

**UNIVERSIDAD NACIONAL HERMILIO VALDIZÁN**  
**FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN**  
**ESCUELA PROFESIONAL DE MATEMÁTICA Y FÍSICA**  
**CARRERA PROFESIONAL DE MATEMÁTICA Y FÍSICA**



---

---

**MÉTODO ANALÍTICO Y FUNCIONES RACIONALES EN  
ESTUDIANTES DE LA CARRERA PROFESIONAL DE  
MATEMÁTICA Y FÍSICA, UNHEVAL 2020**

---

---

**LÍNEA DE INVESTIGACIÓN: APRENDIZAJES PERTINENTES Y DE  
CALIDAD**

**TESIS PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE LICENCIADO EN  
EDUCACIÓN ESPECIALIDAD: MATEMÁTICA Y FÍSICA**

**TESISTAS:**

Bach. ORIHUELA GOMEZ Luis David

Bach. DEPAZ ESPINOZA Yerre Anthony

Bach. VARGAS VEGA Antonio

**ASESOR:**

Dr. PARAGUA MORALES Melecio

**HUÁNUCO - PERÚ**

**2022**

## DEDICATORIA

A Dios por darme la vida, y la salud.

A mis abnegados padres Victoriano y Jacinta,  
por su apoyo incondicional.

A mis maestros por brindarme su saber.

A mi amada Flor, por estar siempre motivándome a seguir adelante.

Luis David

Dedico este trabajo a Dios, a mis padres,  
en especial a mi madre, a mi hermana y a  
todos los que me apoyaron alcanzar este  
peldaño en mi camino.

Yerre

Dedico esta tesis principalmente a Dios, por haberme dado la vida y permitirme el haber llegado hasta este momento tan importante de mi formación profesional. A mis padres Filomeno Vargas y Domitila Vega quienes con su amor, paciencia y esfuerzo me han permitido llegar a cumplir hoy un sueño más, gracias por inculcar en mí el ejemplo de esfuerzo y valentía, de no temer las adversidades porque Dios está conmigo siempre. A mi hermana Gladis, que en paz descansa, siento que estás conmigo siempre y aunque nos faltaron muchas cosas por vivir juntos.

Antonio

## AGRADECIMIENTO

Principalmente agradecemos a Dios por ser la guía y acompañarnos en el transcurso de nuestras vidas, brindando su paciencia y sabiduría para culminar con éxito las metas propuestas.

A nuestros padres por ser mi pilar fundamental de nuestra formación por su apoyo incondicional.

A nuestro asesor el Dr. Melecio Paragua Morales, por guiar este trabajo con esfuerzo y dedicación, motivándonos a seguir escalando peldaños.

Agradecemos a los todos docentes de la prestigiosa Carrera Profesional de Matemática y Física que, con su sabiduría, conocimiento y apoyo, motivaron en nuestra formación como profesional en la Universidad Hermilio Valdizán de Huánuco.

Los Investigadores

## RESUMEN

En el estudio se ha comprobado que la aplicación del método analítico mejora el aprendizaje de funciones racionales en los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020; para ello, se trabajó con una población estudiantil de 98, la misma que constituyó la muestra, distribuidos de la siguiente manera: GC = 56 y GE = 42; el tipo de muestreo aplicado fue el no aleatorio; la investigación fue de tipo explicativo debido porque se manipuló la variable independiente esperando producir un efecto de mejora en la variable dependiente; el diseño de la investigación fue el cuasiexperimental; los datos se recolectaron con las pruebas evaluativas tipo escrito con el nombre de prueba de entrada, prueba de proceso y prueba final; el procesamiento de los datos se hizo con Excel, obteniéndose los estadísticos que corresponden a la estadística descriptiva y estadística inferencial; además, se halló como resultado y conclusión, que el valor de Z de prueba ( $Z = 3,89$ ) se ubicó a la derecha de la z crítica para 95% de confiabilidad ( $z = 1,96$ ) y 5% de significancia, en la zona de rechazo, en consecuencia, se rechazó la hipótesis nula y se aceptó la hipótesis alterna; porque, se halló indicios suficientes que probaban que la aplicación del método analítico mejoraba el aprendizaje de funciones racionales en los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020.

**Palabras clave:** Método analítico; Aprendizaje de funciones racionales.

## ABSTRACT

The study has shown that the application of the analytical method improves the learning of rational functions in students of the Professional Career of Mathematics and Physics, UNHEVAL 2020; For this, we worked with a student population of 98, the same as the sample, distributed as follows: GC = 56 and GE = 42; the type of sampling applied was non-random; The research was explanatory because the independent variable was manipulated, hoping to produce an improvement effect in the dependent variable; the research design was quasi-experimental; the data were collected with the type evaluative tests written with the name of entry test, process test and final test; the data processing was done with Excel, obtaining the statistics that correspond to descriptive statistics and inferential statistics; In addition, it was found as a result and conclusion that the test Z value ( $Z = 3.89$ ) was located to the right of the critical z for 95% reliability ( $z = 1.96$ ) and 5% significance, in the rejection zone, consequently, the null hypothesis was rejected and the alternative hypothesis was accepted; Because, sufficient evidence was found to prove that the application of the analytical method improved the learning of rational functions in students of the Professional Career of Mathematics and Physics, UNHEVAL 2020.

**Keywords:** Analytical method; Learning of rational functions.

## INTRODUCCIÓN

Durante las clases en la especialidad de Matemática y Física se observó que los estudiantes tenían dificultades en el aprendizaje de las funciones racionales; sin embargo, no eran tan graves, dado que mis colegas son los futuros docentes de esta especialidad en la Región Huánuco; en ese sentido, se les programó sesiones de reforzamiento y de retroalimentación con la aplicación del método analítico, que permite desarrollar las aplicaciones prácticas de las funciones racionales descomponiendo en sus partes elementales cada uno de los ejercicios y problemas en los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020.

El aprendizaje de las funciones racionales es más atractivo con la aplicación de una herramienta didáctica que permite a los estudiantes a entender y aplicar el análisis de elementos básicos de un ejercicio o problema sobre funciones racionales que les facilita el dominio teórico y práctico de la matemática y para que dicho aprendizaje sea exitoso, los estudiantes requieren no menos de 80% de saberes previos sobre los temas que se abordan, en este caso son las funciones racionales; en ese sentido, se debe admitir que las dificultades están asociadas a la falencia de estos saberes previos pertinentes, en los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020.

El aprendizaje de las funciones racionales es positivo porque se genera con la ayuda de herramientas didácticas como el método analítico, también, es básico la suficiencia de los saberes previos, tal como dice: Paredes, J. (1995), dice que el uso de recursos y materiales didácticos en cada clase de manera sistemática y

con mucha pertinencia son muy beneficiosos para el aprendizaje de los estudiantes; Paragua, M. y Otros. (2015), concluyeron que el valor  $Z$  de Prueba = 7,09 se ubica a la derecha de  $z$  crítica = 1,96; que es la zona de rechazo, entonces rechazan la hipótesis nula y aceptan la hipótesis alternativa; con ello, probaron que el uso del criterio de la primera y segunda derivada como método mejora el nivel de aprendizaje de la gráfica de funciones.

Además, Paragua, M. y Otros. (2014), probaron que el uso del método gráfico mejora el nivel de aprendizaje del dominio y rango de funciones en las unidades de análisis de su muestra experimental; también, Barrios, L. C. (2017), se propuso mejorar el aprendizaje de la química a través de la aplicación del método de proyecto productivo; la investigación fue de tipo explicativo y diseño cuasiexperimental y concluye que existe una relación directa entre el método de proyecto productivo y el juicio crítico en estudiantes de su muestra experimental.

En el estudio se propuso la hipótesis siguiente: La aplicación del método analítico mejora el aprendizaje de las funciones racionales en los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL, Huánuco 2020; y, para la comprobación de lo dicho se desarrolló las siguientes partes en el informe final de la investigación.

Capítulo I: El problema de investigación, que contiene: fundamentación del problema de investigación, formulación del problema, objetivos, hipótesis, justificación e importancia, viabilidad, y limitaciones.

Capítulo II: El marco teórico, donde están considerados los antecedentes de la investigación, las teorías básicas y la definición conceptual de términos usados en la investigación.

Capítulo III: El marco metodológico en el que se consideró: ámbito, tipo de investigación, diseño y esquema, población y muestra, instrumentos de recolección de datos, y las técnicas para el análisis y procesamiento y presentación de los datos y las consideraciones éticas respecto a la investigación.

Capítulo IV: Resultados obtenidos en la investigación, con el análisis descriptivo para el grupo experimental, el análisis descriptivo para el grupo de control, con las distribuciones de frecuencias y gráficos debidamente analizados e interpretados; además, incluyó los contrastes de cada uno de los objetivos específicos, y una prueba de hipótesis para la diferencia de medias, con lo que se contrastó el objetivo general.

Se ha considerado también la discusión de resultados donde se analiza y contrasta lo hallado durante el trabajo de campo con referencias bibliográficas; finalmente, se incluye las conclusiones, sugerencias, la bibliografía y los respectivos anexos.

El aprendizaje mecánico de los estudiantes de los temas matemáticos en la Educación Superior se pretende cambiar por un aprendizaje constructivo con la aplicación del método heurístico y provocar un mejor nivel de aprendizaje de



funciones racionales en los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020.

## ÍNDICE

Dedicatoria. ....	ii
Agradecimiento. ....	iii
Resumen. ....	iv
Abstract. ....	v
Introducción. ....	vi
Índice .....	x

## CAPÍTULO I

### EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1.1. Descripción del problema de investigación. ....	1
1.2. Formulación del problema. ....	3
1.2.1. Problema general. ....	3
1.2.2. Problemas específicos. ....	3
1.3. Objetivos. ....	4
1.3.1. Objetivo general. ....	4
1.3.2. Objetivos específicos. ....	4
1.4. Justificación e importancia. ....	4
1.5. Viabilidad. ....	5
1.6. Hipótesis. ....	6
1.6.1. Hipótesis general. ....	6
1.6.2. Hipótesis específicas. ....	6
1.7. Variables. ....	7
1.7.1. Variable independiente. ....	7
1.7.2. Variable dependiente. ....	7

1.8.	Operacionalización de variables. ....	7
1.9.	Definición operacional de variables. ....	7

## CAPÍTULO II

### MARCO TEÓRICO

2.1.	Antecedentes. ....	9
2.2.	Bases Teóricas. ....	12
2.2.1.	Método analítico. ....	12
2.2.2.	El método analítico en Pedagogía. ....	12
2.2.3.	El método analítico en el aprendizaje de la matemática. ....	13
2.2.4.	Teorías pedagógicas. ....	13
2.2.5.	Asíntotas de funciones racionales. ....	15
2.2.6.	Análisis de funciones racionales. ....	16
2.3.	Definición conceptual de Términos. ....	25

## CAPÍTULO III

### METODOLOGÍA

3.1.	Ámbito. ....	28
3.2.	Población y Muestra. ....	28
3.2.1.	Población. ....	28
3.2.2.	Muestra. ....	29
3.3.	Nivel y tipo de Investigación. ....	29
3.4.	Diseño de la Investigación. ....	30
3.5.	Métodos y descripción de instrumentos de recolección de datos. ...	30
3.6.	Procedimiento o técnicas de procesamiento de datos. ....	31

3.7.	Validación y confiabilidad del instrumento. ....	31
3.8.	Procedimiento. ....	32
3.9.	Tabulación y análisis de datos. ....	32
3.10.	Consideraciones éticas. ....	33

## **CAPÍTULO IV**

### **RESULTADOS**

4.1.	Análisis descriptivo de resultados del GE. ....	34
4.2.	Análisis descriptivo de resultados G.C: ....	43
4.3.	Prueba de hipótesis. ....	50
4.3.1.	Datos. ....	50
4.3.2.	Formulación de hipótesis. ....	50
4.3.3.	Determinación de la prueba. ....	51
4.3.4.	Determinación del nivel de significancia de la prueba. ....	51
4.3.5.	Determinación de la distribución muestral. ...	51
4.3.6.	Cálculo del estadístico de prueba. ....	51
4.3.7.	Gráfico. ....	51
4.3.8.	Decisión y conclusión. ....	52
5.	Discusión de resultados. ....	53
6.	Conclusiones. ....	58
7.	Sugerencias. ....	59
8.	Referencias bibliográficas. ....	60
	Anexo 01: Matriz de consistencia. ....	67
	Anexo 02: Consentimiento informado. ....	69
	Anexo 03: Instrumentos de recolección de datos. ....	70

Anexo 04: Operacionalización de variables. ....	73
Anexo 05: Validación de instrumentos .....	74

## CAPÍTULO I

### 1. El problema de Investigación

#### 1.1. Descripción del problema de investigación

El estudio y aprehensión de los conceptos sobre las Funciones Racionales en los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL, como futuros docentes de especialidad, es importante; sin embargo, su dominio no es el adecuado para el nivel.

Los estudiantes de la Carrera, tienen dificultades en el aprendizaje de las funciones polinómicas, referidos a gráficos, dominio, rango, asíntotas, intercepto, y otros temas pertinentes a funciones, esta falencia hace que los tópicos de temas afines no se entiendan por falta de un soporte básico, denominado saberes previos (Paragua, Ortega, et al., 2021).

Lo dicho genera problemas concernientes al aprendizaje del álgebra en la educación básica; es decir, los estudiantes no pueden articular los conceptos, como: dominio de una función, discontinuidad, asíntotas y expresiones algebraicas equivalentes, a fin de poder caracterizar las funciones racionales desde lo algebraico y lo gráfico (Planchart, 2005).

Los docentes también son un tanto responsables por el aprendizaje de las funciones racionales, habiendo determinado el nivel de saberes previos de los estudiantes no han sido capaces de retroalimentarlos en los temas faltantes, para que tengan éxito en el aprendizaje de funciones racionales; esto, está complementado con el dominio de algunas teorías didácticas, sería básico que tanto docentes como estudiantes de la carrera de matemática y física, asuman su rol (Noreña, 2013).

Los estudiantes, en general, tienen dificultades de aprendizaje de las funciones polinomiales, esto se agrava con las funciones racionales, requiere un dominio mayor de conceptos para poderlos analizar y entenderlo adecuadamente; a veces, hay conceptos como que son discontinuas, porque su denominador es cero y ello implica la existencia de una asíntota en dicho valor, la cual genera conflictos de

aprendizaje en los estudiantes debido a la experiencia que ellos han tenido previamente con el estudio de las funciones polinómicas; en este caso, las funciones racionales tienen como dominio al conjunto de los números reales menos el número que anula al denominador (Paragua, 2014a).

En el aprendizaje de funciones racionales, lo descrito presenta conflictos con un fuerte cambio conceptual, que conlleva a estudiar los conceptos de: dominio, rango, funciones racionales, ya que el dominio no siempre está dado por el conjunto de números reales, pues se discriminan los valores en las cuales la expresión del denominador es cero (Torres & Calderón, 2000).

Los futuros docentes de matemática y física, desconocen la trascendencia que tiene el conjunto de referencias para graficar a las funciones racionales, además, las asíntotas vertical y horizontal, y de otros tipos de comportamientos propios de las funciones racionales.

El aprendizaje de funciones racionales tiene su base en que los futuros docentes de especialidad aprehendan el concepto de función para enlazarlos con los sistemas de representaciones que conducen a la gráfica y posterior modelación; también el aprendizaje debe ser con soporte del software GeoGebra que permite graficar a las funciones en el momento, en consecuencia, teniendo la gráfica a la vista, las unidades de análisis pueden deducir los otros comportamientos de las funciones racionales (Herrera & Muñoz, 2014).

La dificultad de los estudiantes, está en establecer relaciones lógicas entre los conceptos que se definen en clase y la aplicación de estos en la representación gráfica, la intención es reducir esa brecha, esperando que los futuros docentes de matemática y física puedan integrar los cuatro componentes de representación de las funciones que son lo numérico, tabular, gráfico y algebraico (Paragua, et al., 2021).

El futuro docente debe aprender a reconocer fácil y eficientemente el tipo de relación existente entre la representación gráfica de una función y el tipo o naturaleza de ésta; por ejemplo, las gráficas de parábolas asociadas a funciones

cuadráticas y las gráficas con asíntotas asociadas con funciones racionales; además, deben entender la simetría de las gráficas, el grado del polinomio con el tipo de gráfica que le corresponde, el intercepto del gráfico con los ejes, asíntotas horizontales, verticales e inclinadas, también deben de conocer sobre los valores máximos y mínimos, etc. (García et al., 2014).

Lo descrito permite formular la interrogante de investigación siguiente:

## **1.2. Formulación del problema**

### **1.2.1. Problema general**

¿En qué medida la aplicación del método analítico mejora el aprendizaje de funciones racionales en estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020?

### **1.2.2. Problemas específicos**

- ¿Cuál es el nivel de saberes previos respecto a funciones racionales en estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020?
- ¿Cuál es el nivel de aprendizaje de funciones racionales durante la aplicación del método analítico en estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020?
- ¿Cuál es el nivel de aprendizaje de funciones racionales al finalizar la aplicación del método analítico en estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020?
- ¿Cuál es el nivel de aprendizaje de funciones racionales antes y después de la aplicación del método analítico en estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020?



- ¿Cuál es el nivel de aprendizaje de funciones racionales con y sin la aplicación del método analítico en estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020?

### **1.3. Objetivos**

#### **1.3.1. Objetivo general**

Probar que la aplicación del método analítico mejora el aprendizaje de funciones racionales en estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020.

#### **1.3.2. Objetivos específicos**

- Determinar el nivel de saberes previos respecto a funciones racionales en estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020.
- Determinar el nivel de aprendizaje de funciones racionales durante la aplicación del método analítico en estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020.
- Determinar el nivel de aprendizaje de funciones racionales al finalizar la aplicación del método analítico en estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020.
- Comparar, analizar y evaluar el nivel de aprendizaje de funciones racionales antes y después de la aplicación del método analítico en estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020.
- Comparar, analizar y evaluar el nivel de aprendizaje de funciones racionales con y sin la aplicación del método analítico en estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020.

### **1.4. Justificación e importancia**

El desarrollo del estudio ayuda a entender que la aplicación del método analítico facilita el conocimiento de todas las características de las funciones racionales,

como son: el dominio, tomando en cuenta las restricciones; también, el rango y de manera fundamental la gráfica que se construye usando el software GeoGebra.

La importancia estriba en que todo ello se hizo vía la investigación; eso quiere decir, que el conocimiento producto de una investigación científica, y como aporte beneficia a la nueva generación de docentes de matemática de la Región.

### **1.5. Viabilidad**

La investigación es viable porque se cuenta con acceso a la muestra que son los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, también se cuenta recursos económicos para solventar los egresos vinculados a la investigación, y, también se cuenta con la voluntad de hacer el estudio.

## 1.6. Hipótesis

### 1.6.1. Hipótesis general

- **H<sub>0</sub>:** La aplicación del método analítico no mejora el aprendizaje de funciones racionales en estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020.
- **H<sub>a</sub>:** La aplicación del método analítico mejora el aprendizaje de funciones racionales en estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020.

### 1.6.2. Hipótesis específicas

- El nivel de saberes previos respecto a las funciones racionales es regular, en los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020.
- El nivel de aprendizaje de funciones racionales mejora durante la aplicación del método analítico en los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020.
- El nivel de aprendizaje de funciones racionales se maximiza al finalizar la aplicación del método analítico en los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020.
- La comparar horizontal del nivel de aprendizaje de funciones racionales antes y después de la aplicación del método analítico determina el estado final de las unidades de análisis del grupo experimental.
- La comparar cruzada del nivel de aprendizaje de funciones racionales con y sin la aplicación del método analítico determina la efectividad de la efectividad del método aplicado en los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020

## 1.7. Variables

### 1.7.1. Variable independiente

Método analítico

### 1.7.2. Variable dependiente

Aprendizaje de funciones racionales.

## 1.8. Operacionalización de variables

Tabla 1

*Operacionalización de variables*

Variables	Dimensiones	Indicadores	Instrumento
V.I. Método analítico	Diagnóstico de saberes previos	(PE: 1-10) Anexo 2	Prueba de Entrada
	Grado de aprendizaje en proceso	(PP: 1-10) Anexo 2	Prueba de Proceso
V.D. Aprendizaje de funciones racionales	Grado de aprendizaje final	(PS: 1-10) Anexo 2	Prueba de Salida
	Saber previo	(PE: 1-10) Anexo 2	Prueba de Entrada
	Aprendizaje en proceso	(PP: 1-10) Anexo 2	Prueba de Proceso
	Aprendizaje final	(PS: 1-10) Anexo 2	Prueba de Salida

Fuente: Variables

Diseño: Los Investigadores

## 1.9. Definición operacional de variables

- **Método analítico**

Es un modelo de estudio científico que se basa en la experimentación en general aplicando la lógica empírica (Rodríguez & Pérez, 2017).

A través de este método se analiza el fenómeno en estudio, mediante la descomposición en sus elementos básicos.

El método analítico durante la investigación permite desmembrar el todo, descomponiéndolo en sus partes o elementos básicos para observar las causas, naturaleza y los efectos, a través de la observación y examen de un hecho en particular.

- **Funciones racionales**

Se define como el cociente de polinomios en los cuales el denominador tiene un grado de por lo menos uno; es decir, debe haber una variable en el denominador.

La forma general de una función **racional** es:  $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$  donde  $P(x)$  y  $Q(x)$  son polinomios y  $Q(x) \neq 0$ .

Una función es concebida como una ley que regula la dependencia entre cantidades o variables (Godino & Font, 2003).

- **Aprendizaje de funciones racionales**

El aprendizaje de funciones racionales consiste saber que el dominio está definido en todos los valores de  $x$  que no anulan al denominador; es decir, saber que el denominador nunca puede ser cero.

Las asíntotas horizontales son las tendencias de una función y se conoce calculando los límites de la función.

La asíntota vertical es una recta vertical y puede provocar en una función un cambio de concavidad.

## CAPÍTULO II

### 2. Marco Teórico

#### 2.1. Antecedentes

- (Chancusig et al., 2017), desarrolló el estudio: Utilización de recursos didácticos interactivos a través de las TIC's en el proceso de enseñanza aprendizaje en el área de matemática; de tipo explicativa; diseño cuasiexperimental; concluyendo dijo que las clases de la asignatura de matemática son aburridas debido generalmente a la falta de aplicación de estrategias innovadoras, por lo cual los recursos didácticos interactivos son fundamentales para reanimar a los estudiantes, promoviendo el libre desarrollo del pensamiento y potenciando la capacidad intelectual; A razón de que los docentes siguen utilizando una metodología tradicionalista en el área de matemática los estudiantes no apropian con facilidad, y no manifiestan interés por recibir y aprender sobre la materia, presentando problemas al momento de resolver los ejercicios, en consecuencia, sus calificaciones son bajas.
- (Alvino et al., 2017), desarrollan la investigación: El criterio de la primera y segunda derivada y el aprendizaje de la gráfica de funciones en alumnos de la carrera profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL – 2015; de tipo explicativo, diseño cuasiexperimental, con un grupo experimenta y otro de control, con los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL; y a través de una prueba de hipótesis de la diferencia de dos medias, concluyeron que el valor  $Z$  de Prueba = 7,09 se ubica a la derecha de  $z$  crítica = 1,96; que es la zona de rechazo, por lo tanto se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alternativa; con ello, probaron que el uso del criterio de la primera y segunda derivada como método mejora el nivel de aprendizaje de la gráfica de funciones en los alumnos de la Carrera Profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL 2015.
- (Paragua, M. 2014), desarrollan la investigación: El método gráfico y el aprendizaje del dominio y rango de funciones en alumnos de la carrera profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL-2014, se propusieron

mejorar el nivel de aprendizaje del dominio y rango de funciones aplicando el método gráfico, para la cual desarrollaron una investigación de tipo Explicativo y diseño cuasi experimental, con un grupo experimenta y otro de control, con alumnos de la especialidad de Matemática y Física de la UNHEVAL; con la finalidad de mejorar el nivel de la investigación ensayaron una prueba de hipótesis de la deferencia de dos medias, donde el valor  $Z$  de Prueba = 7,47 se ubica a la derecha de  $z$  crítica = 1,96; que es la zona de rechazo, por lo tanto se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alternativa; entonces manifiestan que se ha probado que el uso del método gráfico mejora el nivel de aprendizaje del dominio y rango de funciones en los alumnos de la especialidad de matemática y física de la UNHEVAL 2014.

- (Paragua & Torres, 2015), desarrollan la investigación: Estandarización de nomenclaturas y sumillas y el aprendizaje de la estadística aplicada en la escuela de post grado. UNHEVAL – 2013, se propusieron mejorar el nivel de aprendizaje de la estadística aplicada a través de la estandarización de nomenclaturas y sumillas, para la cual desarrollaron una investigación de tipo Explicativo y diseño cuasiexperimental, con un grupo experimenta y otro de control, con alumnos de la Escuela de Post Grado de la UNHEVAL; con la finalidad de mejorar el nivel de la investigación ensayaron una prueba de hipótesis de la diferencia de dos medias, donde el valor  $Z$  de Prueba = 3,72 se ubica a la derecha de  $z$  crítica = 1,96; que es la zona de rechazo, por lo tanto se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alternativa; es decir se tiene indicios suficientes que prueban que la estandarización de nomenclaturas y sumillas mejora el nivel de aprendizaje de la Estadística en la Escuela de Post Grado. UNHEVAL – 2013.
- (Barrios, L. C. 2019), desarrolla la tesis: Método de proyecto productivo y el aprendizaje de química general en estudiantes del primer ciclo de la Facultad de Ingeniería Industrial de la Universidad Nacional Federico Villarreal; se propuso mejorar el aprendizaje de la química a través de la aplicación del método de proyecto productivo; la investigación fue de tipo

explicativo y diseño cuasiexperimental y concluye que existe una relación directa y significativamente entre el método de proyecto productivo y el juicio crítico en estudiantes del I ciclo en la Facultad de Ingeniería Industrial de la Universidad Nacional Federico Villarreal.



## **2.2. Bases Teóricas**

### **2.2.1. Método analítico**

La aplicación del método analítico se hace en distintos campos y disciplinas, pero es pertinente en la investigación. El análisis permite comprender la esencia de un todo y la naturaleza de sus partes; en caso del estudio, permitirá conocer la naturaleza, comportamiento de las funciones racionales.

Se debe entender que el razonamiento científico es un estricto proceso deductivo; sin embargo, en el método científico todo es considerado como una máquina, y para entenderlo se debe descomponer en partes elementales que permitan estudiar, analizar y comprender sus nexos, interdependencia, conexiones, entre el todo y sus partes (Ruiz, 2007).

Es preciso decir que el razonamiento científico es un método de observación, experimentación y análisis, en base a ellos, se formula la hipótesis y luego se la comprueba. La contrastación dialéctica entre la teoría y la práctica es la esencia del método científico, pues a través de ella, se formaliza las experiencias o prácticas, que es la etapa de la teorización, y luego, se hacen las formalizaciones teóricas para examinar su validez y con su aplicación intentar modificar la realidad donde se aplican (Lopera et al., 2010).

La aplicación del método analítico implica la desmembración del todo en sus partes o componentes y observar las causas, naturaleza y efectos que producen la interacción entre ellos, a través de la observación, análisis y evaluación de un hecho en particular para medir y conocer el objeto en estudio, para el estudio son las funciones racionales (Gauchi, 2017).

### **2.2.2. El método analítico en Pedagogía**

Un auténtico maestro es y constante aprendiz que conoce su ignorancia, debilidades, carencias, pero ha aprendido una manera, un método de enfrentarlas, de aprender de ellas. Y eso es lo que enseña: cómo aprende él. Se convierte en un instrumento, un vehículo, un medio que permite al estudiante conocerse, aprender como él y por medio de él (Lerner & Gil, 2001a).

En cualquier sociedad, es a través de la educación que se transmiten los valores, tradiciones y costumbres como la práctica de enseñar y aprender. La educación desde la crianza de los hijos hasta la transmisión de conocimientos e ideales establecen vínculos entre dos o más sujetos, produciendo un crecimiento o desarrollo.

A través de la aplicación del método analítico se lleva el análisis de un determinado tema hasta el final; es decir, hasta donde las condiciones lo permitan; de otro lado, la función del docente es llevar el discurso a los estudiantes para analizarlos con la diversidad y la diferencia existente entre ellos (Espinoza & Toscano, 2015).

### **2.2.3. El método analítico en el aprendizaje de la matemática**

El método analítico permite abordar las dificultades específicas de aprendizaje que surgen en matemática en general, donde los docentes enfocan su labor con herramientas cognoscitivas que les ayude a propiciar la comprensión de los conceptos matemáticos y llevarlos a una aplicación práctica; en ese sentido el trabajo grupal se orienta a que los estudiantes puedan escuchar, analizar y concebir sus preguntas personales en función a su nivel de conocimientos; por ello, lo básico para los estudiantes, en una asignatura, es analizar cómo aprende, y a la vez, debe aprender, cómo analizar (Lerner & Gil, 2001b).

Básicamente, en matemática lo que se busca es cambiar la estrategia de solucionar problemas de manera rutinaria por otro con actitud analítica para lo que se debe adaptar a situaciones adecuadas que permita detectar falencias cognitivas, ello les permitirá aprehender estrategias para la solución de muchos problemas y potenciar su aprendizaje (Alvarez, 2017).

### **2.2.4. Bases epistemológicas y Teorías pedagógicas**

- La epistemología es saber del saber, y a su vez es la dimensión filosófica que se encarga de estudiar a la investigación científica y su producto que es el conocimiento científico; y, es iniciado por Aristóteles y sistematizado por Carnap; en ese sentido, el desarrollo de la ciencia en la actualidad es notable y se ha admitido a las ciencias de la educación con carácter de

científico, por lo tanto, a la pedagogía como guía de todas las otras ciencias de la educación, como: Historia de la educación, Sociología de la educación, Psicología educacional, Filosofía de la educación (Di Gravia, 2006).

- Bruner (1915) dice que las teorías de la enseñanza, de la instrucción, deben ocuparse de la organización y sistematización del proceso didáctico con base en los procesos y las estructuras cognitivas del estudiante (Pujol, 2017).
- La finalidad es integrar la teoría con la práctica de la enseñanza vinculando procesos didácticos y todas las características que éste requiere.
- Una de sus características es generar aprendizajes mediante el descubrimiento guiado, lo que permite al docente llevar de manera natural y espontánea el proceso de construcción de conocimientos del estudiante.
- Propicia la participación activa durante el proceso aprendizaje-enseñanza, a través de presentar problemas reales como un reto a la inteligencia del estudiante para motivarlo a enfrentar su solución.
- Teoría Psicogenética, propiciado por Piaget (1980) sugirió que mediante los procesos de asimilación y acomodación se construyen nuevos conocimientos a partir de las experiencias y luego interiorizado. El proceso de asimilación, es cuando las experiencias se alinean con la representación interna del mundo. La acomodación, es la representación mental del mundo para que sea posible adaptar o incluir nuevas experiencias, y esto, conduce al aprendizaje (Cruz, 2018).
- Teoría Sociocultural de Vygotsky (1934) propone el concepto de zona de desarrollo próximo, como la distancia que separa al nivel real de desarrollo respecto al de desarrollo potencial. En el estudiante, esto se traduce en la diferencia que existe entre los problemas que puede resolver por sí mismo

y los que sólo puede solucionar con la ayuda de otros. Para la teoría sociocultural es vital la intervención del educador y la atención al contexto social y a la capacidad de imitación (Rojo, 2015).

### 2.2.5. Asíntotas de funciones racionales

Las funciones racionales pueden tener una o más asíntotas verticales; sin embargo, puede tener una sola asíntota horizontal, o una sola asíntota oblicua.

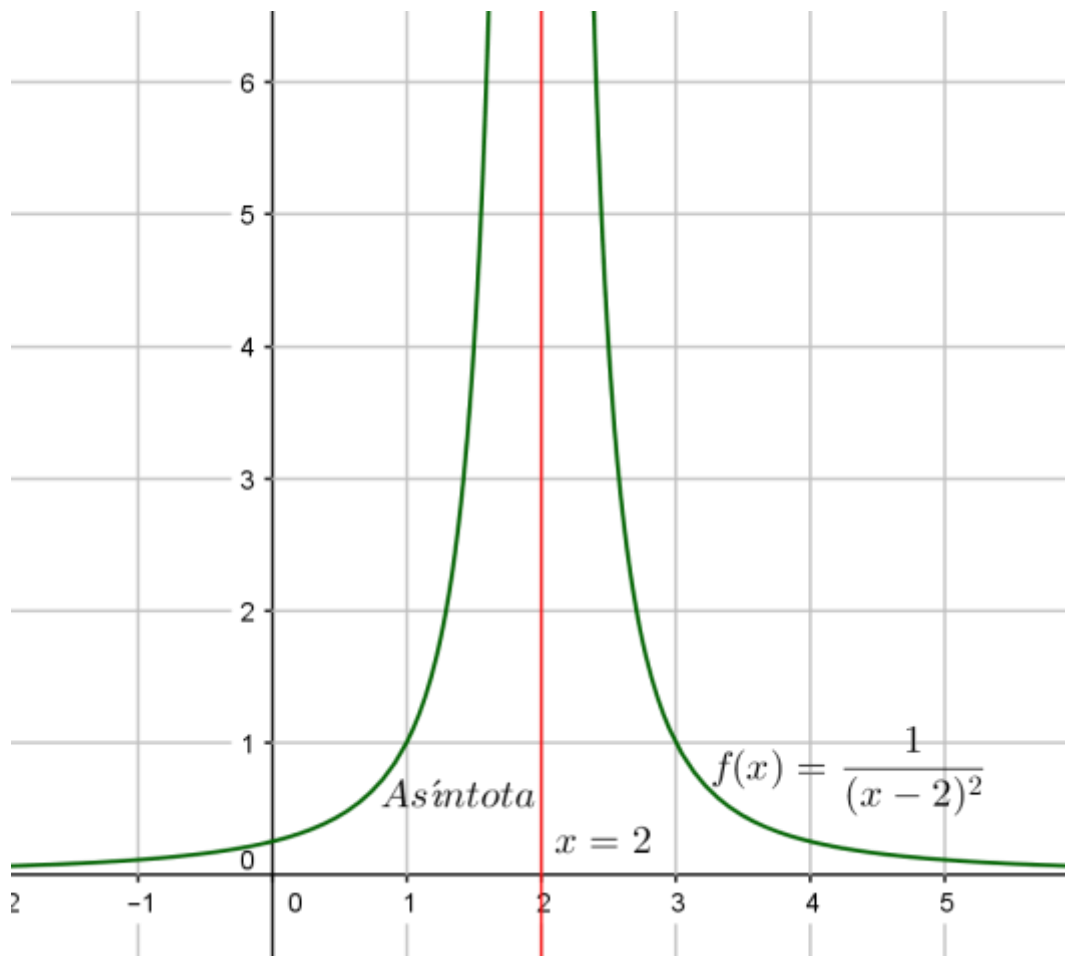
Por naturaleza, las asíntotas son rectas, que hace las veces de límite, es por ello que la función se aproxima de manera indefinida cuando una de las variables tiende al infinito (Contreras & García, 2011).

Las asíntotas verticales son paralelas al eje  $y$ ; por lo tanto, si existe un número  $a$  tal que:  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$ . En este caso particular, la recta  $x = a$  es la asíntota vertical.

Se tiene la función  $f(x) = \frac{1}{(x-2)^2}$  y se quiere hallar el límite de  $f(x)$  cuando  $a = 2$ ; entonces, se tiene:  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \frac{1}{(x-2)^2} \rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \frac{1}{(2-2)^2} = \infty$ , se confirma que 2 es una asíntota vertical de la función analizada.

Ejemplo: En la función:  $f(x) = \frac{1}{(x-2)^2}$  halla la asíntota vertical.

En este caso la vía más rápida para hallarla, es igualando el denominador a 0; entonces,  $(x - 2)^2 = 0 \rightarrow x = 2$  para el ejemplo es la asíntota vertical.

Gráfico 1: Asíntota Vertical  $x = 2$ 

Fuente: Función Racional  $f(x) = \frac{1}{(x-2)^2}$

Diseño: Los Investigadores

### 2.2.6. Análisis de funciones racionales

Son funciones que tienen forma parecida a los números racionales; es decir, hay un numerador y un denominador. Esta clase de funciones se puede representar de forma  $p(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$  con  $g(x) \neq 0$ ; además,  $f(x)$  y  $g(x)$  son funciones polinómicas (Díaz, 2003).

Los siguientes son algunos ejemplos de funciones racionales:

$$f(x) = \frac{1}{x-2}$$

$$f(x) = \frac{2x}{3-x}$$

$$g(x) = \frac{x^2-4}{x^3-9x}$$

$$p(x) = \frac{x^3-4x^2+4x}{3}$$

$$q(x) = \frac{4}{x^2-3x-4}$$

$$h(x) = \frac{2x^2+3x-5}{x^2+2} \text{ entre otras.}$$

La gráfica de una función  $y = f(x)$  es la visualización de la correspondencia entre los elementos del conjunto dominio y los del conjunto imagen mediante su representación iconográfica (Veloz & Farfán, 2014).

El análisis de una función racional implica:

- Determinar el grado de los polinomios  $p(x)$  y  $q(x)$ .

Se pide graficar la función  $f(x) = \frac{k}{x}$  donde  $k \in \mathbb{R}$ ; en este caso, si  $k > 0$  entonces las ramas de la hipérbola estarán en el primer y tercer cuadrante; si  $k < 0$  entonces las ramas de la hipérbola estarán en el segundo y cuarto cuadrante.

Se pide graficar la función  $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ , donde  $a, c \neq 0$ ; en este caso, se determinan una asíntota horizontal de la forma  $y = \frac{a}{c}$  y una asíntota vertical de la forma  $x = \frac{-d}{c}$ .

En funciones de la forma  $f(x) = \frac{a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0}{b_m x^m + b_{m-1} x^{m-1} + \dots + b_1 x + b_0}$  las potencias menores de  $x$  son irrelevantes cuando  $x \rightarrow \pm\infty$ ; esto hace que se tenga los siguientes:

Si  $n = m$  el grado de la función es Indeterminado, se comportará como una función constante y tendrá una asíntota horizontal en  $\frac{a_n}{b_m}$ ; la función tenderá a ese valor cuando  $x \rightarrow \pm\infty$ .

Si  $n < m$  entonces la función tendrá la forma  $\frac{1}{x}$  y su asíntota horizontal será en cero, también la función tenderá a cero cuando  $x \rightarrow \pm\infty$ .

Si  $n > m$  entonces el grado de la función será la diferencia entre el grado del numerador, menos el grado del denominador, la función tenderá a infinito, cuando  $x \rightarrow \pm\infty$ ; si la diferencia de los grados es uno, entonces hay una asíntota oblicua.

- El numerador y el denominador tienen que ser polinomios primos entre sí; es decir irreductibles.
- Identificar las raíces y las indeterminaciones que son las asíntotas de la gráfica de la función.
- Los valores que anulan el numerador son las raíces de la función.
- Los valores que anulan el denominador, son las asíntotas verticales.
- Seccionar en regiones y sus signos en el tramo dividiéndolos en intervalos y usar valores de prueba.
- Identificar la existencia de asíntotas horizontales o de asíntotas oblicuas.
- Determinar el comportamiento de  $f(x)$  cuando  $x \rightarrow \pm\infty$

**Análisis de la función  $f(x) = \frac{1}{x}$ ; con  $x \neq 0$ .**

Es una función racional.

El numerador es una constante.

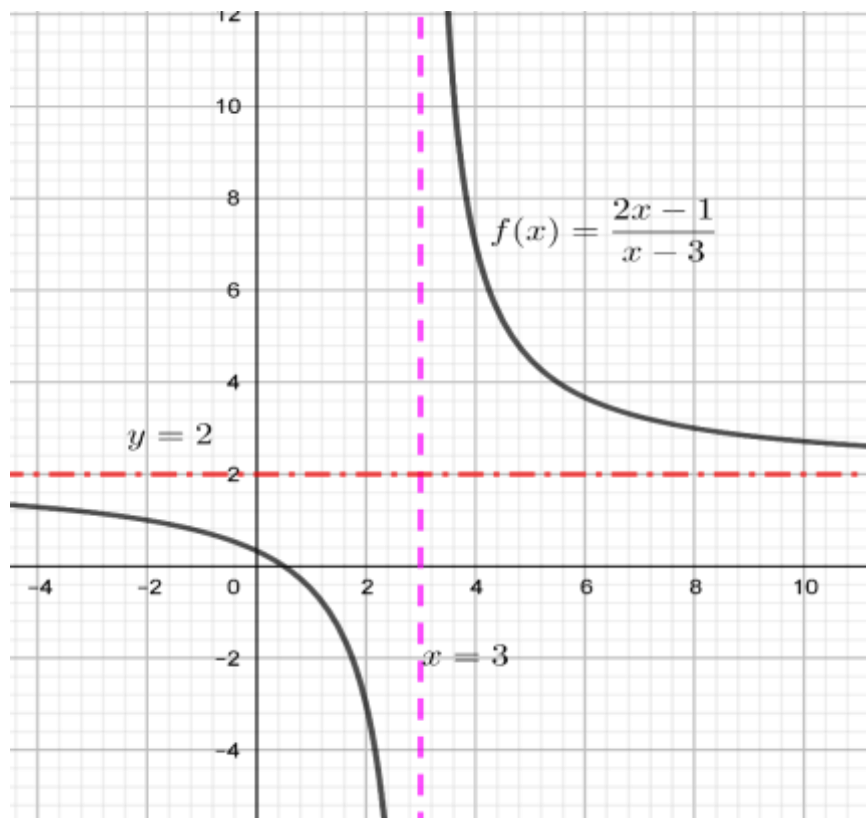
El denominador es una función identidad, o de primer grado.

El dominio son todos los números reales, excepto el cero y se puede representar como Intervalo:  $Dom: (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$ , también de forma conjuntista:  $Dom: \{x \in R \text{ tal que, } x \neq 0\}$ . También se puede decir:  $Dom f(x) = R - \{0\}$ .

Asíntota vertical, se presenta en la indeterminación, es decir, la asíntota vertical es  $x = 0$ .

Asíntota horizontal, se despeja  $x$  en función de  $y$ ; el valor de  $y$  es la que indetermina a la función, y ese valor representa a la asíntota horizontal.

Gráfico 2: Asíntota Horizontal  $y = 2$  y Asíntota Vertical  $x = 3$



Fuente: Función Racional  $f(x) = \frac{2x-1}{x-3}$

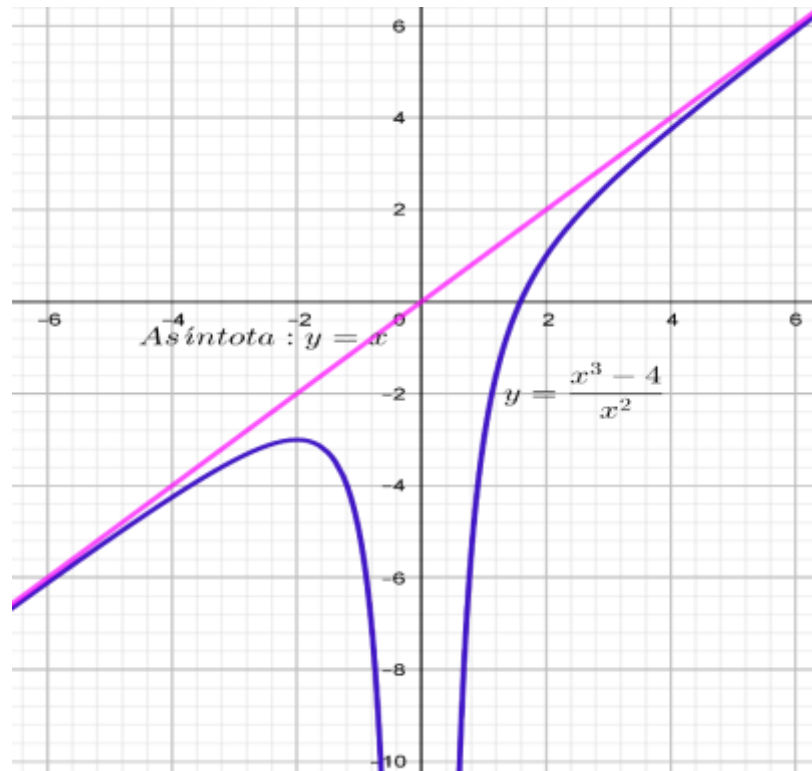
Diseño: Los Investigadores

Asíntotas oblicuas, son rectas auxiliares inclinadas, éstas se generan en las funciones racional donde el grado del polinomio del numerador es una unidad mayor que la del denominador.

Para determinar las asíntotas vertical y horizontal de la gráfica de una función racional  $f(x)$ , con  $p(x)$  como numerador de grado  $n$ , y  $q(x)$  como denominador de grado  $m$  y si no tienen factores comunes, entonces:



- Si  $a$  es un cero real de  $q(x)$ , entonces  $x = a$  es una asíntota vertical para la gráfica de la función.
- Si  $n = m$ , entonces  $y = a_n/b_m$  (cociente de los coeficientes principales), es una asíntota horizontal para la gráfica de la función.
- Si  $n < m$ , entonces  $y = 0$  es una asíntota horizontal para la gráfica de la función.
- Si  $n > m$ , entonces la gráfica de la función no tiene asíntota horizontal.
- Si  $n = m + 1$ , entonces el cociente  $y = mx + b$  de  $p(x)$  y  $q(x)$ , es una asíntota inclinada para la gráfica de la función.

Gráfico 3: Asíntota Oblicua  $y = x$ 

Fuente: Función Racional  $y = \frac{x^3-4}{x^2}$

Diseño: Los Investigadores

El rango de la función  $f(x) = \frac{1}{x} \rightarrow x = \frac{1}{f(x)}$ ; con  $f(x) \neq 0$ ; luego el Rango es:  
 $Ran f(x) = R - \{0\}$

Una función  $f(x)$ , está definida en un valor de  $x$ , si al evaluar  $f(x)$  produce un número real.

Para las funciones racionales, se debe excluir del conjunto de los números reales, cualquier valor que hace que el denominador sea igual a cero.

**Intersecciones**, la gráfica de una función  $y = f(x)$ , exige primero averiguar si la mencionada gráfica tiene intersecciones. Un punto sobre el eje  $x$  tiene la forma  $(x, 0)$ , entonces  $x$  es el dominio y la intersección  $y$  es el punto sobre el eje  $y$ ; o sea:  $(0, f(0))$

**Ejemplo 01:** Determina el dominio de  $f(x) = \frac{2}{4x-1}$

Desarrollo:

Como el denominador tiene que ser diferente de cero, entonces:

$$4x - 1 = 0 \rightarrow x = \frac{1}{4}$$

Por lo tanto, el análisis hecho nos dice que el dominio de la función son los números reales, excepto  $x = 1/4$

Luego el dominio como intervalo sería:  $Dom: (-\infty, \frac{1}{4}) \cup (\frac{1}{4}, \infty)$

También el dominio como conjunto es:  $Dom = \{x \in R \text{ tal que, } x \neq \frac{1}{4}\}$

**Ejemplo 02:** Analiza la función racional:  $f(x) = \frac{5x}{x^2-4}$

Solución

Aplicando el método analítico:

El denominador se iguala a cero:  $x^2 - 4 = 0 \rightarrow x = \pm\sqrt{4} \rightarrow x = \pm 2$

Entonces el dominio de  $f(x)$  son todos los Reales excepto  $x = 2$  y  $x = -2$

Luego el dominio como intervalo sería:  $Dom: (-\infty, -2) \cup (-2, 2) \cup (2, \infty)$

El dominio como conjunto es:  $Dom: \{x \in R \text{ tal que, } x \neq 2 \text{ y } x \neq -2\}$

**Ejemplo 03:** Analiza la función  $f(x) = \frac{3x^2-1}{x^3-2x^2-15x}$

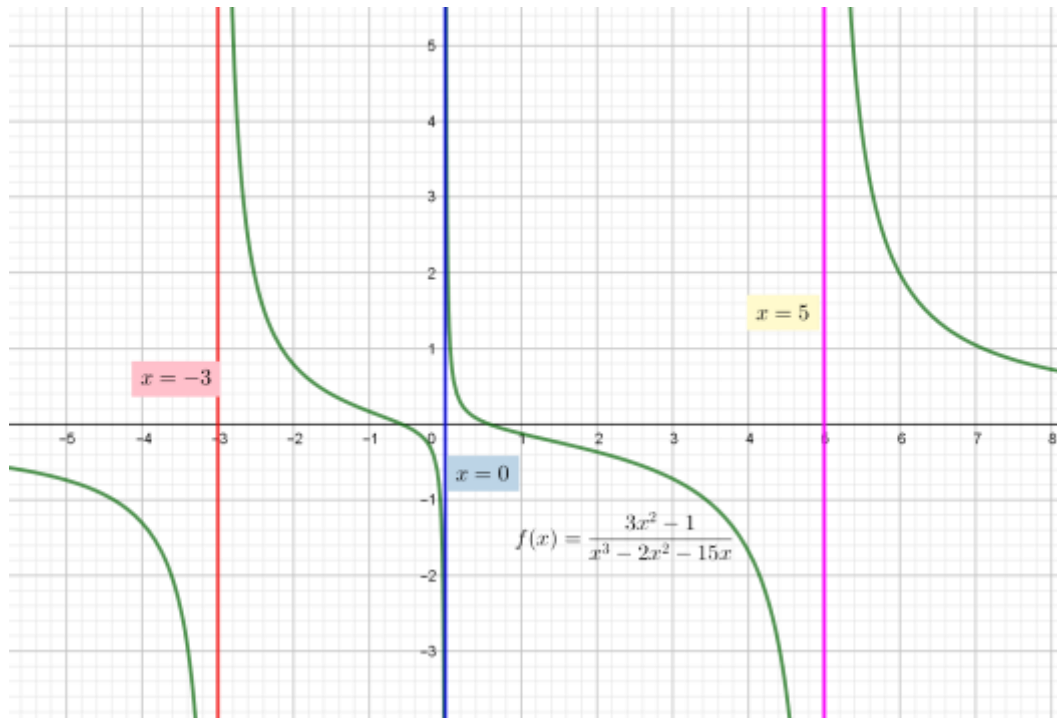
Solución:

Aplicando el método analítico:

El primer paso es igualarlo a 0 y hallar las raíces de la ecuación de tercer grado.

Entonces  $x^3 - 2x^2 - 15x = 0 \rightarrow x(x - 5)(x + 3) = 0 \rightarrow x = -3; x = 0; x = 5$

Son valores para los cuales se anula el denominador, por lo tanto, representan las asíntotas verticales; además, el dominio son los reales, excepto los números  $-3; 0; 5$ . Entonces el dominio como intervalo es:  $Dom f(x) = (-\infty, -3) \cup (-3, 0) \cup (0, 5) \cup (5, \infty)$ .

Gráfico 4: Asíntota Verticales  $x = -3$ ;  $x = 0$ ;  $x = 5$ 

Fuente: Función Racional  $f(x) = \frac{3x^2-1}{x^3-2x^2-15x}$

Diseño: Los Investigadores

**Ejemplo 04:** Analiza la función  $f(x) = \frac{2x-5}{x-3}$

Solución

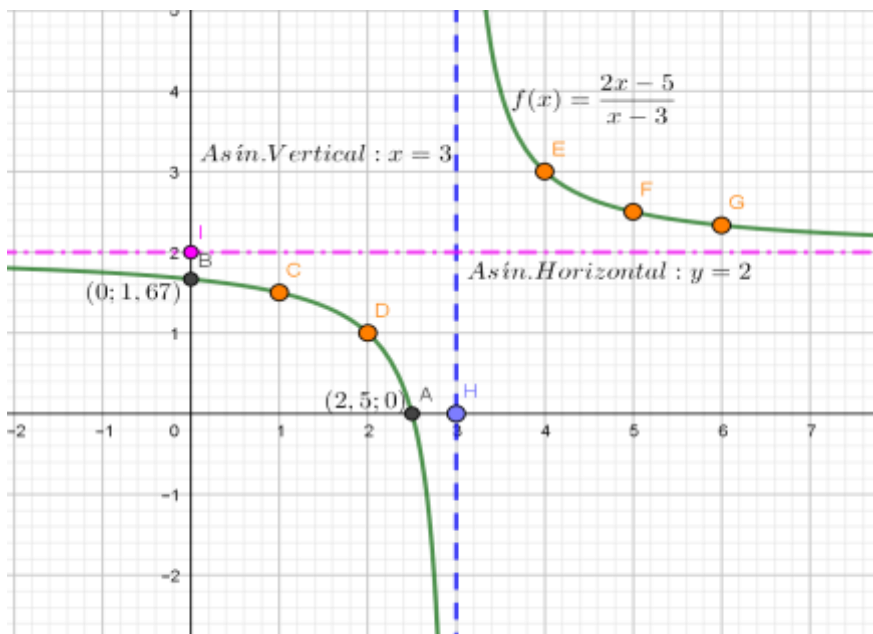
Aplicando el método analítico, se observa que:

- Es una función racional.
- La asíntota vertical se halla igualando el denominador a cero, entonces:  
 $x - 3 \neq 0 \rightarrow x \neq 3$ , luego, la asíntota pasa de forma vertical por 3 sobre el eje x.
- El valor de la asíntota horizontal se halla con la siguiente relación:  $\frac{CN}{CD}$ ; CN es coeficiente del numerador y CD es coeficiente del denominador, entonces:  $\frac{CN}{CD} = \frac{2}{1} = 2 = \text{Asíntota horizontal}$ .
- El Dominio de  $f(x) = \{x \in \mathbb{R} \text{ tal que } x \neq 3\}$

- El Rango de  $f(x) = \{x \in \mathbb{R} \text{ tal que } x \neq 2\}$
- Hallando el intercepto con el método de **ceros**, entonces: Haciendo  $y = 0 \rightarrow 0 = \frac{2x-5}{x-3} \rightarrow 0(x-3) = 2x-5 \rightarrow x = \frac{5}{2}$ ; entonces el par ordenado es  $(2,5; 0)$  es el punto de intersección del gráfico con el eje  $x$ .
- En este caso, haciendo  $x = 0 \rightarrow y = \frac{2(0)-5}{0-3} \rightarrow y = \frac{5}{3}$ ; entonces el par ordenado es  $(0; 1,67)$  es el punto de intersección del gráfico con el eje  $y$ .
- Hallando los puntos sobre el gráfico para valores de  $x$ , antes y después de la asíntota:

<b>x</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
<b>y</b>	<b>1,5</b>	<b>1</b>	<b>Ind.</b>	<b>3</b>	<b>2,5</b>

Gráfico 5: Asíntota Verticales  $f(x) = \frac{2x-5}{x-3}$



Fuente: Función Racional  $f(x) = \frac{2x-5}{x-3}$

Diseño: Los Investigadores

### Definición conceptual de Términos.

- **Método analítico**

Es un método de investigación que consiste en la desmembración de un todo, descomponiéndolo en sus partes o elementos para observar las causas, la naturaleza y los efectos (Ruiz, 2006).

- **Función racional**

Es el cociente de polinomios en los cuales el denominador tiene un grado por lo menos uno; es decir, debe tener una variable en el denominador. Está definido como:  $f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$  en donde, tanto el numerador como el denominador son funciones, en donde  $q(x) \neq 0$ .

- **Análisis**

Es la observación y examen de un hecho particular que permite conocer al objeto en estudio y se puede explicar, hacer analogías, comprender su comportamiento e inferir nuevas teorías (Ruiz, 2006).

Examen detallado de un objeto para conocer sus características, cualidades, estado, etc., a partir de ello se sacan conclusiones que se realizan considerando por separado las partes que la constituyen.

- **Analizar**

Es desintegrar, descomponer un todo en sus partes para estudiar en forma intensiva cada uno de sus elementos, además, las relaciones entre los elementos y con el todo.

Es estudiar las características de las funciones a fin de describirlos con precisión todas sus características, entre ellas se tiene: dominio, rango o recorrido, ceros, signo, monotonía (crecimiento y decrecimiento), curvatura (concavidad, convexidad, puntos de inflexión, acotación (supremos e ínfimos), simetría, periodicidad.

- **Ceros de una función**

Son los puntos de corte con el eje horizontal  $x$ . Su importancia está en que en ellos la función puede cambiar de signo. Para hallar los ceros a partir de la expresión analítica ( $f(x) = 0$ ), se resuelva la ecuación de la función. Si se tiene la gráfica de la función, los ceros son los puntos de corte del gráfico con el eje  $x$ .

- **Signos de la función**

Los signos de una función son el conjunto de valores de  $x$  para los cuales  $f(x) > 0$ , signo positivo, y el conjunto de valores para los cuales  $f(x) < 0$ , signo negativo.

- **Monotonía de una función**

Es el estudio de su crecimiento y su decrecimiento, los máximos y mínimos.

- **Curvatura de una función**

Es entender su concavidad y su convexidad, también sus puntos de inflexión.

- **Acotación de una función**

Una función es acotada por arriba cuando el valor de sus imágenes nunca supera un determinado valor constante. Es acotada por abajo cuando el valor de sus imágenes nunca es inferior a un determinado valor constante.

- **Función**

Una función de un conjunto  $A$  en un conjunto  $B$  es una regla de correspondencia que asigna a cada elemento  $x$  en  $A$ , exactamente un elemento  $y$  en  $B$ .

- **Dominio de una función**

Es el conjunto de todos los números para los cuales una función está definida.

- **Rango de una función**

Es la imagen de la función.

- **Asíntota de funciones racionales**

Una recta es asíntota de una la función racional, si la distancia entre un punto sobre la curva y la recta se aproxima a cero a medida que el punto se aleja del origen de coordenadas.

Las asíntotas son líneas que nunca tocan a la función, pero se encuentran muy cercanas a ella.

- **Asíntotas verticales**

Son las rectas auxiliares y son paralelas al eje  $y$ .

- **Asíntotas horizontales**

Son rectas auxiliares paralelas al eje  $x$ .



### CAPÍTULO III

#### 3. Metodología.

##### 3.1. Ámbito

La investigación se realizó con los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física de la Facultad de Ciencias de la Educación de la UNHEVAL, ubicada en la Ciudad Universitaria de Cayhuayna durante el año académico 2020, con los futuros docentes de los ciclos pares, haciendo un total de noventa y ocho estudiantes; la muestra estuvo conformado por cuarenta y dos estudiantes de los ciclos VIII y X, tomados con un tipo de muestreo no aleatorio. El Campus de la Universidad Nacional Hermilio Valdizán está ubicada en la Ciudad Universitaria de Cayhuayna en el distrito de Pillco Marca.

##### 3.2. Población y Muestra

La investigación se hizo considerando a todos los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL, del ciclo par, matrícula 2020, distribuidos según la tabla N° 01

##### 3.2.1. Población

Tabla 2

*Población estudiantil de la Carrera Profesional de Matemática y Física*

CICLO	N° ESTUDIANTES
II	15
IV	20
VI	21
VIII	22
X	20
TOTAL	98

Fuente: Nómina de matrícula Carrera Profesional de Matemática y Física 2020

Diseño: Los Investigadores

### 3.2.2. Muestra

Tabla 4

*Muestra estudiantil de la Carrera Profesional de Matemática y Física*

CICLO	GRUPO CONTROL	GRUPO EXPERIMENTAL
II	15	
IV	20	
VI	21	
VIII		22
X		20
TOTAL	56	42

Fuente: Nómina de matrícula Carrera Profesional de Matemática y Física 2020

Diseño: Los Investigadores

### 3.3. Nivel y tipo de Investigación

#### 3.3.1. Nivel de Investigación

El nivel de investigación es explicativo (Paragua et al., 2022), porque se conduce la variable autónoma esperando una consecuencia en la variable dependiente.

#### 3.3.2. Tipo de Investigación

El tipo de investigación es aplicada (Paragua, 2014), es decir, se aplica la variable independiente sobre la variable dependiente, y, ese proceso es la manipulación de la variable independiente esperando un resultado en la variable dependiente.

Durante la investigación se utilizó el método analítico sobre los temas problema proyectados durante todo el proceso aprendizaje-enseñanza, esperando un mejor nivel de aprendizaje de las funciones racionales que se observó a través de las notas que, es el rendimiento académico que obtuvieron las unidades de análisis en la prueba de entrada, prueba de proceso y prueba de salida, de los futuros docentes de matemática y física de la región.

El estudio puede servir de referente en cualquier otra pesquisa con unas ligeras modificaciones de contextualización de los instrumentos de recolección de datos, aplicando la ética investigativa del nuevo pesquisidor.

### 3.4. **Diseño de la Investigación.**

La investigación se desarrolla con el diseño cuasiexperimental (Paragua et al., 2022), se trabajó con dos grupos: un grupo experimental (GE) que recibió los beneficios de la aplicación de la variable independiente, y otro, grupo de control (GC) que no gozaron de lo mismo que el grupo experimental, debido al rol de controlar que cumplían.

El esquema del diseño es el siguiente:

**GE. O1.....x.....O2.....x.....O3**  
**GC. O1.....O2.....O3**

#### **Leyenda**

GE = Grupo experimental

GC = Grupo de control

O1 = Observación 1 corresponde a la prueba de entrada (PE)

O2 = Observación 2 corresponde a la prueba de proceso (PP)

O3 = Observación 3 corresponde a la prueba de salida o final (PS o PF)

x = Variable independiente (Método Analítico)

### 3.5. **Métodos y descripción de instrumentos de recolección de datos**

Los datos se recolectaron con las pruebas evaluativas tipo prueba escrita debidamente validadas por menor variabilidad y juicio de expertos, con ítems para desarrollar (Paragua et al., 2017).

Se empleó tres pruebas de este tipo con nombres de: prueba de entrada (PE), que permitió diagnosticar el nivel de saberes previos; prueba de proceso (PP) para medir cómo responden los estudiantes a la aplicación de la variable independiente, además, sirvió para tomar la decisión de corregir o potenciar la aplicación de la alternativa de solución al problema encontrado en caso fuese

necesario; y, prueba final (PF), con la finalidad de medir la efectividad de la aplicación de la variable independiente.

Las pruebas fueron construidas en base a diez preguntas o indicadores, los mismos que fueron calificados a dos puntos cada uno, haciendo un total de veinte puntos, lo que permitió calificarlo en la escala vigesimal (Paragua et al., 2021).

### **3.6. Procedimiento o técnicas de procesamiento de datos**

Los datos recolectados fueron procesados con Excel, para hallar los estadígrafos de tendencia central y de dispersión, los mismos que fueron analizados, interpretados, evaluados y presentados a través de distribuciones de frecuencias y gráficos. También con los resultados finales se hizo la prueba de hipótesis para la diferencia de dos medias, aplicándose la distribución normal Z, por ser la muestra mayor de treinta unidades de análisis (Paragua et al., 2022).

### **3.7. Validación y confiabilidad del instrumento**

Los instrumentos fueron las pruebas evaluativas de tipo escrito para desarrollar, con los nombre de prueba de entrada (PE), prueba de proceso (PP) y prueba de salida (PS), dichas pruebas adquirieron su validez y confiabilidad mediante el siguiente proceso: cada uno de ellos se elaboró en su primera versión que fueron aplicados como prueba piloto a un grupo de diez alumnos con las mismas características que la muestra, con las observaciones y sugerencias hechas por el grupo piloto se elaboró la segunda versión de cada uno de los instrumentos que fueron aplicados a otro grupo piloto de diez estudiantes; de la misma forma, con las observaciones hechas en el segundo pilotaje se elaboró la tercera versión de la prueba, que igualmente pasó por un tercer pilotaje; y finalmente, con estas observaciones se elaboró la cuarta versión de cada uno de los instrumentos (Paragua et al., 2022).

Con el proceso descrito se pretende lograr que los instrumentos propuestos para la investigación midan lo pertinente, es decir, haya congruencia entre el instrumento de medida y la propiedad medible; en ese sentido, los instrumentos son válidos cuando miden realmente el indicador, la propiedad o atributo que debe medir.

La validez se muestra a través del grado de seguridad que debe tener todos los instrumentos que permiten lograr resultados equivalentes o iguales en otros procesos de recolección de datos con una simple contextualización de los instrumentos.

La confiabilidad como grado de consistencia de los puntajes obtenidos por un mismo grupo de estudiantes en una serie de pilotajes tomadas con la versión final de los instrumentos, denotando estabilidad y constancia de los puntajes y deben mostrar variaciones en bajada y ello indica la homogenización de los conocimientos adquiridos durante la ejecución de la investigación.

### **3.8. Procedimiento**

Durante el procedimiento se determinó que los participantes se caracterizan por ser estudiantes del cuarto año de secundaria de ambos sexos; en ese sentido, 30 de ellos pertenecientes a la sección A participaron como grupo de control; y, 30 de los otros pertenecían a la sección B y participaron como grupo experimental.

Una característica fundamental de dichas unidades de análisis es que fueron seleccionados a través de un examen de selección para su ingreso al Colegio Nacional de Aplicación de la UNHEVAL, por ello se presumió que eran estudiantes con condiciones académicas de nivel medio hacia arriba, hecho que se comprobó con la aplicación y procesamiento de la prueba de entrada ya que la media de saberes previos se ubicó en la clase *aprendizaje bueno* sobre la escala de calificación asumida para la presente investigación.

### **3.9. Tabulación y análisis de datos**

Los datos recogidos constituyen notas en la escala vigesimal, ellos miden el nivel de aprendizaje sobre el problema en estudio como producto de la alternativa de solución propuesto por el investigador, los cuales son cargados a un software estadístico y arroja como resultado estadígrafos, como: las medidas de tendencia central, las medidas de dispersión, las medidas de forma, los valores extremos, y otros.

El análisis de dichos estadísticos corre a cuenta del investigador, quien en base al marco teórico que tiene sobre la investigación comparará, analizará y evaluará; y, al final estará en condiciones de dar las conclusiones sobre lo encontrado como producto del análisis y comparación de los resultados hallados, tanto en el grupo experimental como en el grupo de control.

### **3.10. Consideraciones éticas**

La realización de la investigación científica y el uso de conocimientos científicos como referencias, demanda una conducta ética por parte del investigador; en ese sentido, las conductas no éticas corrompen a la ciencia, produce sesgos y en general no se produce el avance de la ciencia.

La ventaja para no caer en la subjetividad en las investigaciones del enfoque cuantitativo, tiene su base en su redacción que siempre es en tercera persona, además, generalmente resuelve problemas satisfaciendo necesidad de la sociedad; es debido a ello, que la ética debe regular la conducta del investigador.

## CAPÍTULO IV

### 4. Resultados

La escala vigesimal que se asume para la evaluación en la investigación es el siguiente:

[00 – 04]	Aprendizaje pésimo
(04 – 08]	Aprendizaje malo
(08 – 12]	Aprendizaje regular
(12 – 16]	Aprendizaje bueno
(16 – 20]	Aprendizaje muy bueno; (Paragua, 2020).

#### 4.1. Análisis descriptivo de resultados G.E.

Tabla 4

*Nivel de saberes previos respecto a funciones racionales en estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020 GE*

Estadísticos	Módulo
Media	8,45
Mediana	9,00
Moda	10,00
Desviación estándar	3,07
Varianza de la muestra	9,42
Coefficiente de asimetría	- 0,46
Rango	12,00
Mínimo	2,00
Máximo	14,00
N	42,00

Fuente: Prueba de Entrada

Diseño: Los Investigadores

La prueba de entrada (PE) se formula y diseña para recoger datos que permita diagnosticar la cantidad de saberes previos que tienen las unidades de análisis, sobre funciones racionales; es un proceso que permite a los investigadores a determinar cuánto de temas prerrequisitos tenían las unidades de análisis antes de aplicar el método analítico sobre los temas planificados para su desarrollo y

se obtenga una adecuada asimilación de dichos temas programados.

En la tabla 4 se muestra que las medidas de tendencia central se ubican sobre la clase de aprendizaje regular, con una ligera tendencia hacia la clase inmediato superior, indicando que los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, tenían un poco menos del cuarenta y cinco por ciento de saberes previos en promedio, sobre funciones racionales, cantidad que era suficiente para un aprendizaje óptimo, sobre todo si ellos eran los futuros docentes de la especialidad en la región; en consecuencia, se decidió por programarles sesiones virtuales de retroalimentación sobre los temas faltantes.

El nivel de saberes previos estaba ubicado como aprendizaje regular sobre la escala de calificación con una *Media* = 8,45; dicho nivel era insuficiente para un aprendizaje de calidad sobre funciones racionales, justificándose la programación de la retroalimentación sobre temas faltantes que les permitiría un aprendizaje óptimo a los futuros docentes de Matemática y Física de la UNHEVAL.

En tanto la *Desviación estándar* = 3,07, se muestra un tanto elevado; por lo que los saberes previos de las unidades de análisis eran heterogéneos con un *Rango* = 12, el mismo que finalmente comprobaba la alta dispersión del nivel de saberes previos que tenían los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física egresados de la UNHEVAL.

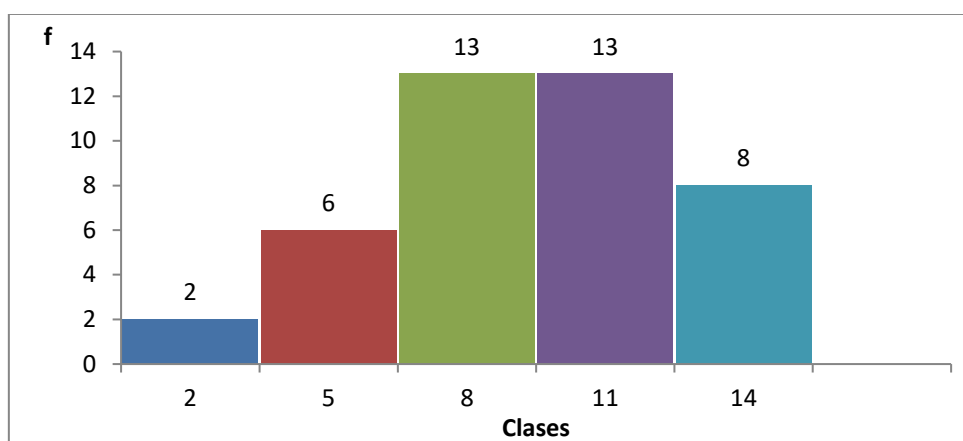
En tanto que el *Coefficiente de asimetría* = - 0,46 es positivo, por lo que configura una asimetría positiva; es decir, la mayor cantidad de unidades de análisis tienden hacia el dato mínimo; en ese sentido, los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física mostraban que tenían serias falencias sobre temas prerrequisitos sobre las funciones racionales, en ese sentido, el aprendizaje del mencionado tema con la aplicación del método analítico tendría pocas probabilidades de ser exitosa.

Los estadísticos resultantes de la prueba de entrada que se muestran en la tabla que antecede, indican que los saberes previos sobre funciones racionales, en las



unidades de análisis sobre la escala de calificación asumida, se ubicaron como regulares y eran bastante dispersos corroborado por el  $Rango = 12$ , que ocupaba las tres quintas partes de la escala de calificación asumida para la investigación, por lo que se les programó cuatro sesiones virtuales de retroalimentación sobre ítems faltantes con la finalidad de recuperarlos hasta el 80% aproximadamente, a los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL.

Gráfico 6. Nivel de saberes previos respecto a funciones racionales en estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020  
GE



Fuente: Prueba de entrada (PE)

Diseño: Los investigadores

El gráfico que antecede muestra que en las tres primeras columnas se encuentran veintiún unidades de análisis y en las dos siguientes están los otros veintiuno de cuarenta y dos; mostrando claramente una asimetría negativa; pero, dentro de la clase de *aprendizaje regular* sobre la escala de calificación; es decir, la mayoría de las unidades de análisis tienden hacia el dato  $Máximo = 14$ ; ello justificó la retroalimentación programada a los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física.

### Contraste del primer objetivo específico

El nivel de saberes previos sobre funciones racionales en los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL, eran regulares; además, cabe indicar que el fenómeno descrito se estaba produciendo en las tres quintas partes inferior de la escala de calificación asumida para la investigación.

Tabla 5

*Nivel de aprendizaje de funciones racionales durante la aplicación del método analítico en estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020 GE*

Estadígrafos	Módulo
Media	9,64
Mediana	10,00
Moda	10,00
Desviación estándar	2,93
Varianza de la muestra	8,58
Coefficiente de asimetría	0,00
Rango	13,00
Mínimo	3,00
Máximo	16,00
N	42,00

Fuente: Prueba de Proceso

Diseño: Los Investigadores

Es evidente que la prueba de proceso (PP) recoge datos sobre el grado de aprendizaje de temas sobre funciones racionales durante el tiempo que dura el estudio con la aplicación del método analítico; en ese sentido, los resultados se analizan comparativamente con los de la prueba de entrada, y, como puede observarse en la tabla que antecede, los estadígrafos indican mejoras en el nivel de aprendizaje de las funciones racionales, además, el nivel de dispersión disminuye y ello hace que el nivel de conocimientos sean más homogéneos en los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL:

En la tabla 5 se observa que las medidas de tendencia central, comparativamente con lo de la prueba de entrada, siguen ubicadas como *aprendizaje regular* sobre la escala de calificación asumida para la investigación; en ese sentido, el análisis, la evaluación y las comparaciones indican que el nivel de aprendizaje de las funciones racionales en las unidades de análisis de la Carrera Profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL, han tenido una ligera mejora, hecho que motiva que los investigadores analicen la función operativa del *método analítico* con la finalidad de potenciar su aplicación y lograr un mejor nivel de aprendizaje de las funciones racionales por parte de los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL.

Las medidas de tendencia central se ubicaron muy cercanos al valor medio de la clase de *aprendizaje regular* sobre la escala de calificación, con una *Media* = 9,64; sin embargo, la *Mediana* = 10 y la *Moda* = 10, son los que indican la tendencia a la mejora hacia la clase de *aprendizaje buena* en los futuros docentes de Matemática y Física de la UNHEVAL.

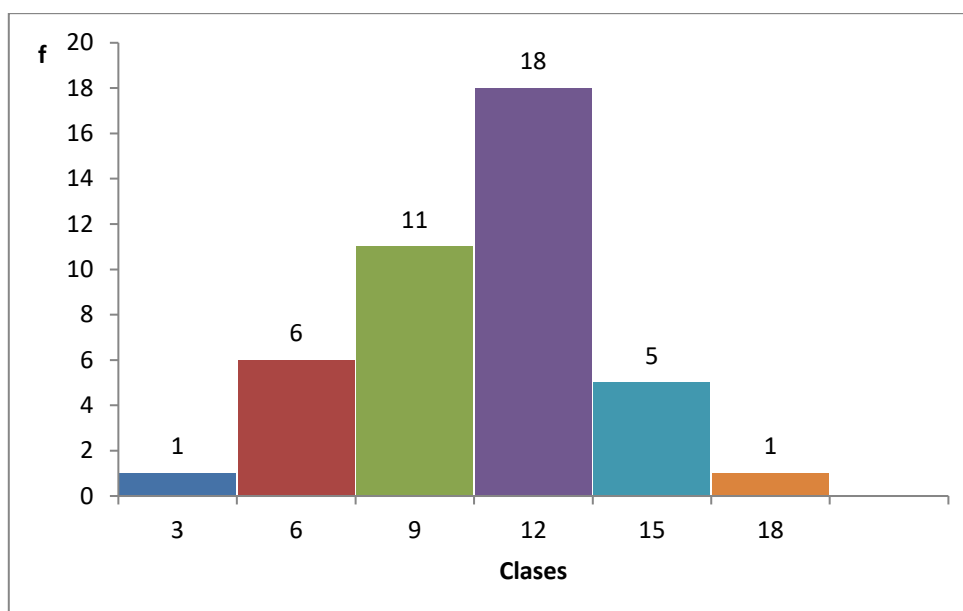
La *Desviación estándar* = 2,93, es más bajo respecto al de la prueba de entrada, ello indica un grado de homogenización del aprendizaje de las funciones racionales en las unidades de análisis de la Carrera Profesional de Matemática y Física con el uso del método analítico; sin embargo, no es lo óptimo y ello está confirmado por el *Rango* = 13.

El *Coefficiente de asimetría* = 0,00 configura una distribución normal; es decir, igual cantidad de unidades de análisis hacia la derecha e izquierda de la *Media* = 9,64 el dato *Mínimo* = 3 ha aumentado en una unidad respecto a la observación inicial, en base a estos resultados se puede afirmar que el rendimiento de los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física estaban mejorando con una tendencia hacia la clase de *aprendizaje buena*, sobre la escala de calificación.

En ese sentido, los estadígrafos de la PP analizados, evaluado e interpretados indican que el aprendizaje de las funciones racionales, mejoran con la aplicación del método analítico en las unidades de análisis de la Carrera Profesional de

Matemática y Física, con cierta tendencia hacia la clase de calificación *aprendizaje buena*.

Gráfico 7. Nivel de aprendizaje de funciones racionales durante la aplicación del método analítico en estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020 GE



Fuente: Prueba de proceso (PP)

Diseño: Los investigadores

En el gráfico 7 se observa que la clase Mediana está sobre el intervalo (09 – 12]; además, en las tres últimas barras están veinticuatro de cuarenta y dos unidades de análisis, mientras que en las primeras tres barras están dieciocho; sin embargo, la normalización interna de los datos durante el procesamiento, muestran una asimetría cero (0), es decir, tendencias iguales tanto hacia la nota *Mínima* = 3, como a la *Máxima* = 16; pero, el resultado obtenido tiene un antecedente de asimetría negativa, por lo que se interpreta como una tendencia de las unidades de análisis hacia el dato mínimo; ello se interpretaría como que la aplicación del método analítico ha producido un conflicto inicial en el aprendizaje de las funciones racionales en los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020.

### **Contraste del segundo objetivo específico**

El grado de aprendizaje de las funciones racionales mejora en promedio durante la aplicación del método analítico en los estudiantes de la Carrera Profesional de

Matemática y Física de la UNHEVAL 2020, ubicándose como *aprendizaje regular* sobre la escala de calificación asumida, con una débil tendencia hacia la clase *aprendizaje buena*.

Tabla 6

*Nivel de aprendizaje de funciones racionales al finalizar la aplicación del método analítico en estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020 GE*

Estadísticos	Módulo
Media	11,79
Mediana	12,00
Moda	12,00
Desviación estándar	2,78
Varianza de la muestra	7,73
Coefficiente de asimetría	-0,07
Rango	11,00
Mínimo	6,00
Máximo	17,00
N	42,00

Fuente: Prueba de Salida

Diseño: Los Investigadores

El procesamiento de los datos de la prueba de salida (PS) muestran que el aprendizaje de las funciones racionales con la aplicación del método analítico al finalizar el estudio, es mucho mejor comparativamente que el anterior; además, es notorio la mejora en relación a todas las medidas y los beneficiados son los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL 2020.

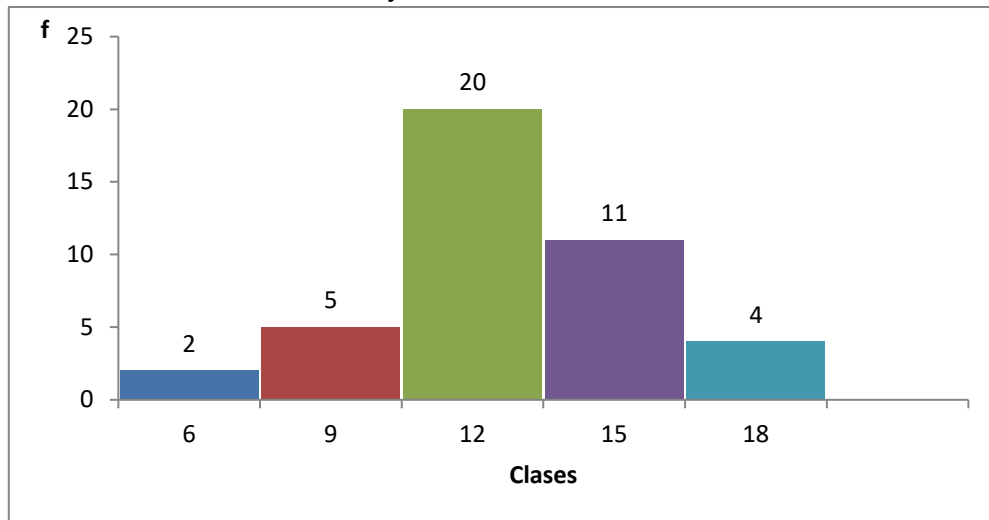
En la tabla 6 se observa que las medidas de tendencia central se ubican como *aprendizaje regular* sobre la escala de calificación; además, los resultados analizados y comparados muestran el aprendizaje de las aplicaciones de los números racionales en los futuros docentes de matemática y física de la región, tienen una mejora sostenida con la aplicación del método analítico y una fuerte tendencia hacia la clase *aprendizaje bueno*.

La  $Media = 11,79$  es una muestra real de la mejora en el aprendizaje de las funciones racionales al finalizar la aplicación del método analítico en los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL 2020, pues, están en el límite inferior de la clase *aprendizaje bueno* sobre la escala de calificación; si bien es cierto, que no se logró remontar la clase *aprendizaje regular*, es debido a que los crecimientos en promedio presentan dificultades porque se trata de mejorar a todas las unidades de análisis, y, en el estudio, se está logrando lo descrito; es decir, se está logrando mejorar el aprendizaje de las funciones racionales con la aplicación del método analítico en los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL 2020.

También se analizó e interpretó a las medidas de dispersión, como la *Desviación estándar*  $= 2,78$  que, comparados con las desviaciones de la PE y PP, es más bajo, indicando que el nivel de aprendizaje de las funciones racionales con la aplicación del método analítico, se estaban homogenizando en promedio cada vez más; además, dicho fenómeno estaba confirmado por el *Rango*  $= 11$ , que estaba ubicado en el intervalo entre el dato *Mínimo*  $= 6$  y el dato *Máximo*  $= 17$ ; además, se estaba produciendo un desplazamiento hacia el dato *Máximo* en conjunto.

Mientras que el *Coefficiente de asimetría*  $= -0,7$  pasó a configurar una asimetría negativa; sin embargo, el crecimiento en general se está produciendo en la clase de *aprendizaje regular*, sobre la escala de calificación asumida para la investigación; en consecuencia, se recalca la mejora generalizada del aprendizaje de aplicaciones de los números racionales en los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL 2020, con la aplicación del método analítico.

Gráfico 8. Nivel de aprendizaje de funciones racionales al finalizar la aplicación del método analítico en estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020 GE



Fuente: Prueba de salida (PS)

Diseño: Los investigadores

En el gráfico 8 se observa que la clase Mediana está sobre  $(09 - 12]$ , y, a la izquierda están ubicadas siete unidades de análisis y hacia la derecha están quince, y constituye la mayoría; es debido a ello que la asimetría negativa del gráfico indica que el mayor apuntamiento tiende hacia el dato *Máximo* = 17; en consecuencia, por los resultados obtenidos a través del proceso de aplicación del método analítico se ha logrado mejorar el grado de aprendizaje de las funciones racionales en las unidades de análisis de la Carrera Profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL 2020.

### **Contraste del tercer objetivo específico**

El grado de aprendizaje de las funciones racionales en los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL 2020, quedaron como *Aprendizaje regular* sobre la escala de calificación que se asumió para el estudio, al finalizar la aplicación del método analítico, con una fuerte tendencia a seguir mejorando.

### **Contraste del cuarto objetivo específico**

Al terminar el estudio, la aplicación del método analítico mejoró el grado de aprendizaje de las funciones racionales en 3,34 puntos en promedio en los

estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL 2020.

#### 4.2. Análisis descriptivo de resultados G.C.

Tabla 7

*Nivel de saberes previos respecto a funciones racionales en estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020 GC*

Estadígrafos	Módulo
Media	7,25
Mediana	8,00
Moda	10,00
Desviación estándar	3,28
Varianza de la muestra	10,74
Coefficiente de asimetría	- 0,27
Rango	11,00
Mínimo	2,00
Máximo	13,00
N	56,00

Fuente: Prueba de Entrada

Diseño: Los Investigadores

Las unidades de análisis del grupo de control cumplen el rol de controladores en el proceso de un estudio, en ese sentido, a ellos no se les aplica la alternativa de solución sobre el problema en estudio; sin embargo, los temas materia de investigación son para todas las secciones y los llevan con otro docente, además, con la prueba de entrada (PE) se recogen datos para diagnosticar la cantidad de saberes previos que tenían sobre las funciones racionales.

En la tabla 7 se observa que las medidas de tendencia central se ubican en las clases aprendizaje malo y aprendizaje regular sobre la escala de calificación, y ello, indica que los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL, tenían un poco menos del cuarenta por ciento



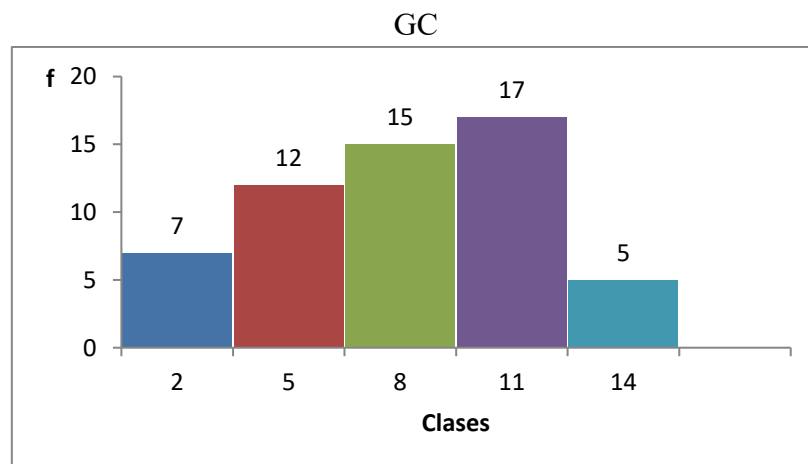
aproximadamente de saberes previos en promedio, sobre las funciones racionales; sin embargo, a ellos no se les programó ninguna retroalimentación por no tener dominio de la muestra por parte del investigador y ser el grupo de control.

Las unidades de análisis del grupo de control en la aplicación de la prueba de entrada obtuvieron una *Media* = 7,25 y ello indicaba un nivel de saberes previos de menos del cuarenta por ciento en promedio de temas prerrequisito sobre las funciones racionales.

El análisis de la *Desviación estándar* = 3,28 permite determinar que los saberes previos sobre las funciones racionales son bastante heterogéneos en los futuros docentes de la Carrera Profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL, pues tienen una desviación estándar alto, confirmado por el *Rango* = 11 que es bastante ancho sobre la escala de calificación.

En este caso, el *Coefficiente de asimetría* = - 0,27 configura una asimetría negativa e indica una mayor tendencia de los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física hacia el dato *Mínimo* = 13; sin embargo, se está produciendo en escalas de calificación bajos.

Gráfico 9. Nivel de saberes previos respecto a funciones racionales en estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020



Fuente: Prueba de entrada (PE)

Diseño: Los investigadores

En el gráfico que antecede se observa que la clase Mediana está sobre (5 – 8], a su izquierda se ubican diecinueve unidades de análisis y hacia su derecha están veintidós; es decir, la mayoría de las unidades de análisis tienden hacia el dato *Mínimo* = 13; se recalca que el fenómeno se produce sobre los valores bajos de la escala de calificación y por ser grupo de control, tampoco se les programó ninguna retroalimentación.

Tabla 8

*Nivel de aprendizaje de funciones racionales durante la aplicación del método analítico en estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020 GC*

Estadígrafos	Módulo
Media	10,71
Mediana	12,00
Moda	12,00
Desviación estándar	3,69
Varianza de la muestra	13,63
Coefficiente de asimetría	- 0,36
Rango	14,00
Mínimo	4,00
Máximo	18,00
N	56,00

Fuente: Prueba de Proceso

Diseño: Los Investigadores

En la tabla que antecede se observa que las medidas de tendencia central del grupo de control, siguen ubicadas como regular sobre la escala de calificación; ello indica que el nivel de aprendizaje de las funciones racionales en las unidades de análisis de la Carrera Profesional de Matemática y Física, han tenido una mejora notoria.

Las medidas de tendencia central para el GC se ubicaron de la siguiente manera  $Moda = Mediana < Media$  indicando la normalidad de los datos y una tendencia hacia la clase *aprendizaje bueno*, sobre la escala de calificación asumida para el estudio; ello indica que la mayoría de las unidades de análisis

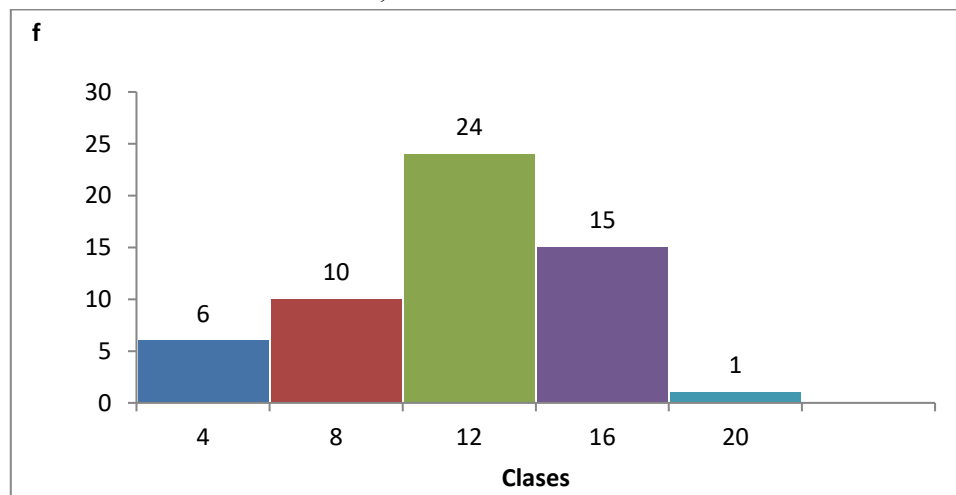
tienden al dato *Mínimo* = 18,00 con una *Media* = 10,71.

En tanto la *Desviación estándar* = 3,69 en comparación con la desviación inicial ha sufrido un aumento, ello indica que el nivel de conocimientos sobre las funciones racionales sin la aplicación del método analítico u otra herramienta metodológica, aumentan la dispersión del nivel de aprendizaje de los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL, además, está confirmado por el *Rango* = 14.

El *Coefficiente de asimetría* =  $-0,36$  configura una asimetría negativa; es decir mayor acumulación de las unidades de análisis hacia el dato *Máximo* = 18.

En consecuencia, las estadísticas de la PP analizadas indican que el aprendizaje de las funciones racionales en los futuros docentes de Matemática y Física de la UNHEVAL del grupo de control, también seguían mejorando sobre la escala de calificación, con una ligera tendencia hacia la clase *aprendizaje bueno* sobre la escala de calificación asumida para la investigación.

Gráfico 10. Nivel de aprendizaje de funciones racionales durante la aplicación del método analítico en estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020 GC



Fuente: Prueba de proceso (PP)

Diseño: Los investigadores

En el gráfico que antecede se observa que la clase Mediana está sobre la clase (8 – 12], a la izquierda se ubican dieciséis unidades de análisis y hacia la derecha los mismo; con ello la mayor contundencia gráfica se observa hacia el dato *Máximo* = 18 configurando una asimetría negativa; es decir, la mayoría de las unidades de análisis del grupo de control de la Carrera Profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL, muestran un *aprendizaje regular* sobre la escala de calificación asumida, con una fuerte tendencia hacia el dato máximo.

Tabla 9

*Nivel de aprendizaje de funciones racionales al finalizar la aplicación del método analítico en estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020 GC*

Estadígrafos	Módulo
Media	10,16
Mediana	10,00
Moda	12,00
Desviación estándar	3,53
Varianza de la muestra	12,46
Coefficiente de asimetría	- 0,01
Rango	14,00
Mínimo	4,00
Máximo	18,00
N	56,00

Fuente: Prueba de Salida

Diseño: Los Investigadores

Con la prueba de salida (PS) se recogieron datos sobre la magnitud de aprendizaje sobre las funciones racionales al término del trabajo de campo, sin la aplicación del método analítico; en ese sentido, la observación final permitió conocer con cuánto de mejora quedan las unidades de análisis del grupo de control de la Carrera Profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL; recalándose, que al GC no se les aplicó los beneficios del método analítico, debido a su rol de controladores.

En la tabla 9 se observa que los estadígrafos de la prueba de salida siguen ubicados como regular sobre la escala de calificación; además, el análisis y las comparaciones de las medidas de tendencia central, indican que el aprendizaje de las funciones racionales en los estudiantes del grupo de control de la Carrera profesional de Matemática y Física, han tenido una mejora significativa.

La *Media* = 10,16 indica que el nivel de aprendizaje de las funciones racionales en las unidades de análisis del GC eran irregulares, porque luego de una ligera mejora tendía a la baja sobre la escala de calificación manteniéndose en la clase *Aprendizaje regular*, ello es indicio de que pueden mejorar si las clases que reciben fuesen con la ayuda de herramientas o materiales didácticos que sirven para potenciar los niveles de aprendizaje de las clases sobre el tema de funciones racionales.

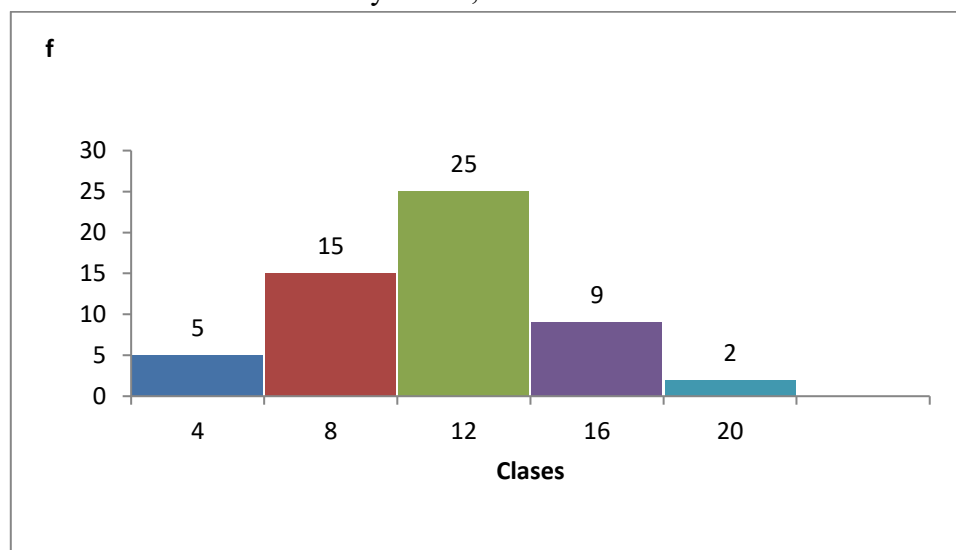
En tanto la *Desviación estándar* = 3,53 en el GC muestra una ligera baja respecto a la desviación estándar de proceso, sin embargo, sigue siendo una alta dispersión; entonces, se debe entender que la mejora en el nivel de aprendizaje es individual de cada estudiante, y ello produce un aumento o disminución en la dispersión; es debido a ello que se observa una ligera mejora en el nivel de aprendizaje sobre las funciones racionales, con una creciente heterogeneidad en el nivel de conocimientos sobre el tema programado en las unidades de análisis del grupo de control de la Carrera Profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL, quienes terminan en la clase *Aprendizaje regular* sobre la escala de calificación asumida para la investigación, sobre el tema problema estudiado sin la aplicación del método analítico, lo aseverado está confirmado por el *Rango* = 14, y ello es un valor muy alto.

El *Coefficiente de asimetría* = -0,01 al finalizar el estudio seguía configurando una asimetría negativa en descenso y un valor muy bajo, listo para pasar a una asimetría positiva comparado con los anteriores; es decir la mayoría de las unidades de análisis del GC de tendencia hacia el dato *Máximo* = 18, iban a pasar a una tendencia hacia el dato *Mínimo* = 4, según los resultados, se puede afirmar que los niveles de aprendizaje de las funciones racionales sin la aplicación de las herramientas didácticas como el método analítico, no son nada

alentadores.

En consecuencia, los estadígrafos de la prueba de salida analizados indican que el nivel de aprendizaje de las funciones racionales en los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática de la UNHEVAL, sin la aplicación del método analítico con las irregularidades mostradas y analizadas, terminan como *Aprendizaje regular* sobre la escala de calificación asumida para el estudio.

Gráfico 11. Nivel de aprendizaje de funciones racionales al finalizar la aplicación del método analítico en estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020 GC



Fuente: Prueba de salida (PS)

Diseño: Los investigadores

En el gráfico 11 se observa que la clase Mediana está sobre la clase (8 – 12] con veinticinco unidades de análisis, en ese sentido, hacia la izquierda se ubican veinte unidades de análisis y hacia la derecha están ubicadas once, esa distribución es la que sustenta que aparentemente no haya dispersión; es decir, que pareciera una distribución normal; sin embargo, según los estadígrafos como el *Coefficiente de asimetría* =  $-0,01$  indica que la mayoría de las unidades de análisis del grupo de control tienen una tendencia hacia el dato *Máximo* = 18; es decir, las unidades de análisis del GC terminan con un nivel de aprendizaje de las funciones racionales, como *Aprendizaje regular* sobre la escala de calificación, sin la aplicación del método analítico y con una fuerte tendencia a

mantener el status.

### **Contraste del quinto objetivo específico**

Al finalizar la investigación la comparación cruzada de los resultados del grupo experimental con los del grupo de control, muestran que la aplicación del método analítico mejoró el nivel de aprendizaje de las funciones racionales en 1,63 puntos en promedio, en los estudiantes del grupo experimental respecto a los del grupo de control, mostrando una efectividad del método analítico.

#### **4.3. Prueba de hipótesis**

##### **4.3.1. Datos**

$$\mu_e = 11,79$$

$$\mu_c = 10,16$$

$$(\delta_e)^2 = 7,73$$

$$(\delta_c)^2 = 12,46$$

$$n_e = 42$$

$$n_c = 56$$

*95% de confiabilidad*

*E = 5% como nivel de significancia, con cola a la derecha*

*z = 1,96 para 95% de confiabilidad*

##### **4.3.2. Formulación de hipótesis**

$$H_0: \mu_E \leq \mu_C$$

$$H_A: \mu_E > \mu_C$$

**Ho:** La aplicación del método analítico no mejora el aprendizaje de funciones racionales en los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020.

**Ha:** La aplicación del método analítico mejora el aprendizaje de funciones racionales en los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020.

#### 4.3.3. Determinación de la prueba

Las hipótesis alternas indican que la prueba es unilateral de cola a la derecha, porque se trata de verificar sólo una probabilidad.

#### 4.3.4. Determinación del nivel de significancia de la prueba

Se asume un nivel de significancia de 5% y un nivel de confiabilidad del 95%.

#### 4.3.5. Determinación de la distribución muestral

La distribución muestral adecuada al estudio es la distribución de diferencia de medias, se usa la distribución normal z por ser el tamaño de la muestra  $n \geq 30$ .

#### 4.3.6. Cálculo del estadístico de prueba

$$\text{Fórmula: } Z = \frac{\bar{\mu}_e - \bar{\mu}_c}{\sqrt{\frac{\delta_e^2}{n_1} + \frac{\delta_c^2}{n_2}}}$$

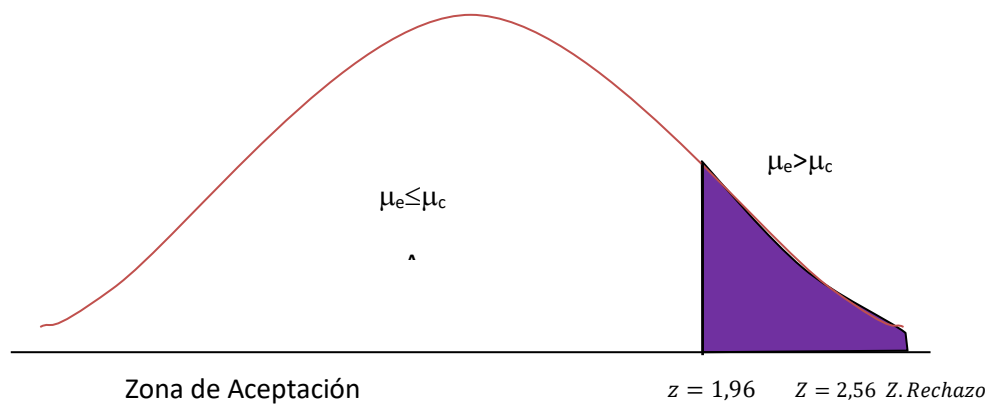
Reemplazando los datos en la fórmula:

$$Z = \frac{11,79 - 10,16}{\sqrt{\frac{7,73}{42} + \frac{12,46}{56}}}$$

Luego el valor de la Z de prueba es:  $Z = 2,56$

#### 4.3.7. Gráfico

Gráfico 12. Comparación entre Z de prueba y z crítica al 95% de confianza y 5% de confiabilidad, sobre aprendizaje de funciones racionales en estudiaditas de la Carrera Profesional de Matemática y Física 2020.



Fuente: Prueba final del GE y GC.

Diseño: Los investigadores



#### 4.3.8. **Decisión y conclusión**

**Decisión:** El valor de prueba:  $Z = 2,56$  en el gráfico que antecede, se ubica al lado derecho de  $z$  crítica:  $z = 1,96$ ; es decir, en la zona de rechazo, entonces, se descarta la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alternativa.

**Conclusión:** Se tiene indicios suficientes que prueban que la aplicación del método analítico mejora el aprendizaje de funciones racionales en los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020.

## 5. **Discusión de resultados**

La función docente se potencia con las aplicaciones didácticas que se realiza en el proceso aprendizaje-enseñanza; en ese sentido la investigación les provee la verificación de la efectividad o no de las alternativas de aplicación de una determinada estrategia de aprendizaje probada vía investigación; en ese sentido, la finalidad del estudio fue probar que la aplicación del método analítico mejora el aprendizaje de las funciones racionales en los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL 2020 (Cabrero & Martínez, 2019).

La identificación del problema a estudiar en una investigación es esencial, a partir de su conocimiento se puede sugerir las alternativas de solución, ello ayuda a la actividad pedagógica del docente que puede planificar las sesiones de aprendizaje que debe implementar en el desarrollo de las sesiones de aprendizaje; en ese sentido, era imperativo determinar el nivel de saberes previos respecto a funciones racionales en estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020 (Oviedo & Goyes, 2012).

Para diagnosticar el nivel de saberes previos se recogieron los datos con la prueba de entrada, y se determinó que el nivel de saberes previos sobre funciones racionales en las en los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL, eran regulares; además, cabe indicar que el fenómeno descrito se estaba produciendo en las tres quintas partes inferior de la escala de calificación asumida para la investigación (Morales, 2014).

Los ítems a desarrollarse sobre funciones racionales requieren de al menos ochenta a más por ciento de saberes previos para que el aprendizaje sea aplicable a la realidad por parte del estudiante, o proponga alguna innovación relacionada, es debido a ello que las unidades de análisis se convierten en potenciales elementos desarrolladores de su entorno, marcando la diferencia entre desarrollados y subdesarrollados (Viera, 2003).

Para hacer el análisis de las características de las funciones racionales implica el conocimiento de ciertos ítems básicos, como: las funciones polinómicas,

fracciones, operaciones con números racionales, polinomios, operaciones con polinomios, grado y términos de un polinomio, además, de grado de una función, y algo básico, como la tabulación para determinar el dominio y rango; también, el dominio del plano cartesiano para poder graficarlo; es debido a ello que el nivel de saberes previos es esencial para que los aprendizajes sean fluidos, pertinentes y sirva de base a otros temas matemáticos (Gómez, 2016).

Se debe entender que una función racional indica el cociente entre dos funciones polinómicas, y según el grado de dichas funciones se caracterizan cada una de ellas; es importante, también conocer las restricciones, como el hecho que el denominador nunca debe ser una función polinomial cero; es preciso, entender que en la función raíz cuadrada, la restricción implica que los valores del radicando deben ser mayores o iguales a cero porque la raíz cuadrada de un número negativo no está definido en los reales (Álvarez, 2016).

El segundo objetivo del estudio fue determinar el nivel de aprendizaje de las funciones racionales durante la aplicación del método analítico en los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL 2020; en ese sentido, luego del procesamiento de los datos se halló que el grado de aprendizaje de las funciones racionales había mejorado en promedio durante la aplicación del método analítico en los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL 2020, ubicándose como *aprendizaje regular* sobre la escala de calificación asumida, con una débil tendencia hacia la clase *aprendizaje buena* (Brito et al., 2019).

La aplicación del método analítico implica la observación del entorno que contiene una gran cantidad de transacciones de mercado en donde se hace uso intensivo de las funciones racionales, y ello permite un conocimiento básico de la intervención de la publicidad por ejemplo en la interacción entre los comerciantes vendedores y compradores; en ese sentido, es el que le da sentido a la vida interactiva cotidiana, muchas veces haciendo estimaciones de porcentajes, repartos, razones y proporciones, y otras muchas que son de uso común en el mercado, es por ello que los resultados obtenidos dicen de la mejora del nivel de aprendizaje en las unidades de análisis de la Carrera Profesional de

Matemática y Física de la UNHEVAL 2020 (Muñoz, 2016).

Cabe indicar que a través de las funciones se determinan las relaciones existentes entre magnitudes matemáticas, físicas u otras ciencias; es por ello que las funciones racionales tienen diversas aplicaciones en el campo del análisis numérico y ello permite simplificar otras funciones complejas; en consecuencia, esta abstracción mental es la que se debe implementar en las unidades de análisis en estudio, que en particular son los futuros docentes de Matemática de la Región (Noreña, 2013).

El tercer objetivo del estudio formulado fue determinar el nivel de aprendizaje de funciones racionales al finalizar la aplicación del método analítico en los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020; en ese sentido, se determinó que el grado de aprendizaje de las funciones racionales en los estudiantes de Matemática y Física, quedaron como *Aprendizaje regular* sobre la escala de calificación que se asumió para el estudio, al finalizar la aplicación del método analítico, con una fuerte tendencia a seguir mejorando (Garzón, 2020).

El entendimiento analítico de las funciones racionales es como un cociente de polinomios que generalmente son las funciones de proporcionalidad inversa y por ello relacionan a variable que son inversamente proporcionales con bastante aplicabilidad a casos reales como: la relación entre el caudal de un grifo o surtidor de agua y el tiempo que tarda en llenar una piscina de una capacidad determinada; otro, la relación entre el número de pacientes que asiste a una consulta médica de horario limitado y el tiempo que dedica el médico a cada paciente, estos conceptos que se operativizan en las aplicaciones prácticas en el entorno real, es por ello que el rendimiento promedio obtenido en el estudio indicaba que las unidades de análisis habían mejorado enormemente (Pedreros, 2012).

Era importante también entender la relación entre la intensidad de corriente y la resistencia eléctrica en una porción de circuito sometida a una diferencia de potencial constante, conocida como ley de Ohm, en donde la intensidad y la

resistencia son magnitudes inversamente proporcionales; en ese sentido, debido a la variedad de aplicaciones de las funciones racionales, se afirma que un conocimiento teórico adquiere relevancia en la medida que sea usado para implementar un desarrollo personal y colectivo, además, sostenible y con respeto al medio ambiente; en este sentido, el aprendizaje y entendimiento de las funciones racionales permite resolver problemas teóricos primero y luego problemas reales vinculados con el entorno, siempre buscando una utilidad práctica y de aplicabilidad en la realidad (Chica, 2016).

El cuarto objetivo del estudio fue comparar, analizar y evaluar el nivel de aprendizaje de funciones racionales antes y después de la aplicación del método analítico en los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020, en consecuencia al terminar la investigación se determinó que la aplicación del método analítico había mejorado el grado de aprendizaje de las funciones racionales en 3,34 puntos en promedio en las unidades de análisis en estudio; es decir, la aplicación del método analítico de forma sistemática y pertinente es efectiva, concluyendo que la generación de aprendizajes de impacto e innovadores requieren la aplicación de materiales didácticos como ayuda y los estudiantes sean los beneficiados (Pineda, 2018).

El análisis y evaluación exhaustiva y pertinente del nivel de aprendizaje de los estudiantes del grupo experimental permite hacer el seguimiento temporal evolutivo con la primera, segunda y tercera observación; luego, según ellas se debe tomar la decisión de programar o no la retroalimentación; evaluar la segunda observación y repotenciarla o tomar las medidas correctivas si el caso lo amerita; y, al finalizar todo estudio hacer la comparación de los resultados inicial y final; en el caso del estudio se comprobó la efectividad de la aplicación del método analítico como recurso didáctico para mejorar el nivel de aprendizaje de funciones racionales (Ahumada & De la Hoz, 2019).

En el estudio, como quinta finalidad se propuso comparar, analizar y evaluar el nivel de aprendizaje de funciones racionales con y sin la aplicación del método analítico en los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020; en base a ello al finalizar la investigación, la comparación

cruzada de los resultados del grupo experimental con los del grupo de control, mostraban que la aplicación del método analítico mejoró el nivel de aprendizaje de las funciones racionales en 1,63 puntos en promedio en los estudiantes del grupo experimental respecto a los del grupo de control, mostrando la bondad de la aplicación del método analítico (Coronado, 2016).

Se recalca que, la comparación cruzada de los resultados finales del grado de aprendizaje de las funciones racionales del grupo experimental, respecto a los del grupo de control, evidencian la efectividad de la aplicación del método analítico, pues la mejora del nivel de aprendizaje en promedio es evidente, en los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física (Ayvar, 2012).

Finalmente, en el estudio el valor de prueba:  $Z = 2,56$  se ubica al lado derecho de  $z$  crítica:  $z = 1,96$ ; es decir, en la zona de rechazo, entonces, se descarta la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alternativa, porque se tiene indicios suficientes que prueban que la aplicación del método analítico mejora el aprendizaje de funciones racionales en los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020.

## 6. Conclusiones

- Se determinó que El nivel de saberes previos sobre funciones racionales en los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL, eran regulares; además, cabe indicar que el fenómeno descrito se estaba produciendo con un aproximado de sesenta por ciento de saberes previos haciendo necesario la programación de una retroalimentación por tratarse de futuros docentes de Matemática y Física de la Región Huánuco.
- Se determinó que el grado de aprendizaje de las funciones racionales mejoró en promedio durante la aplicación del método analítico en los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL 2020, ubicándose como *aprendizaje regular* sobre la escala de calificación asumida, con una tendencia débil hacia la clase *aprendizaje buena*.
- Se determinó que el grado de aprendizaje de las funciones racionales en los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL 2020, quedaron como *Aprendizaje regular* sobre la escala de calificación que se asumió para el estudio, al finalizar la aplicación del método analítico, con una fuerte tendencia a seguir mejorando.
- Se determinó al terminar la investigación que la aplicación del método analítico mejoró el grado de aprendizaje de las funciones racionales en 3,34 puntos en promedio en los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL 2020.
- Se determinó al finalizar la investigación con la comparación cruzada entre los resultados del grupo experimental con los del grupo de control, mostraban que la aplicación del método analítico había mejorado el nivel de aprendizaje de las funciones racionales en 1,63 puntos en promedio, en los estudiantes del grupo experimental respecto a los del grupo de control, mostrando una efectividad del método analítico.

## 7. Sugerencias

- Se sugiere a los docentes de la Carrera Profesional de Matemática y Física y directivos de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020, a determinar el nivel de saberes previos con la finalidad de subsanar las falencias desde el inicio con la programación de una retroalimentación.
- Se sugiere a los docentes de la Carrera Profesional de Matemática y Física determinar el nivel de aprendizaje de las funciones racionales en los estudiantes Carrera Profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL 2020, durante la aplicación del método analítico con la finalidad de saber la tendencia del nivel de aprendizaje del tema problema y tomar las medidas correctivas, en caso sea necesario.
- Se sugiere a los docentes determinar el nivel aprendizaje de las funciones racionales en los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL 2020, al finalizar la aplicación del método analítico con la finalidad de saber la efectividad del método propuesto.
- Se sugiere a los docentes determinar el nivel de mejora del nivel de aprendizaje de funciones racionales a través de la comparación entre la observación inicial y la observación final, con la finalidad de evaluar la efectividad de la aplicación del método analítico en la Carrera Profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL 2020.
- Se sugiere a los docentes determinar el nivel de mejora en el aprendizaje de las funciones racionales a través de la comparación y evaluación entre la observación final del grupo experimental, con la observación final del grupo de control, con la finalidad de generalizar la aplicación de estrategias metodológicas en el proceso aprendizaje-enseñanza, en los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL 2020



## 8. Referencias bibliográficas

- Ahumada, O. D., & De la Hoz, N. (2019). MOOC y su efecto en el desarrollo del pensamiento crítico de los estudiantes de la básica secundaria en el área de lengua castellana [Universidad de la Costa]. [https://repositorio.cuc.edu.co/bitstream/handle/11323/5873/MOOC y su efecto en el desarrollo del pensamiento crítico de los estudiantes de la básica secundaria en el área de lengua castellana .pdf?sequence=1](https://repositorio.cuc.edu.co/bitstream/handle/11323/5873/MOOC_y_su_efecto_en_el_desarrollo_del_pensamiento_crítico_de_los_estudiantes_de_la_básica_secundaria_en_el_área_de_lengua_castellana.pdf?sequence=1)
- Alvarez, S. (2017). *El aprendizaje cooperativo como estrategia para fortalecer las habilidades en la resolución de problemas con estructuras multiplicativas* [Universidad del Norte]. <http://manglar.uninorte.edu.co/bitstream/handle/10584/7647/130227.pdf?sequence>
- Álvarez, V. R. (2016). *Análisis de la organización matemática de los Números Racionales en un texto de primero de secundaria* [Pontificia Universidad Católica del Perú]. <https://www.proquest.com/openview/3b48323e2fa8551503a1a182d9ee154/1?pq-origsite=gscholar&cbl=2026366&diss=y>
- Alvino, D. O., Manrique, E., & Reyes, P. (2017). *El criterio de la primera y segunda derivada y el aprendizaje de gráfica de funciones polinomiales en los alumnos de matemática y física de la facultad de ciencias de la educación - UNHEVAL - Huánuco - 2015* [Universidad Nacional Hermilio Valdizán]. [https://node2.123dok.com/dt02pdf/123dok\\_es/000/408/408835.pdf.pdf?X-Amz-Content-Sha256=UNSIGNED-PAYLOAD&X-Amz-Algorithm=AWS4-HMAC-SHA256&X-Amz-Credential=aa5vJ7sqx6H8Hq4u%2F20220812%2F%2Faws4\\_request&X-Amz-Date=20220812T124448Z&X-Amz-SignedHeaders=ho](https://node2.123dok.com/dt02pdf/123dok_es/000/408/408835.pdf.pdf?X-Amz-Content-Sha256=UNSIGNED-PAYLOAD&X-Amz-Algorithm=AWS4-HMAC-SHA256&X-Amz-Credential=aa5vJ7sqx6H8Hq4u%2F20220812%2F%2Faws4_request&X-Amz-Date=20220812T124448Z&X-Amz-SignedHeaders=ho)
- Ayvar, G. (2012). *Aplicación del software educativo JCLIC en el aprendizaje significativo de la adición y la sustracción de los números racionales en el primer grado de educación secundaria de la Institución Educativa Aurora Inés Tejada 2011- Abancay* [Universidad Nacional Micaela Bastidas de Apurímac]. [http://repositorio.unamba.edu.pe/bitstream/handle/UNAMBA/469/T\\_0075.pdf?sequence=1&isAllowed=y](http://repositorio.unamba.edu.pe/bitstream/handle/UNAMBA/469/T_0075.pdf?sequence=1&isAllowed=y)
- Barrios, L. C. (2019). *Método de proyecto productivo y el aprendizaje de química general en estudiantes del primer ciclo de la Facultad de Ingeniería Industrial de la Universidad Nacional Federico Villarreal, 2017.* [https://repositorio.une.edu.pe/bitstream/handle/20.500.14039/3856/TM CE-Du 4737 B1 - Barrios Laynes Liz Catalina.pdf?sequence=1&isAllowed=y](https://repositorio.une.edu.pe/bitstream/handle/20.500.14039/3856/TM_CE-Du_4737_B1_-_Barrios_Laynes_Liz_Catalina.pdf?sequence=1&isAllowed=y)
- Brito, C. J., Garzón, C., Lezama, J. A., Corredor, N. A., Sanchez, F., García, D. C., Vera, M. del P., & ... (2019). *Motivación, aprendizaje y calidad*

*educativa*. <https://redipe.org/wp-content/uploads/2020/02/Tomo-xx-original-motivacion-aprendizaje-y-calidad-educativa.pdf>

- Cabrero, J., & Martínez, A. (2019). Las tecnologías de la información y comunicación y la Formación Inicial de los docentes. Modelos y Competencias digitales. *Profesorado*, 23(3). <https://doi.org/10.30827/profesorado.v23i3.9421>
- Chancusig, J. C., Flores, G. A., Venegas, G. S., Cadena, J. A., Guaypatin, O. A., & Izurieta, E. M. (2017). Utilización de Recursos Didácticos interactivos a través de las TIC'S en el proceso de enseñanza aprendizaje en el área de matemática. *Boletín Virtual*, 6(4), 112–134. <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/6119349.pdf>
- Chica, F. A. (2016). *Análisis sobre la incidencia del aprendizaje autónomo en el desarrollo de las actividades en ambientes convencionales y virtuales en estudiantes universitarios de las universidades Santo Tomás y EAN (Colombia)* [Universidad de Granada]. <https://digibug.ugr.es/bitstream/handle/10481/39833/24588593.pdf?sequence=1>
- Contreras, Á., & García, M. (2011). Significados pretendidos y personales en un proceso de estudio con el límite funcional. *Revista Latinoamericana de Investigación En Matemática Educativa*, 14(3), 277–310. <https://www.redalyc.org/pdf/335/33520716002.pdf>
- Coronado, E. F. (2016). *Dificultades que se encuentran en el cálculo de las operaciones con números racionales en estudiantes de primero básico en los institutos nacionales de educación básica de Malacatán, San Marcos* [Universidad Rafael Landívar]. <http://recursosbiblio.url.edu.gt/tesisjcem/2016/05/86/Coronado-Eleazar.pdf>
- Cruz, B. elarde. (2018). *El desarrollo de los organizadores gráficos y su influencia en el desarrollo del aprendizaje significativo* [Universidad Inca Garcilaso de la Vega]. <http://repositorio.uigv.edu.pe/handle/20.500.11818/2417>
- Di Gravia, A. R. (2006). *El problema científico: Aspectos lógico-linüísticos y epistemológicos* [Universidad Nacional Experimental Simón Rodríguez]. <http://padron.entretemas.com.ve/Tesistas/TesisAnaRosa.pdf>
- Díaz, J. L. (2003). *Problemas Resueltos de Funciones* (pp. 1–42). Universidad de Sonora. [https://www.mat.uson.mx/~jldiaz/Documents/Funcion/Problemario\\_Funciones.pdf](https://www.mat.uson.mx/~jldiaz/Documents/Funcion/Problemario_Funciones.pdf)
- Espinoza, E., & Toscano, D. (2015). Metodología de la investigación educativa y técnica. In *Ediciones utmach: Vol. Ira Edició.*

<http://librodigital.sangregorio.edu.ec/librosusgp/B0060.pdf>

- García, E. G., García, A. K., & Reyes, J. A. (2014). Relación maestro alumno y sus implicaciones en el aprendizaje. *Revista Ra Ximhai*, 10(5), 279–290. <https://www.redalyc.org/pdf/461/46132134019.pdf>
- Garzón, J. S. (2020). *Influencia del uso de Photomath en el refuerzo académico del proceso enseñanza aprendizaje de ecuaciones algebraicas en los estudiantes de segundo semestre de la Carrera de Pedagogía de las Ciencias Experimentales, Matemática y Física, de la Facultad de Fi* [Universidad Central del Ecuador]. <http://www.dspace.uce.edu.ec:8080/bitstream/25000/21755/1/T-UC-0010-FIL-917.pdf>
- Gauchi, V. (2017). Estudio de los métodos de investigación y técnicas de recolección de datos utilizadas en bibliotecología y ciencia de la información. *Revista Española de Documentación Científica*, 40(2). <https://doi.org/http://dx.doi.org/10.3989/redc.2017.2.1333>
- Godino, J., & Font, V. (2003). Razonamiento Algebraico y su Didáctica para Maestros. In *Matemáticas y su didáctica para maestros*. [https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/7\\_Algebra.pdf](https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/7_Algebra.pdf)
- Gómez, R. (2016). *Desarrollo de modelos para el análisis numérico de la interacción dinámica tren - vía basado en factores específicos de la suspensión del vehículo* [Universidad de Cantabria]. <https://repositorio.unican.es/xmlui/handle/10902/8211>
- Herrera, Y. P., & Muñoz, V. E. (2014). *Propuesta didáctica para abordar el concepto de función a partir de la modelación matemática* [Universidad Pedagógica Nacional]. <http://funes.uniandes.edu.co/12252/1/Herrera2014Propuesta.pdf>
- Lerner, J., & Gil, L. M. (2001a). El método analítico en el ámbito Pedagógico. *Revista Universidad EAFIT*, 123, 9–20. <https://publicaciones.eafit.edu.co/index.php/revista-universidad-eafit/article/view/979/882>
- Lerner, J., & Gil, L. M. (2001b). El método analítico en el ámbito pedagógico. *Revista Universidad EAFIT*, 123, 9–20. <https://www.redalyc.org/pdf/215/21512302.pdf>
- Lopera, J. D., Ramírez, C. A., Zuluaga, M. U., & Ortiz, J. (2010). El método analítico como método natural. *Nómadas. Critical Journal of Social and Juridical Sciences*, 25(1). <https://www.redalyc.org/pdf/181/18112179017.pdf>
- Morales, R. J. (2014). *El plan de estudios y el perfil profesional del egresado de la Maestría en agronegocios de la Escuela de Postgrado de la Universidad Nacional Agraria La Molina, año 2013* [Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán Y valle].

[https://repositorio.une.edu.pe/bitstream/handle/20.500.14039/5637/R-OBERTO JOSE MORALES MUÑOZ.pdf?sequence=1&isAllowed=y](https://repositorio.une.edu.pe/bitstream/handle/20.500.14039/5637/R-OBERTO%20JOSE%20MORALES%20MUÑOZ.pdf?sequence=1&isAllowed=y)

- Muñoz, M. (2016). Conceptualización del neuromarketing : su relación con el mix de marketing y el comportamiento del consumidor. *Revista Escuela de Administracion de Negocios*, 1(2), 91–103. <https://www.redalyc.org/journal/5608/560863081004/560863081004.pdf>
- Noreña, R. A. (2013). *Funciones racionales en el desarrollo de pensamiento variacional* [Universidad del Valle]. <http://funes.uniandes.edu.co/10857/1/Noreña2013Funciones.pdf>
- Oviedo, P. E., & Goyes, A. C. (2012). Innovar la enseñanza. Estrategias derivadas de la investigación. In *Innovar la enseñanza. Estrategias derivadas de la investigación*. <http://biblioteca.clacso.edu.ar/Colombia/fce-unisalle/20170117031111/Innovarens.pdf>
- Paragua, M. (2014a). El método gráfico y el aprendizaje del dominio y rango de funciones en alumnos de la Carrera Profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL - 2014. *Investigación Valdizana*, 8(2), 52–61. <https://revistas.unheval.edu.pe/index.php/riv/article/view/275/262>
- Paragua, M. (2014b). *Investigación científica: Educación ambiental con análisis estadístico*. Editorial Académica Española. <https://www.buscalibre.pe/libro-investigacion-cientifica-educacion-ambiental-con-analisis-estadistico/9783659022883/p/46580527>
- Paragua, M., Bustamante, N., Norberto, L. A., Paragua, M. G., & Paragua, C. A. (2022). *Investigación Científica. Formulación de Proyectos de Investigación y Tesis*. <https://www.unheval.edu.pe/portal/investigacion-cientifica-formulacion-de-proyectos-de-investigacion-y-tesis/>
- Paragua, M., Ortega, A., Gavidia, J. E., & Orihuela, L. D. (2021). *Método gráfico con GeoGebra: Dominio y rango de funciones* (M. Paragua Morales (ed.)).
- Paragua, M., Paragua, C. A., & Paragua, M. G. (2017). *Derivada por definición: Método cuatro pasos* (Primera ed). Editorial Académica Española. <https://www.eae-publishing.com/catalog/details//store/gb/book/978-620-2-25765-7/derivada-por-definición>
- Paragua, M., Paragua, C. A., Paragua, M. G., & Norberto, L. A. (2021). Análisis de funciones matemáticas usando la primera y segunda derivada en estudiantes de Matemática y Física de la UNHEVAL. *Investigación Valdizana*, 15(1), 17–23. <https://doi.org/https://doi.org/10.33554/riv.15.1.791>

- Paragua, M., Paragua, M. G., & Paragua, C. A. (2021). Relación entre la Yupana y el aprendizaje de la multiplicación de números enteros. *Meta: Avaliacao*, 13(38), 81–100. <https://doi.org/10.22347/2175-2753V13I38.2956>
- Paragua, M., & Torres, N. S. (2015). Estandarización de nomenclaturas y sumillas y el aprendizaje de la Estadística Aplicada en la Escuela de Posgrado, UNHEVAL-2013. *Revista Investigación Valdizana*, 9(1), 51–55. <https://revistas.unheval.edu.pe/index.php/riv/article/view/40/40>
- Pedrerros, M. (2012). *Modelización de situaciones de movimiento en un sistema algebraico computacional: una aproximación desde la teoría antropológica de lo didáctico y el enfoque instrumental* [Universidad del Valle]. <http://funes.uniandes.edu.co/11565/1/Pedrerros2013Modelación.pdf>
- Pineda, M. I. (2018). *Uso de ecurso educativos digitales y aprendizaje autonomo de estudiantes universitarios en un contexto de educacion virtual*. [https://bibliotecadigital.udea.edu.co/bitstream/10495/12045/1/Pineda Maria\\_2018\\_UsoRecursosEducativos.pdf](https://bibliotecadigital.udea.edu.co/bitstream/10495/12045/1/Pineda_Maria_2018_UsoRecursosEducativos.pdf)
- Planchart, O. (2005). *La visualización y la modelación la adquisición del concepto de función* [Universidad Autónoma del Estado de Norelos]. <http://ponce.inter.edu/cai/tesis/oplanchart/inicio.pdf>
- Pujol, F. (2017). *El aprendizaje basado en proyectos y el aprendizaje por descubrimiento guiado como estrategias didácticas en Biología y Geología de 4º de ESO* [Universidad Internacional de La Rioja]. [https://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/6052/PUJOL CUNILL%2C FRANCISCA.pdf?sequence=1&isAllowed=y%0Ahttps://reunir.unir.net/handle/123456789/6052](https://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/6052/PUJOL_CUNILL%2C_FRANCISCA.pdf?sequence=1&isAllowed=y%0Ahttps://reunir.unir.net/handle/123456789/6052)
- Rodríguez, A., & Pérez, A. O. (2017). Métodos científicos de indagación y de construcción del conocimiento. *Revista Escuela de Administración de Negocios*, 82, 1–26. <https://www.redalyc.org/pdf/206/20652069006.pdf>
- Rojo, C. (2015). *Aprendizaje significativo mediante juegos en el bloque de Geometría de 2º de Educación Secundaria basando la metodología en la Teoría de Descubrimiento de Bruner* [Universidad Internacional de La Rioja]. [https://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/2673/rojo rubio.pdf?sequence=1](https://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/2673/rojo_rubio.pdf?sequence=1)
- Ruiz, R. (2007). *El método científico y sus etapas*. <http://www.index-f.com/lascasas/documentos/lc0256.pdf>
- Torres, L., & Calderón, L. (2000). El dominio de la variable: Variable didáctica en el álgebra escolar. In *Revista EMA* (Vol. 5, Issue 3).

[http://funes.uniandes.edu.co/1121/1/69\\_Torres2000El\\_RevEMA.pdf](http://funes.uniandes.edu.co/1121/1/69_Torres2000El_RevEMA.pdf)

- Veloz, B. A., & Farfán, R. M. (2014). Construcción de gráficas de funciones racionales. In *Capítulo 3. Aspectos socioepistemológico en el análisis y rediseño del discurso matemático escolar*. <http://funes.uniandes.edu.co/5938/1/VelozConstruccionALME2014.pdf>
- Viera, T. (2003). El aprendizaje verbal significativo de Ausubel. Algunas consideraciones desde el enfoque histórico cultural. *Revista: Universidades*, 26, 37–43. <https://www.redalyc.org/pdf/373/37302605.pdf>

# **ANEXOS**

ANEXO 01  
MATRIZ DE CONSISTENCIA

Título: Método analítico y aprendizaje de funciones racionales en los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020

PROBLEMA	OBJETIVO	HIPÓTESIS	METODOLOGÍA
<p><b>Problema General:</b> ¿En qué medida la aplicación del método analítico mejorará el aprendizaje de funciones racionales en estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020?</p> <p><b>Problemas Específicos:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Cuál es el nivel de saberes previos respecto a funciones racionales en estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020?</li> <li>• ¿Cuál es el nivel de aprendizaje de funciones racionales durante la aplicación del método analítico en estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020?</li> <li>• ¿Cuál es el nivel de aprendizaje de funciones racionales al finalizar la aplicación del método analítico en estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020?</li> <li>• ¿Cuál es el nivel de aprendizaje de funciones racionales antes y después de la aplicación del método analítico en estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020?</li> <li>• ¿Cuál es el nivel de aprendizaje de funciones racionales con y sin la aplicación del método analítico en estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020?</li> </ul>	<p><b>Objetivo General</b> Probar que la aplicación del método analítico mejorará el aprendizaje de funciones racionales en estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020.</p> <p><b>Objetivos Específicos:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Determinar el nivel de saberes previos respecto a funciones racionales en estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020.</li> <li>• Determinar el nivel de aprendizaje de funciones racionales durante la aplicación del método analítico en estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020.</li> <li>• Determinar el nivel de aprendizaje de funciones racionales al finalizar la aplicación del método analítico en estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020.</li> <li>• Comparar, analizar y evaluar el nivel de aprendizaje de funciones racionales antes y después de la aplicación del método analítico en estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020.</li> <li>• Comparar, analizar y evaluar el nivel de aprendizaje de funciones racionales con y sin la aplicación del método analítico en estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020.</li> </ul>	<p><b>Hipótesis General:</b> <b>Ho:</b> La aplicación del método analítico no mejorará el aprendizaje de funciones racionales en estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020. <b>Ha:</b> La aplicación del método analítico mejorará el aprendizaje de funciones racionales en estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020.</p> <p><b>Variables:</b> <b>Variables Independiente:</b> Método analítico</p> <p><b>Variable Dependiente:</b> Aprendizaje de funciones racionales</p>	<p>Tipo de Investigación: Explicativo</p> <p>Diseño de Investigación: Cuasiexperimental</p> <p>Esquema: GE: O1---x---O2---x---O3 GE: O1-----O2-----O3</p>



## MATRIZ DE CONSISTENCIA

Título: Método analítico y aprendizaje de funciones racionales en los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020

POBLACIÓN			MUESTRA				INSTRUMENTOS																																																		
<p>Para la población se ha considerado a todos los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL, del ciclo par, matrícula 2020, distribuidos de la siguiente manera:</p> <p>Tabla N° 1. Estudiantes de la carrera profesional de Matemática y Física – 2020</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>CICLO</th> <th>N° DE ESTUDIANTES</th> <th>TOTAL</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>II</td> <td>20</td> <td>20</td> </tr> <tr> <td>IV</td> <td>25</td> <td>25</td> </tr> <tr> <td>VI</td> <td>30</td> <td>30</td> </tr> <tr> <td>VIII</td> <td>25</td> <td>25</td> </tr> <tr> <td>X</td> <td>20</td> <td>20</td> </tr> <tr> <td><b>TOTAL</b></td> <td>120</td> <td>120</td> </tr> </tbody> </table> <p>Fuente: Nomina de matrícula – 2020 Elaboración: Los investigadores</p>			CICLO	N° DE ESTUDIANTES	TOTAL	II	20	20	IV	25	25	VI	30	30	VIII	25	25	X	20	20	<b>TOTAL</b>	120	120	<p>La muestra para el estudio es no aleatoria, se toma como grupo experimental a aquellos ciclos donde el investigador tiene una asignatura, con la finalidad de tener control sobre la muestra. Dicha distribución es de la siguiente manera:</p> <p>Tabla N° 02. Muestra de estudiantes del VIII y X ciclos de la escuela profesional de Matemática y Física de la UNHEVAL – 2020</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>CICLO</th> <th>N° de Estudiantes</th> <th>GC</th> <th>GE</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>II</td> <td>20</td> <td>20</td> <td></td> </tr> <tr> <td>IV</td> <td>25</td> <td>25</td> <td></td> </tr> <tr> <td>VI</td> <td>30</td> <td>30</td> <td></td> </tr> <tr> <td>VIII</td> <td>25</td> <td></td> <td>25</td> </tr> <tr> <td>X</td> <td>20</td> <td></td> <td>20</td> </tr> <tr> <td colspan="2"><b>TOTAL</b> 120</td> <td>75</td> <td>45</td> </tr> </tbody> </table> <p>Fuente: Nomina de matrícula – 2020 Elaboración: Los investigadores</p>				CICLO	N° de Estudiantes	GC	GE	II	20	20		IV	25	25		VI	30	30		VIII	25		25	X	20		20	<b>TOTAL</b> 120		75	45	<p>Prueba evaluativa Prueba de entada (PE) Prueba de proceso (PP) Prueba final (PF)</p>	
CICLO	N° DE ESTUDIANTES	TOTAL																																																							
II	20	20																																																							
IV	25	25																																																							
VI	30	30																																																							
VIII	25	25																																																							
X	20	20																																																							
<b>TOTAL</b>	120	120																																																							
CICLO	N° de Estudiantes	GC	GE																																																						
II	20	20																																																							
IV	25	25																																																							
VI	30	30																																																							
VIII	25		25																																																						
X	20		20																																																						
<b>TOTAL</b> 120		75	45																																																						

## ANEXO 02

**Consentimiento informado**

Yo:-----

identificado con DNI: N° -----, estudiante de la Carrera Profesional de Matemática y Física; informo lo siguiente: que he sido parte de la muestra la presente investigación Titulada: Método analítico y funciones racionales en los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020; ejecutada por los investigadores: Luis David Orihuela Gomez, Yerre Anthony Depaz Espinoza y Antonio Vargas Vega. Para ello firmo el presente documento donde los investigadores lo tomen a fines convenientes.

-----

DNI:

## ANEXO 03

## INTSRUMENTO DE RECOLECCIÓN DE DATOS

## PRUEBA DE ENTRADA

1. La Forma general de una función de primer grado es  $f(x) = ax + b$ . Identifica cada uno de los elementos.
2. La forma general de la función de segundo grado es  $f(x) = ax^2 + bx + c$ . Diga ¿cuáles son funciones de segundo grado y cuáles no?  
 $f(x) = x^2$                        $f(x) = 6x + 6$                        $f(x) = 8$
3. Una recta pasa por los puntos:  $(-1; 5)$  y  $(1; -5)$ . Halla la ecuación que le corresponde.
4. Diga si tiene un máximo o un mínimo las funciones siguientes:  
 $f(x) = -6 - 8x - x^2$  .....  
 $f(x) = 6 + 8x + x^2$  .....
5. Dibuja la gráfica de la función  $f(x) = 1,5x^2$
6. Grafica la parábola siguiente  $f(x) = -x^2 + 4x + 3$
7. Grafica la función  $f(x) = 6 - 2x$
8. Halla los puntos de corte con los ejes coordenados de la función  $f(x) = -0,75x + 1,5$
9. Cuál es la pendiente de la función  $f(x) = \frac{3x+6}{2}$
10. Grafica la función  $f(x) = 2 + x - x^2$ , luego halla su punto máximo.

**INTSRUMENTO DE RECOLECCIÓN DE DATOS  
PRUEBA DE PROCESO**

1. Responda: ¿Cuáles de las siguientes funciones es racional?  
 $f(x) = \frac{1}{x}$  .....  
 $f(x) = \frac{4}{3x^{-2}}$  .....  
 $f(x) = 2x^{-1}$  .....  
 $f(x) = \frac{2x+2}{4}$  .....
2. Halla el dominio de la función  $f(x) = \frac{2x-7}{x-3}$
3. Grafica a la función  $f(x) = \frac{-2x+1}{x+1}$
4. De la función  $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$ , halla su intercepto con el eje  $x$  y con el eje  $y$
5. Halla las asíntotas vertical y horizontal de la función  $f(x) = \frac{-2x+1}{x+1}$
6. Halla el Dominio y Rango de la función  $f(x) = -\frac{4}{x}$
7. Halla el intercepto con el eje horizontal y con el eje vertical de la función  $f(x) = -\frac{4}{x}$
8. Se tiene la función  $f(x) = \frac{3x-11}{x-4}$ . Halla sus asíntotas horizontal y vertical.
9. Se tiene la función  $f(x) = \frac{3x-11}{x-4}$ . Halla 3 puntos antes y después de la asíntota vertical, sobre la gráfica.
10. Se tiene la función  $f(x) = \frac{3x-11}{x-4}$ . Halla su dominio y rango.

**INTSRUMENTO DE RECOLECCIÓN DE DATOS**  
**PRUEBA DE PROCESO**

1. Se tiene la función  $f(x) = -3 - \frac{5}{x-2}$ . Grafica y halla el dominio y rango.
2. Se tiene la función  $f(x) = -3 - \frac{5}{x-2}$ . Halla la asíntota vertical y la asíntota horizontal.
3. Se tiene la función  $f(x) = -3 - \frac{5}{x-2}$ . Halla el intercepto con el eje  $x$  y con el eje  $y$ .
4. Se tiene la función  $f(x) = -2 - \frac{4}{x}$ . Grafica y halla el dominio y rango
5. Se tiene la función  $f(x) = -2 - \frac{4}{x}$ . Halla la asíntota vertical y la asíntota horizontal.
6. Se tiene la función  $f(x) = -2 - \frac{4}{x}$ . Halla el intercepto con el eje  $x$  y con el eje  $y$
7. Se tiene la función  $f(x) = 1 + \frac{2}{x-3}$ . Grafica y halla el dominio y rango.
8. Se tiene la función  $f(x) = 1 + \frac{2}{x-3}$ . Halla la asíntota vertical y la asíntota horizontal.
9. Se tiene la función  $f(x) = 1 + \frac{2}{x-3}$ . Halla el intercepto con el eje  $x$  y con el eje  $y$
10. Se tiene la función  $f(x) = 2 + \frac{-3}{x+4}$ . Grafica y halla el dominio y rango.

**ANEXO 04**  
Operacionalización de variables

Variables	Dimensión	Indicadores	Instrumento
Método analítico	Saberes previos	Temas prerequisites pertinentes	Prueba de entrada (10 preguntas)
	Aprendizaje en proceso	Temas aplicativos uno, programados	Prueba de Proceso (PP), con 10 preguntas
	Aprendizaje final	Temas aplicativos dos, programados	Prueba de Salida (PS), con 10 preguntas
Aprendizaje de funciones racionales	Función Racional.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Dominio de una función.</li> <li>- Rango de una función.</li> <li>- Signos de una función.</li> <li>- Gráfica de una función.</li> </ul>	Silabus, contenido temáticos
	Asíntota de una función racional.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Asíntotas verticales.</li> <li>- Asíntotas horizontales.</li> </ul>	
	Análisis de una función racional.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Curvatura de una función.</li> <li>- Acotación de una función.</li> </ul>	



"Año de la Universalización de la Salud"  
**UNIVERSIDAD NACIONAL HERMILIO VALDIZÁN**  
**FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN**  
**DEPARTAMENTO ACADÉMICO DE CIENCIAS FORMALES Y NATURALES**  
**CARRERA PROFESIONAL DE MATEMÁTICA Y FÍSICA**



**Solicito:** Validación de Instrumentos de  
Investigación por Juicio de Expertos

**Señor (a):**

Dr. Dionicio Ruperto fernández Santa Cruz

**Presenta.-**

ORIHUELA GOMEZ Luis David, DEPAZ ESPINOZA Yerre Anthony y VARGAS VEGA Antonio, estudiantes de la Escuela Profesional de Matemática y Física de la Facultad de Ciencias de la Educación de la UNHEVAL, ante usted me dirijo y expongo:

Que de acuerdo al Reglamento de Grados y Títulos de la UNHEVAL, señala en su artículo 36° que la titulación por la modalidad de tesis exige desarrollar, presentar, sustentar y aprobar un trabajo de investigación, razón por la cual venimos desarrollando nuestro Proyecto de Tesis titulado: **"MÉTODO ANALÍTICO Y FUNCIONES RACIONALES EN ESTUDIANTES DE LA CARRERA PROFESIONAL DE MATEMÁTICA Y FÍSICA, UNHEVAL - 2020"** encontrándonos en la etapa de Validación de Instrumentos y que posteriormente nos servirá para la recolección de datos recurrimos a su persona para que pueda revisarlos y dar su conformidad.

Se adjunta los instrumentos Matriz de consistencia, Cuadro de Operacionalización de Variables, Instrumento de Investigación y Ficha de validación de los instrumentos para el recojo de datos.

Sin otro en particular, hago propicia la oportunidad para renovarle muestras de consideración y deferencia personal.

Huánuco, 12 de julio de 2020

ORIHUELA GOMEZ LUIS DAVID

DNI: 75277948

DEPAZ ESPINOZA YERRE ANTHONY

DNI: 75377766

VARGAS VEGA ANTONIO

DNI: 73633491

## FICHA DE VALIDACIÓN DE LOS INSTRUMENTOS PARA EL RECOJO DE DATOS

### I. DATOS GENERALES:

Grado académico, Nombres y Apellidos del Experto	Cargo o Institución Donde Labora	Nombre del Instrumento de Evaluación	Autor (a) del instrumento
Mg: <b>DIONICIO FERNANDEZ SANTA CRUZ</b>	<b>UNHEVAL</b>	Guía de observación	Los Investigadores
<b>TÍTULO DE LA INVESTIGACIÓN:</b>			
<b>MÉTODO ANALÍTICO Y FUNCIONES RACIONALES EN ESTUDIANTES DE LA CARRERA PROFESIONAL DE MATEMÁTICA Y FÍSICA, UNHEVAL - 2020</b>			


### II. ASPECTOS DE LA EVALUACIÓN

N°	CRITERIOS	INDICADORES	ESCALA VALORATIVA				
			MD	D	R	B	MB
			0,0	0,5	1,0	1,5	2,0
1	CLARIDAD	El lenguaje se presenta en forma clara y coherente					X
2	OBJETIVIDAD	Esta expresado en conductas observables					X
3	ACTUALIDAD	Es adecuado al avance de la ciencias y tecnología					X
4	ORGANIZACIÓN	Existe una organización lógica en la presentación de los ítems respectivos					X
5	SUFICIENCIA	Comprende los aspectos suficientes en cantidad y calidad					X
6	INTENCIONALIDAD	Es adecuado para el trabajo pedagógico					X
7	CONSISTENCIA	Es usado en aspectos teóricos y enfoques actuales					X
8	COHERENCIA	Entre el título de la investigación, formulación del problema, objetivos e hipótesis					X
9	RELACIÓN	Entre la hipótesis, las variables, dimensiones e indicadores.					X
10	METODOLOGÍA	Responde al propósito del trabajo según el objetivo trazado					X
<b>PUNTAJE PARCIAL</b>							<b>20</b>
<b>PUNTAJE TOTAL</b>							<b>20</b>

- M.D. MUY DEFICIENTE (0,0 - 07)
- D DEFICIENTE (07- 10)
- R REGULAR (11 - 13)
- B BUENO (14 - 16)
- EXCELENTE (17 - 20)

### III. PROMEDIO DE VALORACIÓN

VALIDACIÓN CUALITATIVA	<b>EXCELENTE</b>	VALIDACIÓN CUANTITATIVA	<b>20</b>
------------------------	------------------	-------------------------	-----------

Huánuco, 14 de julio de 2020	<b>22640468</b>	
<b>LUGAR Y FECHA</b>	<b>D.N.I.</b>	<b>SELLO Y FIRMA DEL EXPERTO</b>





"Año de la Universalización de la Salud"  
**UNIVERSIDAD NACIONAL HERMILIO VALDIZÁN**  
**FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN**  
**DEPARTAMENTO ACADÉMICO DE CIENCIAS FORMALES Y NATURALES**  
**CARRERA PROFESIONAL DE MATEMÁTICA Y FÍSICA**



**Solicito:** Validación de Instrumentos de  
Investigación por Juicio de Expertos

**Señor (a):**

Dr. Melecio Paragua Morales

**Presenta.-**

ORIHUELA GOMEZ Luis David, DEPAZ ESPINOZA Yerre Anthony y VARGAS VEGA Antonio, estudiantes de la Escuela Profesional de Matemática y Física de la Facultad de Ciencias de la Educación de la UNHEVAL, ante usted me dirijo y expongo:

Que de acuerdo al Reglamento de Grados y Títulos de la UNHEVAL, señala en su artículo 36° que la titulación por la modalidad de tesis exige desarrollar, presentar, sustentar y aprobar un trabajo de investigación, razón por la cual venimos desarrollando nuestro Proyecto de Tesis titulado: "**MÉTODO ANALÍTICO Y FUNCIONES RACIONALES EN ESTUDIANTES DE LA CARRERA PROFESIONAL DE MATEMÁTICA Y FÍSICA, UNHEVAL - 2020**" encontrándonos en la etapa de Validación de Instrumentos y que posteriormente nos servirá para la recolección de datos recurrimos a su persona para que pueda revisarlos y dar su conformidad.

Se adjunta los instrumentos Matriz de consistencia, Cuadro de Operacionalización de Variables, Instrumento de Investigación y Ficha de validación de los instrumentos para el recojo de datos.

Sin otro en particular, hago propicia la oportunidad para renovarle muestras de consideración y deferencia personal.

Huánuco, 12 de julio de 2020

ORIHUELA GOMEZ LUIS DAVID

DNI: 75277948

DEPAZ ESPINOZA YERRE ANTHONY

DNI: 75377766

VARGAS VEGA ANTONIO

DNI: 73633491

## FICHA DE VALIDACIÓN DE LOS INSTRUMENTOS PARA EL RECOJO DE DATOS

### I. DATOS GENERALES:

Grado académico, Nombres y Apellidos del Experto	Cargo o Institución Donde Labora	Nombre del Instrumento de Evaluación	Autor (a) del instrumento
Dr. MELECIO PARAGUA MORACEZ	UNHEVAL	Guía de observación	Los Investigadores
<b>TÍTULO DE LA INVESTIGACIÓN:</b>			
<b>MÉTODO ANALÍTICO Y FUNCIONES RACIONALES EN ESTUDIANTES DE LA CARRERA PROFESIONAL DE MATEMÁTICA Y FÍSICA, UNHEVAL - 2020</b>			

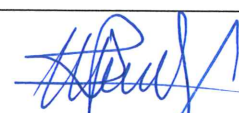
### II. ASPECTOS DE LA EVALUACIÓN

N°	CRITERIOS	INDICADORES	ESCALA VALORATIVA				
			MD	D	R	B	MB
			0,0	0,5	1,0	1,5	2,0
1	CLARIDAD	El lenguaje se presenta en forma clara y coherente					X
2	OBJETIVIDAD	Esta expresado en conductas observables					X
3	ACTUALIDAD	Es adecuado al avance de la ciencias y tecnología				X	
4	ORGANIZACIÓN	Existe una organización lógica en la presentación de los ítems respectivos					X
5	SUFICIENCIA	Comprende los aspectos suficientes en cantidad y calidad					X
6	INTENCIONALIDAD	Es adecuado para el trabajo pedagógico					X
7	CONSISTENCIA	Es usado en aspectos teóricos y enfoques actuales					X
8	COHERENCIA	Entre el título de la investigación, formulación del problema, objetivos e hipótesis					X
9	RELACIÓN	Entre la hipótesis, las variables, dimensiones e indicadores.				X	
10	METODOLOGÍA	Responde al propósito del trabajo según el objetivo trazado					X
<b>PUNTAJE PARCIAL</b>						3	16
<b>PUNTAJE TOTAL</b>						19	

- > M.D. MUY DEFICIENTE (0,0 - 07)
- > D DEFICIENTE (07- 10)
- > R REGULAR (11 - 13)
- > B BUENO (14 - 16)
- > EXCELENTE (17 - 20)

### III. PROMEDIO DE VALORACIÓN

VALIDACIÓN CUALITATIVA	EXCELENTE	VALIDACIÓN CUANTITATIVA	19
------------------------	-----------	-------------------------	----

Huánuco, 14 de julio de 2020	22400343	
LUGAR Y FECHA	D.N.I.	SELLO Y FIRMA DEL EXPERTO



"Año del Fortalecimiento de la Soberanía Nacional"

UNIVERSIDAD NACIONAL HERMILO VALDIZÁN-HUÁNUCO

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

Al Servicio de la Sociedad con una Educación de Calidad



ACTA DE SUSTENTACIÓN DE TESIS

En la ciudad de Huánuco, a los 21 días del mes de Setiembre del año dos mil 22 reunidos en la Sala de Grados de la Facultad de Ciencias de la Educación, que fueron designados como miembros del Jurado según Resolución N° 1854-2022-UNHEVAL-FCE/D de fecha 19 set 2022, conformados por:

- Presidente: Dr. Pio Trujillo Atapuma
Secretario (a): Dr. Agustín Rojas Flores
Vocal: Mg. Dionicio Fernandez Santa Cruz

Con el asesoramiento del Dr. Helcio Paragua Morales; el (la) Bachiller: Depaz Espinoza Yorre Anthony aspirante al Título de Licenciado (a) en Educación en la Especialidad: Matemática y Física

... dio por iniciado el proceso de sustentación de la tesis titulada: Método analítico y funciones trascendentes en estudiantes de la carrera profesional de Matemática y Física UNHEVAL 2020

Concluido el proceso de sustentación, cada miembro del jurado procedió a la evaluación el (la) aspirante, teniendo presente los criterios de evaluación siguientes:

Table with 2 columns: Criterios de evaluación (Presentación personal, Locución, Equilibrio Emocional, Nivel de Conocimiento, Orden y Coherencia, Habilidad para Absolver preguntas) and Escalas de calificación (Deficiente: 00;13, Regular: 14, Bueno: 15; 16, Muy Bueno: 17; 18, Excelente: 19; 20) with handwritten marks.

Obteniendo en consecuencia el (la) titulado la nota de: Dieciséis

Equivalente a: BUENO

Calificación que se realizó de acuerdo al Art. 67° del Reglamento General de Grados y Títulos de la Universidad Nacional Hermilio Valdizán

Los miembros del Jurado firman el presente ACTA en señal de conformidad, siendo a las: 16:00 h.

Signature of Presidente, DNI N° 22432324

Signature of Secretario, DNI N° 22674143

Signature of Vocal, DNI N° 22690468



"Año del Fortalecimiento de la Soberanía Nacional"

UNIVERSIDAD NACIONAL HERMILIO VALDIZÁN-HUÁNUCO

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

Al Servicio de la Sociedad con una Educación de Calidad



ACTA DE SUSTENTACIÓN DE TESIS

En la ciudad de Huánuco, a los 21 días del mes de Setiembre del año dos mil 22 reunidos en la Sala de Grados de la Facultad de Ciencias de la Educación, que fueron designados como miembros del Jurado según Resolución N° 1854-2022-UNHEVAL-FCE/D de fecha 19 set 2022, conformados por:

Presidente : Dr. Pío Trujillo Atapuma
Secretario (a) : Dr. Agustín Rojas Flores
Vocal : Hg. Dionisio Fernandez Santa Cruz

Con el asesoramiento del Dr. Helicio Paragua Morales; el (la) Bachiller: Vargas Vega Antonio aspirante al Título de Licenciado (a) en Educación en la Especialidad: Matemática y Física

... dio por iniciado el proceso de sustentación de la tesis titulada: Método analítico y funciones Racionales en estudiantes de la carrera profesional de Matemática y Física UNHEVAL 2020

Concluido el proceso de sustentación, cada miembro del jurado procedió a la evaluación el (la) aspirante, teniendo presente los criterios de evaluación siguientes:

Table with 2 columns: Criterios de evaluación (Presentación personal, Locución, Equilibrio Emocional, Nivel de Conocimiento, Orden y Coherencia, Habilidad para Absolver preguntas) and Escalas de calificación (Deficiente: (00;13), Regular: (14), Bueno: (15; 16), Muy Bueno: (17; 18), Excelente: (19; 20)).

Obteniendo en consecuencia el (la) titulado la nota de: Dieciséis

Equivalente a: BUENO

Calificación que se realizó de acuerdo al Art. 67° del Reglamento General de Grados y Títulos de la Universidad Nacional Hermilio Valdizán

Los miembros del Jurado firman el presente ACTA en señal de conformidad, siendo a las: 16:00 h

Signature of Presidente, DNI N° 22432324

Signature of Secretario, DNI N° 22674143

Signature of Vocal, DNI N° 72640965



"Año del Fortalecimiento de la Soberanía Nacional"

UNIVERSIDAD NACIONAL HERMILIO VALDIZÁN-HUÁNUCO

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

Al Servicio de la Sociedad con una Educación de Calidad



ACTA DE SUSTENTACIÓN DE TESIS

En la ciudad de Huánuco, a los 21 días del mes de Setiembre del año dos mil 22 reunidos en la Sala de Grados de la Facultad de Ciencias de la Educación, que fueron designados como miembros del Jurado según Resolución N° 1854-2022-UNHEVAL-FEE/D de fecha 19 set 2022, conformados por:

- Presidente: Dr. Pio Trujillo Atapuma
Secretario (a): Dr. Agustín Rojas Flores
Vocal: Mg. Dionisio Fernández Santa Cruz

Con el asesoramiento del Dr. Melcio Paragua Morales; el (la) Bachiller: Orhuela Gomez Luis David aspirante al Título de Licenciado (a) en Educación en la Especialidad: Matemática y Física, dio por iniciado el proceso

de sustentación de la tesis titulada: Métodos analíticos y funciones racionales en estudiantes de la carrera profesional de Matemática y Física UNHEVAL-2020

Concluido el proceso de sustentación, cada miembro del jurado procedió a la evaluación el (la) aspirante, teniendo presente los criterios de evaluación siguientes:

Table with 2 columns: Criterios de evaluación (Presentación personal, Locución, Equilibrio Emocional, Nivel de Conocimiento, Orden y Coherencia, Habilidad para Absolver preguntas) and Escalas de calificación (Deficiente: (00;13), Regular: (14), Bueno: (15; 16), Muy Bueno: (17; 18), Excelente: (19; 20))

Obteniendo en consecuencia el (la) titulado la nota de: Dieciséis

Equivalente a: BUENO

Calificación que se realizó de acuerdo al Art. 67° del Reglamento General de Grados y Títulos de la Universidad Nacional Hermilio Valdizán

Los miembros del Jurado firman el presente ACTA en señal de conformidad, siendo a las: 16:00 h

Signatures and DNI numbers for Presidente (DNI 22432324), Secretario (DNI 22674143), and Vocal (DNI 22640968)



## CONSTANCIA N°0084-2022-UNHHEVAL-FCE/UI

### **CONSTANCIA DE APTO DE SIMILITUD**

#### **LA DIRECCIÓN DE LA UNIDAD DE INVESTIGACIÓN:**

Hace constar que:

- ORIHUELA GOMEZ, Luis David
- DEPAZ ESPINOZA, Yerre Anthony
- VARGAS VEGA, Antonio

Autores del borrador de la tesis, titulado:

**MÉTODO ANALÍTICO Y APRENDIZAJE DE FUNCIONES RACIONALES EN ESTUDIANTES DE LA CARRERA PROFESIONAL DE MATEMÁTICA Y FÍSICA, UNHEVAL 2020.** Carrera Profesional de Matemática y Física

Han obtenido, un reporte de similitud general del **13%/35%** con el aplicativo **TURNITIN**, porcentaje de similitud permitido, para tesis de pregrado. En consecuencia, es **APTO**. Se adjunta el reporte de similitud

Se expide la presente constancia, para los fines pertinentes.

Cayhuayna, 26 de mayo de 2022



**Dr. Zósimo Pedro Jacha Ayala**  
Director de la Unidad de Investigación  
Facultad de Ciencias de la Educación

NOMBRE DEL TRABAJO

**MÉTODO ANALÍTICO Y APRENDIZAJE D  
E FUNCIONES RACIONALES EN ESTUDIA  
NTES DE LA CARRERA PROFESIONAL DE  
M**

AUTOR

**Luis David ORIHUELA GOMEZ**

RECUENTO DE PALABRAS

**17434 Words**

RECUENTO DE CARACTERES

**90279 Characters**

RECUENTO DE PÁGINAS

**99 Pages**

TAMAÑO DEL ARCHIVO

**1.3MB**

FECHA DE ENTREGA

**May 26, 2022 5:26 PM GMT-5**

FECHA DEL INFORME

**May 26, 2022 5:36 PM GMT-5**

● **13% de similitud general**

El total combinado de todas las coincidencias, incluidas las fuentes superpuestas, para cada base de datos

- 13% Base de datos de Internet
- Base de datos de Crossref
- 5% Base de datos de trabajos entregados
- 0% Base de datos de publicaciones
- Base de datos de contenido publicado de Crossref

● **Excluir del Reporte de Similitud**

- Material bibliográfico
- Coincidencia baja (menos de 20 palabras)
- Material citado
- Bloques de texto excluidos manualmente

**ANEXO 2**

AUTORIZACION PARA PUBLICACION DE TESIS ELECTRONICAS DE PREGADO  
 1 IDENTIFICACION PERSONAL ( especificar los datos de los autores de la tesis)  
 Apellidos y Nombres: Orihuela Gomez Luis David

DNI: 45277948 Correo Electrónica: luchitoelbano2015@gmail.com  
 Teléfonos: Casa \_\_\_\_\_ Celular 91096973 Oficina \_\_\_\_\_  
 Apellidos y Nombres: Depae Espinoza Yerre Anthony

DNI: 75377266 Correo Electrónica: yerre.depae@unheval.pe  
 Teléfonos: Casa \_\_\_\_\_ Celular 912657404 Oficina \_\_\_\_\_  
 Apellidos y Nombres: Vargas Vega Antonio

DNI: 75653491 Correo Electrónica: antonio.vargas@unheval.pe  
 Celular 917716073 Oficina \_\_\_\_\_  
 Apellidos y Nombres: \_\_\_\_\_

1. IDENTIFICACION DE TESIS

Pregrado
Facultad de: <u>Ciencias de la Educación</u>
E. P. : <u>Matemática y Física</u>

**Título Profesional Obtenido:**

Licenciado en Educación Especialidad: Matemática y Física

**Título de la tesis**

Método Analítico y Funciones Racionales en estudiantes de la carrera profesional de Matemática y Física UNHEVAL 2020.

Tipo de acceso que autoriza(n) el (los) autor (es)

Marca "x"	Categoría de acceso	Descripción del Acceso
X	Publico	Es público y accesible al documento de texto completo por cualquier tipo de usuario que consulta el repositorio
	restringido	Solo permite el acceso al registro del metadato con información básica, mas no al texto completo.

Al elegir la opción "publico", a través de la presente autorizo o autorizamos Teléfonos: Casa de manera gratuita al Repositorio Institucional – UNHEVAL, a publicar la versión electrónica de esta tesis en el portal web [repositorio.unheval.edu.pe](http://repositorio.unheval.edu.pe) un plazo

indefinido, consintiendo que con dicha autorización cualquier tercero podrá acceder a dichas paginas de manera gratuita, pudiendo revisarlas, imprimirla o gravarla, siempre en cuando se respete la autoridad y sea y citada correctamente


En caso allá (n) marcado la opción "restringido", por favor detallar las razones por las que eligió este tipo de acceso


Asimismo, pedimos indicar el periodo de tiempo en que la tesis tendría el tipo de acceso restringido

- 1 año
- 2 año
- 3 año
- 4 año

Luego del periodo señalado por ustedes(es), automáticamente la tesis pasara a ser de acceso público.

Fecha de firma:

  
 Firma del autor y/o autores:

  
 Firma del autor y/o autores:

  
 Firma del autor y/o autores: