evaluación de un hecho en particular para medir y conocer el objeto en estudio.

Es por ello, en el estudio se tiene que conocer todas las características de un triángulo rectángulo, los teoremas, las propiedades de los lados, ángulos, y otros; después, llevarlo a una aplicación práctica-teórica de solución de problemas, luego de ello, llevar al estudiante a la resolución de problemas contextualizados al entorno de los estudiantes de la I. E. Inca Pachacútec de Obas.

2.2.2. El método analítico en Pedagogía

Uno de los objetos de estudio en pedagogía es el nivel de aprendizaje de los estudiantes, a esto es lo que se le llama un auténtico problema social y un reto para el docente, que aún no acaba de entender el tamaño problema que tiene como tarea.

La medición de los niveles de aprendizaje no puede hacerse de una manera directa; es decir, compararlo con una unidad de medida, por lo tanto, hay que crearle una escala de calificación y también un instrumento pertinente de recolección de datos; ambos han cumplido con el proceso de confiabilidad y validación.

Un actor educativo importante es el docente, quién detecta la falencia del estudiante y busca una alternativa de solución para resolver dicho problema, que generalmente

es una aplicación metodológica y adecuada didáctica; en este sentido, un auténtico maestro es un constante aprendiz que conoce sus falencias, y lo básico que debe tener es mística de superación y buscar la manera y los métodos de enfrentarla y de aprender de ellas. Su característica personal; eso, cómo aprende él, se convierte en insumo durante el proceso aprendizaje-enseñanza; es decir, se convierte en un instrumento, un vehículo, un medio que permite al estudiante conocerse, aprender como él y por medio de él (Lerner & Gil, 2001).

Ahora se puede entender que, en cualquier sociedad, es a través de la educación que se transmiten los valores, tradiciones y costumbres como la práctica de enseñar y aprender. La educación desde la crianza de los hijos hasta la transmisión de conocimientos e ideales establecen vínculos entre dos o más sujetos, produciendo un crecimiento o desarrollo.

A través de la aplicación del método analítico se produce el análisis de un determinado tema hasta el final; es decir, hasta donde las condiciones lo permitan; de otro lado, la función del docente es llevar el discurso a los estudiantes para analizarlos con la diversidad y la diferencia existente entre ellos.

2.2.3. El método analítico en el aprendizaje de la matemática

El método analítico permite abordar las dificultades específicas de aprendizaje que surgen en matemática en general, donde los docentes enfocan su labor con

herramientas cognoscitivas que les ayude a propiciar la comprensión de los conceptos matemáticos y llevarlos a una aplicación práctica (Lerner & Gil, 2001).

La aplicación de una estrategia metodológica como el trabajo grupal, por ejemplo, se orienta a que los estudiantes puedan interactuar, socializar, escuchar, analizar y concebir sus preguntas personales en función a su nivel de conocimientos; por ello, lo básico para los estudiantes, en una asignatura, es analizar cómo aprende, y a la vez, debe aprender, cómo analizar.

Básicamente, en matemática lo que se busca es cambiar la estrategia de solucionar problemas de manera rutinaria por otro con actitud analítica para lo que se debe adaptar a situaciones adecuadas que permita detectar falencias cognitivas, ello les permitirá aprehender estrategias para la solución de muchos problemas y potenciar su aprendizaje, el tema de resolución de triángulos rectángulos lo permite.

2.2.4. Teorías pedagógicas

Bruner (1915) dice que las teorías de la enseñanza, de la instrucción, deben ocuparse de la organización y sistematización del proceso didáctico con base en los procesos y las estructuras cognitivas del estudiante (SNTE, 2013).

La finalidad es integrar la teoría con la práctica del proceso aprendizaje-enseñanza, vinculando procesos didácticos pertinentes a cada tema matemático y a las características de los estudiantes o a la mayor cantidad posible.

Una de las características de la didáctica aplicada es generar aprendizajes mediante el descubrimiento guiado, lo que permite al docente llevar de manera natural y espontánea el proceso de construcción de conocimientos del estudiante; además, se propicia la actividad durante el proceso aprendizaje-enseñanza, a través de presentar problemas reales como un reto a la inteligencia del estudiante para motivarlo a enfrentar su solución.

También la Teoría Psicogenética propiciada por Piaget (1980) manifiesta que mediante los procesos de asimilación y acomodación se construyen nuevos conocimientos a partir de las experiencias y luego es interiorizado; en este sentido, el proceso de asimilación se da cuando las experiencias del estudiante se alinean con la representación interna del entorno; en tanto que, la acomodación, es la representación mental del entorno para que sea posible adaptar o incluir nuevas experiencias, y esto, conduce al aprendizaje (Bravo, et al., 2017).

En tanto que la Teoría Sociocultural de Vygotsky (1934) propone el concepto de zona de desarrollo próximo, como la distancia que separa al nivel real de desarrollo respecto al de desarrollo potencial, esto, en el estudiante, esto se traduce en la diferencia que existe entre los problemas que puede resolver por sí mismo y los que sólo puede solucionar con la ayuda de otros, ambas características son abismalmente diferentes, en este sentido, para la teoría sociocultural es vital la intervención del docente, la contextualización social y el desarrollo de la capacidad de imitación por parte del estudiante.

2.2.5. El error en el aprendizaje de matemática

Las dificultades que se presentan en el proceso de aprendizaje-enseñanza sobre los diferentes temas de la matemática, se asumen como errores, los mismos que son cometidos por los estudiantes y algunas o muchas veces inducidos por el docente; este último sería un reto, siempre que los actores educativos lo asuman, que de los errores se aprende.

Los errores son la manifestación exterior de un proceso complejo como producto de los actores educativos y las variables que participan en el proceso aprendizaje-enseñanza, tales como: docentes, estudiantes, padres de familia, currículo, contexto sociocultural, y otros; entonces, los errores se deben interpretar y predecirlos, con la finalidad de superarlos y buscar un aprendizaje de calidad (Engler, et al., 2004).

En matemática y la geometría plana, la simbolización y graficar son recursos que permiten a los estudiantes a denotar y manipular abstracciones; esto es, el proceso de matematización son sometidos a las leyes del triángulo rectángulo y con el uso de ellos se resuelven problemas teóricos y luego contextualizados; en este sentido, los errores se originan por una inadecuada generalización de operadores o números; también, puede ser una mala aplicación de alguna propiedad o teoremas pertinentes al tema resolución de triángulos rectángulos (Engler, et al., 2004).

Hay paradojas sobre el error de aprendizaje, como: el error es un conocimiento deficiente e incompleto, y a su vez, es una posibilidad, y una realidad, y ambos son permanentes en el conocimiento científico (González, et al., 2017).

Para que los errores sean superables en el proceso aprendizaje-enseñanza en la resolución de triángulos rectángulos por los estudiantes de la I. E. Inca Pachacútec de Obas, el docente debe adaptar los problemas contextualizados a la edad y nivel de conocimiento de los estudiantes con ejemplos de menos a más, incluso el lenguaje debe ser en función al nivel real del estudiante; las clases deben ser acompañado con la manipulación de algunas ayudas didácticas.

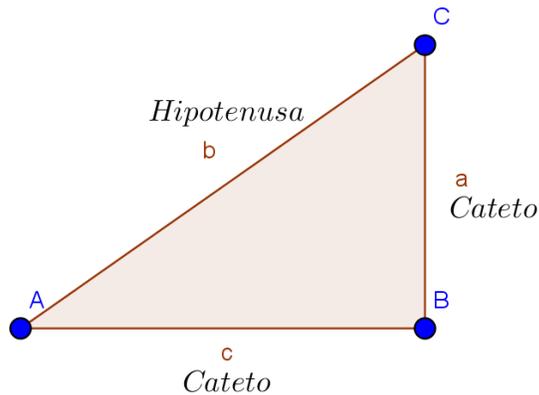
En el proceso aprendizaje-enseñanza de la resolución de triángulos rectángulos, los docentes deben tener una concepción constructiva de la matemática y su aprendizaje; entonces, la actividad de los estudiantes debe ser resolver problemas contextualizados con la finalidad de construir sus propios conocimientos geométricos (Cárdenas, et al., 2019).

2.2.6. Características del triángulo rectángulo

La característica fundamental del triángulo rectángulo es que uno de sus ángulos es recto, o sea mide 90° . En el triángulo rectángulo se cumple el Teorema de Pitágoras.

Al lado mayor que se opone al mayor ángulo se le denomina hipotenusa; a los lados que forman al ángulo recto, catetos. Ellos se oponen a ángulos agudos.

Gráfico N° 01: Elementos del triángulo rectángulo plano



Fuente y diseño: Investigadores

Cuando los catetos son iguales entonces el triángulo rectángulo se denomina Isósceles, en este caso los ángulos agudos miden 45° . El otro triángulo rectángulo muy conocido es el $30^\circ - 90^\circ - 60^\circ$.

2.2.7. Propiedades básicas del triángulo rectángulo

Entre las características propias se tienen: Tiene dos ángulos agudos; la hipotenusa siempre es mayor que cualquiera de los dos catetos; el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos; la suma de la longitud de la hipotenusa y el diámetro de un círculo inscrito en el triángulo es igual a la suma de la longitud de los catetos; la mediana que parte del ángulo recto es igual a la mitad de la hipotenusa; la altura que parte del vértice del ángulo recto, coincide con un cateto, con tal de considerar al otro cateto como una base; y, para efectos de área, un cateto cualquiera se puede considerar como base y el otro cateto como altura; el

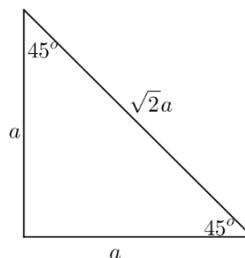
producto de las longitudes de los catetos es igual al producto de las longitudes de la hipotenusa y la altura relativa a dicha hipotenusa.

También hay propiedades poco conocidas, pero que repercuten mucho en la solución de los triángulos rectángulos, entre ellos se tiene: La mediana de la hipotenusa descompone un triángulo rectángulo escaleno en dos triángulos: uno obtusángulo y otro acutángulo, no congruentes pero equivalentes; la mediana de la hipotenusa de un triángulo rectángulo isósceles lo descompone en dos triángulos rectángulos isósceles congruentes y equivalentes; dos triángulos rectángulos, con hipotenusa común, y los ángulos rectos en semiplanos opuestos determinados por la recta que contiene a la hipotenusa, forman un cuadrilátero birrectángulo.

2.2.8. Teoremas y tipos de triángulos rectángulos

Un primer tipo es el triángulo rectángulo isósceles, en donde las longitudes de los catetos son iguales, ello implica que los ángulos interiores tengan las siguientes medidas: $45^\circ - 45^\circ - 90^\circ$, en este caso: la hipotenusa mide $\sqrt{2}$ veces la longitud del cateto.

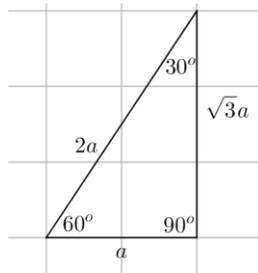
Gráfico N° 02: Triángulo rectángulo isósceles



Fuente y diseño: Investigadores

El segundo tipo es el triángulo rectángulo escaleno, en este caso los tres lados y los tres ángulos tienen diferente medida, una particularidad es del triángulo rectángulo $30^\circ - 90^\circ - 60^\circ$, aquí, la hipotenusa mide el doble del cateto del cateto menor, y el cateto mayor $\sqrt{3}$ veces la longitud del cateto menor.

Gráfico N° 03: Triángulo rectángulo isósceles



Fuente y diseño: Investigadores

También se tienen casos especiales, como el triángulo rectángulo de lados consecutivos, cuyas medidas de sus lados tienen 3; 4; 5 unidades de longitud; no aplica para todos los triángulos rectángulos, ejemplo: 5; 12; 13.

2.2.9. Resolución de triángulos rectángulos y propiedades

Las citadas propiedades se refieren a los teoremas vinculados a los triángulos: rectángulo, oblicuángulo, equilátero, isósceles, etc., a ellos están vinculados el teorema de Pitágoras, la suma de los ángulos internos de un triángulo, los ángulos externos, la suma de los ángulos formados en un punto y un mismo semiplano respecto a la recta, mediatriz, bisectriz, ángulos complementarios, suplementarios, entre otros.

La solución de triángulos está estrechamente relacionado a la solución de problemas de la vida real y es así como se inició, en el mundo occidental, específicamente por los desbordes del río Nilo a su paso por Egipto que borraba toda marca de los terrenos de cultivo.

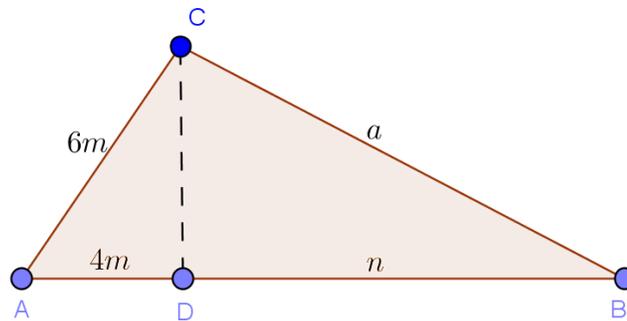
Aplicación 01

Un lado de una plancha de plástico mide 6 m y su proyección sobre el lado mayor es de 4 m. Halla la longitud del lado mayor y la del otro lado.

Solución

Cuando el problema dice proyección hacia el lado mayor, se refiere a un triángulo rectángulo porque las proyecciones son ortogonales.

Gráfico N° 04: Triángulo rectángulo específico para resolver el problema



Fuente y diseño: Investigadores

En el triángulo ABC, recto en C, se ubican los datos del problema: c es la hipotenusa o lado mayor; a es el cateto que debe hallarse; el cateto $b = 6m$; la proyección es $4m$.

Teorema: En todo triángulo rectángulo, cada cateto es media proporcional entre la hipotenusa y su proyección sobre dicha hipotenusa.

Se aplica el teorema con los datos ubicados sobre el triángulo rectángulo ABC.

$$\frac{c}{6m} = \frac{6m}{4m} \rightarrow c = 9m; c \text{ es el valor de la hipotenusa.}$$

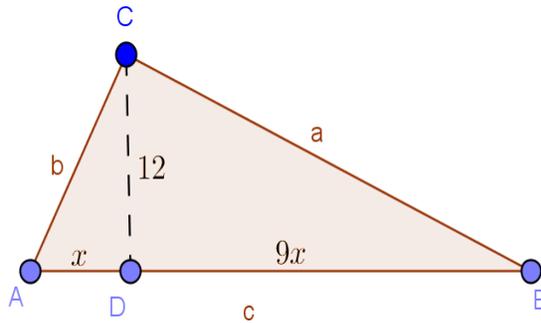
$$\text{Entonces: } 9m = 4m + n \rightarrow n = 5m$$

$$\text{Hallando el otro cateto: } \frac{c}{a} = \frac{a}{n} \rightarrow \frac{9}{a} = \frac{a}{5} \rightarrow a^2 = 45 \rightarrow a = 6,7 m$$

Respuesta: la hipotenusa mide 9m y el otro cateto mide 6,7 m

Aplicación 02

La altura trazada desde el vértice del ángulo recto de un triángulo rectángulo es de 12 m. Esta altura divide a la hipotenusa en dos segmentos cuyas longitudes son como 1 es a 9. Halla la longitud de la hipotenusa del lado mayor y la longitud de cada lado menor.

Solución

Datos para el análisis

Altura $CD = 12\text{ m}$

Hipotenusa $AB = c$

Lado menor $AC = b$

Lado menor $BC = a$

$$AD = x$$

$$DB = 9x$$

Porque en el problema dice que están en la relación de 1 a 9.

Teorema: En todo triángulo rectángulo, la altura correspondiente a la hipotenusa es media proporcional entre las proyecciones ortogonales de los catetos sobre la hipotenusa.

Se aplica el teorema con los datos ubicados sobre el triángulo rectángulo ABC, recto en C.

$$\frac{x}{12m} = \frac{12m}{9x} \rightarrow 9x^2 = 144m^2 \rightarrow x = 4m; c \text{ es el valor de la hipotenusa.}$$

$$c = x + 9x \rightarrow c = 4 + 9(4) \rightarrow c = 40m, \text{ es el lado mayor.}$$

Para hallar la longitud de uno de los lados menores (cateto), se aplica el:

Teorema: En todo triángulo rectángulo, cada cateto es media proporcional entre la hipotenusa y su proyección sobre dicha hipotenusa.

Hallando la longitud del cateto AC:

$$\frac{c}{b} = \frac{b}{x} \rightarrow \frac{40}{b} = \frac{b}{4} \rightarrow b^2 = 160 \rightarrow b = 12,64 \text{ m}$$

Hallando la longitud del cateto BC:

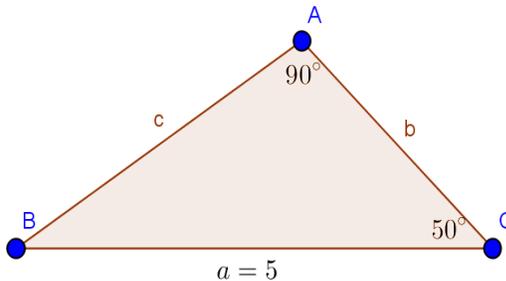
$$\frac{c}{a} = \frac{a}{9x} \rightarrow \frac{40}{a} = \frac{a}{36} \rightarrow a^2 = 1440 \rightarrow a = 37,90 \text{ m}$$

Respuesta: *hipotenusa* = 40 m, *cateto AC* = 12,64 m, y *cateto BC* = 37,90 m.

Aplicación 03

Se tiene un triángulo rectángulo BAC, recto en A, lado $a = 5 \text{ ul}$, ángulo $B = 40^\circ$.

Resuelva dicho triángulo.



Solución analítica

Datos

$$\text{Ángulo } A = 90^\circ$$

$$\text{Ángulo } B = 40^\circ$$

$$\text{Ángulo } C = 50^{\circ}$$

$$\text{Lado a (hipotenusa) } a = 5$$

$$\text{Lado b (cateto) } b = b$$

$$\text{Lado c (cateto) } c = c$$

Teorema: Los ángulos agudos de un triángulo rectángulo suman 90°

$$\text{Entonces: } B + C = 90^{\circ} \rightarrow C = 90^{\circ} - 40^{\circ} \rightarrow C = 50^{\circ}$$

Como la hipotenusa $a = 5$ invita a deducir que el triángulo rectángulo es: 3; 4; 5 y se comprueba con el teorema de Pitágoras; además, se debe tomar en cuenta la propiedad: a mayor ángulo se opone mayor lado y viceversa:

$$\text{Entonces: } b^2 + c^2 = a^2 \rightarrow 3^2 + 4^2 = 5^2 \rightarrow 9 + 16 = 25 \rightarrow 25 = 25$$

Respuestas:

$$\text{Ángulo } A = 90^{\circ}$$

$$\text{Ángulo } B = 40^{\circ}$$

$$\text{Ángulo } C = 50^{\circ}$$

$$\text{Lado a (hipotenusa) } a = 5 \text{ ul}$$

$$\text{Lado b (cateto) } b = 3 \text{ ul}$$

$$\text{Lado c (cateto) } c = 4 \text{ ul}$$

La mayor exactitud en la resolución implica el uso de razones trigonométricas.

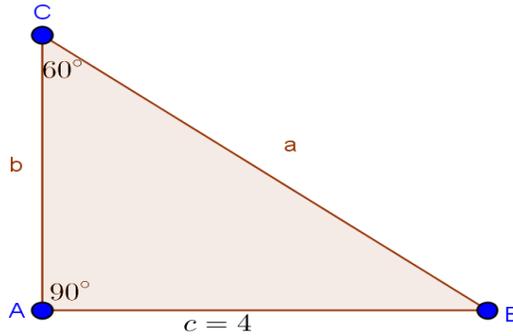
$$\text{Entonces: } \text{Sen}B = \frac{b}{a} \rightarrow b = a \cdot \text{Sen}B \text{ Luego: } \text{Cos}B = \frac{c}{a} \rightarrow c = a \cdot \text{Cos}B$$

$$\text{Luego: } b = (5)(\text{Sen}40^{\circ}) \rightarrow b = (5)(0,6427876) \rightarrow b = 3,213938$$

$$\text{Luego: } c = (5)(\text{Cos}40^{\circ}) \rightarrow c = (5)(0,7660444) \rightarrow c = 3,8302222$$

Aplicación 04

Se tiene un triángulo rectángulo CAB, recto en A, lado $a = \text{hipotenusa}$, $b = b$, y $c = 4 \text{ ul}$ ángulo $B = 30^\circ$ ángulo $C = x^\circ$. Resuelva dicho triángulo.

**Solución analítica**

Datos

Ángulo $A = 90^\circ$

Ángulo $B = 30^\circ$

Ángulo $C = x^\circ$

Lado a (hipotenusa) $a = a$

Lado b (cateto) $b = b$ Lado

c (cateto) $c = 4 \text{ ul}$

Teorema: Los ángulos agudos de un triángulo rectángulo suman 90°

Entonces: $B + C = 90^\circ \rightarrow C = 90^\circ - 30^\circ \rightarrow C = 60^\circ$

Como un ángulo agudo $C = 60^0$ entonces es un triángulo notable $30^0 - 60^0 - 90^0$ y una propiedad dice en este tipo de triángulos rectángulos: la hipotenusa es el doble del cateto menor y el cateto mayor es $\sqrt{3}$ veces el cateto menor y se comprueba con el teorema de Pitágoras:

$$\text{Hallando hipotenusa: } a = 2c \rightarrow a = 2(4) \rightarrow a = 8 \text{ ul}$$

$$\text{Hallando cateto mayor: } b = \sqrt{3}c \rightarrow b = (\sqrt{3})(4) \rightarrow b = 6,9282032 \text{ ul}$$

Respuestas:

$$\text{Ángulo } A = 90^0$$

$$\text{Ángulo } B = 30^0$$

$$\text{Ángulo } C = 60^0$$

$$\text{Lado a (hipotenusa) } a = 8 \text{ ul}$$

$$\text{Lado b (cateto menor) } b = 6,93 \text{ ul}$$

$$\text{Lado c (cateto mayor) } c = 4 \text{ ul}$$

Se decide por la mayor exactitud en la resolución, entonces se usa las razones trigonométricas.

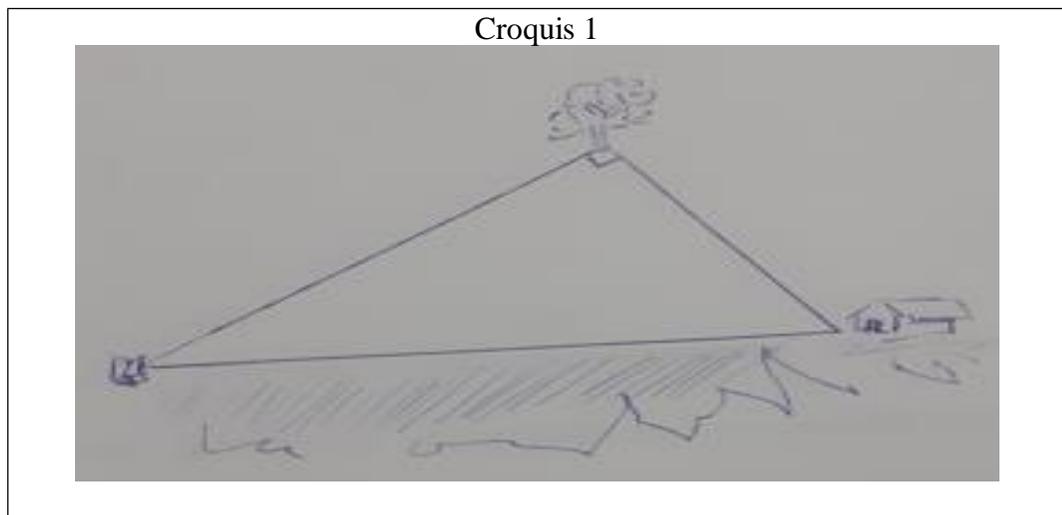
$$\text{Entonces: } \cos B = \frac{c}{a} \rightarrow a = \frac{c}{\cos B} \text{ También: } \operatorname{Tg} B = \frac{b}{c} \rightarrow b = c \cdot \operatorname{Tg} B$$

$$\text{Luego: } a = \frac{4}{\cos 60^0} \rightarrow a = \frac{4}{0,5} \rightarrow a = 8 \text{ ul}$$

$$\text{Luego: } b = c \cdot \operatorname{Tg} B \rightarrow b = c \cdot \operatorname{Tg} 60^0 \rightarrow b = (4)(1,7320508) \rightarrow b = 6,9282032$$

Aplicación 05

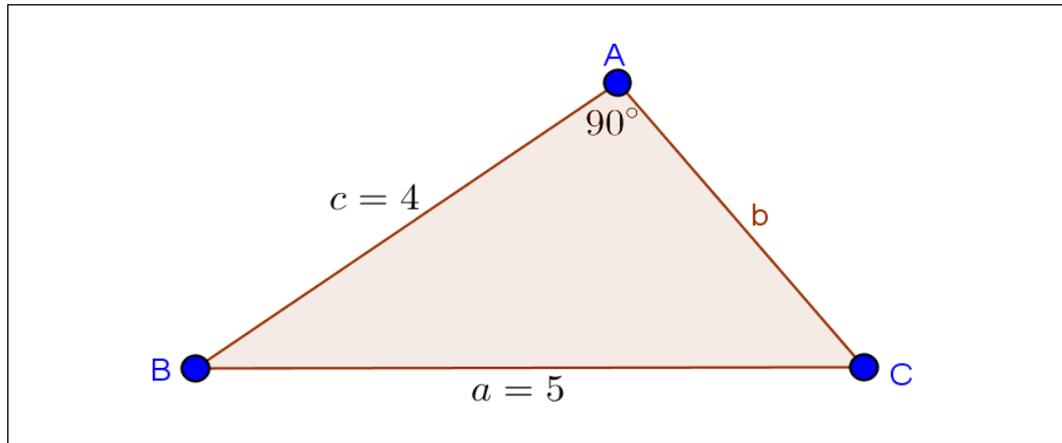
Mi padre tiene en Obas un terreno pequeño pegado a un cerro inaccesible y bastante escarpado de 5 unidades de longitud de un extremo donde está mi casa, al otro extremo donde hay una banca de piedra. Al frente del cerro escarpado hay un árbol de aliso que ha crecido en una base cuadrada como en el croquis 1. Las medidas son: de mi casa a la banca de piedra 5 unidades de longitud; de la banca de piedra al aliso 4 unidades de longitud; no sabe cuánto mide de mi casa al árbol de aliso; y, yo como profesor de matemática voy a ayudarlo en hallar dicha medida.



Solución analítica del problema

Mi estrategia es desmembrar el problema en sus partes.

El croquis lo llevo a la formalidad teórica a un triángulo rectángulo como en la figura siguiente:



He formado un triángulo rectángulo CAB, (C de Casa; B de banca; y, A de aliso). Luego he asignado a los lados estrictamente como me ha enseñado mi profesor de trigonometría en la UNHEVAL: recto en A porque el alisa ha crecido en una base cuadrada; lado $a = 5$ ul $b = b$ ul, y $c = 4$ ul; además la medida del ángulo recta es 90° .

La solución analítica requiere:

Datos

Ángulo $A = 90^\circ$

Ángulo $B = y^\circ$

Ángulo $C = x^\circ$

Lado a (hipotenusa) $a = 5$ ul

Lado b (cateto) $b = b$

Lado c (cateto) $c = 4$ ul

Uso el teorema de Pitágoras para hallar el valor del cateto faltante, cuya fórmula lo tengo en mi cuaderno de trigonometría:

La fórmula es: $a^2 = b^2 + c^2$

De la fórmula anterior, se deduce que: $b = \sqrt{a^2 - c^2}$

Entonces, reemplazando datos y operando se tiene: $b = \sqrt{5^2 - 4^2} \rightarrow b = 3$

Luego, para hallar la medida del ángulo B de la banca, se aplica una razón

trigonométrica: $\text{Cos}B = \frac{4}{5} \rightarrow B = 36,9^\circ$

Finalmente, calculo el valor del ángulo C como ángulo complementario.

Entonces: $C = 90^\circ - B \rightarrow C = 90^\circ - 36,9^\circ \rightarrow C = 53,1^\circ$

Respuestas:

Ángulo $A = 90^\circ$

Ángulo $B = 36,9^\circ$

Ángulo $C = 53,1^\circ$

Lado a (hipotenusa) $a = 8 \text{ ul}$

Lado b (cateto menor) $b = 6,93 \text{ ul}$

Lado c (cateto mayor) $c = 4 \text{ ul}$

Opcional: en caso se decide por la mayor exactitud en la resolución, entonces se usa las razones trigonométricas.

Entonces: $\text{Cos}B = \frac{c}{a} \rightarrow a = \frac{c}{\text{Cos}B}$ También: $\text{Tg}B = \frac{b}{c} \rightarrow b = c \cdot \text{Tg}B$

Luego: $a = \frac{4}{\text{Cos}60^\circ} \rightarrow a = \frac{4}{0,5} \rightarrow a = 8 \text{ ul}$

Luego: $b = c \cdot \text{Tg}B \rightarrow b = c \cdot \text{Tg}60^\circ \rightarrow b = (4)(1,7320508) \rightarrow b = 6,9282032$

2.2.10. Bases epistemológicas y teorías pedagógicas

La epistemología es saber del saber, y a su vez es la dimensión filosófica que se encarga de estudiar a la investigación científica y su producto que es el conocimiento científico; en ese sentido, el desarrollo de la ciencia en la actualidad es notable y se ha admitido a las ciencias de la educación con carácter de científico, por lo tanto, a la pedagogía como guía de todas las otras ciencias de la educación (Di Gravia, 2006).

Las teorías de la enseñanza y de la instrucción, deben ocuparse de la organización y sistematización del proceso didáctico con base en los procesos y las estructuras cognitivas del estudiante con la finalidad de integrar la teoría con la práctica de la enseñanza vinculando los procesos didácticos y todas las características que éste requiere (Abreu, et al., 2017).

Una de sus características es generar aprendizajes mediante el descubrimiento guiado, lo que permite al docente llevar de manera natural y espontánea el proceso de construcción de conocimientos del estudiante.

Propicia la participación activa durante el proceso aprendizaje-enseñanza, a través de presentar problemas reales como un reto a la inteligencia del estudiante para motivarlo a enfrentar su solución.

Teoría Psicogenética, propiciado por Piaget (1980) sugirió que mediante los procesos de asimilación y acomodación se construyen nuevos conocimientos a partir

de las experiencias y luego interiorizado; en ese sentido, el proceso de asimilación es cuando las experiencias se alinean con la representación interna del mundo. La acomodación, es la representación mental del mundo para que sea posible adaptar o incluir nuevas experiencias, y esto, conduce al aprendizaje (Paragua, et al., 2021).

Teoría Sociocultural de Vygotsky (1934) propone el concepto de zona de desarrollo próximo, como la distancia que separa al nivel real de desarrollo respecto al de desarrollo potencial. En el estudiante, esto se traduce en la diferencia que existe entre los problemas que puede resolver por sí mismo y los que sólo puede solucionar con la ayuda de otros. Para la teoría sociocultural es vital la intervención del educador y la atención al contexto social y a la capacidad de imitación.

2.3. Definición conceptual de Términos

- **Método analítico**

Es un método de investigación que consiste en la desmembración de un todo, descomponiéndolo en sus partes o elementos para observar las causas, la naturaleza y los efectos.

- **Resolución del triángulo rectángulo**

Es hallar tres de sus elementos, conociendo los otros tres, entre los cuales exista por lo menos un lado como dato

- **Análisis**

Es la observación y examen de un hecho particular que permite conocer al objeto en estudio y se puede explicar, hacer analogías, comprender su comportamiento e inferir nuevas teorías.

- **Analizar**

Es desintegrar, descomponer un todo en sus partes para estudiar en forma intensiva cada uno de sus elementos, además, las relaciones entre los elementos y con el todo.

- **Teorema de Pitágoras**

El cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los catetos elevados al cuadrado respectivamente.

- **Teorema de la altura**

En el triángulo rectángulo: el cuadrado de la altura sobre la hipotenusa es igual al producto de las proyecciones de los catetos sobre la hipotenusa. $h^2 = (m)(n)$

La altura es la media proporcional del segmento a y b.

- **Teorema del cateto**

En los triángulos rectángulos: Cada uno de los catetos es media proporcional entre la hipotenusa del triángulo y su proyección sobre ella.

El cuadrado de la longitud de un cateto es igual al producto de la longitud de la hipotenusa por la longitud de la proyección.

- **Elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos**

Es el proceso clave en la formación del estudiante y el desarrollo de la habilidad de identificar procedimientos, seguir instrucciones y realizar procesos de medición, permitiendo al estudiante demostrar su dominio sobre el concepto matemático (Tascón, 2017).

- **Razonamiento**

Es el proceso que permite usar argumentos propios para exponer ideas, hacer predicciones y conjeturas, justificar o refutar las estrategias y los procedimientos dando explicaciones e interpretaciones coherentes sobre el objeto de estudio, permitiendo comprender que las matemáticas más que una

memorización de reglas y algoritmos, son lógicas y fortalecen la capacidad de pensar (Tascón, 2017).

- **Comunicación**

Es la adquisición y dominio de los lenguajes propios de las matemáticas, los cuales se adquieren fomentando la discusión frecuente en el aula, la argumentación de situaciones, conceptos y simbolizaciones, que conlleve a demostrar los niveles de abstracción, al ser capaz de traducir su lenguaje natural en lenguaje simbólico.

CAPÍTULO III

3. Metodología

3.1. Ámbito

La investigación se realizó en la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca durante el año académico 2020, con los 325 estudiantes de educación secundaria, con una muestra de 62 estudiantes del Cuarto año de secundaria, de las secciones A con 31 estudiantes como grupo experimental y B con 31 estudiantes como grupo de control, escogido con un tipo de muestreo no aleatorio.

La Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas se encuentra ubicada en la ciudad capital Obas, en la provincia de Yarowilca de la Región Huánuco.

3.2. Características del participante

Los participantes en una investigación en educación son los estudiantes al que se les llama unidades de análisis y se caracterizan por ser estudiantes del cuarto año de educación secundaria en este caso en específico, y son de ambos sexos; en ese sentido, 31 de ellos pertenecientes a la sección A participan como grupo experimental; y, los otros 31 pertenecientes a la sección B, participan como grupo de control.

Otra característica importante es que ellos fueron seleccionados como grupo intacto perteneciente a una sección, por lo que la naturaleza del muestreo aplicado fue el intencionado o muestreo no aleatorio.

3.3. Población y Muestra

3.3.1. Población

El estudio se realizará con todos los estudiantes del cuarto grado de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020, distribuidos según la tabla N° 01.

Tabla N° 01. Población estudiantil de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020.

GRADO	SECCIONES	N° ESTUDIANTES
Primero	A	35
	B	35
Segundo	A	34
	B	33
Tercero	A	32
	B	31
Cuarto	A	31
	B	31
Quinto	A	32
	B	31
TOTAL		325

Fuente: Nómina de matrícula 2020
Diseño: Investigadores

3.3.2. Muestra

El estudio se realizará con los estudiantes de las secciones Cuarto A como grupo experimental y Cuarto B como grupo de control, de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020, distribuidos según la tabla N° 02.

Tabla N° 02. Muestra estudiantil de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020

GRADO	SECCIONES	N° ESTUDIANTES
Cuarto	A - GE	31
	B - GC	31
TOTAL		62

Fuente: Nómina de matrícula 2020
Diseño: Investigadores

3.4. Nivel y tipo de investigación

3.4.1. Nivel

El nivel de la investigación es explicativo (Paragua, et al., 2022), porque se revela el imperio de la variable independiente, constituyendo el fenómeno causa y efecto que permite medir los efectos producidos sobre la variable dependiente, además, el nivel de una investigación se vincula al grado de conocimiento que posee el investigador en relación con el problema en estudio.

3.4.2. Tipo

Los tipos de investigación surgen al agruparse según el objetivo que persiguen, según el nivel de profundización del estudio, también por la inferencia estadística, la forma de manipular variables, el tipo de datos o el período de tiempo de estudio, y otros; en este caso específico, el estudio es de tipo aplicado o causa efecto (Paragua, et al., 2021), porque la variable independiente se manipula esperando un efecto en la variable dependiente; además, es reproducible en otros escenarios con solo contextualizar los instrumentos de recolección de datos.

En las investigaciones aplicadas se caracterizan a las variables para responder las causas de los eventos sociales, y tratar de explicar los efectos que produce la aplicación del método analítico en el nivel de resolución de triángulos rectángulos en los estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020.

3.5. Diseño de la Investigación

El diseño del estudio es el cuasiexperimental (Paragua, et al., 2021), porque se trabajará con dos grupos: un grupo experimental (GE), al que se le aplicará la variable independiente y el otro grupo de control (GC). El esquema del diseño es el siguiente:

GE: O1.....x.....O2.....x.....O3

GC: O1.....O2..... O3

Leyenda:

GE : Grupo experimental

GC : Grupo de control

O1 : Prueba de entrada (PE)

O2 : Prueba de proceso (PP)

O3 : Prueba de salida (PS)

x : Variable

3.6. Métodos y descripción de instrumento de recolección de datos

Para la recolección de datos se usará las pruebas evaluativas tipo prueba escrita con ítems de desarrollo. Las tres pruebas se denominarán respectivamente: prueba de entrada (PE), de carácter diagnóstica y permitirá determinar el nivel de saberes previos; prueba de proceso (PP) para medir el nivel de aprendizaje de los estudiantes

con la aplicación de la variable independiente; además, permitirá tomar la decisión de corregir o potenciar la aplicación de la propuesta metodológica al problema encontrado en caso fuese necesario; prueba de salida (PS), con la finalidad de medir la efectividad de la aplicación de la variable independiente. Las pruebas tendrán diez preguntas o indicadores, calificados a dos puntos cada uno, haciendo un total de veinte puntos, lo que permitirá calificarlo en la escala vigesimal (Paragua, et al 2017).

3.7. Procedimiento o técnicas de procesamiento y presentación de datos

Los datos así recolectados serán procesados con Excel, para hallar los estadígrafos de tendencia central y de dispersión, los mismos que serán analizados, interpretados, evaluados y presentados a través de distribuciones de frecuencias y gráficos en su oportunidad. También con los resultados finales se hará la prueba de hipótesis para la diferencia de dos medias, aplicándose la distribución normal Z, por ser la muestra mayor de treinta unidades de análisis.

3.8. Plan de tabulación y análisis de datos

Los datos recogidos constituyen notas que serán calificados con la escala vigesimal, ellos miden el nivel de aprendizaje sobre el problema en estudio como producto de la alternativa de solución propuesto por el investigador, los cuales son cargados a un software estadístico y arroja como resultado estadígrafos, como: las medidas de tendencia central, las medidas de dispersión, las medidas de forma, los valores extremos, y otros.

El análisis de dichos estadísticos corre a cuenta del investigador, quien en base al marco teórico que tiene sobre la investigación comparará, analizará y evaluará; y, al final estará en condiciones de dar las conclusiones sobre lo encontrado como producto del análisis y comparación de los resultados hallados, tanto en el grupo experimental como en el grupo de control.

3.9. Consideraciones éticas

La realización de la investigación científica y el uso de conocimientos científicos como referencias, demanda una conducta ética por parte del investigador; en ese sentido, las conductas no éticas corrompen a la ciencia, produce sesgos y en general no se produce el avance de la ciencia.

La ventaja para no caer en la subjetividad en las investigaciones del enfoque cuantitativo, tiene su base en su redacción que siempre es en tercera persona, además, generalmente resuelve problemas satisfaciendo necesidad de la sociedad; es debido a ello, que la ética debe regular la conducta del investigador (Cadena et al., 2017).

CAPÍTULO IV

4. Resultados

En Educación Secundaria la escala de calificación es vigesimal considerándose a la nota 11 como mínima aprobatoria, y a la nota 20 como máxima aprobatoria (MINEDU, 2005)., es el siguiente:

NIVEL DE LOGRO	ESCALA DE CALIFICACIÓN	DESCRIPCIÓN
AD (Logro destacado)	[20 – 18]	El estudiante evidencia el logro de los aprendizajes previstos satisfactoriamente.
A (Logro esperado)	[17 – 14]	El estudiante evidencia el logro de los aprendizajes previstos en el tiempo programado.
B (En proceso)	[13 – 11]	El estudiante está en el camino de lograr los aprendizajes previstos y requiere acompañamiento.
C (En inicio)	[10 – 00]	El estudiante está empezando a desarrollar los aprendizajes previstos o evidencia dificultades para el desarrollo de estos y requiere mayor tiempo de acompañamiento.

4.1. Análisis descriptivo del grupo experimental

Los datos procesados en todos los casos para el GE y GC, en el caso del presente estudio están insertos en el Anexo 3.

Tabla 3. Nivel de saberes previos sobre resolución de triángulos rectángulos en estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020 GE

Estadísticos	Módulo
Media	8,87
Mediana	9,00
Moda	10,00
Desviación estándar	2,11
Varianza de la muestra	4,45
Coefficiente de asimetría	0,04
Rango	7,00
Mínimo	5,00
Máximo	12,00
n	31,00

Fuente: Prueba de entrada

Diseño: Los investigadores

Con la aplicación de la prueba de entrada (PE) se recogen datos con la finalidad de diagnosticar el nivel de saberes previos tenían las unidades de análisis respecto a la resolución de triángulos rectángulos; entonces, se pudo determinar cuánto de saberes previos o temas prerequisites tienen los estudiantes antes que el investigador o el docente de curso empiece a desarrollar los temas planificados con la aplicación del método analítico que propone y obtenga una adecuada asimilación de los temas problema en estudio.

Una media de valor diez indica que las unidades de análisis solo tienen cincuenta por ciento de saberes previos para entender los temas que desarrollará el docente de curso; es decir, entenderá de la mitad hacia menos de todo lo que haga el docente, por ello, es preciso antes de empezar las clases se les programe una retroalimentación, si el caso fuese necesario, sobre los temas faltantes.

En la tabla que antecede se observa que las medidas de tendencia central se ubican en la clase regular, indicando que los estudiantes del cuarto año de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas tenían un poco menos del cuarenta y cinco por ciento aproximadamente de saberes previos en promedio, sobre resolución de triángulos rectángulos y ello no les iba permitir un aprendizaje adecuado, en consecuencia, se les programó sesiones virtuales de retroalimentación sobre los temas faltantes.

Los estadígrafos de tendencia central de la PE se ubicaron como regulares en la

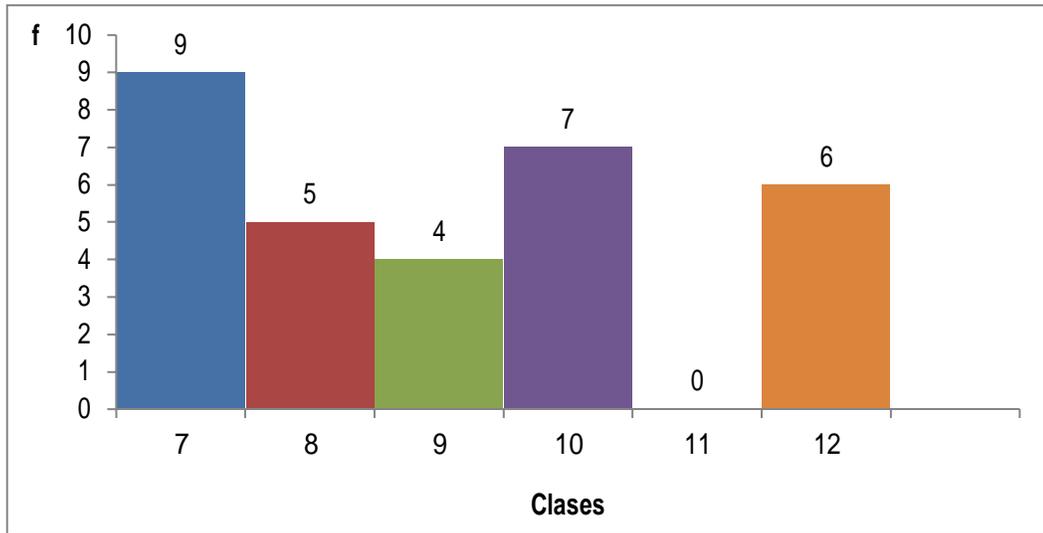
escala de calificación con una *Media* = 8,87; el análisis e interpretación de estas medidas indican que las unidades de análisis poseían menos del 45% en promedio de saberes previos sobre el tema en estudio y por ello fue pertinente la retroalimentación que se les programó.

El estadígrafo de dispersión *Desviación estándar* = 2,11 es relativamente bajo; eso quiere decir, que en el intervalo que se encuentran los saberes previos de las unidades de análisis eran bastante homogéneos con un *Rango* = 7 comprobándose la baja dispersión del nivel de saberes previos.

El análisis e interpretación del *Coefficiente de asimetría* = 0,04 es positiva y con una tendencia hacia una configuración negativa; se podría entender que los estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas tienen ganas de aprender los temas que se les proponga sobre resolución de triángulos rectángulos, con la aplicación del método analítico.

Los estadígrafos resultantes de la PE indican que los saberes previos sobre resolución de triángulos rectángulos en las unidades de análisis en la escala vigesimal de calificación se ubicaron como *Aprendizaje regular* por lo que se les programó una retroalimentación sobre temas faltantes y recuperarlos en los aproximadamente cincuenta y cinco por ciento de saberes previos faltantes.

Gráfico 1. Nivel de saberes previos sobre resolución de triángulos rectángulos en estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020 GE



Fuente: Prueba de entrada
Diseño: Los investigadores

El gráfico que antecede es trimodal, en consecuencia las medidas de tendencia central es producto de una especie de promedio entre los tres; en este sentido, se observa que la clase Mediana está sobre la clase (8 – 9], a su izquierda se ubican 14 unidades de análisis y hacia la derecha están ubicadas 13; es decir, la mayoría de los estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, tienden hacia el dato *Mínimo* = 5; en ese sentido, la finalidad de la retroalimentación es revertir la proporción indicada.

Contraste del primer objetivo específico

El nivel de saberes previos sobre resolución de triángulos rectángulos en los estudiantes de la institución educativa Inca Pachacútec de Obas, eran regulares con una débil tendencia hacia la normalidad, indicando aproximadamente el 45% de saberes previos.

Tabla 4. Nivel de resolución de triángulos rectángulos durante la aplicación del método analítico en estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020 GE

Estadígrafos	Módulo
Media	12,16
Mediana	12,00
Moda	13,00
Desviación estándar	1,44
Varianza de la muestra	2,07
Coefficiente de asimetría	- 0,44
Rango	5,00
Mínimo	9,00
Máximo	14,00
n	31,00

Fuente: Prueba de proceso
Diseño: Los investigadores

El objeto de la prueba de proceso (PP) en el estudio fue recoger datos sobre el nivel de aprendizaje sobre la primera mitad de los temas programados sobre resolución de triángulos rectángulos durante el trabajo de campo con la aplicación del método analítico, si los estadígrafos indican mejora en los niveles de aprendizaje, entonces se potenciará la experiencia; en caso contrario, se debe buscar las falencias y corregirlos para la tercera observación.

En la tabla N° 04 se observa los estadígrafos de la prueba de proceso, en donde las medidas de tendencia central se ubican como *Aprendizaje bueno* en la escala vigesimal de calificación; entonces, el análisis, la evaluación y las comparaciones indican que el nivel de aprendizaje de los estudiantes del cuarto año de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas mejora, hecho que permitió al investigador a potenciar la aplicación del método analítico en favor del aprendizaje de la resolución de triángulos rectángulos en las unidades de análisis.

Las medidas de tendencia central se ubicaron muy cercanos al límite inferior de la clase buena con una *Media* = 12,16; comparado con las medidas de tendencia central de la PE, indican una mejora del nivel de aprendizaje de las unidades de análisis de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, con una fuerte tendencia hacia la siguiente clase de calificación.

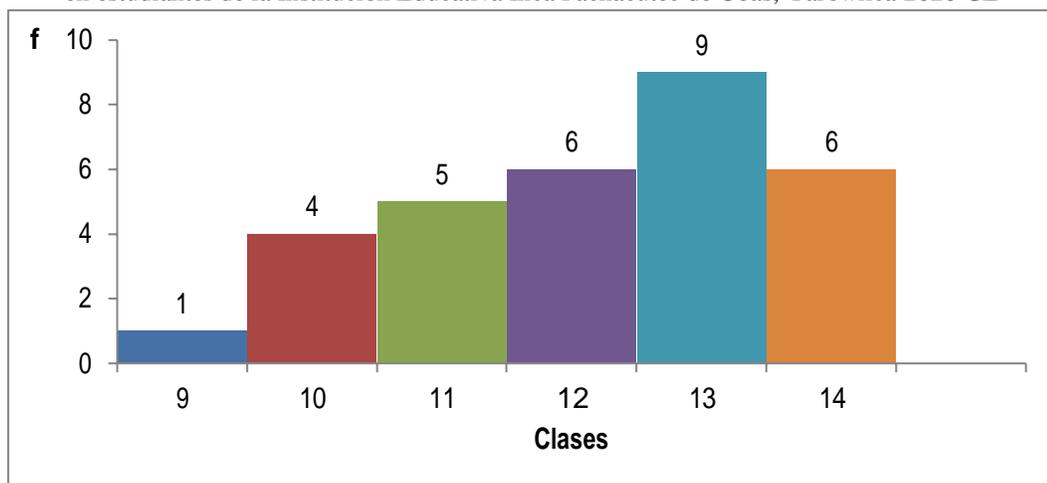
En tanto, las medidas de dispersión como la *Desviación estándar* = 1,44 es bastante bajo, indicando una alta homogeneidad entre los niveles de aprendizaje sobre resolución de triángulos rectángulos de las unidades de análisis con la aplicación del método analítico; lo descrito es confirmado por el *Rango* = 5; es decir, comparativamente con el rango inicial ha disminuido notoriamente.

El *Coefficiente de asimetría* = - 0,44 configura una asimetría negativa. El dato *Mínimo* = 9 ha aumentado en cuatro unidades respecto a la observación anterior; entonces, con los estadígrafos de la PP analizados se afirma que el nivel de

aprendizaje de las unidades de análisis está mejorando con una marcada tendencia hacia la clase muy buena.

En consecuencia, los estadígrafos de la PP analizados indican que el nivel de resolución de triángulos rectángulos en los estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, se ubican como *Aprendizaje bueno* sobre la escala vigesimal de calificación, con una fuerte tendencia hacia la clase de calificación muy buena.

Gráfico 2. Nivel de resolución de triángulos rectángulos durante la aplicación del método analítico en estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020 GE



Fuente: Prueba de proceso
Diseño: Los investigadores

En el gráfico N° 02 se observa que la clase Mediana está sobre (12 – 13]; sin embargo, en las tres últimas barras están veintiuno de treinta y uno unidades de análisis con una clara tendencia de la mayoría hacia el dato *Máximo* = 14, es por ello que el valor del coeficiente de asimetría configura una asimetría negativa; con el resultado se puede afirmar que la aplicación del método analítico mejora el nivel

de resolución de triángulos rectángulos en los estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020.

Contraste del segundo objetivo específico

El nivel de resolución de triángulo rectángulos mejora durante la aplicación del método analítico en estudiantes de la institución educativa Inca Pachacútec de Obas, ubicándose como *Aprendizaje bueno* sobre la escala de calificación vigesimal asumida, con una fuerte tendencia hacia la clase muy buena.

Tabla 5. Nivel de resolución de triángulos rectángulos al finalizar la aplicación del método analítico en estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020 GE

Estadígrafos	Módulo
Media	13,42
Mediana	14,00
Moda	13,00
Desviación estándar	1,95
Varianza de la muestra	3,78
Coefficiente de asimetría	- 0,23
Rango	7,00
Mínimo	10,00
Máximo	17,00
n	31,00

Fuente: Prueba de salida
Diseño: Los investigadores

Con la prueba de salida (PS) se recogieron datos sobre el nivel de resolución de triángulos rectángulos al finalizar la aplicación del método analítico durante el trabajo de campo; ello permitió conocer al investigador con cuánto de mejora quedan las unidades de análisis en el dominio de los temas programados con la aplicación del método analítico.

En la tabla N° 05 se observa los estadígrafos de la prueba de salida en donde las medidas de tendencia central se ubican como *Aprendizaje bueno* sobre la escala de calificación; además, el análisis y las comparaciones indican que el nivel de resolución de triángulos rectángulos de los estudiantes del cuarto año de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas tuvo una mejora sostenida con la aplicación del método analítico y una fuerte tendencia hacia la siguiente clase.

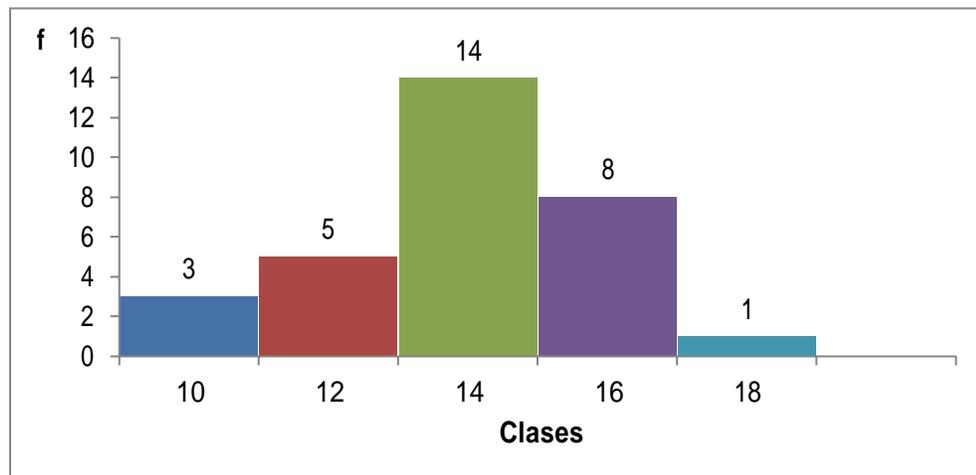
En esta última observación de campo las medidas de tendencia central se ubicaron sobre la clase buena en la escala de calificación y están representados por la *Media* = 13,42 indicando que el nivel de resolución de triángulos rectángulos en las unidades de análisis había mejorado y de manera sostenida y con una tendencia a seguir mejorando.

Se analizó e interpretó a las medidas de dispersión, entre ellas a la *Desviación estándar* = 1,95 y comparando con la desviación de proceso es un tanto mayor, indicando que el nivel de conocimientos sobre resolución de triángulos rectángulos con la aplicación del método analítico en las unidades de análisis se estaban dispersando a medida que iban mejorando en promedio; el fenómeno fue confirmado por el *Rango* = 7; sin embargo, el dato *Mínimo* = 10 tuvo un desplazamiento hacia el dato *Máximo*; es decir, la mejora de todas las unidades de análisis produce pequeños aumentos en la dispersión del nivel de conocimientos sobre resolución de triángulos rectángulos en los estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas.

El *Coefficiente de asimetría* = $-0,23$ sigue configurando una asimetría negativa, menor que en la observación de proceso. El dato *Mínimo* = 10 también ha aumentado indicando una mejora en el nivel de resolución de triángulos rectángulos; en ese sentido, con los estadígrafos de la PS analizados se puede decir que el nivel de resolución de triángulos rectángulos de los estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas ha mejorado con la aplicación del método analítico.

En consecuencia, los estadígrafos de la PS analizados indican que el nivel de resolución de triángulos rectángulos en las unidades de análisis de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020, en la escala vigesimal de calificación se ubicaron como *Aprendizaje bueno*, con una tendencia de mejora hacia la siguiente clase.

Gráfico 3. Nivel de resolución de triángulos rectángulos al finalizar la aplicación del método analítico en estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020 GE



Fuente: Prueba de salida
Diseño: Los investigadores

En el gráfico N° 03 se observa que la clase Mediana está sobre (12 – 14], a su izquierda se ubican ocho unidades de análisis y hacia su derecha están ubicados nueve; es decir, la mayoría, es por ello que la asimetría negativa del gráfico es muy notoria; también es notoria la mayor contundencia gráfica hacía el dato *Máximo* = 17, en términos generales, por los resultados obtenidos a través del proceso de aplicación del método analítico se ha logrado mejorar el nivel de resolución de triángulos rectángulos en los estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020.

Contraste del tercer objetivo específico

El nivel de resolución de triángulos rectángulos en estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020 quedaron como *Aprendizaje bueno* sobre la escala vigesimal de calificación al finalizar la aplicación del método analítico y muestran una tendencia a seguir mejorando.

Contraste del cuarto objetivo específico

Al terminar el estudio, la aplicación del método analítico mejoró el nivel de resolución de triángulos rectángulos 4,55 puntos en promedio en los estudiantes del GE de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020.

4.2. Análisis descriptivo de resultados del grupo de control

Tabla 6. Nivel de saberes previos sobre resolución de triángulos rectángulos en estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020 GC

Estadísticos	Módulo
Media	8,03
Mediana	8,00
Moda	7,00
Desviación estándar	1,25
Varianza de la muestra	1,57
Coefficiente de asimetría	1,57
Rango	5,00
Mínimo	7,00
Máximo	12,00
n	31,00

Fuente: Prueba de entrada
Diseño: Los investigadores

Las unidades de análisis del grupo de control no se les aplicó el método analítico porque ellos cumplían el rol de controladores; sin embargo, los temas materia de investigación si los llevaron con otro docente, y como la finalidad de la prueba de entrada (PE) era para recoger datos y diagnosticar a las unidades de análisis sobre el nivel de saberes previos que tenían; esta vía permitió conocer cuánto de saberes previos o temas prerrequisitos tenían las unidades de análisis del grupo de control.

En la tabla N° 06 se observa que las medidas de tendencia central se ubican entre las clases regular y malo, indicando que los estudiantes del cuarto año de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, al igual que los del grupo experimental, tenían un poco menos del cuarenta y cinco por ciento aproximadamente de saberes previos en promedio, sobre resolución de triángulos

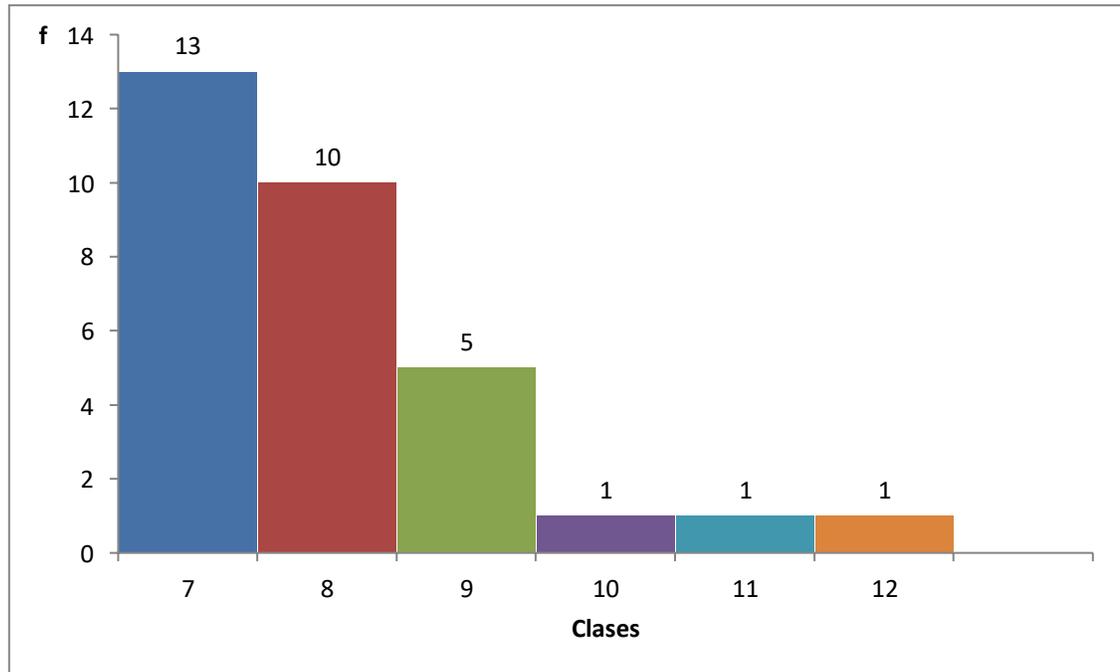
rectángulos; sin embargo, a ellos no se les programó ninguna retroalimentación por ser el grupo de control.

Las unidades de análisis del grupo de control luego de la aplicación de la prueba de entrada obtuvieron una *Media* = 8,03 y ello indicaba un nivel de saberes previos de menos de cuarenta y cinco por ciento en promedio de temas prerequisite sobre resolución de triángulos rectángulos.

El análisis de la *Desviación estándar* = 1,25 permitió determinar que hay una homogeneidad de saberes previos sobre resolución de triángulos rectángulos entre los estudiantes de la Institución Educativa en estudio, pues tienen una desviación bajo, confirmado por el *Rango* = 5 que es bastante estrecho.

En este caso, el *Coefficiente de asimetría* = 1,57 configura una alta asimetría positiva e indica una mayor tendencia de los estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas hacia el dato *Mínimo* = 4.

Gráfico 4. Nivel de saberes previos sobre resolución de triángulos rectángulos en estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020 GC



Fuente: Prueba de entrada
Diseño: Los investigadores

En el gráfico que antecede se observa que la clase Mediana está sobre $(7 - 9]$, a su izquierda se ubican trece unidades de análisis y hacia su derecha están ocho; es decir la mayoría de las unidades de análisis tienden hacia el dato *Mínimo* = 5; tampoco se les programó ninguna retroalimentación.

Tabla 7. Nivel de resolución de triángulos rectángulos durante la aplicación del método analítico en estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020 GC

Estadísticos	Módulo
Media	9,48
Mediana	9,00
Moda	10,00
Desviación estándar	1,61
Varianza de la muestra	2,59
Coefficiente de asimetría	0,11
Rango	5,00
Mínimo	7,00
Máximo	12,00
n	31,00

Fuente: Prueba de proceso
Diseño: Los investigadores

En la tabla que antecede se observa los estadísticos de la prueba de proceso del GC y las medidas de tendencia central siguen ubicadas como *Aprendizaje regular* en la escala vigesimal de calificación; ello indica que el nivel de aprendizaje de estudiantes del cuarto año de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas no mejora si no hay una ayuda metodológica planificada.

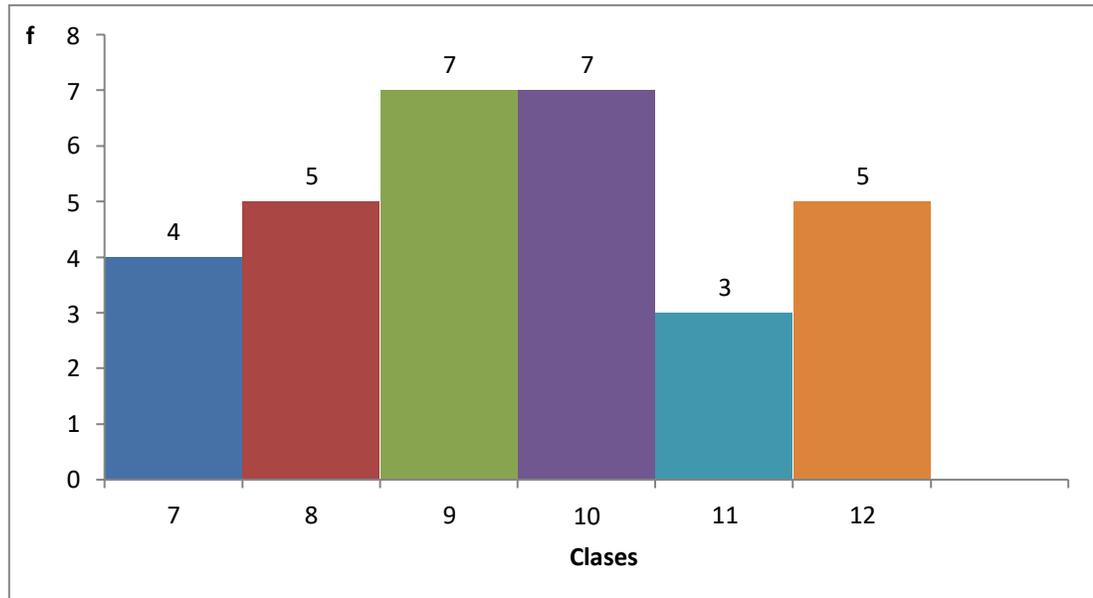
Las medidas de tendencia central para el GC se ubicaron de la siguiente manera $Moda < Mediana < Media$ indicando una fuerte tendencia hacia la clase mala en la escala vigesimal de calificación propuesto; en este caso, la mayoría de las unidades de análisis tienden al dato $Mínimo = 7,00$ con una $Media = 9,48$.

El análisis de las medidas de dispersión como la *Desviación estándar* = 1,61 se compara con la desviación inicial y ha habido un aumento, ello indica que el nivel de conocimientos sobre resolución de triángulos rectángulos sin la aplicación del método analítico u otra estrategia metodológica aumentan en su dispersión entre estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, lo confirma el *Rango* = 5.

El *Coeficiente de asimetría* = 0,11 configura una asimetría positiva; es decir mayor acumulación de las unidades de análisis hacia el dato *Mínimo* = 7.

En consecuencia, los estadígrafos de la PP analizados indican que el nivel de resolución de triángulos rectángulos en estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, del GC en la escala de calificación seguían ubicadas como regulares, con una fuerte tendencia hacia la clase malo.

Gráfico 5. Nivel de resolución de triángulos rectángulos durante la aplicación del método analítico en estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020 GC



Fuente: Prueba de proceso
Diseño: Los investigadores

El gráfico que antecede muestra que la clase Mediana está sobre la clase (9 – 10], a su izquierda se ubican dieciséis unidades de análisis y hacia su derecha están ubicados ocho; con ello la mayor contundencia gráfica se observa hacia el dato *Mínimo* = 7 configurando una asimetría positiva; es decir, la mayoría de los estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020, están acumulados hacia la izquierda donde está el dato mínimo.

Tabla 8. Nivel de resolución de triángulos rectángulos al finalizar la aplicación del método analítico en estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020 GC

Estadígrafos	Módulo
Media	9,26
Mediana	9,00
Moda	9,00
Desviación estándar	1,48
Varianza de la muestra	2,20
Coefficiente de asimetría	0,25
Rango	5,00
Mínimo	7,00
Máximo	12,00
n	31,00

Fuente: Prueba de salida
Diseño: Los investigadores

Se recalca que los datos procesados para la tablas y gráficos del análisis descriptivo de ambos grupos se hallan en el Anexo 3.

La finalidad de la aplicación de la prueba de salida (PS) es recoger datos sobre el nivel de aprendizaje de resolución de triángulos rectángulos al finalizar la aplicación del método analítico; la observación final permitió conocer con cuánto de mejora quedan las unidades de análisis de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas en el dominio de los temas programados, en el caso del GC sin la aplicación del método analítico.

En la tabla N° 08 se observa los estadígrafos de la prueba de salida en donde las medidas de tendencia central siguen ubicadas como regular en la escala de

calificación; además, el análisis y las comparaciones indican que el nivel de resolución de triángulos rectángulos de los estudiantes del cuarto año de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, respecto al GC no han tenido mejora alguna.

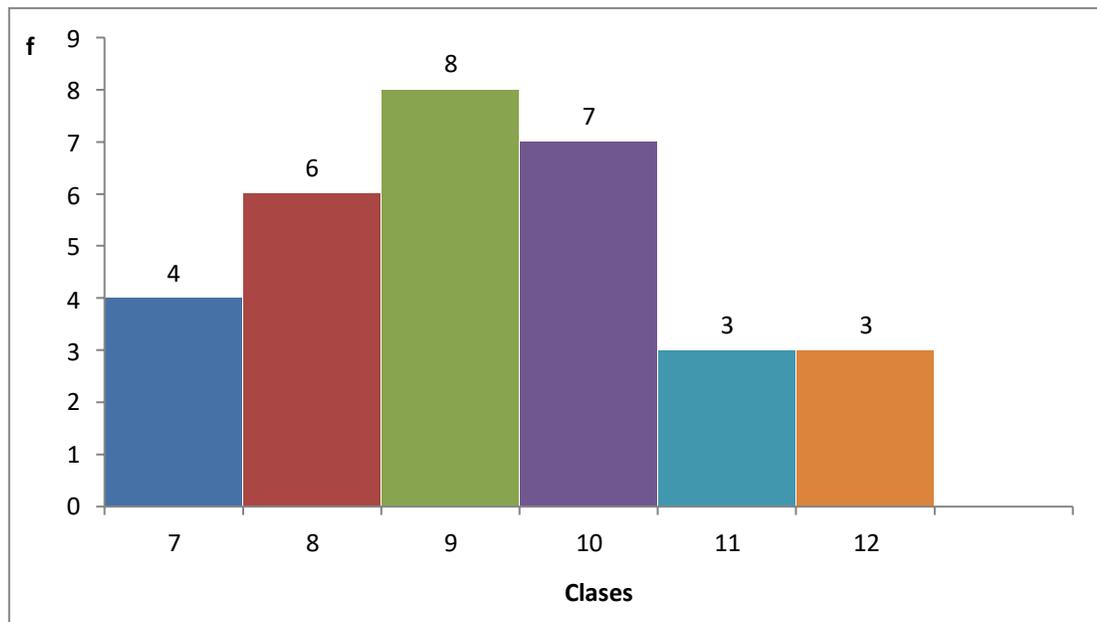
El procesamiento de los datos producto de la última observación da como resultado que las medidas de tendencia central siguen ubicadas sobre la clase *Aprendizaje regular* en la escala de calificación con una *Media* = 9,26 indicando que el nivel de aprendizaje de resolución de triángulos rectángulos de las unidades de análisis del GC estuvo oscilante en la clase regular sin visos notorios de mejora.

La *Desviación estándar* = 1,48 en el GC se mantiene bajo y podría decirse entonces: el nivel de resolución de triángulos rectángulos termina como *Aprendizaje regular* en la escala vigesimal de calificación, con una asimetría positiva y bastante homogéneo con dicho nivel de conocimientos sobre el tema problema estudiado sin la aplicación del método analítico, lo dicho lo confirma el *Rango* = 5.

El *Coefficiente de asimetría* = 0,25 termina configurando una asimetría positiva; es decir la mayoría de las unidades de análisis del GC tienden hacia el dato *Mínimo* = 7, indicando que la mayoría de las unidades del GC tenían bajo nivel de aprendizaje sobre el tema problema, resolución de triángulos rectángulos sin la aplicación del método analítico.

En consecuencia, los estadígrafos de la PS analizados indican que el nivel de resolución de triángulos rectángulos en los estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020, sin la aplicación del método analítico, terminan como regular sin visos de ninguna tendencia de mejora.

Gráfico 6. Nivel de resolución de triángulos rectángulos al finalizar la aplicación del método analítico en estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020 GC



Fuente: Prueba de salida
Diseño: Los investigadores

En el gráfico N° 06 se observa que la clase Mediana está sobre la clase (9 – 10], a su izquierda se ubican dieciocho unidades de análisis y hacia su derecha están ubicados seis; es por ello que la mayor contundencia gráfica se observa hacia el dato *Mínimo* = 7; es decir, las unidades de análisis del GC terminan con un nivel de resolución de triángulos rectángulos como *Aprendizaje regular* sobre la escala vigesimal de calificación, sin la aplicación del método analítico.

Contraste del quinto objetivo específico

Al terminar el estudio la comparación cruzada entre las unidades de análisis se observa que la aplicación del método analítico mejoró el nivel de resolución de triángulos rectángulos en 4,16 punto en promedio de los estudiantes del grupo experimental respecto a los del grupo de control, mostrando la efectividad del método analítico.

4.3. Prueba de hipótesis

4.3.1. Datos

$$\mu_e = 13,42$$

$$\mu_c = 9,26$$

$$(\delta_e)^2 = 3,78$$

$$(\delta_c)^2 = 2,20$$

$$n_e = 31$$

$$n_c = 31$$

95% de confiabilidad

$E = 5\%$ como nivel de significancia, con cola a la derecha

$z = 1,96$ para 95% de confiabilidad

4.3.2. Formulación de hipótesis

$$H_0: \mu_E \leq \mu_C$$

$$H_A: \mu_E > \mu_C$$

H₀: Probar que la aplicación del método analítico no mejorará la resolución de triángulos rectángulos en estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020

Ha: Probar que la aplicación del método analítico mejorará la resolución de triángulos rectángulos en estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020.

4.3.3. Determinación de la prueba

La hipótesis alterna indica que la prueba es unilateral de cola a la derecha, porque se trata de verificar sólo una probabilidad.

4.3.4. Determinación del nivel de significancia de la prueba

Se asume un nivel de significancia de 5% y un nivel de confiabilidad de 95%.

4.3.5. Determinación de la distribución muestral

La distribución muestral adecuada al estudio es la distribución de diferencia de medias, y se usó la distribución normal z.

4.3.6. Cálculo del estadístico de prueba

$$\text{Fórmula: } = \frac{\bar{t}_e - \bar{t}_c}{\sqrt{\frac{\delta^2_e}{n_1} + \frac{\delta^2_c}{n_2}}}$$

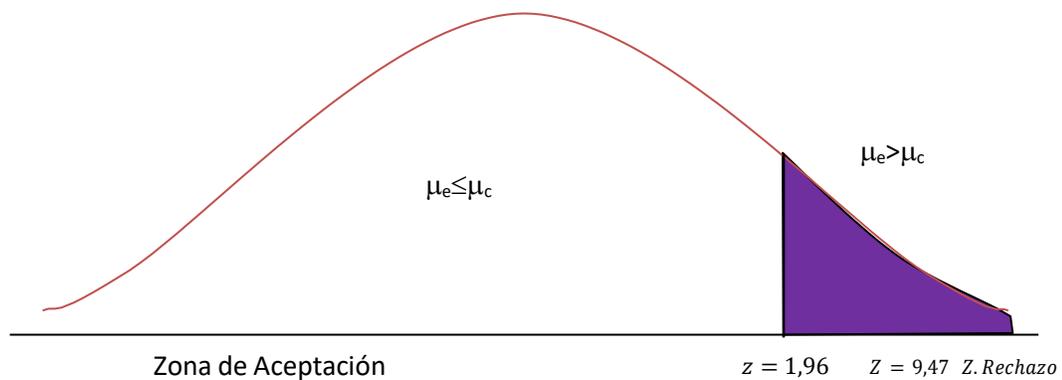
Reemplazando los datos en la fórmula:

$$Z = \frac{13,42 - 9,26}{\sqrt{\frac{3,78}{31} + \frac{2,20}{31}}}$$

Luego el valor de la Z de prueba es: $Z = 9,47$

4.3.7. Gráfico

Gráfico 7. Zona de aceptación, Zona de rechazo y comparación entre la Z de prueba y la z crítica al 95% de confianza y 5% de confiabilidad, sobre resolución de triángulos rectángulos con la aplicación del método analítico en estudiantes de la I.E. Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020 GC y GE.



Fuente: Prueba final del GE y GC.
Diseño: Los investigadores

4.3.8. Decisión y conclusión

Decisión: El valor de prueba: $Z = 9,47$ en el gráfico que antecede, se ubica al lado derecho de z crítica: $z = 1,96$; es decir, en la zona de rechazo, entonces, se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alterna.

Conclusión: Se tiene indicios suficientes que prueban que la aplicación del método analítico mejora el nivel de resolución de triángulos rectángulos en los estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020.

5. **Discusión de resultados**

La finalidad del estudio fue probar que la aplicación del método analítico mejora el nivel de resolución de triángulos rectángulos en estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, para ello era imperativo diagnosticar el nivel de saberes previos tenían sobre el tema problema en estudio (Salazar, 2017).

En ese sentido, los datos recogidos con la PE se procesaron y los estadígrafos resultantes mostraron que el nivel de saberes previos respecto al tema problema en estudio eran regulares sobre la escala de calificación propuesta, indicando aproximadamente un cuarenta y cinco por ciento de temas previos, hecho que motivó la programación de una retroalimentación sobre temas faltantes y tratar de recuperarlos.

Los temas que se proponen en matemática requieren de un setenta a ochenta por ciento de saberes previos para que su aprendizaje sea de utilidad para el desarrollo del estudiante y aplicable en la realidad; en este sentido, las unidades de análisis se convierten en potenciales desarrolladores de un país, marcando la diferencia entre un país desarrollado de los subdesarrollados (Calero, 2011).

Resolver un triángulo rectángulo implica calcular las medidas de sus tres lados y sus tres ángulos, en base a que la suma de sus ángulos agudos es 90° ; además, se deben usar propiedades, fórmulas, teoremas, y otros, hecho en una clase teórica; dicho conocimiento genera desarrollo en la medida que es usado en el desarrollo de problemas reales (Holguín, 2012).

Es básico que las unidades de análisis sepan: que la suma de dos lados es mayor que el otro lado, saber operativizar el teorema de Pitágoras, además, los ángulos y los lados se relacionan entre sí a través de las definiciones de las razones trigonométricas; sin embargo fueron datos faltantes en la PE, lo que paliado con la retroalimentación, y con la aplicación del método analítico se propicia una mayor participación de las unidades de análisis en la generación de su aprendizaje (Escalante, 2018).

Para resolver un triángulo rectángulo las unidades de análisis requieren de dos datos y uno de ellos debe ser necesariamente un lado, esto implica que deben tener un cierto nivel de comprensión lectora que les permita identificar dichos datos en la formulación de un problema; en este sentido, durante la aplicación del método analítico el nivel de resolución de triángulos rectángulos mejoraron en los estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, ubicándose como buenas en la escala de calificación, mostrando la efectividad de un estudio planificado según los lineamientos del método en aplicación.

El aprendizaje es mejor en el estudiante que tiene mayor nivel de saberes previos y son aprehendidos con la intervención del mayor número de sentidos; el papel de los saberes previos es que el estudiante tenga la mayor cantidad de recursos cognitivos para poder procesar la información recibida de terceros y tener mayor facilidad de volcarlo a casos reales (Mato et al., 2017).

Un conocimiento teórico adquiere relevancia en la medida que sea usado para implementar un desarrollo personal, y mejor aún si el desarrollo es colectivo, sostenible y respeto al medio ambiente; en este sentido la resolución de triángulos rectángulos permite primero resolver problemas teóricos, luego ir de a poco trasladando a casos o hechos reales vinculados con el entorno, siempre buscando una utilidad práctica y de aplicabilidad en la realidad.

La generación de aprendizajes de impacto requieren la aplicación de recursos o herramientas didácticas, en ese sentido, para usarlos durante las sesiones de aprendizaje deben previamente ser planificados, en caso contrario, producirá caos y confusión en el aprendizaje de las unidades de análisis; es decir, para cumplir con los objetivos meta, como el aprendizaje de resolución de triángulos rectángulos, es preciso que el docente prepare el proceso de la clase con la debida anticipación y operativizar en el salón de clases al método analítico (Soraluz, I. 2018); lo descrito produjo que el nivel de aprendizaje de los estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas quedaran como buena en la escala de calificación al finalizar la investigación, con una tendencia a seguir mejorando.

El análisis y evaluación exhaustiva del nivel de aprendizaje de las unidades de análisis del grupo experimental es importante porque permite hacer el seguimiento temporal de sus logros, en caso contrario, se debe tomar las medidas correctivas necesarias, y, al finalizar todo estudio hacer la comparación de los resultados inicial y final; en el caso de la investigación se comprobó la efectividad de la aplicación del método analítico como recurso didáctico para mejorar el nivel de resolución de

triángulos rectángulos, los mismos que comparativamente mejoraron en 4,55 puntos en promedio en los estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas al finalizar el estudio (Calucho, 2016).

En el estudio, la comparación cruzada de los resultados finales del nivel de resolución de triángulos rectángulos del grupo de control con los del grupo experimental, evidencian la efectividad de la aplicación del método analítico, pues mejoró el nivel de aprendizaje en 4,16 puntos en promedio, de las unidades de análisis del GE respecto a los del GC (Berrocal, 2018).

En la investigación el valor Z de prueba, se ubica en la zona de rechazo al 95% de confiabilidad; por lo tanto, se rechazó la hipótesis nula y se aceptó la hipótesis de investigación; es decir, hay indicios suficientes que prueban que la aplicación del método analítico mejoró el nivel de resolución de triángulos rectángulos en los estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020.

6. Conclusiones

- Se determinó que el nivel de saberes previos sobre resolución de triángulos rectángulos en estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020, eran regulares con una débil tendencia hacia la normalidad, indicando aproximadamente el 45% de saberes previos.
- Se determinó que el nivel de resolución de triángulos rectángulos mejora durante la aplicación del método analítico en estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020, ubicándose como *Aprendizaje bueno* sobre la escala vigesimal de calificación asumida, con una fuerte tendencia hacia la clase muy buena.
- Se determinó que el nivel de resolución de triángulos rectángulos en estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020, quedaron como *Aprendizaje bueno* sobre la escala vigesimal de calificación al finalizar la aplicación del método analítico y muestran una tendencia a seguir mejorando.
- Se determinó que, al terminar el estudio la aplicación del método analítico mejoró el nivel de resolución de triángulos rectángulos 4,55 puntos en promedio en los estudiantes del grupo experimental de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020.

- Se determinó que, al terminar el estudio la comparación cruzada entre las unidades de análisis se observa que la aplicación del método analítico mejoró el nivel de resolución de triángulos rectángulos en 4,16 punto en promedio de los estudiantes del grupo experimental respecto a los del grupo de control, mostrando la efectividad del método analítico.

7. Sugerencias

- Se sugiere a los docentes y directivos de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020, determinar el nivel de saberes previos sobre el área de matemática, con la finalidad de subsanar las falencias desde el inicio con una pertinente retroalimentación.
- Se sugiere a los docentes de matemática determinar el nivel de resolución de triángulos rectángulos de los estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, durante la aplicación del método analítico con la finalidad de saber la tendencia del nivel de aprendizaje del tema problema y tomar las medidas correctivas, en caso sea necesario.
- Se sugiere a los docentes determinar el nivel de resolución de triángulos rectángulos en estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020, al finalizar la aplicación del método analítico con la finalidad de saber la efectividad de la alternativa de solución.
- Se sugiere a los docentes determinar el nivel de mejora del nivel de resolución de triángulos rectángulos a través de la comparación entre la observación inicial con la observación final, con la finalidad de evaluar la efectividad de la aplicación del método analítico en los estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020.

- Se sugiere a los docentes determinar el nivel de mejora en la resolución de triángulos rectángulos a través de la comparación y evaluación entre la observación final del GE, con la observación final del GC, con la finalidad generalizar la aplicación de estrategias metodológicas en el proceso aprendizaje-enseñanza, en la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020.

8. Referencias bibliográficas

- Abreu, O., Gallegos, M. C., Jácome, J. G., & Martínez, R. J. (2017). La didáctica: Epistemología y definición en la facultad de ciencias administrativas y económicas de la Universidad técnica del Norte del Ecuador. *Formacion Universitaria*, 10(3), 81–92. <https://scielo.conicyt.cl/pdf/formuniv/v10n3/art09.pdf>
- Agudelo, G. B., Bedoya, V., & Restrepo, A. M. (2008). *Método heurístico en la resolución de problemas matemáticos* [Universidad Tecnológica de Pereira]. <https://repositorio.utp.edu.co/server/api/core/bitstreams/5346100f-cb34-4a8f-825f-0f2170d591b5/content>
- Berrocal, J. G. (2018). *Programa “ Estrategias de Polya ” en el aprendizaje de matemática , en estudiantes de primero de secundaria , Institución Educativa Melitón Carvajal , Lince 2018* [Universidad César Vallejo]. https://repositorio.ucv.edu.pe/bitstream/handle/20.500.12692/17412/Berrocal_NJG.pdf?sequence=1
- Bravo, G. del R., Loor, M. R., & Saldarriaga, P. J. (2017). Las bases psicológicas para el desarrollo del aprendizaje autónomo. *Revista Científica Dominio de Las Ciencias*, 3, 32–45. <https://doi.org/10.23857/dc.v3i1.368>
- Cadena, P., Rendón, R., Aguilera, J., Salinas, E., De la Cruz, F. del R., & Sangerman, D. M. (2017). Métodos cuantitativos, métodos cualitativos o su combinación en la investigación: un acercamiento en las ciencias sociales. *Revista Mexicana de Ciencias Agrícolas*, 8(7), 1603–1617. <https://www.scielo.org.mx/pdf/remexca/v8n7/2007-0934-remexca-8-07-1603.pdf>
- Calderón, P. (2014). *Percepciones de los y las docentes del primer ciclo básico, sobre la implementación del método singapur en el colegio Mario Bertero Cevasco de la comuna de isla de Maipo*. https://repositorio.uchile.cl/bitstream/handle/2250/130579/Tesis_Pedro_Calderon_Lorca.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Calero, J. I. (2011). *El método didáctico de resolución de problemas en el aprendizaje de la asignatura de Matemática, en los estudiantes de Segundo Semestre de Contabilidad, I.S.T.P. “Joaquín Reátegui Medina”, Nauta, 2009* [Universidad Nacional Mayor de San Marcos]. https://cybertesis.unmsm.edu.pe/bitstream/handle/20.500.12672/1664/Calero_cj.pdf?sequence=1
- Calucho, R. Y. (2016). Análisis crítico del aprendizaje y su relación con el informe de evaluación de la asignatura de ciencias naturales en los estudiantes de la Unidad Educativa Hispano América. [Universidad Técnica de Ambato]. In

Repositorio Institucional de la Universidad Técnica de Ambato.
<https://repositorio.uta.edu.ec/jspui/handle/123456789/12640>

Cárdenas, Y. S., Cruz, S. N., & Delgado, E. L. (2019). *Didáctica para la enseñanza de la matemática desde el enfoque constructivista.*
[https://repositorio.monterrico.edu.pe/bitstream/20.500.12905/1629/1/Didáctica de la matemática BACHILLER 2019.pdf](https://repositorio.monterrico.edu.pe/bitstream/20.500.12905/1629/1/Didáctica%20de%20la%20matemática%20BACHILLER%202019.pdf)

CEPREVI, U. (2020). *Trigonometría.*
http://www.unfv.edu.pe/ceprevi/images/servicios/ciclos/ciclo_c/2018/Libros/Trigonometria.pdf

Cocinero, P. C. (2015). Método Heurístico Y Su Incidencia En El Aprendizaje Del Álgebra [Universidad Rafael Landívar]. In *Heurístico.*
<http://recursosbiblio.url.edu.gt/tesisjcem/2015/05/86/Cocinero-Pablo.pdf>

Di Gravia, A. R. (2006). *El problema científico: Aspectos lógico-lingüísticos y epistemológicos* [Universidad Nacional Experimental Simón Rodríguez].
<http://padron.entretemas.com.ve/Tesistas/TesisAnaRosa.pdf>

Engler, A., Gregorini, M. I., Müller, D., Vrancken, S., & Hecklein, M. (2004). Los errores en el aprendizaje de matemática. *Revista Premisas*, (23), 23–30.

Escalante, D. O. (2018). *El uso comprensivo de las razones trigonométricas en el planteamiento y resolución de problemas* [Universidad Nacional de Colombia].
<https://repositorio.unal.edu.co/bitstream/handle/unal/64218/1117497676.2018.pdf?sequence=1>

Galán, B. (2012). *La historia de las matemáticas. De donde vienen y hacia donde se dirigen.*
[https://repositorio.unican.es/xmlui/bitstream/handle/10902/1764/Galán Atienza%20 Benjamín.pdf?sequence=1](https://repositorio.unican.es/xmlui/bitstream/handle/10902/1764/GalánAtienza%20Benjamín.pdf?sequence=1)

Gómez, S. (2012). Metodología de la investigación. In *Red Tercer Milenio S.C.*
<http://up-rid2.up.ac.pa:8080/xmlui/handle/123456789/2019>

González, I., Benvenuto, G., & Lanciano, N. (2017). Dificultades de Aprendizaje en Matemática en los niveles iniciales: Investigación y formación en la escuela italiana. *Psychology, Society, & Education*, 9(1), 135–145.
<https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6360204>

González, J. L. (2015). *Elaboración y evaluación de Tareas “matemático-literarias” para mejorar la comprensión en 3° de la E. S. O.*
https://redined.educacion.gob.es/xmlui/bitstream/handle/11162/133550/TDUEX_2015_Gonzalez_Fernandez.pdf?sequence=1

- Guerra, V. D. (2009). *La Conducción del método heurístico en la enseñanza de la matemática* [Universidad Nacional Mayor de San Marcos]. <http://cybertesis.unmsm.edu.pe/handle/cybertesis/2412>
- Holguín, C. E. (2012). *Razonamiento proporcional* [Universidad Nacional de Colombia]. <https://repositorio.unal.edu.co/bitstream/handle/unal/11226/carlosernesto-holguinortega.2012.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Lamas, H. (2010). Una mirada actual al aprendizaje de las matemáticas. *Revista Psicología*, 12, 259–328. <http://revistas.ucv.edu.pe/index.php/revpsi/article/view/631/615>
- Lara, M. de los Á. (2013). *El uso del método de singapur y su incidencia en la resolución de adiciones y sustracciones sin reagrupación con material concreto gráfico y simbólico en los niños*. [Universidad Técnica de ambato]. <http://repo.uta.edu.ec/handle/123456789/6207>
- Lerner, J., & Gil, L. M. (2001). El método analítico en el ámbito Pedagógico. *Revista Universidad EAFIT*, 123, 9–20. <https://publicaciones.eafit.edu.co/index.php/revista-universidad-eafit/article/view/979/882>
- Lopera, J. D., Zuluaga, N., Ramírez, C. A., & Ortíz, J. (2016). El método analítico como método natural. *Nómadas. Revista Crítica de Ciencias Sociales y Jurídicas*, 25(1), 1–28. https://www.researchgate.net/publication/43070962_El_metodo_analitico_como_metodo_natural
- Maldonado, N. Y. (2016). *Proceso de enseñanza y aprendizaje del área de matemáticas por del uso de las TIC y la aplicación de APPS educativas*. Universidad Católica de Manizales.
- Mato, D., Espiñeira, E., & López, V. A. (2017). Impacto del uso de estrategias metacognitivas en la enseñanza de las matemáticas. *Perfiles Educativos*, 39(158), 91–111. <http://www.scielo.org.mx/pdf/peredu/v39n158/0185-2698-peredu-39-158-00091.pdf>
- MINEDU. (2005). *Evaluación de los aprendizajes de los estudiantes en la Educación Básica Regular*. https://cdn.www.gob.pe/uploads/document/file/297833/RVM_N_025-2019-MINEDU.pdf
- Paragua, M., Bustamante, N., Norberto, L. A., Paragua, M. G., & Paragua, C. A. (2022). *Investigación Científica. Formulación de Proyectos de Investigación y Tesis*. <https://www.unheval.edu.pe/portal/investigacion-cientifica-formulacion-de-proyectos-de-investigacion-y-tesis/>

- Paragua, M., Paragua, C. A., & Paragua, M. G. (2017). *Derivada por definición: Método cuatro pasos* (Primera ed). Editorial Académica Española. <https://www.eae-publishing.com/catalog/details//store/gb/book/978-620-2-25765-7/derivada-por-definición>
- Paragua, M., Paragua, C. A., Paragua, M. G., & Norberto, L. A. (2021). Análisis de funciones matemáticas usando la primera y segunda derivada en estudiantes de Matemática y Física de la UNHEVAL. *Investigación Valdizana*, 15(1), 17–23. <https://doi.org/https://doi.org/10.33554/riv.15.1.791>
- Paragua, M., Paragua, M. G., & Paragua, C. A. (2021). Relación entre la Yupana y el aprendizaje de la multiplicación de números enteros. *Meta: Avaliacao*, 13(38), 81–100. <https://doi.org/10.22347/2175-2753V13I38.2956>
- Paragua, M., Pasquel, L., Paragua, C. A., Paragua, M. G., & Cajas, T. V. (2018). Method Four Steps and the Learning of the Derivative By. *Comuni@cción*, 9(1), 48–55. http://www.scielo.org.pe/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2219-71682018000100005&lng=es&tlng=es.
- Rave, J. C. (2017). *Propuesta metodológica para la enseñanza de los conceptos básicos de geometría (rectas y ángulos) en la educación media a través de su aplicabilidad en la resolución de problemas* [Universidad Nacional de Colombia]. https://repositorio.unal.edu.co/bitstream/handle/unal/60136/1128388066_2017.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Ruiz, Á. (2003). Historia y filosofía de las matemáticas. In *Euned* (Vol. 1). https://www.centroedumatematica.com/aruiz/libros/Historia_y_filosofia_de_las_matematicas.pdf
- Ruiz, R. (2007). *El método científico y sus etapas*. <http://www.index-f.com/lascasas/documentos/lc0256.pdf>
- Salas, M. B. (2013). *Guía metodológica correctiva integral neuropsicológica para dificultades específicas de lectura y escritura en niños/as de 3er. año de educación básica del Colegio Experimental el Sauce de Tumbaco* [Universidad Politécnica Salesiana Sede Quito]. <https://dspace.ups.edu.ec/bitstream/123456789/6037/1/UPS-QT03963.pdf>
- Salazar, M. Á. (2017). *Diseño de un software educativo para el aprendizaje de matemática en la resolución de triángulos rectángulos en las y los estudiantes de décimo año de educación básica de la Unidad Educativa Hermano Miguel “La Salle”, periodo 2016*. [Universidad Central del Ecuador]. <http://www.dspace.uce.edu.ec/bitstream/25000/12705/1/T->

UCE-0010-003-2017.pdf

- SNTE. (2013). Una Mirada a Las Teorías Y Corrientes Pedagógicas Compilación. In *Una Mirada a las Teorías y Corrientes Pedagógicas. Compilación.* (Issue, pp. 1–110). <https://bibliospd.files.wordpress.com/2016/01/una-mirada-a-las-teorias-y-corrientes-pedagogicas.pdf>
- Tascón, R. O. (2017). *El aprendizaje de los números racionales a partir de los significados como operador y medida.* <https://bibliotecadigital.univalle.edu.co/bitstream/handle/10893/11250/CB-0525783.pdf;jsessionid=75D9B2A13180036BCA7944ADCB028249?sequence=1>
- Vázquez, M. (2016). *Una aproximación analítica a la complejidad en ciencias sociales* [Universidad de Santiago de Compostela]. [https://dspace.usc.es/xmlui/bitstream/handle/10347/15022/TFG Miguez Vázquez Carrero.pdf?sequence=1&isAllowed=y](https://dspace.usc.es/xmlui/bitstream/handle/10347/15022/TFG_Miguez_Vázquez_Carrero.pdf?sequence=1&isAllowed=y)
- Villavicencio, P. C. (2018). *Estrategias metodológicas del aprendizaje del curso de matemáticas y el desempeño docente en la Facultad de Ingeniería Civil de la Universidad Nacional Federico Villñarreal.* [Universidad Peruana de Ciencias e Informática]. http://repositorio.upci.edu.pe/bitstream/handle/upci/57/VILLAVICENCIO_ESPINOZA-TP.pdf?sequence=1&isAllowed=y

ANEXOS

ANEXO 1
MATRIZ DE CONSISTENCIA

Título: Método analítico y resolución de triángulos rectángulos en los estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020

PROBLEMA	OBJETIVO	HIPÓTESIS	METODOLOGÍA
<p>Problema General: ¿En qué medida la aplicación del método analítico mejorará la resolución de triángulos rectángulos en estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020?</p> <p>Problemas Específicos:</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Cuál es el nivel de saberes previos respecto a resolución de triángulos rectángulos en estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020? • ¿Cuál es el nivel de resolución de triángulos rectángulos durante la aplicación del método analítico en estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020? • ¿Cuál es el nivel de resolución de triángulos rectángulos al finalizar la aplicación del método analítico en estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020? • ¿Cuál es el nivel de resolución de triángulos rectángulos antes y después de la aplicación del método analítico en estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020? • ¿Cuál es el nivel de resolución de triángulos rectángulos con y sin la aplicación del método analítico en estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020? 	<p>Objetivo General Probar que la aplicación del método analítico mejorará la resolución de triángulos rectángulos en estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020.</p> <p>Objetivos Específicos:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Determinar el nivel de saberes previos respecto a resolución de triángulos rectángulos en estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020. • Determinar el nivel de resolución de triángulos rectángulos durante la aplicación del método analítico en estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020. • Determinar el nivel de resolución de triángulos rectángulos al finalizar la aplicación del método analítico en estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020. • Comparar, analizar y evaluar el nivel de resolución de triángulos rectángulos antes y después de la aplicación del método analítico en estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020. • Comparar, analizar y evaluar el nivel de resolución de triángulos rectángulos con y sin la aplicación del método analítico en estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020. 	<p>Hipótesis General: Ho: La aplicación del método analítico mejorará la resolución de triángulos rectángulos en estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020. Ha: La aplicación del método analítico mejorará la resolución de triángulos rectángulos en estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020.</p> <p>Variables: Variables Independiente: Método analítico</p> <p>Variable Dependiente: Resolución de triángulos rectángulos</p>	<p>Tipo de Investigación: Explicativo</p> <p>Diseño de Investigación: Cuasi experimental</p> <p>Esquema: GE: O1---x---O2---x---O3 GE: O1-----O2-----O3</p>

MATRIZ DE CONSISTENCIA

Título: Método analítico y resolución de triángulos rectángulos en los estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020

POBLACIÓN	MUESTRA	INSTRUMENTOS																																										
<p>El estudio se realizó con todos los estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020, distribuidos según la tabla N° 01:</p> <p>Tabla N° 1. Población estudiantil de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020.</p> <table border="1" data-bbox="282 732 673 1184"> <thead> <tr> <th>GRADO</th> <th>SECCIONES</th> <th>TOTAL</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td rowspan="2">Primero</td> <td>A</td> <td>35</td> </tr> <tr> <td>B</td> <td>35</td> </tr> <tr> <td rowspan="2">Segundo</td> <td>A</td> <td>34</td> </tr> <tr> <td>B</td> <td>33</td> </tr> <tr> <td rowspan="2">Tercero</td> <td>A</td> <td>32</td> </tr> <tr> <td>B</td> <td>31</td> </tr> <tr> <td rowspan="2">Cuarto</td> <td>A</td> <td>31</td> </tr> <tr> <td>B</td> <td>31</td> </tr> <tr> <td rowspan="2">Quinto</td> <td>A</td> <td>32</td> </tr> <tr> <td>B</td> <td>31</td> </tr> <tr> <td>TOTAL</td> <td></td> <td>325</td> </tr> </tbody> </table> <p>Fuente: Nomina de matrícula – 2020 Elaboración: Los investigadores</p>	GRADO	SECCIONES	TOTAL	Primero	A	35	B	35	Segundo	A	34	B	33	Tercero	A	32	B	31	Cuarto	A	31	B	31	Quinto	A	32	B	31	TOTAL		325	<p>El estudio se realizó con los estudiantes de las secciones Cuarto A como grupo experimental y Cuarto B como grupo de control, de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020, distribuidos según la tabla N° 02.</p> <p>Tabla N° 02. Muestra estudiantil de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020</p> <table border="1" data-bbox="810 827 1179 1029"> <thead> <tr> <th>GRADO</th> <th>SECCIONES</th> <th>N° ESTUDIANTES</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td rowspan="2">Cuarto</td> <td>A</td> <td>31</td> </tr> <tr> <td>B</td> <td>31</td> </tr> <tr> <td colspan="2">TOTAL</td> <td>62</td> </tr> </tbody> </table> <p>Fuente: Nomina de matrícula – 2020 Elaboración: Los investigadores</p>	GRADO	SECCIONES	N° ESTUDIANTES	Cuarto	A	31	B	31	TOTAL		62	<p>Prueba evaluativa</p> <p>Prueba de entada (PE)</p> <p>Prueba de proceso (PP)</p> <p>Prueba final (PF)</p>
GRADO	SECCIONES	TOTAL																																										
Primero	A	35																																										
	B	35																																										
Segundo	A	34																																										
	B	33																																										
Tercero	A	32																																										
	B	31																																										
Cuarto	A	31																																										
	B	31																																										
Quinto	A	32																																										
	B	31																																										
TOTAL		325																																										
GRADO	SECCIONES	N° ESTUDIANTES																																										
Cuarto	A	31																																										
	B	31																																										
TOTAL		62																																										

ANEXO 2
INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE DATOS
PRUEBA DE ENTRADA

1. ¿Cuánto mide un ángulo agudo?
.....
2. ¿Cuánto es la suma de los ángulos internos de un triángulo?
.....
3. ¿Cuánto mide el ángulo recto?
.....
4. Diga 2 diferencias entre el triángulo rectángulo y el triángulo escaleno:
.....
5. Diga 2 diferencias entre el triángulo rectángulo y el triángulo equilátero:
.....
6. Diga 2 diferencias entre el triángulo rectángulo y el triángulo isósceles:
.....
7. El nombre del lado opuesto al ángulo recto es:
.....
8. ¿Cuánto suman las medidas de los ángulos de un triángulo rectángulo?
.....
9. ¿Cuánto suman los ángulos agudos del triángulo rectángulo?
.....
10. Un hombre tiene un terreno con forma de triángulo rectángulo, cuyo lado mayor mide 25 m y las longitudes de los lados menores están en la relación de 3 es a 4. Halla las longitudes de dichos lados.

ANEXO 02

PRUEBA DE PROCESO

1. En la fórmula de Pitágoras: $h^2 = (c_1)^2 + (c_2)^2$, halla c_1 .
2. En la fórmula de Pitágoras: $h^2 = (c_1)^2 + (c_2)^2$, halla c_2 .
3. Si $c_1 = 4m$ y $c_2 = 5m$, halla el valor de h^2 .
4. En un triángulo rectángulo, $h = 29cm$ y $c_1 = 21m$, ¿cuánto mide c_2 ?
5. Un carpintero tiene una plancha de triplay con forma de un triángulo rectángulo; las longitudes de un lado menor con el lado mayor suman 49 cm; el otro lado menor mide 21 cm, ¿cuánto mide el lado mayor?
6. La afirmación: “En un triángulo rectángulo, la altura correspondiente a la hipotenusa, divide al triángulo en otros dos que son semejantes entre sí y semejantes también al triángulo original”; ¿es verdadera?
7. En un triángulo rectángulo ABC, recto en C y h una altura relativa a la hipotenusa, se da la relación métrica entre los lados homólogos que se oponen a 90° y entre los lados homólogos que se oponen a θ (ángulos agudos de triángulos rectángulos semejantes), como sigue $\frac{a}{c} = \frac{m}{a}$. ¿Cómo se expresa el valor de a ?
8. Haga una fórmula para el enunciado: “En todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la longitud de un cateto es igual a la longitud de su proyección sobre la hipotenusa, multiplicado por la longitud de la hipotenusa”.
9. Haga una fórmula para el enunciado: “En todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la longitud de la altura relativa a la hipotenusa es igual al producto de las longitudes de las proyecciones de los catetos sobre la hipotenusa”.
10. Haga una fórmula para el enunciado: “En todo triángulo rectángulo, el producto de las longitudes de los catetos es igual al producto de la longitud de la hipotenusa, por la altura relativa a la misma”.

ANEXO 2
PRUEBA FINAL

1. Los lados menores de un terreno de forma triangular son perpendiculares entre sí y miden 100 m y 36 m respectivamente. Halla la longitud del lado mayor.
2. Juan tiene un terreno rectangular cuyo diámetro mide 144 m y los otros lados están en la relación de 1 a 2. Juan quiere cercarlo, ¿cuántos metros de alambre de púas tiene que comprar para dos vueltas?
3. Pedro tiene un terreno de forma de un triángulo rectángulo, el lado mayor de su terreno colinda con la de su vecino y quiere cercarlo, ¿cuántos metros lineales de muro debe construir, si los otros lados menores miden 15 m y 24 m, respectivamente?
4. Un carpintero tiene una plancha de triplay triangular recto, el lado mayor mide 17 cm, uno de los lados menores mide 8 cm, ¿Cuánto mide el otro lado menor?
5. Un carpintero metálico tiene una plancha de acero triangular recto, los lados menores están en la relación de 2 a 4y el lado mayor mide 20 cm. ¿Cuánto mide cada lado menor?
6. Un cateto de un triángulo rectángulo ABC, recto en C, mide 6 m y su proyección sobre la hipotenusa mida 4 m. Halla la longitud del lado mayor y la medida del otro cateto.
7. La altura trazada desde el vértice del ángulo recto de un triángulo rectángulo ABC, recto en C, mide 12 cm. Dicha altura divide a la hipotenusa en dos partes, cuyas longitudes son como 1 es a 9. Halla la longitud de la hipotenusa y de los catetos.
8. En un triángulo rectángulo ABC, recto en C, la hipotenusa mide 15 m y la altura a la hipotenusa mide 6 m. ¿Cuánto mide cada cateto si están en la relación de 1 es a 2?
9. La altura de un triángulo rectángulo determina sobre la hipotenusa dos segmentos, uno de 32 m y el otro de 18 m. Halla el perímetro del triángulo.
10. El lado mayor de un terreno triangular rectángulo mide 60 m. La proyección de un lado menor sobre el lado mayor es de 38,40 m, ¿cuánto mide el otro lado?

ANEXO 3

Juicio de experto: Validación de instrumento de recolección de datos

Proceso de *validez* del Instrumento de Recolección de Datos por menor variabilidad de la tesis: **Método analítico y resolución de triángulos rectángulos en estudiantes de la Institución Educativa Inca Pachacútec de Obas, Yarowilca 2020.**; para optar el Título profesional en Ciencias de la Educación, especialidad: Matemática y Física, de los graduandos: Garay Victorio, Geesel Yorbe; Bustillos Ilanzo, Emerson Kenedy; Velásquez Torres, Denilson, y es como sigue:

REGISTRO DE DATOS OBTENIDOS										
PILOTO 1	3	5	8	8	10	11	12	12	13	14
PILOTO 2	5	7	7	8	9	10	11	12	13	14
PILOTO 3	10	11	9	10	11	12	13	14	16	15

Proceso y Análisis de los datos obtenidos respecto al instrumento: Desempeño Profesional Docente (DPD)

ESTADÍSTIGRAFOS	RESULTADOS		
	PILOTO 1	PILOTO 2	PILOTO 3
Media	9,60	9.60	12.10
Mediana	10,50	9.50	11.50
Moda	8,00	7.00	10.00
Desviación estándar	3,57	2.91	2.33
Varianza de la muestra	12,71	8.49	5.43
Coficiente de asimetría	-0,73	0.02	0.44
Rango	11,00	9.00	7.00
Mínimo	3,00	5.00	9.00
Máximo	14,00	14.00	16.00
n	10,00	10,00	10,00

Fuente: Tres pruebas piloto aplicados

Juicio de Experto:

La desviación estándar del resultado de la muestra piloto indica la variabilidad de los resultados. La desviación estándar con valores de: **3,57; 2,91 y 2,33**; respectivamente para el piloto 1, piloto 2 y piloto 3, muestran una clara tendencia descendente, indicando la *validez* de *contenido* y de *construcción* del instrumento de recolección de datos para la investigación.

Se estableció la relación existente entre los ítems de la prueba con los basamentos teóricos y los objetivos de la investigación indicada, mostrando una consistencia y coherencia técnica; en consecuencia, se establece el vínculo de las variables entre sí y la hipótesis de la investigación.

Se emite el juicio de experto diciendo; que los ítems de la prueba son *válidos* para medir tendencias coherentes.

ANEXO N° 03
Resultados de la PE, PP, PS del GE y GC

N°	Cuarto A Grupo Experimental			Cuarto B Grupo de Control		
	PE	PP	PS	PE	PP	PS
1	10	13	10	9	10	10
2	10	12	16	7	10	10
3	12	11	10	12	12	12
4	12	11	11	7	12	12
5	10	13	15	10	10	10
6	12	11	11	7	12	12
7	6	10	13	11	11	11
8	10	12	11	8	10	10
9	10	12	10	8	10	10
10	12	13	16	7	12	8
11	6	13	15	7	11	11
12	10	13	13	8	10	10
13	10	13	13	8	10	10
14	12	14	13	7	12	7
15	12	14	13	7	11	11
16	6	10	14	8	9	9
17	7	9	14	7	9	9
18	8	10	15	8	8	8
19	9	11	15	9	9	9
20	6	10	16	7	9	9
21	7	11	11	7	7	9
22	8	13	17	8	8	8
23	9	12	14	9	9	9
24	7	14	13	7	7	7
25	8	14	16	8	8	8
26	9	13	14	9	9	9
27	7	14	14	7	7	7
28	8	14	13	8	8	8
29	9	12	14	9	9	9
30	8	12	14	8	8	8
31	5	13	12	7	7	7



SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 01:

“RESOLVEMOS PROBLEMAS APLICANDO EL TEOREMA DE PITÁGORAS EN LOS TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS”

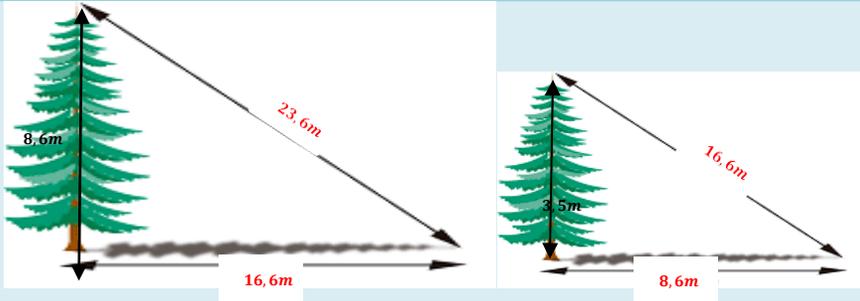
ÁREA	MATEMÁTICA	GRADO Y SECCIÓN	4° A
FECHA		DURACIÓN	90 MIN – UNA SEMANA
DOCENTE			

I. APRENDIZAJE ESPERADO:

COMPETENCIA	CAPACIDAD	DESEMPEÑO	EVIDENCIA / PRODUCTO	INSTRUMENTO
RESUELVE PROBLEMAS DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN.	<ul style="list-style-type: none"> Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio. Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas 	<ul style="list-style-type: none"> Expresa el significado y relación entre, rotación y Organiza las formas geométricas de acuerdo a la medida de sus lados o de sus ángulos u otras propiedades comunes. Combina y adapta estrategias heurísticas, recursos y procedimientos más convenientes para determinar la longitud de unos de sus lados y ángulos. Plantea afirmaciones sobre relaciones y propiedades que se pueden establecer entre formas geométricas, en base a experiencias directas o simulaciones. 	El estudiante resolverá diversas situaciones utilizando el teorema de Pitágoras en triángulos rectángulos.	Lista de cotejo
Resolver diversas situaciones sobre el uso del teorema de Pitágoras, donde intervienen operaciones de adición y sustracción argumentando la validez de sus resultados.				
COMPETENCIAS TRANSVERSALES			ENFOQUES TRANSVERSALES	
<ul style="list-style-type: none"> ➤ Gestiona su aprendizaje de manera autónoma ➤ Se desenvuelve en los entornos virtuales generados por las tics 			Enfoque Ambiental	

II. SECUENCIA DIDÁCTICA:

M	ESTRATEGIA	RECURSOS	TIEMPO
Inicio	<p>Motivación: Se inicia la sesión dando bienvenida a cada uno de los estudiantes. Docente pregunta ¿Recuerdan qué actividades desarrollamos la clase anterior?, se solicita participación voluntaria. “Resolvemos problemas aplicando el teorema de Pitágoras en triángulos rectángulos” El docente presenta la siguiente situación significativa:</p> <p>Un estudiante de camino a su casa se encuentra con un bosque, y observa dos árboles de diferentes tamaños, como se muestra en la figura. ¿tienen características similares? ¿Qué los diferencia? ¿la relación entre dos de sus lados es igual? Si el árbol más alto tiene mayor sombra ¿Qué distancia de sombra tendrá el árbol más pequeño?, si se sabe que los árboles son de 3,5m y 8,6m de altura aproximada.</p>	<ul style="list-style-type: none"> Papelotes Pizarra Plumones Ficha de actividades 	20 min



El docente está atento a la participación de los estudiantes, indica que en la sesión verán qué teoremas aplicaran en los triángulos rectángulos en general, que características depende del tamaño y cuales permanecen constantes. Conocerán las razones trigonométricas de los triángulos rectángulos y, sobre todo, de los triángulos llamados notables.

- Papelotes
- Pizarra
- Plumones
- Ficha de actividades

45 min

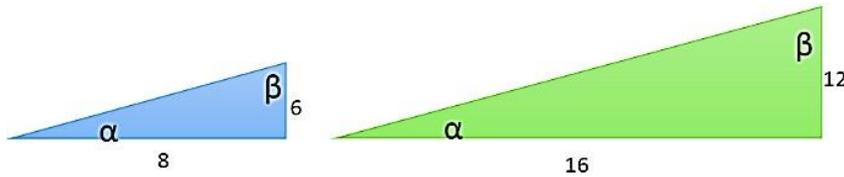
Antes de desarrollar la situación significativa inicial, el docente escribe en la pizarra los conocimientos matemáticos que deben de recordar o aprender para poder desarrollar la situación significativa: **teorema de Pitágoras**.

El docente entrega la ficha de actividades y presenta la actividad 1 (anexo 1) en la que se muestran dos triángulos rectángulos y el teorema de Pitágoras.

Las aplicaciones del teorema de Pitágoras. Los estudiantes realizan los ejercicios 1 y 2.

1. Halla las medidas de las hipotenusas (los estudiantes deben aplicar el teorema de Pitágoras)
2. Completa las relaciones de lados que se muestran en el cuadro.

Desarrollo



Para α	Cateto opuesto	Cateto adyacente	Hipotenusa
Triángulo pequeño			
Triángulo grande			

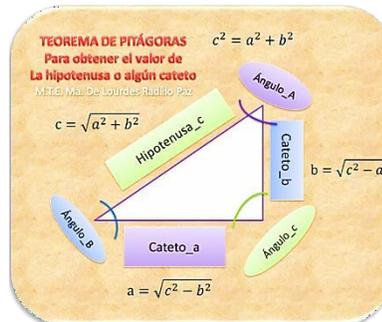
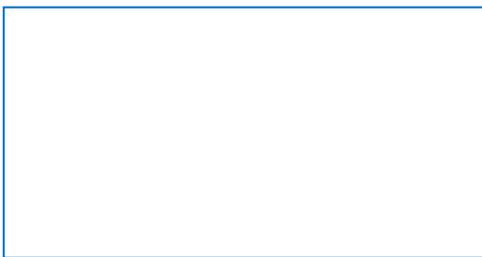
Para β	Cateto opuesto	Cateto adyacente	Hipotenusa
Triángulo pequeño			
Triángulo grande			

Cuadro de las 6 razones trigonométricas

Relación de lados respecto de "α"	Triángulo pequeño	Triángulo grande	Razón trigonométrica
$\frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}}$			
$\frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}}$			
$\frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}}$			
$\frac{\text{cateto adyacente}}{\text{cateto opuesto}}$			
$\frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto adyacente}}$			
$\frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto opuesto}}$			

Luego el docente guía a los estudiantes a determinar las partes de los triángulos rectángulos más utilizados. Los estudiantes desarrollan la actividad 2 de la ficha de trabajo (anexo 1)

Seguidamente a manera de ejemplo el docente presenta la siguiente actividad o problema: Después de haber desarrollado el ejemplo con la participación de los estudiantes, y haya quedado claro el docente pide a cada estudiante que ahora sí desarrollen de manera individual o grupal la situación significativa inicial (Ficha de actividades). El docente acompaña y asesora el trabajo de los estudiantes.



Seguidamente, los estudiantes identifican los catetos y la hipotenusa de los triángulos, obteniendo los resultados. Para los problemas propuestas.

Los estudiantes desarrollan los ejercicios de la actividad 3 de la ficha de trabajo (anexo 1) aplicando el teorema de Pitágoras.

Cierre

Docentes y estudiantes reflexionan sobre las dificultades que tuvieron durante la solución de la situación significativa. También, el docente plantea otras nuevas situaciones significativa para la casa para reforzar los aprendizajes: Para el cierre, cada grupo de trabajo presenta resultados y sustenta la estrategia de cálculo usando el teorema de Pitágoras para diferentes triángulos rectángulos.

- Papelotes
- Pizarra
- Plumones
- Cuaderno de trabajo

25 min

DIRECTOR

DOCENTE

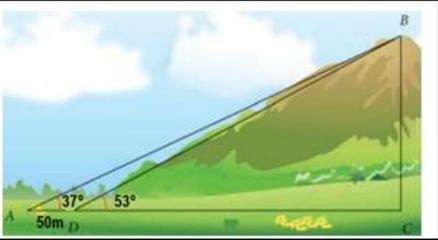
SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 02: “LAS RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE ÁNGULOS NOTABLES”

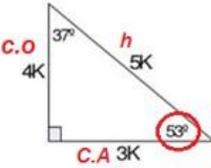
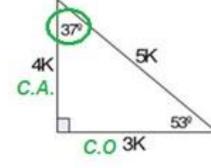
Área	Matemática	Grado y Sección	4° “A”
Fecha		Duración	90 min – UNA SEMANA
Docente			

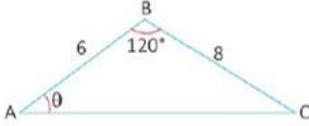
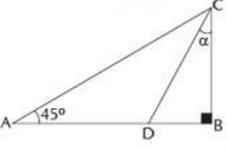
III. APRENDIZAJE ESPERADO:

Competencia	Capacidad	Desempeño	Evidencia / producto	Instrumento
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.	- Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones. - Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas. - Usa estrategias y procedimientos para medir y orientarse en el espacio. - Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas.	- Modela las características y atributos medibles de triángulos rectángulos y razones trigonométricas de ángulos agudos notables. - Interpreta las razones trigonométricas de ángulos agudos notables en diversas situaciones. - Utiliza las razones trigonométricas de ángulos agudos notables para dar solución a diversas situaciones. - Plantea afirmaciones sobre las razones trigonométricas halladas, las justifica y plantea ejemplos.	El estudiante resolverá diversas situaciones utilizando razones trigonométricas de ángulos notables, y luego justificará sus resultados.	Lista de cotejo
	Propósito			
Resolver diversas situaciones sobre las enfermedades endémicas en donde intervienen razones trigonométricas de ángulos notables argumentando la validez de sus resultados.				
Competencias transversales			Enfoques transversales	
- Gestiona su aprendizaje de manera autónoma - Se desenvuelve en los entornos virtuales generados por las tics			- Enfoque Ambiental	

IV. SECUENCIA DIDÁCTICA:

M	Estrategia	Recursos	Tiempo
Inicio	<p>Motivación: Se inicia la sesión dando bienvenida a cada uno de los estudiantes. Docente pregunta ¿Recuerdan qué actividades desarrollamos la clase anterior?, se solicita participación voluntaria. <i>“Resolvimos diversas situaciones sobre las enfermedades endémicas en donde intervienen identidades trigonométricas de ángulos agudos argumentando la validez de sus resultados.”</i></p> <p>El docente presenta la siguiente situación significativa:</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>Pasando un fin de semana en Chosica: Dos hermanos viven en la ciudad de Lima, y el finde semana se van de paseo a la ciudad de Chosica con la finalidad de pasar unos días al aire libre y disfrutar del sol. Una vez que llegaron a Chosica utilizaron su repelente natural con la finalidad de prevenir en enfermedades endémicas. Si en cierto momento están separados 50 m entre sí y observan al mismo tiempo la cima de una colina, como se muestra en la figura. Calcula la altura de la colina.</p> </div>  <p>Saberes previos:</p> <ol style="list-style-type: none"> ¿De qué trata la situación significativa? ¿Cuál es la distancia que separa a los dos hermanos? ¿Qué me piden hallar en la situación significativa? 	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Papelotes ▪ Pizarra ▪ Plumones ▪ Ficha de actividades 	20 min

	<p>Estudiantes responden en forma voluntaria</p> <p>Conflicto cognitivo: ¿Qué estrategias y/o procedimiento podemos seguir para responder las preguntas de la situación significativa?</p> <p>Propósito de la sesión: Docente da a conocer el propósito de la sesión: El día de hoy: <i>“Resolver diversas situaciones sobre las enfermedades endémicas en donde intervienen razones trigonométricas de ángulos notables argumentando la validez de sus resultados”</i></p>																																				
<p>Desarrollo</p>	<p>Antes de desarrollar la situación significativa inicial, el docente escribe en la pizarra los conocimientos matemáticos que deben de recordar o aprender para poder desarrollar la situación significativa: <i>Razones trigonométricas de ángulos agudos notables.</i> (Ficha de Actividades).</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>RAZONES TRIGONOMETRICAS DE ANGULOS NOTABLES: Dado los siguientes triángulos rectángulos notables: TRIANGULO RECTANGULO: 37° - 53°</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;">  <p>37° - 53°</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>37° - 53°</p> </div> </div> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th colspan="2" style="color: red;">RAZON TRIGONOMETRICA</th> <th colspan="2" style="color: red;">α = 53°</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$sen\alpha = \frac{Cateto\ opuesto}{hipotenusa} = \frac{C.O}{h}$</td> <td></td> <td>$sen53^\circ = \frac{C.O}{h} = \frac{4}{5}$</td> <td></td> </tr> <tr> <td>$cosa = \frac{Cateto\ adyacente}{hipotenusa} = \frac{C.A}{h}$</td> <td></td> <td>$cos53^\circ = \frac{C.A}{h} = \frac{3}{5}$</td> <td></td> </tr> <tr> <td>$tana = \frac{Cateto\ opuesto}{Cateto\ adyacente} = \frac{C.O}{C.A}$</td> <td></td> <td>$tan53^\circ = \frac{C.O}{C.A} = \frac{4}{3}$</td> <td></td> </tr> <tr> <th colspan="2" style="color: green;">RAZON TRIGONOMETRICA</th> <th colspan="2" style="color: green;">α = 37°</th> </tr> <tr> <td>$sen\alpha = \frac{Cateto\ opuesto}{hipotenusa} = \frac{C.O}{h}$</td> <td></td> <td>$sen37^\circ = \frac{C.O}{h} = \frac{3}{5}$</td> <td></td> </tr> <tr> <td>$cosa = \frac{Cateto\ adyacente}{hipotenusa} = \frac{C.A}{h}$</td> <td></td> <td>$cos37^\circ = \frac{C.A}{h} = \frac{4}{5}$</td> <td></td> </tr> <tr> <td>$tana = \frac{Cateto\ opuesto}{Cateto\ adyacente} = \frac{C.O}{C.A}$</td> <td></td> <td>$tan37^\circ = \frac{C.O}{C.A} = \frac{3}{4}$</td> <td></td> </tr> </tbody> </table> </div> <p>Seguidamente a manera de ejemplo el docente presenta la siguiente actividad o problema:</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 50%; padding: 5px;"> <p>1) Determina el valor de cada expresión:</p> <p>a) $sen\ 30^\circ + sen\ 60^\circ$ Resolver: $sen\ 30^\circ + sen\ 60^\circ = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$</p> <p>b) $2sen\ 37^\circ \cdot cos\ 37^\circ$ Resolver: $2 \cdot sen\ 37^\circ \cdot cos\ 37^\circ = 2 \cdot \left(\frac{3}{5}\right) \cdot \left(\frac{4}{5}\right) = \frac{24}{25}$</p> </td> <td style="width: 50%; padding: 5px;"> <p>2) Verifica si son ciertas las siguientes igualdades.</p> <p>a) $tan\ 60^\circ = 2 \cdot tan\ 30^\circ$ Resolver: $\sqrt{3} = 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \rightarrow 3 = 2$ (FALSO)</p> <p>b) $sen\ 60^\circ = 2 \cdot Sen\ 30^\circ \cdot cos\ 30^\circ$ Resolver: $\frac{\sqrt{3}}{2} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ (VERDADERO)</p> </td> </tr> </table> <p>Después de haber desarrollado el ejemplo con la participación de los estudiantes, y haya quedado claro el docente pide a cada estudiante que ahora sí desarrollen de manera individual o grupal la situación significativa inicial (Ficha de actividades). El docente acompaña y asesora el trabajo de los estudiantes.</p>	RAZON TRIGONOMETRICA		α = 53°		$sen\alpha = \frac{Cateto\ opuesto}{hipotenusa} = \frac{C.O}{h}$		$sen53^\circ = \frac{C.O}{h} = \frac{4}{5}$		$cosa = \frac{Cateto\ adyacente}{hipotenusa} = \frac{C.A}{h}$		$cos53^\circ = \frac{C.A}{h} = \frac{3}{5}$		$tana = \frac{Cateto\ opuesto}{Cateto\ adyacente} = \frac{C.O}{C.A}$		$tan53^\circ = \frac{C.O}{C.A} = \frac{4}{3}$		RAZON TRIGONOMETRICA		α = 37°		$sen\alpha = \frac{Cateto\ opuesto}{hipotenusa} = \frac{C.O}{h}$		$sen37^\circ = \frac{C.O}{h} = \frac{3}{5}$		$cosa = \frac{Cateto\ adyacente}{hipotenusa} = \frac{C.A}{h}$		$cos37^\circ = \frac{C.A}{h} = \frac{4}{5}$		$tana = \frac{Cateto\ opuesto}{Cateto\ adyacente} = \frac{C.O}{C.A}$		$tan37^\circ = \frac{C.O}{C.A} = \frac{3}{4}$		<p>1) Determina el valor de cada expresión:</p> <p>a) $sen\ 30^\circ + sen\ 60^\circ$ Resolver: $sen\ 30^\circ + sen\ 60^\circ = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$</p> <p>b) $2sen\ 37^\circ \cdot cos\ 37^\circ$ Resolver: $2 \cdot sen\ 37^\circ \cdot cos\ 37^\circ = 2 \cdot \left(\frac{3}{5}\right) \cdot \left(\frac{4}{5}\right) = \frac{24}{25}$</p>	<p>2) Verifica si son ciertas las siguientes igualdades.</p> <p>a) $tan\ 60^\circ = 2 \cdot tan\ 30^\circ$ Resolver: $\sqrt{3} = 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \rightarrow 3 = 2$ (FALSO)</p> <p>b) $sen\ 60^\circ = 2 \cdot Sen\ 30^\circ \cdot cos\ 30^\circ$ Resolver: $\frac{\sqrt{3}}{2} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ (VERDADERO)</p>	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Papelotes ▪ Pizarra ▪ Plumones ▪ Ficha de actividades 	<p>45 min</p>
RAZON TRIGONOMETRICA		α = 53°																																			
$sen\alpha = \frac{Cateto\ opuesto}{hipotenusa} = \frac{C.O}{h}$		$sen53^\circ = \frac{C.O}{h} = \frac{4}{5}$																																			
$cosa = \frac{Cateto\ adyacente}{hipotenusa} = \frac{C.A}{h}$		$cos53^\circ = \frac{C.A}{h} = \frac{3}{5}$																																			
$tana = \frac{Cateto\ opuesto}{Cateto\ adyacente} = \frac{C.O}{C.A}$		$tan53^\circ = \frac{C.O}{C.A} = \frac{4}{3}$																																			
RAZON TRIGONOMETRICA		α = 37°																																			
$sen\alpha = \frac{Cateto\ opuesto}{hipotenusa} = \frac{C.O}{h}$		$sen37^\circ = \frac{C.O}{h} = \frac{3}{5}$																																			
$cosa = \frac{Cateto\ adyacente}{hipotenusa} = \frac{C.A}{h}$		$cos37^\circ = \frac{C.A}{h} = \frac{4}{5}$																																			
$tana = \frac{Cateto\ opuesto}{Cateto\ adyacente} = \frac{C.O}{C.A}$		$tan37^\circ = \frac{C.O}{C.A} = \frac{3}{4}$																																			
<p>1) Determina el valor de cada expresión:</p> <p>a) $sen\ 30^\circ + sen\ 60^\circ$ Resolver: $sen\ 30^\circ + sen\ 60^\circ = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$</p> <p>b) $2sen\ 37^\circ \cdot cos\ 37^\circ$ Resolver: $2 \cdot sen\ 37^\circ \cdot cos\ 37^\circ = 2 \cdot \left(\frac{3}{5}\right) \cdot \left(\frac{4}{5}\right) = \frac{24}{25}$</p>	<p>2) Verifica si son ciertas las siguientes igualdades.</p> <p>a) $tan\ 60^\circ = 2 \cdot tan\ 30^\circ$ Resolver: $\sqrt{3} = 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}} \rightarrow 3 = 2$ (FALSO)</p> <p>b) $sen\ 60^\circ = 2 \cdot Sen\ 30^\circ \cdot cos\ 30^\circ$ Resolver: $\frac{\sqrt{3}}{2} = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ (VERDADERO)</p>																																				

Cierre	<p>Docentes y estudiantes reflexionan sobre las dificultades que tuvieron durante la solución de la situación significativa.</p> <p>Finalmente, el docente plantea otras nuevas situaciones significativa para la casa para reforzar los aprendizajes:</p>		<ul style="list-style-type: none"> ▪ Papelotes ▪ Pizarra ▪ Plumones ▪ Cuaderno de trabajo 	25 min	
	<p>1) Determina el valor de cada expresión:</p> <p>a) $\sin 45^\circ + \sin 60^\circ$</p> <p>b) $\frac{2 \cdot \sin 45^\circ}{\sin 30^\circ}$</p>	<p>2) Verifica si son ciertas las siguientes igualdades.</p> <p>a) $\cos 60^\circ = \cos^2 30^\circ - \sin^2 30^\circ$</p> <p>b) $\sin 30^\circ \cdot \sin 45^\circ = 2 \cdot \sin 30^\circ \cdot \cos 30^\circ$</p>			
	<p>3) En el siguiente gráfico, determinar el valor de $\tan \theta$.</p> 	<p>4) Del gráfico, halle "$\tan \alpha$", si: $2 \cdot BC = 3 \cdot AD$</p> 			
	<p>5) Resuelve la pregunta 7 del cuaderno de trabajo "Resolvemos problemas 5to" – Pagina 113.</p>				

DIRECTOR

DOCENTE



SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 03:

“RESOLVEMOS PROBLEMAS APLICANDO RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS”

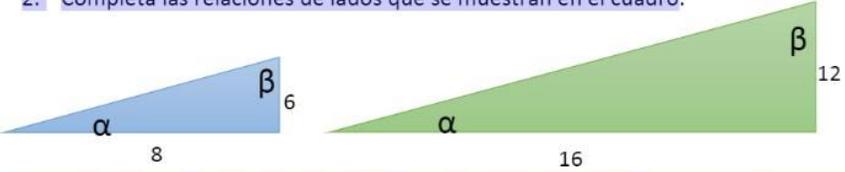
Área	Matemática	Grado y Sección	4° A
Fecha		Duración	90 min – UNA SEMANA
Docente			

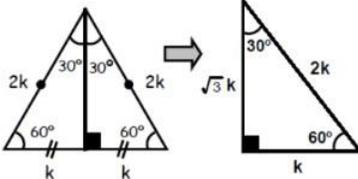
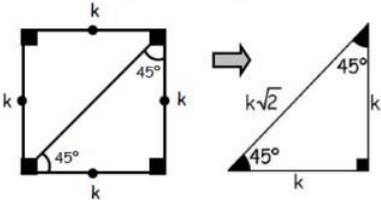
V. APRENDIZAJE ESPERADO:

Competencia	Capacidad	Desempeño	Evidencia / producto	Instrumento
Resuelve problemas de forma, movimiento y localización.	<ul style="list-style-type: none"> Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio. Usa estrategias y procedimientos para orientarse en el espacio Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas 	<ul style="list-style-type: none"> Expresa el significado y relación entre, rotación y Organiza las formas geométricas de acuerdo a la medida de sus lados o de sus ángulos u otras propiedades comunes. Combina y adapta estrategias heurísticas, recursos y procedimientos más convenientes para determinar la longitud de unos de sus lados y ángulos. Plantea afirmaciones sobre relaciones y propiedades que se pueden establecer entre formas geométricas, en base a experiencias directas o simulaciones. 	El estudiante resolverá diversas situaciones utilizando los triángulos notables o razones trigonométricas de triángulos rectángulos.	Lista de cotejo
Competencias transversales		Enfoques transversales		
<ul style="list-style-type: none"> Gestiona su aprendizaje de manera autónoma Se desenvuelve en los entornos virtuales generados por las tics 		- Enfoque Ambiental		

VI. SECUENCIA DIDÁCTICA:

M	Estrategia	Recursos	Tiempo
Inicio	<p>Motivación: Se inicia la sesión dando bienvenida a cada uno de los estudiantes. Docente pregunta ¿Recuerdan qué actividades desarrollamos la clase anterior?, se solicita participación voluntaria. “Resolvemos problemas aplicando razones trigonométricas de triángulos rectángulos” El docente presenta la siguiente situación significativa:</p> <p>Un agricultor necesita alumbrar sus cultivos y desea poner postes de luz, tiene dos opciones: ponerlos de 2m y de 4m de altura, como se muestra en la figura. ¿tienen características similares? ¿Qué los diferencia? ¿la relación entre dos de sus lados es igual? Si el poste que mide 2m alumbrar 6m al piso, ¿Qué distancia alumbrar el poste de 4m?</p> <p style="text-align: center;">Figura a</p> <p>El docente está atento a la participación de los estudiantes, indica que en la sesión verán qué relación tienen los lados de los triángulos rectángulos en general, que características depende del tamaño y cuales permanecen constantes. Conocerán las razones trigonométricas de los triángulos rectángulos y, sobre todo, de los triángulos llamados notables.</p>	<ul style="list-style-type: none"> Papelotes Pizarra Plumones Ficha de actividades 	20 min

Desarrollo	<p>Antes de desarrollar la situación significativa inicial, el docente escribe en la pizarra los conocimientos matemáticos que deben de recordar o aprender para poder desarrollar la situación significativa: <i>razones trigonométricas</i>.</p> <p>El docente entrega la ficha de actividades y presenta la actividad 1 (anexo 1) en la que se muestran dos triángulos rectángulos cuyos ángulos agudos son de igual medida.</p> <p>Las medidas de los catetos se muestran en la figura. Los estudiantes realizan los ejercicios 1 y 2.</p> <ol style="list-style-type: none"> 3. Halla las medidas de las hipotenusas (los estudiantes deben aplicar el teorema de Pitágoras) 4. Completa las relaciones de lados que se muestran en el cuadro. <p style="color: blue; font-weight: bold;">2. Completa las relaciones de lados que se muestran en el cuadro.</p>  <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-top: 10px;"> <thead> <tr style="background-color: #f4a460;"> <th style="width: 20%;">Para α</th> <th style="width: 20%;">Cateto opuesto</th> <th style="width: 20%;">Cateto adyacente</th> <th style="width: 20%;">Hipotenusa</th> </tr> </thead> <tbody> <tr style="background-color: #add8e6;"> <td>Triángulo pequeño</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr style="background-color: #90ee90;"> <td>Triángulo grande</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-top: 10px;"> <thead> <tr style="background-color: #f4a460;"> <th style="width: 20%;">Para β</th> <th style="width: 20%;">Cateto opuesto</th> <th style="width: 20%;">Cateto adyacente</th> <th style="width: 20%;">Hipotenusa</th> </tr> </thead> <tbody> <tr style="background-color: #add8e6;"> <td>Triángulo pequeño</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr style="background-color: #90ee90;"> <td>Triángulo grande</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-top: 10px;"> <thead> <tr style="background-color: #ffff00;"> <th style="width: 25%;">Relación de lados respecto de "α"</th> <th style="width: 25%;">Triángulo pequeño</th> <th style="width: 25%;">Triángulo grande</th> <th style="width: 25%;">Razón trigonométrica</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$\frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}}$</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>$\frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}}$</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>$\frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}}$</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>$\frac{\text{cateto adyacente}}{\text{cateto opuesto}}$</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>$\frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto adyacente}}$</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>$\frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto opuesto}}$</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	Para α	Cateto opuesto	Cateto adyacente	Hipotenusa	Triángulo pequeño				Triángulo grande				Para β	Cateto opuesto	Cateto adyacente	Hipotenusa	Triángulo pequeño				Triángulo grande				Relación de lados respecto de " α "	Triángulo pequeño	Triángulo grande	Razón trigonométrica	$\frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}}$				$\frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}}$				$\frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}}$				$\frac{\text{cateto adyacente}}{\text{cateto opuesto}}$				$\frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto adyacente}}$				$\frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto opuesto}}$				<ul style="list-style-type: none"> Papelotes Pizarra Plumones Ficha de actividades 	45 min
Para α	Cateto opuesto	Cateto adyacente	Hipotenusa																																																				
Triángulo pequeño																																																							
Triángulo grande																																																							
Para β	Cateto opuesto	Cateto adyacente	Hipotenusa																																																				
Triángulo pequeño																																																							
Triángulo grande																																																							
Relación de lados respecto de " α "	Triángulo pequeño	Triángulo grande	Razón trigonométrica																																																				
$\frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}}$																																																							
$\frac{\text{cateto adyacente}}{\text{hipotenusa}}$																																																							
$\frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto adyacente}}$																																																							
$\frac{\text{cateto adyacente}}{\text{cateto opuesto}}$																																																							
$\frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto adyacente}}$																																																							
$\frac{\text{hipotenusa}}{\text{cateto opuesto}}$																																																							
	<p>Luego el docente guía a los estudiantes a determinar las razones trigonométricas de los triángulos rectángulos más utilizados. Los estudiantes desarrollan la actividad 2 de la ficha de trabajo (anexo 1)</p> <p>Seguidamente a manera de ejemplo el docente presenta la siguiente actividad o problema:</p> <p>Después de haber desarrollado el ejemplo con la participación de los estudiantes, y haya quedado claro el docente pide a cada estudiante que ahora sí desarrollen de manera individual o grupal la situación significativa inicial (Ficha de actividades). El docente acompaña y asesora el trabajo de los estudiantes.</p>																																																						

	<p style="text-align: center;">Triángulo rectángulo de 30° y 60°</p>  <p style="text-align: center;">Triángulo rectángulo de 45°</p>  <p>Seguidamente, los estudiantes identifican las razones trigonométricas de los triángulos, obteniendo el siguiente resultado: (completan la tabla)</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>R.T.</th> <th>30°</th> <th>60°</th> <th>45°</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Sen</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Cos</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Tan</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Cot</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Sec</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>Csc</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>Los estudiantes desarrollan los ejercicios de la actividad 3 de la ficha de trabajo (anexo 1) aplicando las razones trigonométricas de los triángulos rectángulos mostrados.</p>	R.T.	30°	60°	45°	Sen				Cos				Tan				Cot				Sec				Csc					
R.T.	30°	60°	45°																												
Sen																															
Cos																															
Tan																															
Cot																															
Sec																															
Csc																															
Cierre	<p>Docentes y estudiantes reflexionan sobre las dificultades que tuvieron durante la solución de la situación significativa.</p> <p>También, el docente plantea otras nuevas situaciones significativa para la casa para reforzar los aprendizajes:</p> <p>Para el cierre, cada grupo de trabajo presenta resultados y sustenta la estrategia de cálculo usando las razones trigonométricas de los ángulos de 30°, 60° y 45°.</p>	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Papelotes ▪ Plumones ▪ Cuaderno de trabajo 	25 min																												

DIRECTOR

DOCENTE

SESIÓN DE APRENDIZAJE N° 04:
“UTILIZAMOS RAZONES TRIGONOMÉTRICAS PARA PROPONER SOLUCIONES TECNOLÓGICAS PARA PREVENIR ENFERMEDADES ENDÉMICAS”

Área	Matemática	Grado y Sección	4° A
Fecha		Duración	90 min – UNA SEMANA
Docente			

VII. APRENDIZAJE ESPERADO:

Competencia	Capacidad	Desempeño	Evidencia / producto	Instrumento
RESUELVE PROBLEMAS DE FORMA, MOVIMIENTO Y LOCALIZACIÓN.	<ul style="list-style-type: none"> - Modela objetos con formas geométricas y sus transformaciones. - Comunica su comprensión sobre las formas y relaciones geométricas. - Usa estrategias y procedimientos para medir y orientarse en el espacio. - Argumenta afirmaciones sobre relaciones geométricas. 	<ul style="list-style-type: none"> - Modela las características y atributos medibles de triángulos rectángulos y razones trigonométricas de ángulos agudos. - Interpreta las razones trigonométricas de ángulos agudos en diversas situaciones. - Utiliza las razones trigonométricas de ángulos agudos para dar solución a diversas situaciones. - Plantea afirmaciones sobre las razones trigonométricas halladas, las justifica y plantea ejemplos. 	El estudiante resolverá diversas situaciones utilizando razones trigonométricas de ángulos agudos, y luego justificará sus resultados.	Lista de cotejo
Propósito				
Resolver diversas situaciones sobre las enfermedades endémicas en donde intervienen razones trigonométricas de ángulos agudos argumentando la validez de sus resultados.				
Competencias transversales			Enfoques transversales	
<ul style="list-style-type: none"> - Gestiona su aprendizaje de manera autónoma - Se desenvuelve en los entornos virtuales generados por las tics 			- Enfoque Ambiental	

VIII. SECUENCIA DIDÁCTICA:

M	Estrategia	Recursos	Tiempo
Inicio	<p>Motivación: Se inicia la sesión dando bienvenida a cada uno de los estudiantes. Docente pregunta ¿Recuerdan qué actividades desarrollamos la clase anterior?, se solicita participación voluntaria. <i>“Representamos las características de una muestra sobre las enfermedades endémicas mediante gráficos estadísticos produciendo nueva información y las interpretamos”</i></p> <p>El docente presenta la siguiente situación significativa:</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>Accesibilidad física: Una rampa es una superficie inclinada que nos permite conectar dos lugares a diferente altura. Hoy en día, todos los edificios públicos deben contar con acceso para el desplazamiento de las personas con algún problema físico y adultos mayores. La construcción de rampas es obligatoria, siguiendo las especificaciones que indican que su ángulo de inclinación debe tener un rango de 5° a 15° respecto a la horizontal. Actualmente, en el hospital Nueva Esperanza de Iquitos están construyendo una rampa lineal, cuya altura será de 1,5 m al final de ella, con la finalidad de que los pacientes con enfermedades endémicas y otros puedan desplazarse sin ninguna dificultad.</p> <p>a) ¿Cómo se representa matemáticamente la longitud de la rampa en función del ángulo especificado? b) Representa gráficamente cómo varía la longitud de la rampa. c) ¿Qué ocurre con la longitud de la rampa cuando la medida del ángulo de inclinación va aumentando?</p> </div> <p>Saberes previos: d) <i>¿De qué trata la situación significativa?</i> e) <i>¿Qué altura tiene la construcción de la rampa del hospital Nueva Esperanza?</i></p>	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Papelotes ▪ Pizarra ▪ Plumones ▪ Ficha de actividades 	20 min



- f) ¿Qué ángulo de inclinación debe tener obligatoriamente una rampa?
- g) ¿Qué forma geométrica se observa en la imagen lateral de la rampa?

Estudiantes responden en forma voluntaria

Conflicto cognitivo:

¿Qué estrategias y/o procedimiento podemos seguir para responder las preguntas de la situación significativa?

Propósito de la sesión:

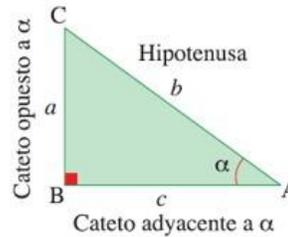
Docente da a conocer el propósito de la sesión: El día de hoy: *“Resolver diversas situaciones sobre las enfermedades endémicas en donde intervienen razones trigonométricas de ángulos agudos argumentando la validez de sus resultados.”*

Antes de desarrollar la situación significativa inicial, el docente escribe en la pizarra los conocimientos matemáticos que deben de recordar o aprender para poder desarrollar la situación significativa: *Razones trigonométricas de ángulos agudos.* (Ficha de Actividades).

INTRODUCCIÓN A LA TRIGONOMETRIA: La trigonometría es una rama de la matemática que estudia las relaciones entre los lados y los ángulos de un triángulo.

RAZONES TRIGONOMETRICAS DE UN ANGULO AGUDO: Dado un triángulo rectángulo ABC, se definen las **razones trigonométricas** del ángulo agudo α , de la siguiente manera:

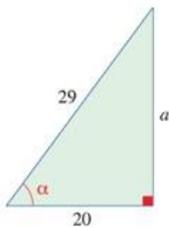
Razón trigonométrica	Notación simbólica	Relación entre los lados
Seno de α	$\text{Sen } \alpha$	$\frac{\text{Cateto opuesto de } \alpha}{\text{Hipotenusa}} = \frac{a}{b}$
Coseno de α	$\text{Cos } \alpha$	$\frac{\text{Cateto adyacente de } \alpha}{\text{Hipotenusa}} = \frac{c}{b}$
Tangente de α	$\text{Tan } \alpha$	$\frac{\text{Cateto opuesto de } \alpha}{\text{Cateto adyacente de } \alpha} = \frac{a}{c}$
Cotangente de α	$\text{Cot } \alpha$	$\frac{\text{Cateto adyacente de } \alpha}{\text{Cateto opuesto de } \alpha} = \frac{c}{a}$
Secante de α	$\text{Sec } \alpha$	$\frac{\text{Hipotenusa}}{\text{Cateto adyacente de } \alpha} = \frac{b}{c}$
Cosecante de α	$\text{Csc } \alpha$	$\frac{\text{Hipotenusa}}{\text{Cateto opuesto de } \alpha} = \frac{b}{a}$



Desarrollo

Seguidamente a manera de ejemplo el docente presenta la siguiente actividad o problema:

Ejemplo: Sea α la medida de uno de los ángulos agudos de un triángulo rectángulo, Si $\cos \alpha = 20/29$. Determina las razones trigonométricas de α y luego calcula: $\text{csc } \alpha + \tan \alpha$.



Solución:

- Representamos en un triángulo rectángulo el ángulo α y su respectivo cateto adyacente e hipotenusa.

- Hallamos el valor del otro cateto del triángulo:

- Hallamos las razones trigonométricas de α .

$$\begin{aligned} \text{sen } \alpha &= \frac{\text{Cateto opuesto de } \alpha}{\text{Hipotenusa}} = \frac{21}{29} \\ \text{cos } \alpha &= \frac{\text{Cateto adyacente de } \alpha}{\text{Hipotenusa}} = \frac{20}{29} \\ \text{tan } \alpha &= \frac{\text{Cateto opuesto de } \alpha}{\text{Cateto adyacente de } \alpha} = \frac{21}{20} \\ \text{cot } \alpha &= \frac{\text{Cateto adyacente de } \alpha}{\text{Cateto opuesto de } \alpha} = \frac{20}{21} \\ \text{SEC } \alpha &= \frac{\text{Hipotenusa}}{\text{Cateto adyacente de } \alpha} = \frac{29}{20} \\ \text{CSC } \alpha &= \frac{\text{Hipotenusa}}{\text{Cateto opuesto de } \alpha} = \frac{29}{21} \end{aligned}$$

- Calculamos $\text{csc } \alpha + \tan \alpha$:

$$\frac{29}{21} + \frac{21}{20} = \frac{580+441}{420} = \frac{1021}{420}$$

TEOREMA DE PITAGORAS

$$29^2 = 20^2 + a^2$$

$$841 = 400 + a^2$$

$$841 - 400 = a^2$$

$$441 = a^2$$

$$\sqrt{441} = a$$

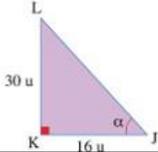
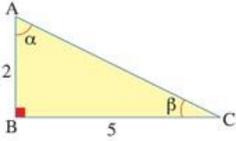
$$a = 21$$



Después de haber desarrollado el ejemplo con la participación de los estudiantes, y haya quedado claro el docente pide a cada estudiante que ahora sí desarrollen de manera individual o grupal la situación significativa inicial (Ficha de actividades). El docente acompaña y asesora el trabajo de los estudiantes.

- Papelotes
- Pizarra
- Plumones
- Ficha de actividades

45 min

Cierre	<p>Docentes y estudiantes reflexionan sobre las dificultades que tuvieron durante la solución de la situación significativa. Finalmente, el docente plantea otras nuevas situaciones significativa para la casa para reforzar los aprendizajes:</p>	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Papelotes ▪ Pizarra ▪ Plumones ▪ Cuaderno de trabajo 	25 min
	<div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 45%;"> <p>1) Determina las razones trigonométricas de α.</p>  </div> <div style="width: 45%;"> <p>2) Sea el triángulo rectángulo ABC.</p>  <p>Calcular: a) $\sin^2 \alpha + \cos^2 \beta$ b) $\tan \alpha \cdot \cot \beta$</p> </div> </div> <p>3) En un triángulo rectángulo ABC, se cumple que $\sin \alpha = \frac{15}{17}$, calcular $M = \frac{\tan \alpha + \sec \alpha}{17 \cdot \cos \alpha}$</p> <p>4) Resuelve las preguntas 1, 2 y 3 del cuaderno de trabajo "Resolvemos problemas 5to" – Páginas 109 y 110.</p> 		

DIRECTOR

DOCENTE



"Año del Fortalecimiento de la Soberanía Nacional"

UNIVERSIDAD NACIONAL HERMILIO VALDIZÁN-HUÁNUCO



FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

Al Servicio de la Sociedad con una Educación de Calidad

ACTA DE SUSTENTACIÓN DE TESIS

En la ciudad de Huánuco, a los 28 días del mes de setiembre del año dos mil 22 reunidos en la Sala de Grados de la Facultad de Ciencias de la Educación, que fueron designados como miembros del Jurado según Resolución N° 1901-2022-UNHEVAL-FCELD de fecha 27-09-2022, conformados por:

- Presidente : DT. EWER PORTOCARRERO MERINO
Secretario (a) : Mtro. Dionicio FERNANDEZ SANTA CRUZ
Vocal : DR. PIO TRUJILLO ATAPOMA

Con el asesoramiento del Dr. Paragua Morales, Melecio; el (la) Bachiller: Garay Victorio, Gessel Yorbe aspirante al Título de Licenciado (a) en Educación en la Especialidad: de Matemática y Física

... dio por iniciado el proceso de sustentación de la tesis titulada: MÉTODO ANALÍTICO Y RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS EN ESTUDIANTES DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA INCA PACHACÚTEC DE OBAS, YARDWILCA 2020.

Concluido el proceso de sustentación, cada miembro del jurado procedió a la evaluación el (la) aspirante, teniendo presente los criterios de evaluación siguientes:

Table with 2 columns: Criteria (Presentation personal, Locución, Equilibrio Emocional, Nivel de Conocimiento, Orden y Coherencia, Habilidad para Absolver preguntas) and Evaluation (Deficiente: (00;13), Regular: (14), Bueno: (15; 16), Muy Bueno: (17; 18), Excelente: (19; 20))

Obteniendo en consecuencia el (la) titulado la nota de: dieciséis

Equivalente a: bueno

Calificación que se realizó de acuerdo al Art. 67° del Reglamento General de Grados y Títulos de la Universidad Nacional Hermilio Valdizán

Los miembros del Jurado firman el presente ACTA en señal de conformidad, siendo a las: 11:20

Signature of Presidente, DNI N° 4152365

Signature of Secretario, DNI N° 22620468

Signature of Vocal, DNI N° 22432324



"Año del Fortalecimiento de la Soberanía Nacional"

UNIVERSIDAD NACIONAL HERMILIO VALDIZÁN-HUÁNUCO



FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

Al Servicio de la Sociedad con una Educación de Calidad

ACTA DE SUSTENTACIÓN DE TESIS

En la ciudad de Huánuco, a los 28 días del mes de setiembre del año dos mil 22 reunidos en la Sala de Grados de la Facultad de Ciencias de la Educación, que fueron designados como miembros del Jurado según Resolución N° 1901-2022-UNHEVAL-FCF/D. de fecha 27-09-2022, conformados por:

Presidente : DR. EWEL PORTOCARRERO MERINO

Secretario (a) : Mtro. DIONICIO FERNANDEZ SANTA CRUZ

Vocal : DR. PID TRUJILLO ASAPOYA

Con el asesoramiento del Dr. PATAGUA MOYALES, Melecio; el (la) Bachiller:

BUSTILLOS ILANZO Emerson Kenedy aspirante al Título de

Licenciado (a) en Educación en la Especialidad: Matemática y Física

Bueno, dio por iniciado el proceso

de sustentación de la tesis titulada: MÉTODO ANALÍTICO Y RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS EN ESTUDIANTES DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA INCA PACHACÚTEC DE OBAS, YAROWILCA 2020

Concluido el proceso de sustentación, cada miembro del jurado procedió a la evaluación el (la) aspirante, teniendo presente los criterios de evaluación siguientes:

- Presentación personal	Deficiente: (00;13) : ()
- Locución	Regular: (14) : ()
- Equilibrio Emocional	Bueno: (15; 16) : (16)
- Nivel de Conocimeinto	Muy Bueno: (17; 18) : ()
- Orden y Coherencia	Excelente: (19; 20) : ()
- Habilidad para Absolver preguntas	

Obteniendo en consecuencia el (la) titulado la nota de: diesisicis

Equivalente a: bueno

Calificación que se realizó de acuerdo al Art. 67° del Reglamento General de Grados y Títulos de la Universidad Nacional Hermilio Valdizán

Los miembros del Jurado firman el presente ACTA en señal de conformidad, siendo a las:.....

Signature of Presidente, PRESIDENTE, DNI N° 41532361

Signature of Secretario, SECRETARIO, DNI N° 22640468

Signature of Vocal, VOCAL, DNI N° 22432324



"Año del Fortalecimiento de la Soberanía Nacional"

UNIVERSIDAD NACIONAL HERMILIO VALDIZÁN-HUÁNUCO



FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

Al Servicio de la Sociedad con una Educación de Calidad

ACTA DE SUSTENTACIÓN DE TESIS

En la ciudad de Huánuco, a los 28 días del mes de Setiembre del año dos mil 22 reunidos en la Sala de Grados de la Facultad de Ciencias de la Educación, que fueron designados como miembros del Jurado según Resolución N° 1901-2022-UNHEVAL-FCE/D de fecha 27-09-2022, conformados por:

- Presidente : Dr. EWER PORTOCARRERO MERINO
Secretario (a) : Mtro. DIONICIO FERNANDEZ SANTA CRUZ
Vocal : Dr. PÍO TRUJILLO ATAPOMA

Con el asesoramiento del Dr. Paragua Morales, Melecio; el (la) Bachiller: Velasquez Torres, Denilson aspirante al Título de Licenciado (a) en Educación en la Especialidad: de Matemática y Física.

... dio por iniciado el proceso de sustentación de la tesis titulada: MÉTODO ANALÍTICO Y RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS EN ESTUDIANTES DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA INEA PACHACÓTEC DE OBAS, YAROWILCA 2020

Concluido el proceso de sustentación, cada miembro del jurado procedió a la evaluación el (la) aspirante, teniendo presente los criterios de evaluación siguientes:

- Presentacion personal Deficiente: (00;13) : ()
- Locución Regular: (14) : ()
- Equilibrio Emocional Bueno: (15; 16) : (16)
- Nivel de Conocimeinto Muy Bueno: (17; 18) : ()
- Orden y Coherencia Excelente: (19; 20) : ()
- Habilidad para Absolver preguntas

Obteniendo en consecuencia el (la) titulado la nota de: dieciséis

Equivalente a: bueno

Calificación que se realizó de acuerdo al Art. 67° del Reglamento General de Grados y Títulos de la Universidad Nacional Hermilio Valdizán

Los miembros del Jurado firman el presente ACTA en señal de conformidad, siendo a las: 11:30

[Signature] PRESIDENTE DNI N° 413236

[Signature] SECRETARIO DNI N° 22696468

[Signature] VOCAL DNI N° 22432324



CONSTANCIA N°0117-2021-UNHHEVAL-FCE/UI

CONSTANCIA DE APTO DE SIMILITUD

LA DIRECCIÓN DE LA UNIDAD DE INVESTIGACIÓN:

Hace constar que:

- GARAY VICTORIO, Gessel Yorbe
- BUSTILLOS ILANZO, Emerson Kenedy
- VELÁSQUEZ TORRES, Denilson

Autores del borrador de la tesis, titulado:

MÉTODO ANALÍTICO Y RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS EN ESTUDIANTES DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA INCA PACHACÚTEC DE OBAS, YAROWILCA 2020. Carrera Profesional **Matemática y Física**

Han obtenido, un reporte de similitud general del **12%/30%** con el aplicativo **TURNITIN**, porcentaje de similitud permitido, para tesis de pregrado. En consecuencia, es **APTO**. Se adjunta el reporte de similitud.

Se expide la presente constancia, para los fines pertinentes.

Cayhuayna, 23 de diciembre de 2021.



Dr. Zósimo Pedro Jacha Ayala
Director de la Unidad de Investigación
Facultad de Ciencias de la Educación



TESIS GARAY.pdf

23 dic 2021

18749 palabras/103198 caracteres

Gessel Yorbe Garay Victorio

MÉTODO ANALÍTICO Y RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS RECTÁN...

Resumen de fuentes

12%

SIMILITUD GENERAL

1	repositorio.unheval.edu.pe INTERNET	6%
2	hdl.handle.net INTERNET	<1%
3	bibliotecadigital.univalle.edu.co INTERNET	<1%
4	Universidad de San Buenaventura on 2021-03-10 TRABAJOS ENTREGADOS	<1%
5	repositorio.ucsg.edu.ec INTERNET	<1%
6	cybertesis.unmsm.edu.pe INTERNET	<1%
7	repositorio.unap.edu.pe INTERNET	<1%
8	core.ac.uk INTERNET	<1%
9	1library.co INTERNET	<1%
10	www.buenastareas.com INTERNET	<1%
11	sites.google.com INTERNET	<1%
12	pt.scribd.com INTERNET	<1%
13	www.slideshare.net INTERNET	<1%
14	Universidad Nacional Hermilio Valdizan on 2021-12-08 TRABAJOS ENTREGADOS	<1%
15	dev.curriculumenlineamineduc.cl INTERNET	<1%
16	docplayer.es INTERNET	<1%

17	www.scribd.com	INTERNET	<1%
18	es.wikipedia.org	INTERNET	<1%
19	bibliotecadigital.ufro.cl	INTERNET	<1%
20	www.coursehero.com	INTERNET	<1%

Se excluyeron los depósitos de búsqueda:

Ninguno

Excluido del Informe de Similitud:

Bibliografía

Citas textuales

Coincidencias menores (20 palabras o menos)

Se excluyeron las fuentes:

Ninguno

ANEXO 2

AUTORIZACION PARA PUBLICACION DE TESIS ELECTRONICAS DE PREGADO
 IDENTIFICACION PERSONAL (especificar los datos de los autores de la tesis)
 Apellidos y Nombres : BUSTILLOS ILANZO, Emerson Kenedy

DNI : 71840753 Correo Electrónica : emersonbustillos@gmail.com
 Teléfonos: Casa 062 217862 Celular 940259693 Oficina _____
 Apellidos y Nombres: _____

DNI : 34656207 Correo Electrónica : denolis1998@gmail.com
 Teléfonos: Casa _____ Celular 925987366 Oficina _____
 Apellidos y Nombres: URIASQUEZ TORRES Denilson

DNI : 73756358 Correo Electrónica : gezelvictorio96@gmail.com
 Celular 931413913 Oficina _____
 Apellidos y Nombres: GARAY VICTORIO, Gessel Yoibe

1. IDENTIFICACION DE TESIS

Pregrado
Facultad de: <u>CIENCIAS DE LA EDUCACION</u>
E. P.: <u>MATEMÁTICA Y FÍSICA</u>

Título Profesional Obtenido:

LICENCIADO EN EDUCACIÓN ESPECIALIDAD
MATEMÁTICA Y FÍSICA

Título de la tesis

MÉTODO ANALÍTICO Y RESOLUCIÓN DE
TRIÁNGULOS RECTANGULOS EN ESTUDIANTES
DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA INCA
PACHACUTEC DE OBAS, YAROWILCA 2020.

Tipo de acceso que autoriza(n) el (los) autor (es)

Marca "x"	Categoría de acceso	Descripción del Acceso
X	Publico	Es público y accesible al documento de texto completo por cualquier tipo de usuario que consulta el repositorio
	restringido	Solo permite el acceso al registro del metadato con información básica, mas no al texto completo.

Al elegir la opción "publico", a través de la presente autorizo o autorizamos Teléfonos: Casa de manera gratuita al Repositorio Institucional – UNHEVAL , a publicar la versión electrónica de esta tesis en el portal web repositorio.unheval.edu.pe un plazo

indefinido , consintiendo que con dicho autorización cualquier tercero podrá acceder a dichas paginas de manera gratuita , pudiendo revisarlas , imprimirla o gravarla , siempre en cuando se respete la autoridad y sea y citada correctamente

En caso allá (n) marcado la opción "restringido", por favor detallar las razones por las que eligió este tipo de acceso

Asimismo , pedimos indicar el periodo de tiempo en que la tesis tendría el tipo de acceso restringido

- () 1 año
- () 2 año
- () 3 año
- () 4 año

Luego del periodo señalado por ustedes(es), automáticamente la tesis pasara a ser de acceso público.

Fecha de firma: 28 de setiembre de 2022

Firma del autor y/o autores:



Firma del autor y/o autores:




Firma del autor y/o autores: