UNIVERSIDAD NACIONAL HERMILIO VALDIZAN

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN ESCUELA PROFESIONAL DE MATEMÁTICA Y FÍSICA CARRERA PROFESIONAL DE MATEMÁTICA Y FÍSICA



PROGRAMA HEURÍSTICO Y LAS APLICACIONES TRIGONOMETRÍCAS EN LOS ESTUDIANTES DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA FILOTHER MENDOZA CAMPOS DE SAN MIGUEL DE CAURI, 2019

Línea de investigación: aprendizajes pertinentes y de calidad

TESIS PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE LICENCIADA EN EDUCACIÓN ESPECIALIDAD: MATEMÁTICA Y FÍSICA

TESISTA: BOZA VALDEZ, Marina

ASESOR:

Dr. PARAGUA MORALES, Melecio

HUÁNUCO – PERÚ 2022

DEDICATORIA

A mi madre Aurelia que me apoya de manera incondicional para seguir adelante.

A mis hermanos por su paciencia quienes me impulsan a ser mejor cada día.

A mis profesores que guían mi camino profesional.

Marina, Boza Valdez

AGRADECIMIENTO

El resultado de la investigación es gracias a la colaboración de muchas personas, quienes brindaron ayuda, apoyo y colaboración oportuna.

Un profundo agradecimiento al director de la institución educativa Filother Mendoza Campos de Cauri por brindarnos el permiso y la disponibilidad de trabajar en la Institución Educativa que dirige.

Se les agradece a los estudiantes del Quinto Grado de Secundaria, secciones A y B quienes fueron la muestra de nuestro trabajo.

De igual forma un reconocido agradecimiento los docentes de la Facultad de Ciencias de la Educación, en particular a los de la especialidad de Matemática y Física, que en estos años de formación académica nos brindaron conocimientos para una formación profesional.

Marina Boza Valdez

RESUMEN

En la investigación se probó que la aplicación del programa heurístico mejora el aprendizaje de las aplicaciones trigonométricas en los estudiantes de la Institución Educativa Filother Mendoza Campos, en coherencia con el objetivo general formulado, en ese sentido, la variable independiente se aplicó sobre la variable dependiente para producir un efecto de mejora; el diseño del estudio fue el cuasiexperimental y la población de estudio estuvo conformado por 335 estudiantes de educación secundaria y la muestra por 46 que estaban distribuidos de la siguiente manera: GE = 20 y GC = 26, todos ellos estudiantes del quinto año; el muestreo empleado fue el intencionado, y los datos se recolectaron con tres pruebas evaluativas tipo escrito, denominados prueba de entrada, prueba de proceso y prueba final; los datos obtenidos se procesaron con Excel y los estadígrafos resultantes corresponden a la estadística descriptiva y estadística inferencial, cuyo análisis, evaluación e interpretación permitió la conclusión siguiente: El valor T de prueba (T = 6.75), se ubica a la derecha de la t crítica (t = 1,645), para 95% de confiabilidad y 5% de significancia, que es la zona de rechazo; en consecuencia, se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis de investigación, porque, se tiene indicios suficientes que prueban que la aplicación del programa heurístico mejora el aprendizaje de las aplicaciones trigonométricas en los estudiantes de la Institución Educativa Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri, 2019.

Palabras clave: Programa heurístico; Aprendizaje de aplicaciones trigonométricas.

ABSTRACT

The research proved that the application of the heuristic program improves the

learning of trigonometric applications in the students of the Filother Mendoza

Campos Educational Institution, in coherence with the general objective

formulated, in that sense, the independent variable was applied to the dependent

variable was applied to the dependent variable to produce an enhancement effect;

The study design was quasi-experimental and the study population was made up

of 335 secondary school students and the sample of 46 who were distributed as

follows: GE=20 and GC=26, all of

Them fifth-year students; The sample employee was the intended one, and the

data was collected with three written evaluative tests, called entry test, process

test and final test; The data obtained were processed with Excel and the resulting

statistics correspond to descriptive statistics and inferential statistics, whose

analysis, evaluation and interpretation will reach the following conclusion: The

T-test value (T=6,75), is located to the right of the critical t (t=1,645), for 95%

reliability and 5% significance, which is the rejection zone; Consequently, the

null hypothesis is rejected and the research hypothesis is accepted, because there

is sufficient evidence that proves that the application of the heuristic program

improves the learning of trigonometric applications in students of the Filother

Mendoza Campos od San Miguel Educational Institution from Cauri, 2019.

Keywords: Heuristic program; Learning trigonometric applications.

INTRODUCCIÓN

Los estudiantes de la Institución Educativa Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri, tenían dificultades en el aprendizaje de temas trigonométricos y peor aún, las aplicaciones de las mismas, los resultados de la prueba de entrada tomada, indicaban un poco menos de treinta y cinco por ciento de saberes previos; en ese sentido, se requiere como mínimo un setenta por ciento de saberes previos sobre temas prerrequisito de aplicaciones trigonométricas, por lo que se justificaba la decisión de la retroalimentación programada sobre los temas faltantes al grupo experimental.

La aplicación práctica del aprendizaje teórico, requiere precisamente una sólida base teórica en el estudiante para que lo puedan operativizar en la práctica real; en tanto, el aprendizaje mecánico se produce por la participación en un ochenta por ciento del docente, que se complementa con un veinte por ciento de participación del estudiante, es debido a ello que se quedan solo en la acumulación de información teórica, por lo que lo llaman a las matemáticas como temas abstractos y como tal, las aplicaciones trigonométricas pertenecen a este grupo de temas abstractos, lo cual carece de veracidad que se pretende superar en la presente investigación.

La aplicación de ayudas didácticas es importante en la generación de aprendizajes teóricos con base para la generación de aplicaciones prácticas tal como dicen (Dueñas, y Otros, 2018), que la aplicación del puzzle hexagonal como material didáctico mejora los niveles de aprendizaje de las expresiones algebraicas, también (Gutiérrez, 2012), que existe una relación positiva

moderada entre las estrategias de enseñanza y la capacidad de resolución de problemas matemáticos, asimismo (Paragua, 2006), manifiesta que la aplicación del programa heurístico de solución de problemas matemáticos mejora el nivel de uso de las estrategias heurísticas de análisis de problemas.

También (Cerna, y Otros, 2016), dicen que la aplicación de las estrategias heurísticas en la resolución de problemas matemáticos desarrolla las habilidades Metacognitivas; en la misma línea (Llatas, 2016), dice que las estrategias didácticas para el aprendizaje autónomo son procedimientos centrados en la investigación formativa, las tecnologías de la información y comunicación; además, (Barrantes, y Otros, 2016), dice que las preguntas como estrategia de aprendizaje le permite al profesor identificar indicios en la comprensión a través de la argumentación realizada por los estudiantes y le permite vincular la situación problema, con el contexto de los estudiantes y suscitan la imaginación de la situación, despertando la curiosidad e inquietud y la motivación.

Además, (Retamozo, 2015), dice: que las técnicas de resolución problemas influyen significativamente en el Rendimiento Académico de los estudiantes; (Talledo, 2019), dice que las estrategias didácticas heurísticas contribuye que el estudiante trate de imaginar el lugar, a replantear el problema, a hacer sus propios gráficos y haga su plan y monitoree el proceso de solución; (Sáenz, 2018), dice que el uso de estrategias didácticas le permitió desarrollar las competencias científicas de los estudiantes.

En ese sentido se formuló la hipótesis: La aplicación del programa heurístico mejora el aprendizaje de las aplicaciones trigonométricas en los estudiantes de la Institución Educativa Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri, 2019; y para probar lo formulado se consideró las siguientes partes en la estructura del informe final de la investigación.

En el Capítulo I, se considera el problema de investigación, que contiene la descripción del problema, formulación del problema, objetivos, hipótesis, justificación e importancia, viabilidad, limitaciones, etc.

En el Capítulo II, se considera el marco teórico, que incluye los antecedentes de la investigación, las teorías básicas y la definición conceptual de términos usados en la investigación.

En el Capítulo III, se considera el marco metodológico que incluye el tipo de investigación, diseño y esquema, población y muestra, instrumentos de recolección de datos, y las técnicas para el análisis, y procesamiento y presentación de los datos.

En el Capítulo IV, se considera los resultados obtenidos en el trabajo de campo, de manera separada tanto al grupo experimental como al grupo de control, con sus distribuciones de frecuencias y gráficos debidamente analizados e interpretados, también están los contrastes de cada uno de los objetivos específicos, y luego incluye una prueba de hipótesis para la diferencia de medias, con lo que se contrastó el objetivo general.

También se incluye la discusión de resultados donde se analiza y contrasta lo hallado durante el trabajo de campo con referencias bibliográficas; se incluye también las conclusiones, sugerencias, la bibliografía y los anexos.

Los estudiantes en los diferentes niveles de estudio aprenden matemática resolviendo ejercicios y problemas tipo, por repetición, lo que los convierte en mecanizados formándole una cultura matemática memorística; con la investigación se trata de cambiar por un aprendizaje constructivo con la aplicación del programa heurístico y mejorarles el nivel de aplicaciones trigonométricas a los estudiantes de la Institución Educativa Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri 2019.

iii

ÍNDICE

Dedicatoria.

	Agradecimiento.	iv
	Resumen.	v
	Abstract.	vi
	Introducción.	vii
	Índice	xi
	CAPÍTULO I	
1.	El problema de Investigación.	1
1.1.	Descripción del problema de investigación.	1
1.2.	Formulación del problema.	5
1.1.1.	Problema general.	5
1.1.2.	Problemas específicos.	5
1.3.	Objetivos.	6
1.3.1.	Objetivo general.	6
1.3.2.	Objetivos específicos.	6
1.4.	Hipótesis.	7
1.4.1.	Hipótesis general.	7
1.4.2.	Hipótesis específicas.	7
1.5.	Variables.	8
1.4.3.	Variable independiente.	8
1.4.4.	Variable dependiente.	8
1.5.	Operacionalización de variables.	8
1.6.	Justificación e importancia.	8

1.6.1.	Justificación.	8
1.6.2.	Importancia.	10
1.7.	Viabilidad	10
1.8.	Limitaciones.	10
	CAPÍTULO II	
2.	Marco Teórico.	11
2.1.	Antecedentes.	11
2.2.	Bases Teóricas.	17
2.2.1.	Programa heurístico y la solución de problemas	17
2.2.2.	Programa heurístico en el aprendizaje de aplicaciones trigonométricas.	. 18
2.2.3.	Aplicación del programa heurístico en la resolución de problemas	18
2.2.4.	Operativización del programa heurístico.	19
2.2.5.	Funciones trigonométricas de ángulos agudos	20
2.2.6.	Aplicaciones con triángulos rectángulos y ángulos de elevación y	
	ángulos de depresión.	21
2.2.7.	Aplicaciones trigonométricas con uso de rumbos.	25
2.2.8.	La Ley de los Senos y Cosenos en las aplicaciones trigonométricas	28
2.2.9.	Bases epistemológicas y teorías pedagógicas.	32
2.3.	Definición conceptual de Términos.	36
	CAPÍTULO III	
3.	Metodología	39
3.1.	Ámbito.	39
3.2.	Nivel y tipo de investigación.	39

3.2.1.	Nivel de investigación.	39
3.2.2.	Tipo de investigación.	39
3.3.	Diseño de investigación.	39
3.4.	Población y muestra.	40
3.4.1.	Población.	40
3.4.2.	Muestra.	40
3.5.	Instrumentos de recolección de datos.	41
3.6.	Técnicas de procesamiento de datos.	41
3.7.	Validación y confiabilidad del instrumento.	41
3.8.	Tabulación y análisis de datos.	42
3.9.	Consideraciones éticas.	43
	CAPÍTULO IV	
4.	Resultados.	44
4.1.	Análisis descriptivo de resultados del GE	44
4.2.	Análisis descriptivo de resultados G.C:	54
4.3.	Prueba de hipótesis.	62
4.3.1.	Datos para la prueba de hipótesis.	62
4.3.2.	Formulación de hipótesis.	62
4.3.3.	Determinación de la prueba.	63
4.3.4.	Determinación del nivel de significancia de la prueba	63
4.3.5.	Determinación de la distribución muestral	63
4.3.6.	Cálculo de la T de prueba.	63
4.3.7.	Gráfico.	64
4.3.8.	Contraste de la hipótesis alternativa.	64

5.	Discusión de resultados.	65
6.	Conclusiones.	71
7.	Sugerencias.	73
8.	Referencias bibliográficas.	75
	Anexo 1: Matriz de consistencia.	84
	Anexo 2: Instrumentos de recolección de datos.	86

CAPÍTULO I

EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1.1. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

En un mundo extraordinario y de acelerados cambios en el cual surgen y evolucionan continuamente nuevos conocimientos, se afronta una transformación global de sistemas de producción (la ciencia, tecnología, el desarrollo socio-económico y la educación; íntimamente relacionados entre sí) una sociedad creciente compone la interdependencia ambiental y económica, por ello la crisis económica mundial refleja la crisis de la educación (Meira, 2013).

La educación a lo largo de la historia ha sido un reto, debido a la complejidad del trabajo que abarca una relación a todos los entes involucrados en este proceso; en ese sentido, dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje la educación plantea seriamente el problema de la búsqueda de una creatividad conceptual, que sea más útil para comprender la variedad de nuevos problemas y situaciones que deben enfrentar los estudiantes, por consiguiente, el docente tiene la obligación de buscar nuevas estrategias que le permita concretizar su trabajo pedagógico en forma idónea (Almeida, 2013).

En el ámbito de la matemática, los docentes con los estudiantes se enfrentan al reto de desarrollar las competencias y capacidades matemáticas y más relacionado con los problemas de la vida real; es decir, con una estrategia para comprender, analizar, describir, interpretar, explicar, tomar decisiones y dar respuestas a situaciones concretas vinculados con la matemática (Oloya, 2018).

En la actualidad el problema del bajo rendimiento académico de los estudiantes, respecto al aprendizaje de la matemática se ha incrementado, debido a que la metodología con que se imparten las clases pertenece al paradigma conductista o tradicional; parece que los docentes no se están actualizando y responder con mucha pertinencia a las propuestas educativas nacionales que se implementan a partir del Ministerio de Educación, como políticas educativas del gobierno.

El método tradicional impulsa una serie de pasos mecanizados que no dejan oportunidad a la reflexión ni a la creatividad, con él se resuelven problemas y el fin es encontrar un resultado y con ello no se logra desarrollar adecuadamente las capacidades de aplicación al entorno; por lo que se propone la aplicación del programa heurístico; es evidente, la finalidad es la de mejorar los niveles de aprendizaje de las aplicaciones trigonométricas (Ñiño de Guzmán, 2015).

En el estudio se trata de lograr que los estudiantes desarrollen estructuras de pensamiento que les permitan resolver problemas, y ello es importante, siendo esta una de las principales capacidades de la enseñanza de las matemáticas y con ello las aplicaciones trigonométricas (Rovalino, 2015).

Cada año el Ministro de Educación presenta los resultados de la Evaluación Censal de Estudiantes, basado en el rendimiento académico en comprensión de textos y matemática; en este sentido hubo aumentos porcentuales no muy alentadores, por ejemplo: los estudiantes ubicados en el nivel 2 de 2,2% en el período 2007 al 2008, subieron al 4,1% en el periodo 2008 al 2009.

Esta problemática es un reto para los docentes a nivel País, deberían buscar alternativas didácticas para el proceso aprendizaje – enseñanza de la matemática; sin lugar a duda, la didáctica es la ciencia que se interesa por la producción y comunicación del conocimiento, la didáctica permite saber qué es lo que se está produciendo en una situación de enseñanza (Lupiañez, 2009).

Las estadísticas son crudas y reales, Huánuco es una de las ciudades con mayor índice de analfabetos y menor rendimiento en matemáticas, hay muchas razones para que las estadísticas sean crueles con los estudiantes de Huánuco, sin embargo en la región se tiene lineamientos, objetivos, planes y estrategias educativas, quizás se están quedando solo en la parte teórica; las universidades y los institutos pedagógicos están formando educadores de comunicación y matemáticas con una educación de baja calidad (Arias, 2009).

La Región Huánuco ha logrado que casi la totalidad de la población de 6 a 11 años esté matriculada en algún nivel del sistema educativo, sin embargo, la escolaridad no garantiza la calidad de la enseñanza, ya que en los diferentes niveles está casi prohibido desaprobar estudiantes; es decir, todos deben de ser promovidos al grado inmediato superior, en ese sentido, para el Ministerio la prioridad es que los estudiantes concluyan la primaria y secundaria de manera oportuna, la calidad no importa, eso explica el fracaso de los estudiantes al intentar la postulación a las universidades; se debería considerar solucionar el problema básicamente para Comunicación Integral y Lógico matemática, y para ello debe estar incluido en el Proyecto Educativo Regional (Navas, 2019).

Los estudiantes de la Institución Educativa Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri, no tienen el hábito de tener una sistematización a la hora de resolver problemas trigonométricos, porque carecen de un lenguaje matemático pertinente que les permita llevar esa teoría a la aplicación práctica, y son elementos básicos que les sirve para que formulen argumentos, también reflexionen sobre la comunicación matemática; se puede observar que lo mencionado tiene un carácter integrador, por lo tanto, son causantes que dificultan el desarrollo de capacidades para la resolución de problemas trigonométrico en el trabajo matemático (Méndez, 2015).

El programa Heurístico permite tanto a los estudiantes como a los docentes tener ciertas facilidades en el proceso aprendizaje – enseñanza de la Trigonometría, en la parte específica de aplicaciones trigonométrica (Umatambo, 2013).

Los docentes están preocupados por el nivel de aprendizaje de los estudiantes en el curso de matemática, es debido a ello que van proponiendo diferentes estilos de aprendizaje (Ríos, 2018); en el caso específico del estudio se propone la aplicación del programa heurístico, esperando lograr un mejor nivel de aprendizaje de las aplicaciones trigonométricas (Pino, 2017), con los estudiantes de la Institución Educativa Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri, lo dicho permite formular la siguiente interrogante:

1.2. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

1.2.1. PROBLEMA GENERAL

¿En qué medida la aplicación del programa heurístico mejora el aprendizaje de las aplicaciones trigonométricas en los estudiantes de la Institución Educativa Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri, 2019?

1.2.2. PROBLEMAS ESPECÍFICOS

- ¿Cuál es el nivel de saberes previos sobre las aplicaciones trigonométricas en los estudiantes de la Institución Educativa Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri, 2019?
- ¿Cuál es el nivel de aprendizaje de las aplicaciones trigonométricas durante la aplicación del programa heurístico en los estudiantes de la Institución Educativa Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri, 2019?
- ¿Cuál es el nivel de aprendizaje de las aplicaciones trigonométricas al finalizar la aplicación del programa heurístico en los estudiantes de la Institución Educativa Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri, 2019?
- ¿Cuál es el nivel de aprendizaje de las aplicaciones trigonométricas antes y después de la aplicación del programa heurístico en los estudiantes de la Institución Educativa Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri, 2019?
- ¿Cuál es el nivel de aprendizaje de las aplicaciones trigonométricas con y sin la aplicación del programa heurístico en los estudiantes de la Institución Educativa Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri, 2019?

1.3. OBJETIVOS

1.3.1. OBJETIVO GENERAL

Probar que la aplicación del programa heurístico mejora el aprendizaje de las aplicaciones trigonométricas en los estudiantes de la Institución Educativa Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri, 2019.

1.3.2. OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Determinar el nivel de saberes previos sobre las aplicaciones trigonométricas en los estudiantes de la Institución Educativa Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri, 2019.
- Determinar el nivel de aprendizaje de las aplicaciones trigonométricas durante la aplicación del programa heurístico en los estudiantes de la Institución Educativa Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri, 2019.
- Determinar el nivel de aprendizaje de las aplicaciones trigonométricas al finalizar la aplicación del programa heurístico en los estudiantes de la Institución Educativa Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri, 2019.
- Comparar, analizar y evaluar el nivel de aprendizaje de las aplicaciones trigonométricas antes y después de la aplicación del programa heurístico en los estudiantes de la Institución Educativa Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri, 2019.
- Comparar, analizar y evaluar el nivel de aprendizaje de las aplicaciones trigonométricas con y sin la aplicación del programa heurístico en los estudiantes de la Institución Educativa Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri, 2019.

1.4. HIPÓTESIS

1.4.1. HIPÓTESIS GENERAL

Ho: La aplicación del programa heurístico no mejora el aprendizaje de las aplicaciones trigonométricas en los estudiantes de la Institución Educativa Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri, 2019.

Ha: La aplicación del programa heurístico mejora el aprendizaje de las aplicaciones trigonométricas en los estudiantes de la Institución Educativa Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri, 2019.

1.4.2. HIPÓTESIS ESPECÍFICAS

- El nivel de saberes previos respecto a las aplicaciones trigonométricas es regular, en los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020.
- El nivel de aprendizaje de aplicaciones trigonométricas mejora durante la aplicación del programa heurístico en los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020.
- El nivel de aprendizaje de aplicaciones trigonométricas se maximiza al finalizar la aplicación del programa heurístico en los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020.
- La comparación horizontal del nivel de aprendizaje de aplicaciones trigonométricas antes y después de la aplicación del programa heurístico determina el nivel final de las unidades de análisis del grupo experimental.
- La comparación cruzada del nivel de aprendizaje de aplicaciones trigonométricas con y sin la aplicación del programa heurístico determina la efectividad del programa heurístico en los estudiantes de la Carrera Profesional de Matemática y Física, UNHEVAL 2020.

1.5. VARIABLES

1.5.1. VARIABLE INDEPENDIENTE

Programa heurístico

1.5.2. VARIABLE DEPENDIENTE

Aplicaciones trigonométricas

1.6. OPERACIONALIZACIÓN DE VARIABLES

Variables	Dimensiones	Indicadores	Instrumento
	Lectura comprensiva	(PE: 1-10)	Prueba de
V.I.	del problema.	Anexo 2	Entrada
Programa	Planificación del	(PP: 1-10)	Prueba de
heurístico	desarrollo del	Anexo 2	Proceso
	problema.		
	Ejecución de la	(PS: 1-10)	Prueba de
	planificación.	Anexo 2	Salida
V.D.	Saber previo	(PE: 1-10)	Prueba de
Aplicaciones		Anexo 2	Entrada
trigonométricas	Aprendizaje en	(PP: 1-10)	Prueba de
	proceso	Anexo 2	Proceso
	Aprendizaje final	(PS: 1-10)	Prueba de
		Anexo 2	Salida

1.7. JUSTIFICACIÓN E IMPORTANCIA

1.7.1. JUSTIFICACIÓN

El presente proyecto de investigación se realizó para mejorar al proceso formativo del estudiante con la finalidad de mejorar lo práctico o informal, para resolver problemas y emprender acciones para mejorar la formación estudiantil en cada una de las instituciones educativas de la región Huánuco, en especial en la institución educativa Filother Mendoza Campos- CAURI.

Se sabe que un porcentaje considerable de los estudiantes manifiestan un abierto rechazo hacia la matemática, parte de este rechazo esta alimentado por el hecho de no dar uso de estrategias y métodos en los contenidos de enseñanza de

matemática que sean de interés del estudiante, por lo cual aplicando el programa heurístico se busca elevar y mejorar el aprendizaje de las aplicaciones trigonométricas.

El programa heurístico permite el manejo adecuado de la metodología en el proceso de enseñanza de los docentes de Educación Secundaria, que contribuye al aprendizaje de las aplicaciones trigonométricas en los estudiantes de 5to "A" de educación secundaria.

El estudio se propone con la finalidad de avanzar en el proceso de desarrollar problema mejorar el nivel de aprendizaje de las aplicaciones trigonométricas con la aplicación del programa heurístico en los estudiantes de la Institución Educativa Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri, 2019.

La justificación legal de la investigación se justifica desde el punto de vista legal de acuerdo con el reglamento que norma los procedimientos para la obtención del título profesional en la Universidad Nacional Hermilio Valdizán. La base legal que sustenta dicho reglamento es:

- La constitución política del Perú que establece los fines de la educación universitaria (Art. 18°); como la creación intelectual y artística, la investigación científica y tecnológica.
- El estatuto de la Universidad Nacional Hermilio Valdizán, que instituye a la Escuela de Post grado como la unidad académica del más alto nivel en la UNHEVAL.

1.7.2. IMPORTANCIA

La importancia teórica-científica de los resultados de la investigación es una contribución al desarrollo de la ciencia y tecnología en la Región Huánuco.

En tanto, la importancia práctica de la investigación está encaminada al proceso formativo del estudiante, en el sentido de la ayuda reciproca de solidaridad social y de superación, del interés de la colectividad relacionado con el área de matemática, con el tema de aplicaciones trigonométricas. A los docentes de las otras instituciones educativas se les sugiere la aplicación del programa heurístico que básicamente, está orientada a mejorar la formación estudiantil en el aprendizaje de la matemática.

1.8. VIABILIDAD

La investigación es viable o factible, pues se dispone de los recursos financieros, humanos y materiales necesarios para su ejecución. Asimismo, se ha previsto los alcances de la investigación, se tiene acceso al lugar o contexto donde se llevará a cabo la investigación.

Por lo tanto, es factible la aplicación del programa heurístico en el aprendizaje de las aplicaciones trigonométricas en los estudiantes de la Institución Educativa Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri, 2019.

1.9. LIMITACIONES

Las limitantes para la realización de una investigación son: que no se tenga acceso a la muestra; falta de bibliografía especializada; falta de voluntad de realizar la investigación; falta de recursos económicos; sin embargo, no es el caso del presente estudio.

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

2.1. ANTECEDENTES DE LA INVESTIGACIÓN

- (Dueñas, L. A. M., et al 2018), desarrollaron la tesis: El puzzle hexagonal y el aprendizaje de las expresiones algebraicas en los estudiantes del Colegio Nacional de Aplicación UNHEVAL 2015; de tipo explicativo; diseño cuasiexperimental, y llega a la siguiente conclusión: la aplicación del puzzle hexagonal como material didáctico mejora los niveles de aprendizaje de las expresiones algebraicas en 3,30 puntos en promedio, de los estudiantes del segundo año del Colegio Nacional de Aplicación de la UNHEVAL, al finalizar la investigación.
- (Gutierrez, J. A. 2012), desarrolla la tesis: Estrategias de enseñanza y resolución de problemas matemáticos según la percepción de estudiantes del cuarto grado de primaria de una institución educativa Ventanilla; de tipo explicativo; diseño cuasiexperimental, y como conclusión dice que: existe una relación positiva moderada entre las estrategias de enseñanza y la capacidad de resolución de problemas matemáticos según la percepción de estudiantes del cuarto grado de educación primaria de una institución educativa pública de Ventanilla; y, también existe una relación positiva baja entre las estrategias de enseñanza para activar o generar conocimientos previos y la capacidad de resolución de problemas matemáticos.

- (Ferrer et al., 2019), desarrollan la tesis: El método de Polya y el aprendizaje de polígonos en los estudiantes del segundo grado de educación secundaria de la Institución Educativa José Carlos Mariátegui "El Amauta"- 2017; de tipo explicativa, diseño cuasiexperimental, y llegan a la siguiente conclusión: El nivel de aprendizaje de polígonos de los estudiantes de la Institución Educativa José Carlos Mariátegui "El Amauta" antes de la aplicación del método de Polya tenía una media = 7, 48 y después de aplicarse el Método de Polya se obtuvo una media = 13, 35; es decir, el nivel de aprendizaje de polígonos en los estudiantes mejoró en promedio 5, 87 puntos; además, el nivel de aprendizaje de polígonos en la que se aplicó el método de Polya, es mejor que del grupo de control donde no se aplicó.
- (Cerna, Y. M., et al., 2016), desarrollan la tesis: Estrategias heurísticas en la resolución de problemas matemáticos, para el desarrollo de habilidades metacognitivas en los estudiantes del 1º grado de educación secundaria de la I.E. José María Arguedas de Marcará-Carhuaz-2016; de tipo explicativo; diseño cuasiexperimental; y, como conclusión dicen: La aplicación de las estrategias heurísticas en la resolución de problemas matemáticos desarrolló las habilidades Metacognitivas, de toma de conciencia de planificación, control y evaluación observándose la selección de estrategias, verificación de los resultados, los procesos reguladores, en los estudiantes del 1º grado de educación secundaria de la I.E. "José María Arguedas" de Marcará Carhuaz en el año 2016.

- (Llatas, L. J. 2016), desarrolla la tesis: Programa Educativo para el Aprendizaje Autónomo basado en Estrategias didácticas fundamentadas en el uso de las tecnologías y comunicación. La investigación formativa de los estudiantes del primer ciclo de la USAT; de tipo explicativa; diseño cuasiexperimental; y, como conclusión dice que las estrategias didácticas para el aprendizaje autónomo son procedimientos centrados en la la información investigación formativa, las tecnologías de comunicación, siendo utilizados por el docente para llevar a buen término la acción didáctica considerando el componente micro curricular de cada una de las actividades para un buen desempeño del estudiante y fuera del contexto del aula. Implementar estrategias para desarrollar la autonomía en el aprendizaje de los estudiantes implica necesariamente un cambio de paradigma en la enseñanza de educación superior; es decir, se requiere una reingeniería en el rol docente, nuevas competencias en la práctica pedagógica donde se articule la investigación y las Tic, nuevas formas de planeamiento curricular que converjan el conjunto de asignaturas en proyectos formativos, replantear los procesos pedagógicos incorporando como fase inicial le evaluación a partir mapas de aprendizaje, portafolios electrónicos, guías didácticas y módulos de aprendizaje.
- (Barrantes, L., et al., 2016), desarrollan la tesis: La heurística como estrategia de enseñanza creativa en la resolución de problemas matemáticos relacionados con el pensamiento numérico de los estudiantes del ciclo tres, grado sexto del Colegio Arborizadora Baja IED; de tipo explicativo; diseño cuasiexperimental; a manera de conclusión dijo:

comenzando por la estrategia creativa de la interrogación, realizada a través de preguntas incitantes y divergentes de forma intercalada o por contra pregunta, esta estrategia le permite al profesor identificar indicios en la comprensión a través de la argumentación realizada por los estudiantes en cada una de las fases; en tanto que las preguntas divergentes promueven la búsqueda de relaciones entre los datos y la estrategia, estimulando el pensamiento divergente, la ideación y la búsqueda de alternativas de solución; y, finalmente sobre las preguntas incitantes permiten vincular la situación problema con el contexto de los estudiantes y suscitan la imaginación de la situación, despertando la curiosidad e inquietud y la motivación, cabe destacar que el empleo de la interrogación promueve los rasgos creativos de: originalidad, fluidez y apertura mental.

(Retamozo, C. A. 2015), desarrolla la tesis: Aplicación de las técnicas de resolución de problemas y el rendimiento académico de los estudiantes en el área de matemática en el cuarto grado de educación secundaria de la Institución Educativa Privada "Trilce" de San Juan de Lurigancho – UGEL Nº 05 de Lima Metropolitana; de tipo explicativo; diseño cuasiexperimental; y, como conclusión dice: En el contexto de la problemática de la enseñanza de la matemática, se evidenció, que la Aplicación de las técnicas de Resolución del problemas influyen significativamente en el Rendimiento Académico de los estudiantes; en el nivel de Comprensión del enunciado del problema de los estudiantes tienen asociación interdependiente a un nivel medio alto; En la

Concepción del plan de la Aplicación de las técnicas, el nivel de asociación corresponde a un nivel medio alto.

- (Talledo, M. 2019), desarrolla la tesis: Estrategias didácticas heurísticas para mejorar la capacidad de resolución de problemas en el área de la matemática en los estudiantes de cuarto Grado de Primaria de la I.E. Nº 15513 Talara Alta, región Piura; 2018; de tipo explicativo; diseño cuasiexperimental; y, como conclusión dice que las estrategias didácticas heurísticas propuestas contribuyen a mejorar la resolución de problemas en el área de matemática; además, contribuye a que el estudiante trate de imaginar el lugar, las personas, los datos, el problema; a replantear el problema con sus propias palabras, a hacer sus propias gráficos y tablas respecto al problema; también, permite que el estudiante ya con su plan seleccionado, lo aplique; en dirección a la resolución del problema matemático, monitoreando el mismo el proceso de la solución.
- (Fierro, B. S. 2014), desarrolla la tesis: El uso del software adobe flash CS5 en la resolución de triángulos rectángulos en los décimos años de E.G.B. de la unidad educativa "Dr. Víctor Mideros" de San Antonio de Ibarra y de la Unidad Educativa "República del Ecuador" del Cantón Otavalo; de tipo explicativo; diseño cuasiexperimental; como conclusión manifiesta que: En la mayoría de los casos, la metodología aplicada por los docentes para el proceso de enseñanza aprendizaje de Matemática es tradicional y torna el ambiente educativo inadecuado y desmotivador; también, los docentes ocasionalmente usan las Tics, como material

didáctico para el proceso enseñanza – aprendizaje con los estudiantes, los mismos tienen la predisposición de adaptarse a los adelantos tecnológicos; además, existe la necesidad de diseñar una guía didáctica, que contenga suficientes bases teóricas y prácticas, donde los maestros utilicen las técnicas adecuadas, y tornen las clases más dinámicas e interesantes.

• (Sáenz, E. E. 2018), desarrolla la tesis: Estrategias de enseñanza aprendizaje para el desarrollo de las competencias científicas de acuerdo a los estilos de aprendizaje con la mediación de las TIC; de tipo correlacional; diseño no experimental; como conclusión, identificó claramente los estilos de aprendizaje de los 33 estudiantes; además, identificó las características descritas acerca del estilo en el que se ubican, reconociendo que fue muy acertada esta descripción; además, las estrategia que se utilizó en la para el desarrollo de las competencias científicas, teniendo en cuenta cada uno de los estilos de aprendizaje, permitió fortalecer la competencia científicas en los estudiantes independientemente un interés y motivación por la realización de las actividades.

2.2. BASES TEÓRICAS

2.2.1. PROGRAMA HEURÍSTICO Y LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS

El programa heurístico a manera de algoritmos permite al estudiante explorar durante la resolución de problemas en los cuales las soluciones se descubren por entender el problema, identificar los datos, hacer una planificación para luego ejecutarlos y hallar un resultado final (Gutierrez, 2012).

La heurística como sustantivo, se le identifica como el arte o la ciencia del descubrimiento; como adjetivo, se refiere a cosas más concretas como estrategias heurísticas, reglas heurísticas y conclusiones heurísticas, en ese sentido, claro está que estos dos usos están intrínsecamente están relacionados ya que el programa heurístico, propone estrategias que guían el descubrimiento de cómo resolver un problema (Cerna et al., 2016).

El iniciador del programa heurístico fue George Polya, nació en Hungría en 1887; durante sus estudios, estuvo interesado en el proceso del descubrimiento y dijo que, para entender una teoría, se debe conocer cómo fue descubierta; debido a ello, su enseñanza enfatiza en el proceso de descubrimiento, y para los problemas, su lectura para entenderlo, antes que resolver solo ejercicios apropiados, y precisamente con esto logró involucrar a sus estudiantes en la solución de problemas y generalizó el programa en los siguientes cuatro pasos: Entender el problema; Configurar un plan; Ejecutar el plan; Mirar hacia atrás (Gutierrez, 2012).

2.2.2. PROGRAMA HEURÍSTICO EN EL APRENDIZAJE DE APLICACIONES TRIGONOMÉTRICAS

El programa heurístico está caracterizado para el proceso de aprendizaje – enseñanza, mediante el cual se plantea a los estudiantes, sugerencias, indicaciones, para analizar problemas y encontrar soluciones a estos, el docente no les decodifica el problema a los estudiantes, sino, que ellos deben asimilarlo a través del descubrimiento redescubrimiento, usando suposiciones y otros medios disponibles que tenga; en ese sentido, el docente debe conducir al estudiante a la búsqueda del conocimiento objeto de estudio, estimular su reflexión, guiarlo para que indague, investigue y llegue a conclusiones; para lo cual, los impulsos que se plantean a los estudiantes deben ser formulados con claridad e inteligentemente, y presentados en el momento preciso (Llatas, 2016).

2.2.3. APLICACIÓN DEL PROGRAMA HEURÍSTICO EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

La heurística, puede ser aplicada a cualquier ciencia con la finalidad de elaborar medios, principios, reglas, estrategias como ayuda para lograr encontrar la solución más eficaz y eficiente al problema que analiza el estudiante (Gutierrez, 2012). Durante la aplicación del programa heurístico se debe tomar en cuenta los procedimientos heurísticos como:

- Principios heurísticos: que se encargan de establecer sugerencias para encontrar la solución idónea a los problemas de aplicaciones trigonométricas.
- Reglas heurísticas (programa heurístico): ellos indican o señalan los medios para resolver el problema.

 Estrategias heurísticas: son aquellas que permiten organizar los materiales o recursos compilados que contribuyen a la búsqueda de la solución del problema.

El programa heurístico es visto como el arte de inventar por parte de los seres humanos, con la intención de procurar estrategias, métodos, criterios, que permitan resolver problemas a través de la creatividad, pensamiento divergente o lateral; también, se afirma que la heurística se basa en la experiencia propia del individuo, y en el de los demás para encontrar la solución más viable al problema de aplicaciones trigonométricas (Barrantes et al., 2016).

Para resolver problemas de aplicaciones trigonométricas se debe tener en cuenta las siguientes recomendaciones: Si no consigues entender un problema, debes dibujar o esquematizar; Si no se encuentra la solución de manera directa, razona a la inversa, a partir de la supuesta respuesta; Si el problema es abstracto, prueba a examinar un ejemplo concreto; Finalmente, intenta abordar primero un problema más general (Retamozo, 2015).

2.2.4. OPERATIVIZACIÓN DEL PROGRAMA HEURÍSTICO

Se ha dejado en claro que el programa heurístico se compone de cuatro pasos para resolver problemas de aplicaciones trigonométricas y son: Entender el problema; configurar un plan; ejecutar el plan; y, examinar la solución obtenida, tanto los docentes como los estudiantes deben saber en qué consisten cada uno de ellos y cómo funcionan operativamente en la realidad (Peña, 2018).

La didáctica dice que, para entender el problema, los estudiantes deben preguntarse ¿Cuál es la incógnita?, ¿Cuáles son los datos?, ¿Cuál es la condición? ¿Es suficiente la condición para determinar la incógnita?; Asimismo, para configurar un plan, deben hacerla las preguntas: ¿Te has encontrado con un problema semejante? ¿Conoces algún problema relacionado con éste? ¿Conoces algún teorema que te pueda ser útil? Y finalmente pueden recurrir a las definiciones; De otro lado para ejecutar el plan, previamente debes haber identificado los pasos y las operaciones que debes hacerlo; Finalmente, examinar la solución obtenida, es semejante a la comprobación teórica de la respuesta (Talledo, 2019).

2.2.5. FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS DE ÁNGULOS AGUDOS

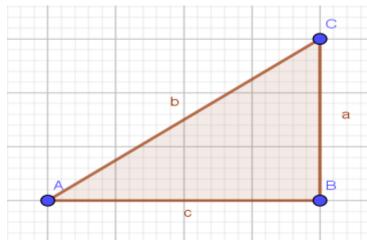


Gráfico 1. Triángulo rectángulo

Diseño propio para la investigación

Las funciones trigonométricas surgieron como relaciones entre los lados de un triángulo rectángulo, llamado así, porque uno de los ángulos mide 90°, en el caso de la figura, corresponde al ángulo B (Fernández et al., 2016).

Dichas relaciones dependen del ángulo agudo A (o C) y no del tamaño del triángulo; de otro lado, los lados opuestos a cada ángulo están designados con las mismas letras, pero minúsculas, entonces con respecto al ángulo A, c es el cateto adyacente, a es el cateto opuesto y b es la hipotenusa.

Con ellas se establecen las relaciones entre los lados denominados funciones trigonométricas:

seno A (sen A) =
$$\frac{op}{hip}$$
;

$$coseno A (cos A) = \frac{ady}{hip};$$

$$tangente A (tan A) = \frac{op}{ady};$$

$$cotangente\ A\ (\cot A) = \frac{ady}{op}$$

$$secante\ A\ (\sec A) = \frac{hip}{ady};$$

$$cosecante\ A\ (csc\ A) = \frac{hip}{op}$$
.

2.2.6. Aplicaciones con triángulos rectángulos y ángulos de elevación y ángulos de depresión

Las aplicaciones con triángulos rectángulos consisten en resolver problemas de la realidad relacionando el ángulo y los lados de los triángulos rectángulos, en este caso (Fierro, 2014).

Ejemplo 1

En la siguiente figura calcula las partes del triángulo rectángulo ABC donde:

a a b a a B

Gráfico 2. Triángulo rectángulo

Diseño propio para la investigación

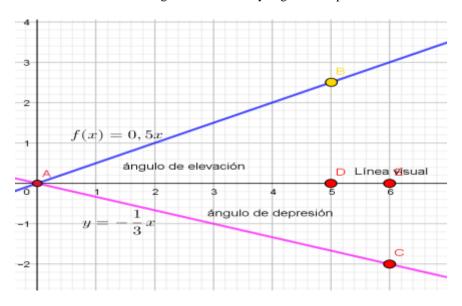
•
$$A + C = 90^{\circ} \rightarrow C = 90^{\circ} - 40^{\circ} \rightarrow C = 50^{\circ}$$

•
$$\tan 40^\circ = \frac{a}{12} \to a = 12(\tan 40^\circ) \to a = 12(0.8391) \to a = 10.07 \, m$$

•
$$\cos 40^{\circ} = \frac{12}{b} \to b = \frac{12}{\cos 40^{\circ}} \to b = \frac{12}{0.766} \to b = 15.67m$$

En el gráfico siguiente se observa: El ojo del observador está sobre el punto A coincidente con el origen de coordenadas; la línea visual es coincidente con el eje x positivo; a partir de la línea visual con $f(x) = \frac{1}{2}x$ se forma el ángulo de elevación para observar el punto B, por encima de la línea visual; asimismo, a partir de la línea visual hacia $f(x) = -\frac{1}{3}x$ se forma el ángulo de depresión para observar el punto C, por debajo de la línea visual; de esta manera, se forma dos triángulos rectángulos, el ADB con ángulo de elevación en A y recto en D; y, el AEC con ángulo de depresión en A y recto en E.

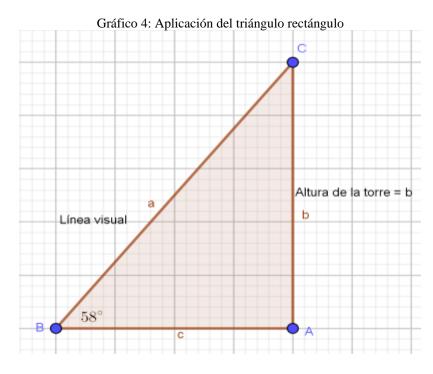
Gráfico 3. Ángulo de elevación y ángulo de depresión



Diseño propio para la investigación

Ejemplo 02

Desde un punto al nivel del suelo, a 135 m de la base de una torre eléctrica, se observa la punta de dicha torre con un ángulo de elevación de 58°. Calcula la altura aproximada de la torre.



Diseño para la investigación

Solución

Se observa que d es la altura de la torre; desde el punto de observación a la base de la torre mide 135 m; y, hay que relacionar el cateto adyacente y el cateto opuesto.

Entonces:
$$\tan 58^{\circ} = \frac{d}{135m} \rightarrow d = (135 \text{ m})(\tan 58^{\circ}) \rightarrow d = 216,05 \text{ m}$$

Luego la torre tiene 216,05 m aproximadamente.

Ejemplo 03

Desde la azotea de un edificio que da al mar, un observador ve un bote navegando directamente hacia el edificio. Si el observador está a 200 m sobre el nivel del mar, y si el ángulo de depresión del bote cambia de 25° a 40° durante el periodo de observación, calcula la distancia aproximada que recorre el bote.

Solución

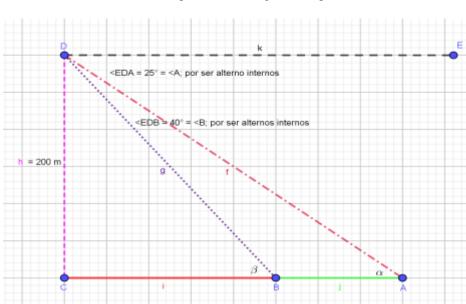


Gráfico 5: Aplicación del ángulo de depresión

Diseño para la investigación

En la figura, sean A y B las posiciones del bote que corresponden a los ángulos 25° y 40° , respectivamente. El observador se encuentra en el punto D, y C es el punto a 200 m directamente debajo de él. Sea $\mathbf{j} = \mathrm{AB}$ la distancia que recorre el bote, y sea \mathbf{i} la distancia de B a C. Si α y β representan a los ángulos DAC y DBC, respectivamente por ser alternos internos.

Entonces:
$$\alpha = 25^{\circ} \text{ y } \beta = 40^{\circ}$$

Luego en el triángulo BCD:
$$\cot \beta = \cot 40^{\circ} = \frac{j}{200 \, m} \rightarrow j = 200. \cot 40^{\circ}$$

En el triángulo DAC:
$$\cot \alpha = \cot 25^\circ = \frac{j+i}{200 \text{ m}} \rightarrow j+i = (200 \text{ m})(\cot 25^\circ)$$

Luego:
$$j = 200$$
. cot $25^{\circ} - 200$. cot $40^{\circ} \rightarrow j = 200 (\cot 25^{\circ} - \cot 40^{\circ})$

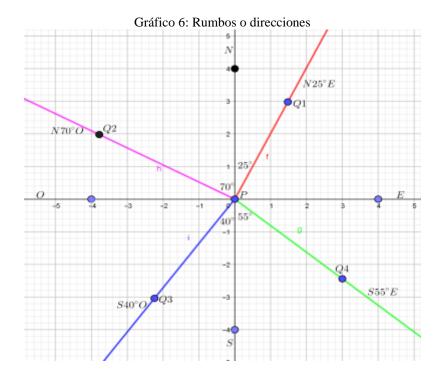
Finalmente:
$$j = 200(2,145 - 1,192) \rightarrow j = 190,6 m$$

Luego el bote recorre 190,6 m aproximadamente.

2.2.7. APLICACIONES TRIGONOMÉTRICAS CON USO DE RUMBOS

En la navegación y la topografía es necesario especificar el rumbo o la dirección de un punto P a un punto Q mencionando el ángulo de 0° a 90° que forma el segmento PQ con la línea norte-sur que pasa por P.

Debe mencionarse también si Q está al norte o al sur, y al este o al oeste de P. En la figura se muestra el rumbo de Q1 respecto a P, es de 25° al este del norte y se lee como: dirección N25°E, de P a Q1. Cuando se usa esta notación para rumbos o direcciones, siempre aparecen N y S a la izquierda del ángulo y E u O a la derecha.



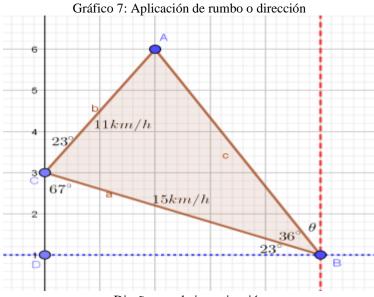
Diseño para la investigación

Ejemplo 04

De un puerto salen dos barcos al mismo tiempo, uno de ellos con el rumbo N23°E, a una velocidad de 11 km/h; el segundo navega en dirección S67°E a 15 km/h. Calcula el rumbo aproximado desde el segundo barco hacia el primero, una hora después.

Solución

Se esquematiza el problema, indicándose las posiciones del primero y segundo barcos en los puntos A y B, respectivamente, después de una hora. El punto C representa el puerto. Se desea calcular el rumbo de B hacia A.



Diseño para la investigación

Nótese que:

$$< ACB = 180^{\circ} - (23^{\circ} + 67^{\circ}) \rightarrow < ACB = 90^{\circ}$$

Consecuentemente, el triángulo ACB es rectángulo; por lo tanto:

$$\tan B = \frac{11}{15} \rightarrow B = \tan^{-1} \frac{11}{15} \rightarrow B \approx 36^{\circ}$$
 approximadamente

Apelando a la figura:

$$< CBD = 90^{\circ} - < BCD \rightarrow < CBD = 90^{\circ} - 67^{\circ} \rightarrow < CBD = 23^{\circ} <$$

Además:

$$< ABD = < ABC + < CBD \rightarrow < ABD \approx 36^{\circ} + 23^{\circ} \rightarrow < ABD = 59^{\circ}$$

El rumbo está indicado por θ , entonces:

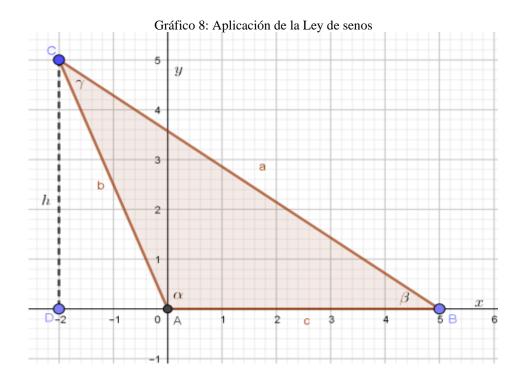
$$\theta = 90^{\circ} - \langle ABD \rightarrow \theta \approx 90^{\circ} - 59^{\circ} \rightarrow \theta = 31^{\circ}$$

Según el resultado, el rumbo de B hacia A es, aproximadamente, N31°O.

2.2.8. LA LEY DE LOS SENOS Y COSENOS EN LAS APLICACIONES TRIGONOMÉTRICAS

Un triángulo es oblicuángulo cuando no tiene un ángulo recto. Se usan las letras A, B, C; a, b, c; α , β , γ , para simbolizar los elementos del triángulo, como se observa en la figura. También, el segmento CD es paralelo al eje y, además d(C, D) = h. Es preciso tomar en cuenta que por definición de funciones trigonométricas de cualquier ángulo:

$$sen \propto = \frac{h}{b}$$
 por lo tanto $h = b sen \propto$



Diseño para la investigación

Luego usando el gráfico en el triángulo BDC se tiene:

$$sen \beta = \frac{h}{a}$$
 por lo tanto $h = a sen \beta$

En consecuencia, por igualación, se tiene:

b sen
$$\propto = a \operatorname{sen} \beta$$
 que se puede escribir como: $\frac{\operatorname{sen} \alpha}{a} = \frac{\operatorname{sen} \beta}{b}$

Si α se coloca en posición normal con C en el eje x positivo entonces, con la misma deducción se tiene: $\frac{sen \alpha}{a} = \frac{sen \gamma}{c}$

A partir de las dos igualdades se deduce la Ley de los senos para un triángulo oblicuángulo ABC, con una nomenclatura normal:

$$\frac{\operatorname{sen} \alpha}{a} = \frac{\operatorname{sen} \beta}{b} = \frac{\operatorname{sen} \gamma}{c}$$

La siguiente generalización es importante, en cualquier triángulo, la razón del seno de un ángulo es a la longitud del lado opuesto a él.

Ejemplo 05

Cuando el ángulo de elevación del sol es 64°, un poste telefónico que está inclinado un ángulo de 9° directamente frente al sol forma una sombra de 21 m de longitud en terreno horizontal. Calcula la longitud aproximada del poste.

Solución

Según el enunciado del problema, se presenta el esquema gráfico:

35°

a

b

g

9°

81°

A

21

Gráfico 9: Aplicación de la Ley de senos

Diseño para la investigación

A partir de la gráfica se calcula: $\beta = 90^{\circ} - 9^{\circ} \rightarrow \beta = 81^{\circ}$

Además:
$$\gamma = 180^{\circ} - (64^{\circ} + 81^{\circ}) \rightarrow \gamma = 35^{\circ}$$

Para calcular la longitud del poste; es decir, el lado a del triángulo ABC, se

aplica la ley de los senos:
$$\frac{a}{sen 64^{\circ}} = \frac{21}{sen 35^{\circ}} \rightarrow a = \frac{21 sen 64^{\circ}}{sen 35^{\circ}} \rightarrow a \approx 33 m$$

La respuesta: el poste de teléfono tiene una longitud aproximada de 33 m.

La Ley de senos no es aplicable en forma directa para calcular las partes restantes de un triángulo oblicuo, cuando se tiene como dato: dos lados y el ángulo entre ellos (LAL); o los tres lados (LLL); para estos casos se aplica la Ley de los cosenos.

La **Ley de los cosenos**: Si ABC es un triángulo con la nomenclatura normal, entonces:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$$

La generalización dice: El cuadrado de la longitud de cualquier lado de un triángulo es igual a la suma de los cuadrados de las longitudes de los otros dos lados, menos el doble producto de las longitudes de ellos por el coseno del ángulo que forman (Barreto, 2013).

Ejemplo 06

Un poste vertical de 40 m de altura se yergue en una pendiente que forma un ángulo de 17° con la horizontal. Calcula la longitud mínima del cable que llegue desde la punta del poste a un lugar a 72 m cuesta abajo de la base.

Solución

Se ubica en un esquema gráfico los datos:

a=40m

Gráfico 10: Aplicación de la Ley de cosenos

Diseño para la investigación

Se desea calcular AC que es la longitud del cable.

Medida del
$$< ABD = 90^{\circ} - 17^{\circ} \rightarrow < ABD = 73^{\circ}$$

Además:
$$\langle ABC = 180^{\circ} - 73^{\circ} \rightarrow \langle ABC = 107^{\circ}$$

Usando el triángulo ABC se puede estimar AC de la siguiente manera:

$$(AC)^2 = (72)^2 + (40)^2 - 2(72)(40)\cos 107^\circ \rightarrow (AC)^2 \approx 8468$$
 (Ley cosenos)

Luego:
$$AC = \sqrt{8468} \rightarrow AC \approx 92 m$$

2.2.9. BASES EPISTEMOLÓGICAS Y TEORÍAS PEDAGÓGICAS

El aprendizaje social de Vygotsky

El constructivismo de Vygotsky es un amplio cuerpo de teorías que tienen en común de las personas, tanto individual como colectivamente construyen sus conocimientos sobre su medio físico, social o cultural incluso sobre sí mismos. De esta manera puede denominarse teoría constructivista, a aquella que entiende que el conocimiento es el resultado de un proceso de construcción o reconstrucción de la realidad que tiene su origen en la integración entre las personas y el mundo (Guzmán & Saucedo, 2015).

Que el desarrollo y el aprendizaje presupone un contexto social y un proceso de interacción, entonces el desarrollo consiste en un proceso de internalización mediante el, un niño reconstruye internamente cualquier operación externa; en ese sentido, los procesos psicológicos surgen primero en un plano interpersonal y luego, mediante la internalización, alcanzan el plano intrapersonal, por ello, el aprendizaje va desde el exterior al interior del alumno, configurando el principio de la ley de doble formación: en el desarrollo cultural del niño toda función aparece dos veces: primero, entre personas, y después en el interior del niño.

El desarrollo y el aprendizaje son interdependientes, aunque el aprendizaje precede al desarrollo. Vygotsky sugiere que la instrucción debe tener lugar en la zona de desarrollo próximo. Distingue tres niveles de conocimiento. La zona de desarrollo real o efectivo, que representa la mediación social ya internalizada por el sujeto, lo que el individuo hace de modo autónomo, sin

ayuda o mediación de otro. La zona de desarrollo potencial, que representa lo que el individuo es capaz de hacer con ayuda de otras personas, y la zona de desarrollo próximo, que representa la diferencia entre el desarrollo real del individuo y el desarrollo potencial (Sáenz, 2018).

El aprendizaje debe concentrarse en la zona de desarrollo próximo, donde tiene lugar el conocimiento y el desarrollo de las habilidades que aún no se dominan pero que pueden dominarse fácilmente con instrucción, interacción y ayudas necesarias.

• EL APRENDIZAJE COGNITIVO DE PIAGET

El conocimiento físico es el que pertenece a los objetos del mundo natural; se refiere al que está incorporado por mensaje empírica en los objetos, partiendo de la observación, también se considera al aprendizaje como un proceso psicológico sujeto a los cambios ocasionados por el desarrollo que equivale al propio desarrollo de la inteligencia; en consecuencia, en el proceso de aprendizaje significativo de las matemáticas, Piaget le atribuye gran importancia a la actividad individual, en ese sentido, el alumno es el único sujeto activo que construye individualmente sus aprendizajes, y en la que el profesor es un simple facilitador (Núñez, 2004).

Este aspecto del aprendizaje merece especial atención ya que puede ser ejercitado en clase cuando el docente plantea problemas o temas para que cada alumno los resuelva, o bien fuera en el horario de en sus domicilios, para que amplíe conocimientos mediante textos o solución de problemas.

Según Piaget el aprendizaje está ligado íntimamente al desarrollo del pensamiento y distingue cuatro estudios; el sensorio motor, el pre operacional, el operacional concreto y el operacional formal; además, reconoce que el sujeto por su curiosidad, explora, descubre y aprende personalmente y aprender significa descubrir, es decir el estudiante construye sus propios esquemas mentales y no debe repetir lo que el maestro trata de enseñar, por lo tanto, en el proceso de aprendizaje el alumno constituye el único sujeto activo que construye individualmente sus aprendizajes, y en la que el profesor es un simple facilitador (Tünnermann, 2011).

• APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DE AUSUBEL

Ausubel (1983), con su aprendizaje significativo, indica que la esencia del aprendizaje reside en que las ideas que se expresan de manera simbólica son relacionadas de manera no arbitraria con lo que el alumno ya sabe o conoce. Plantea que cuando más activo sea el proceso, más significativo y útiles serán los conceptos asimilados.

También afirma que cuando en las clases se emplean con frecuencia materiales destinados a presentar información y los alumnos relacionan la nueva información con lo que ya saben, se está dando aprendizaje por recepción significativa (Morales, 2013).

Es decir, el aprendizaje significativo es un proceso de construcción de conocimientos (conceptual, procedimental y actitudinal) que se da en el sujeto en interacción con el medio.

Plantea que el aprendizaje debe ser significativo para la persona que aprende y lo significativo está directamente relacionada entre el conocimiento nuevo y el que ya posee el alumno, estableciendo que cada alumno aprende de diferente manera.

Ausubel propone cuatro tipos de aprendizaje: receptivo, repetitivo, significativo y por descubrimiento, en este contexto el estudiante puede desarrollar diversas capacidades; además, sostiene que el aprendizaje no solo se basa en la respuesta correcta, sino también en el error e incide en la importancia de la disposición afectiva y emocional del estudiante para aprender (Perdomo, 2015).

El concepto básico de Ausubel es el de aprendizaje significativo; en ese sentido, un aprendizaje se dice significativo cuando una nueva información (concepto, idea, proposición) adquiere significados para el aprendiz a través de una especie de anclaje en aspectos relevantes de la estructura cognitiva preexistente del individuo, o sea en conceptos, ideas, proposiciones ya existentes en su estructura de conocimientos (o de significados) con determinado grado de claridad, estabilidad y diferenciación.

2.3. DEFINICIÓN CONCEPTUAL DE TÉRMINOS

Programa heurístico

Es la actividad del estudiante en el proceso de aprendizaje mental, donde el estudiante se convierte en sujeto activo, eje del proceso aprendizaje - enseñanza; aquí, el docente se convierte en motivador, orientador y acompañador (Cocinero, 2015).

Es la enseñanza consciente y planificada de reglas generales y especiales de la heurística para la solución de problemas, para lo cual es necesario que cuando se declaren por primera vez las mismas explícitamente, se destaquen de un modo claro y firme, y se recalque su importancia en clases posteriores hasta que los alumnos las aprendan y las utilicen independientemente de manera generalizada, por lo que debe ejercitarse su uso en numerosas y variadas tareas.

Heurística

Es una lista de procesos desconocidos por el estudiante, que permite ayudar a los estudiantes a desarrollar un gran número de estrategias de resolución de problemas matemáticos más específicas y que relacionan de forma clara clases específicas de problemas, y enseñar estrategias de monitoreo que permitan a los estudiantes aprender (Ruiz, 2017).

Trigonometría

Es una parte de la matemática que, estudia la relación entre la medida de los ángulos y los lados de un triángulo.

• Aprendizaje de aplicaciones trigonométricas

Es el proceso de comprensión y aplicación de las razones y funciones trigonométricas en la resolución de problemas de la vida real, como: hallar la altura de un árbol aplicando la Ley de los senos o la Ley de los cosenos, semejanza de triángulos rectángulos y otros.

Ángulo

Es la sección del plano comprendida entre dos semirrectas que se originan en un mismo punto llamado vértice, y las semirrectas que los delimitan se denominan lados del ángulo.

• Triángulo rectángulo

Es aquel que tienen un ángulo recto y los lados que lo forman se llaman catetos, mientras que el lado que se le opone se llama hipotenusa; en consecuencia, el cateto que forma a un ángulo agudo se denomina cateto adyacente, y el otro cateto, se denomina cateto opuesto.

• Aprendizaje de funciones trigonométricas

Es el proceso de comprensión y aplicación de estas en la resolución de problemas del contexto.

Es saber que son el cociente entre dos lados de un triángulo rectángulo asociado a sus ángulos (Rodas, 2014).

• Aprendizaje

Es el proceso mediante el cual un sujeto adquiere destrezas o habilidades, incorporando contenidos informativos, conocimientos y adopta nuevas estrategias de conocimiento o acción.

• Aprendizaje significativo

ocurre cuando una nueva información "se conecta" con un concepto relevante preexistente en la estructura cognitiva, esto implica que, las nuevas ideas, conceptos y proposiciones pueden ser aprendidos significativamente en la medida en que otras ideas, conceptos o proposiciones relevantes estén adecuadamente claras y disponibles en la estructura cognitiva del individuo y que funcionen como un punto de "anclaje" a las primeras (Sylva, 2009).

• Medios y materiales para trigonometría

Conjunto de objetos, medios materiales y TIC existentes en una Institución Educativa a disposición de estudiantes y docentes, que facilitan el proceso de aprendizaje-enseñanza.

• Recurso didáctico

Son cada uno de los métodos, acciones o materiales que se emplean para ayudar al estudiante en el proceso de aprendizaje de las aplicaciones trigonométricas.

• Saberes Previos

Es establecer relaciones entre aquello que conocen y lo nuevo por aprender, originándose un "enganche" (al decir de Ausubel) que consolida y afianza el nuevo saber.

CAPÍTULO III

METODOLOGÍA

3.1. ÁMBITO

La investigación se realizó en la Institución Educativa Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri, matriculados en el año académico 2019

3.2. NIVEL Y TIPO DE INVESTIGACIÓN

3.2.1. NIVEL DE INVESTIGACIÓN

El nivel de investigación es explicativo (Paragua, et al, 2021), porque se induce la variable autónoma esperando un efecto en la variable dependiente.

3.2.2. TIPO DE INVESTIGACIÓN

El estudio es de tipo Explicativo (Paragua, et al, 2021), porque se manipulan las variables durante el trabajo de campo, y son recreables en cualquier otro escenario con una ligera modificación de los instrumentos de recolección de datos.

3.3. DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN

El diseño es Cuasiexperimental (Paragua et al., 2022), se trabaja con una muestra dividida en grupo experimental (GE) y grupo de control (GC).

Sobre el GE se aplica la variable independiente esperando mejoras en el aprendizaje de las aplicaciones trigonométricas en comparación con el grupo de control y dichos datos son recogidos a través de las pruebas de entrada, de proceso y final (Paragua, et al., 2018).

El esquema del diseño aplicado es el siguiente:

GE: O1	X	02	X	O3
GC: 01	•••••	02	• • • • • • • • • • • •	03

Leyenda

GE = Grupo Experimental

GC = Grupo de Control o Testigo

On = Observaciones del 1 al 3.

x = Variable independiente

3.4. POBLACIÓN Y MUESTRA

3.4.1. POBLACIÓN

La población estará constituida por alumnos de la institución educativa Filother Mendoza Campos - Cauri, matriculados en el año académico 2019.

Tabla 1. Población estudiantil de la institución educativa Filother Mendoza Campos-Cauri

Secciones	1 °	2 °	3°	4 °	5 °	TOTAL
	grado	Grado	grado	grado	grado	ALUMNOS
"A"	20	22	21	24	20	
"B"	23	24	23	21	22	_
"C"	23	19	19	24	17	335
"D"					17	_
TOTAL	66	65	63	65	76	_

Fuente: Nómina de matrícula en el año académico 2019 Diseño: La Investigadora

3.4.2. MUESTRA

El muestreo aplicado es no aleatorio o intencionado, pues se ha tomado como muestra a los estudiantes de las secciones del Quinto año A y Quinto año B.

Tabla 2. Muestra estudiantil de la institución educativa Filother Mendoza Campos-Cauri

GRADO Y SECCIÓN	GE	GC
5° A	20	
5° B		22
TOTAL	20	22

Fuente: Nómina de matrícula, año académico 2019 Diseño: La investigadora

3.5. INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE DATOS

Los instrumentos de recolección de datos que se empleara en la investigación son: prueba de entrada, prueba de proceso, prueba de salida, sugeridas en la escala de 0 a 20 y con 10 preguntas, con un valor de 2 puntos por pregunta (Paragua et al., 2018).

3.6. TÉCNICAS DE PROCESAMIENTO DE DATOS

Para el procesamiento de los datos se hará uso de la Estadística Descriptiva, para hallar las medidas de tendencia central y de dispersión, para interpretarlos porque los estadígrafos obtenidos muestran el comportamiento grupal de la muestra.

También se hará uso de la estadística inferencial, pues se hará un ensayo de prueba de hipótesis para determinar la diferencia de las medias aritméticas, con los datos del análisis descriptivo.

Con el manejo de la estadística descriptiva e inferencial, se pretende mejorar el nivel de la investigación.

3.7. VALIDACIÓN Y CONFIABILIDAD DEL INSTRUMENTO

Los instrumentos fueron las pruebas evaluativas de tipo escrito para desarrollar, con los nombre de prueba de entrada (PE), prueba de proceso (PP) y prueba de salida (PS), dichas pruebas adquirieron su validez y confiabilidad mediante el siguiente proceso: cada uno de ellos se elaboró en su primera versión que fueron aplicados como prueba piloto a un grupo de diez alumnos con las mismas características que la muestra, con las observaciones y sugerencias hechas por el

grupo piloto se elaboró la segunda versión de cada uno de los instrumentos que fueron aplicados a otro grupo piloto de diez estudiantes; de la misma forma, con las observaciones hechas en el segundo pilotaje se elaboró la tercera versión de la prueba, que igualmente pasó por un tercer pilotaje; y finalmente, con estas observaciones se elaboró la cuarta versión de cada uno de los instrumentos (Paragua et al., 2022).

Con el proceso descrito se pretende lograr que los instrumentos propuestos para la investigación midan lo pertinente, es decir, haya congruencia entre el instrumento de medida y la propiedad medible; en ese sentido, los instrumentos son válidos cuando miden realmente el indicador, la propiedad o atributo que debe medir.

La validez se muestra a través del grado de seguridad que debe tener todos los instrumentos que permiten lograr resultados equivalentes o iguales en otros procesos de recolección de datos con una simple contextualización de los instrumentos.

La confiabilidad como grado de consistencia de los puntajes obtenidos por un mismo grupo de estudiantes en una serie de pilotajes tomadas con la versión final de los instrumentos, denotando estabilidad y constancia de los puntajes y deben mostrar variaciones en bajada y ello indica la homogenización de los conocimientos adquiridos durante la ejecución de la investigación.

3.8. TABULACIÓN Y ANÁLISIS DE DATOS

Los datos recogidos constituyen notas en la escala vigesimal, ellos miden el nivel de aprendizaje sobre el problema en estudio como producto de la alternativa de solución propuesto por el investigador, los cuales son cargados a un software estadístico y arroja como resultado estadígrafos, como: las medidas de tendencia central, las medidas de dispersión, las medidas de forma, los valores extremos, y otros.

El análisis de dichos estadísticos corre a cuenta del investigador, quien en base al marco teórico que tiene sobre la investigación comparará, analizará y evaluará; y, al final estará en condiciones de dar las conclusiones sobre lo encontrado como producto del análisis y comparación de los resultados hallados, tanto en el grupo experimental como en el grupo de control.

3.9. CONSIDERACIONES ÉTICAS

La realización de la investigación científica y el uso de conocimientos científicos como referencias, demanda una conducta ética por parte del investigador; en ese sentido, las conductas no éticas corrompen a la ciencia, produce sesgos y en general no se produce el avance de la ciencia.

La ventaja para no caer en la subjetividad en las investigaciones del enfoque cuantitativo tiene su base en su redacción que siempre es en tercera persona, además, generalmente resuelve problemas satisfaciendo necesidad de la sociedad; es debido a ello, que la ética debe regular la conducta del investigador.

CAPÍTULO IV

RESULTADOS

4.1. ANÁLISIS DESCRIPTIVO DE RESULTADOS DEL GRUPO EXPERIMENTAL

La escala vigesimal que se asume para la evaluación en el estudio es el siguiente:

[00 - 04]	Aprendizaje pésimo
(04 - 08]	Aprendizaje malo
(08 - 12]	Aprendizaje regular
(12 - 16]	Aprendizaje bueno
(16-20]	Aprendizaje muy bueno (Paragua, et al., 2021).

Tabla 3. Nivel de saberes previos sobre aplicaciones trigonométricas en estudiantes de la I. E. Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri, 2019 G.E.

Estadígrafos	Valor
Media	6,95
Mediana	6,00
Moda	6,00
Desviación estándar	3,35
Varianza de la muestra	11,21
Coeficiente de Asimetría	0,75
Rango	12,00
Mínimo	2,00
Máximo	14,00
n	20,00

Fuente: Prueba de entrada (PE) Diseño: La investigadora

El beneficio de la aplicación del programa heurístico fue para las unidades de análisis del grupo experimental; sin embargo, los instrumentos fueron las mismas para ambos grupos, además, los temas materia de estudio eran para los dos grupos, pero, el grupo e control estaba bajo la dirección de otro docente; en

ese sentido, la finalidad de la prueba de entrada (PE) era recoger datos y diagnosticar los saberes previos que tenían las unidades de análisis sobre el tema materia de investigación; esta vía permitió conocer cuánto de temas prerrequisitos tenían los estudiantes que componían la muestra.

La importancia de los temas prerrequisito es fundamental para el aprendizaje de los temas programados durante el desarrollo de la asignatura, en ese sentido, si las medidas de tendencia central se ubicaran sobre diez, entonces estarían mostrando que solo tienen el cincuenta por ciento de saberes previos para aprehender los temas que desarrollará el docente de curso; esto, les permitirá entender en el mejor de los casos, hasta la mitad de todo lo que haga el docente, por ello, es necesario antes de empezar las clases se les programe una retroalimentación sobre los temas faltantes.

En la tabla 3, se observa que las medidas de tendencia central se ubican en la clase *mala* sobre la escala de calificación propuesta, indicando que los estudiantes de la Institución Educativa Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri, tenían alrededor del treinta y cinco por ciento de saberes previos en promedio, sobre aplicaciones trigonométricas, era evidente que dicha cantidad de saberes previos no les iba permitir un aprendizaje óptimo, se les programó sesiones virtuales de retroalimentación sobre los temas faltantes.

La observación, el análisis, la evaluación e interpretación de las medidas de tendencia central, con *Media* = 6,95 indica que las unidades de análisis tenían un poco menos del 35% de saberes previos en promedio, sobre aplicaciones trigonométricas y ello justificó la retroalimentación programada.

El análisis e interpretación de la *Desviación estándar* = 3,35 determinar que ocupa casi un quinto de la escala de calificación, indicando que los saberes previos además de ser bajos son un tanto dispersos; confirmado por el *Rango* = 12 que es bastante amplio.

En la tabla, también se observa que el *Coeficiente de asimetr*ía=0.75 es positiva; es decir, en el Rango indicado, configura una asimetría positiva indicando una tendencia mayoritaria de las unidades de análisis hacia el dato Minimo=2.

Los estadígrafos de la PE, luego de ser analizados indican que los saberes previos sobre aplicaciones trigonométricas en las unidades de análisis de la Institución Educativa Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri, en la escala de calificación estaban ubicadas como *malas* sobre la escala de calificación asumida, por lo que se les programó una retroalimentación sobre temas faltantes y recuperarlos en los aproximadamente sesenta y cinco por ciento de saberes previos faltantes.

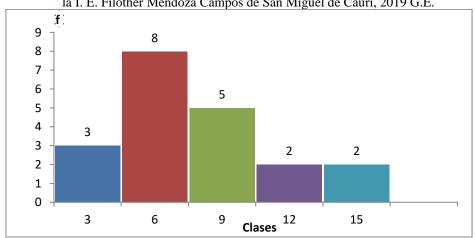


Gráfico 1: Nivel de saberes previos sobre aplicaciones trigonométricas en estudiantes de la I. E. Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri, 2019 G.E.

Fuente: Prueba de entrada (PE) Diseño: La investigadora En el gráfico que antecede se observa que la clase Mediana está sobre (6-9], a su izquierda se ubican 11 unidades de análisis y hacia su derecha están ubicados solo 4; es decir, la mayoría de los estudiantes del grupo experimental tienden hacia el dato mínimo; por ello, la finalidad de la retroalimentación era revertir la proporción indicada de saberes previos sobre aplicaciones trigonométricas.

CONTRASTE DEL PRIMER OBJETIVO ESPECÍFICO

La proporción de saberes previos sobre aplicaciones trigonométricas en las unidades de análisis de la Institución Educativa Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri, eran *malas* sobre la escala de calificación con una débil tendencia hacia la clase *regular*, indicando aproximadamente el treinta y cinco por ciento de saberes previos.

Tabla 4. Nivel de aprendizaje de aplicaciones trigonométricas durante la aplicación del programa heurístico en estudiantes de la I. E. Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri, 2019 G.E.

Estadígrafos	Valor
Media	9,95
Mediana	9,50
Moda	9,00
Desviación estándar	2,67
Varianza de la muestra	7,10
Coeficiente de Asimetría	0,04
Rango	10,00
Mínimo	5,00
Máximo	15,00
n	20,00

Fuente: Prueba de proceso (PP) Diseño: La investigadora Con la prueba de proceso (PP) se recogió datos respecto al nivel de aprendizaje que habían generado sobre la primera mitad de ítems programados de aplicaciones trigonométricas; el acto permitió conocer cuánto habían mejorado las unidades de análisis en el aprendizaje con la aplicación del programa heurístico, y ello, permitió tomar decisiones pertinentes en función a los resultados obtenidos.

En la tabla que antecede los estadígrafos obtenidos durante el proceso de la investigación, se puede apreciar que las medidas de tendencia central se ubicaron como regular sobre la escala de calificación; es decir, las clases planificadas y con ayuda de las herramientas didácticas adecuadas permiten que la generación de aprendizajes sea efectiva en los estudiantes de la Institución Educativa Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri, dicho resultado permitió a la investigadora a mejorar e innovar la aplicación del método heurístico para el beneficio de los mencionados estudiantes.

La *Media* = 9,95 a pesar de ser desaprobatorio en la escala de calificación peruana, para la investigación, es un logro importante en comparación con la media de saberes previos; en ese sentido, es notorio que la aplicación didáctica del programa heurístico es positiva en el aprendizaje de las unidades de análisis porque estaban en franca mejora de manera sostenida y con una marcada tendencia hacia la clase de calificación *buena*.

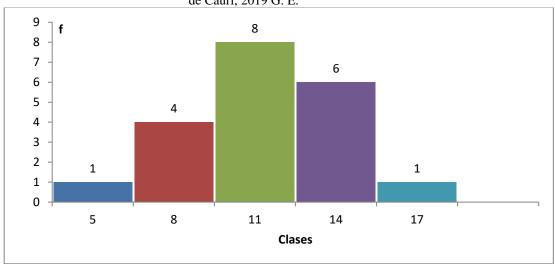
Entre tanto la *Desviación estándar* = 2,67 de proceso, en comparación con la desviación estándar inicial ha disminuido, indicando que el nivel de conocimientos sobre aplicaciones trigonométricas, usando como herramienta

didáctica al programa heurístico se estaba homogenizando entre las unidades de análisis; este fenómeno es confirmado por el Rango = 10.

El *Coeficiente de asimetr*ía = 0,04 en esta etapa del estudio, sigue configurando una asimetría positiva, muy bajo con una fuerte tendencia hacia una distribución normal; en ese sentido, el dato *Mínimo* = 5 es otro valor que ha aumentado indicando la mejora comentada líneas arriba; es por ello, que los estadígrafos de la PP analizados dice que el nivel de aprendizaje de las unidades de análisis está mejorando con una marcada tendencia hacía la clase muy buena.

Finalmente, se puede afirmar que los estadígrafos de la prueba de proceso analizados indican que las aplicaciones trigonométricas en los estudiantes de la Institución Educativa Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri, sobre la escala de calificación estaban ubicadas como regulares, con tendencia hacia la clase de calificación buena.

Gráfico 2: Nivel de aprendizaje de aplicaciones trigonométricas durante la aplicación del programa heurístico en estudiantes de la I. E. Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri, 2019 G. E.



Fuente: Prueba de proceso (PP) Diseño: La investigadora

En el gráfico que antecede se observa que la clase Mediana está sobre (8 - 11],

a su izquierda se ubican 5 unidades de análisis y hacia su derecha están ubicados 7; es decir, la mayoría; sin embargo, la mayor contundencia gráfica se observa hacía el dato *Mínimo* = 5, es debido a ello que el valor del coeficiente de asimetría es bajo y configura una asimetría positiva, en términos generales la aplicación del método heurístico es alentador en sus resultados.

CONTRASTE DEL SEGUNDO OBJETIVO ESPECÍFICO

El aprendizaje de las aplicaciones trigonométricas durante la aplicación del programa heurístico en los estudiantes de la Institución Educativa Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri, se ubicaron como regulares con cierta tendencia hacia la clase buena sobre la escala de calificación

Tabla 5. Nivel de aprendizaje de aplicaciones trigonométricas al finalizar la aplicación del programa heurístico en estudiantes de la I. E. Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri, 2019 G.E.

Estadígrafos	Valor
Media	13,10
Mediana	13,00
Moda	12,00
Desviación estándar	2,29
Varianza de la muestra	5,25
Coeficiente de Asimetría	-0,37
Rango	9,00
Mínimo	8,00
Máximo	17,00
1	20,00

Fuente: Prueba de proceso (PF) Diseño: La investigadora La aplicación de la prueba de salida (PS) permitió recoger datos sobre el aprendizaje de aplicaciones trigonométricas al finalizar la investigación; además, permite determinar con cuánto de mejora quedan las unidades de análisis en el dominio de los temas programados con la aplicación del programa heurístico; es importante la determinación del nivel de mejora en la generación de aprendizajes para la toma de decisiones en favor de las unidades de análisis.

En la tabla que antecede se observa las estadísticas finales, donde las medidas de tendencia central se ubican como buenas sobre la escala de calificación asumida para la investigación; además, el análisis y las comparaciones indican que la generación de aprendizajes en los estudiantes de la Institución Educativa Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri aprendieron de manera teórica y práctica las aplicaciones trigonométricas con la aplicación del método heurístico.

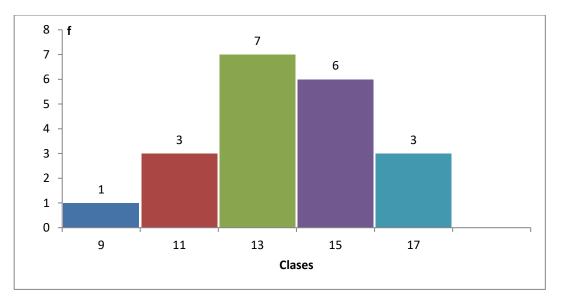
Al finalizar la investigación las medidas de tendencia central se ubicaron en la clase *buena* sobre la escala de calificación asumida; en ese sentido, la *Media* = 13,10 indicaba que el nivel de aprendizaje de aplicaciones trigonométricas había mejorado y la tendencia era seguir mejorando.

De otro lado, el análisis de la *Desviación estándar* = 2,29 comparativamente con la desviación de proceso es menor, y ello indicaba que el nivel de conocimientos sobre aplicaciones trigonométricas con el uso del programa heurístico en las unidades de análisis tendía a una franca homogenización; lo dicho está confirmado por el *Rango* = 9; además, comparando con el rango de proceso, ha disminuido en una unidad.

El Coeficiente de asimetría = -0.37 configura una asimetría negativa; ello evidencia la efectividad de la aplicación del programa heurístico complementado con una adecuada didáctica de parte del docente; de otro lado, el dato Mínimo = 8 también ha aumentado en tres puntos, indicando una mejora en las aplicaciones trigonométricas; en ese sentido, con los estadígrafos de la PS analizados se puede decir que el nivel de aprendizaje de las unidades de análisis estaban en una franca mejora.

En ese sentido se puede afirmar que los estadígrafos de la prueba de salida analizados muestran que el aprendizaje de aplicaciones trigonométricas en los estudiantes de la Institución Educativa Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri, se ubicaron como buena sobre la escala de calificación, y como puede apreciarse hay una tendencia a seguir mejorando.

Gráfico 3: Nivel de aprendizaje de aplicaciones trigonométricas al finalizar la aplicación del programa heurístico en estudiantes de la I. E. Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri, 2019



Fuente: Prueba de proceso (PF) Diseño: La investigadora En el gráfico que antecede puede apreciarse que la clase Modal está sobre (11 – 13], a su izquierda se ubican cuatro unidades de análisis y hacia su derecha están ubicados nueve; eso constituye la mayoría, es por ello que la mayor contundencia gráfica se observa hacía el dato Máximo = 17, es debido a ello que el valor del coeficiente de asimetría es negativo y configura una asimetría negativa; en términos generales, por los resultados obtenidos a través del proceso de aplicación del programa heurístico se ha logrado que el nivel de aprendizaje mejore en promedio indicado por el desplazamiento de la *Media* hacia el dato Máximo.

CONTRASTE DEL TERCER OBJETIVO ESPECÍFICO

El nivel de aplicaciones trigonométricas en los estudiantes de la Institución Educativa Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri se ubicaron como *buena* sobre la escala de calificación al finalizar la aplicación del programa heurístico, con intenciones a seguir mejorando.

CONTRASTE DEL CUARTO OBJETIVO ESPECÍFICO

La aplicación del programa heurístico ha potencializado el aprendizaje de aplicaciones trigonométricas en 6,15 puntos en promedio en las unidades de análisis de la Institución Educativa Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri al finalizar la investigación con una tendencia bien marcada a seguir mejorando.

4.2. ANÁLISIS DESCRIPTIVO DE RESULTADOS DEL G. C.

Tabla 6. Nivel de saberes previos sobre aplicaciones trigonométricas en estudiantes de la I. E. Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri, 2019 G.C.

Valor	
8,32	
8,00	
8,00	
1,81	
3,27	
0,38	
8,00	
5,00	
13,00	
22,00	

Fuente: Prueba inicial (PI) Diseño: La investigadora

Al grupo de control no se les aplicó el método heurístico por rol de controladores; además, los temas materia de estudio estaban bajo la dirección de otro docente; en ese sentido, la finalidad de la prueba de entrada (PE) era para diagnosticar los saberes previos que tenían las unidades de análisis sobre el tema materia de investigación.

La necesidad de los temas prerrequisito es por su relación intrínseca con el aprendizaje de los temas siguientes que se desarrollarán en la asignatura; en ese sentido, si los estadígrafos muestran una media de diez, entonces, deducimos que las unidades de análisis tienen el cincuenta por ciento de saberes previos para un aprendizaje óptimo de los temas que desarrollará el docente de curso, por ello, es necesario se les programe una retroalimentación sobre los temas faltantes.

En la tabla N° 06 se observa que las medidas de tendencia central están ubicadas en el límite inferior de la clase *regular* sobre la escala de calificación asumida, indicando que los estudiantes de la Institución Educativa Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri, tenían alrededor del cuarenta por ciento de saberes previos en promedio, sobre aplicaciones trigonométricas, y al igual que al grupo experimental, dicha cantidad de saberes previos no les iba permitir un aprendizaje satisfactorio, sin embargo, no se les pudo programar sesiones de retroalimentación sobre los temas faltantes, por su condición de controladores de la investigación.

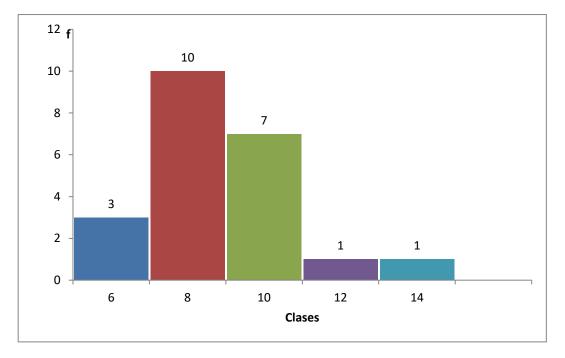
En ese sentido la Media = 8,32 indica deficiencia de saberes previos y la Desviación estándar = 1,81 indican que esa deficiencia, tenían una cierta homogeneidad; es decir, que los saberes previos además de ser bajos eran aceptablemente homogéneos, confirmado por el Rango = 8 que es bastante bajo.

En la tabla que antecede, también se observa que el $Coeficiente\ de\ asimetría\ =\ 0.38\ configura\ una asimetría\ positiva\ con\ bajo valor en dicho Rango, indicando una tendencia moderada de las unidades de análisis hacia el dato <math>Mínimo\ =\ 5$.

Los estadígrafos de la PE para el grupo de control indican que los saberes previos sobre aplicaciones trigonométricas en los estudiantes de la Institución Educativa Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri, estaban ubicadas como *regular* sobre la escala de calificación propuesta; sin embargo, no se les pudo

programar retroalimentación alguna sobre temas faltantes por su rol de controladores.

Gráfico 4: Nivel de saberes previos sobre aplicaciones trigonométricas en estudiantes de la I. E. Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri, 2019



Fuente: Prueba inicial (PI) Diseño: La investigadora

En el gráfico que antecede se observa que la clase Mediana está sobre (8-10], a su izquierda se ubican trece unidades de análisis y hacia su derecha están ubicados solo dos; es decir, la mayoría de los estudiantes del grupo experimental tienden hacia el dato mínimo, ello hace la necesidad de una retroalimentación que no se dio por su condición de grupo de control.

Tabla 7. Nivel de aprendizaje de aplicaciones trigonométricas durante la aplicación del programa heurístico en estudiantes de la I. E. Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri. 2019 G.C.

8,27
8,00
8,00
1,91
3,64
0,98
9,00
5,00
14,00
22,00

Fuente: Prueba inicial (PP) Diseño: La investigadora

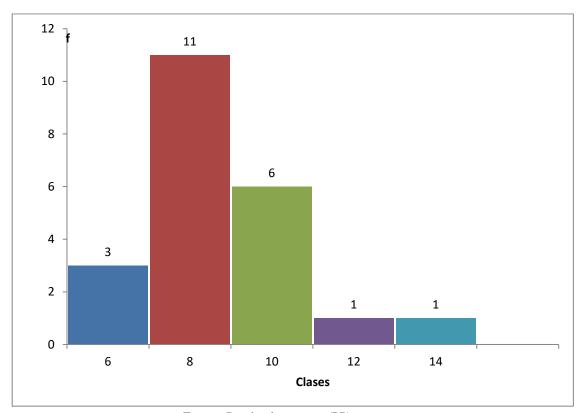
En la tabla que antecede se observa que las medidas de tendencia central se ubicaron como *regular* sobre la escala de calificación; al igual que el grupo experimental, están en el extremo inferior de la clase, indicando el nivel bajo de sabres previos de los estudiantes de la Institución Educativa Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri, permitiendo a la investigadora a proponer mejoras e innovaciones en la aplicación del programa heurístico y lograr mejor generación de aprendizajes en el tema aplicaciones trigonométricas.

La Media = 8,27 está ubicada a inicios de la clase regular indicando el nivel real de saberes previos, sin embargo, la Desviación estándar = 1,91 es bajo y ello indica homogeneidad de conocimientos sobre aplicaciones trigonométricas en el nivel durante la aplicación del programa heurístico; el hallazgo está confirmado por el Rango = 9.

El Coeficiente de asimetría = 0,98 durante el proceso de la investigación, sigue configurando una asimetría positiva marcadamente alto; en ese sentido, el dato Mínimo = 5 es un valor que se mantiene, es por ello que los estadígrafos de la PP analizados indican que la generación de aprendizajes en el grupo de control no tiene muestras notorias de mejora.

En consecuencia, se hay que afirmar que los estadígrafos de la prueba de proceso analizados indican que las aplicaciones trigonométricas en los estudiantes del grupo de control de la Institución Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri, se ubicaron como regulares.

Gráfico 5: Nivel de aprendizaje de aplicaciones trigonométricas durante la aplicación del programa heurístico en estudiantes de la I. E. Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri, 2019



Fuente: Prueba de proceso (PP) Diseño: La investigadora El gráfico que antecede muestra que la clase Mediana está sobre (8 – 10], y hacia el dato mínimo se ubican catorce unidades de análisis, y hacia la derecha están ubicados dos; es evidente que la mayoría tienden hacía el dato *Mínimo* = 5, ello hace que el coeficiente de asimetría sea alto y configura una asimetría positiva; sin embargo, es notorio el rendimiento estacionario del grupo de control en la Institución Educativa Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri.

Tabla 8. Nivel de aprendizaje de aplicaciones trigonométricas al finalizar la aplicación del programa heurístico en estudiantes de la I. E. Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri, 2019 G.C.

Estadígrafos	Valor
Media	8,45
Mediana	8,00
Moda	8,00
Desviación estándar	2,20
Varianza de la muestra	4,83
Coeficiente de Asimetría	-1,13
Rango	10,00
Mínimo	5,00
Máximo	15,00
n	22,00

Fuente: Prueba inicial (PP) Diseño: La investigadora

Con la prueba de salida (PS) se recogieron datos sobre el aprendizaje de aplicaciones trigonométricas al finalizar la investigación, y permite también determinar cuánto han mejorado las unidades de análisis en el dominio de los temas programados sin la aplicación del programa heurístico, como es el caso de las unidades de análisis del grupo de control.

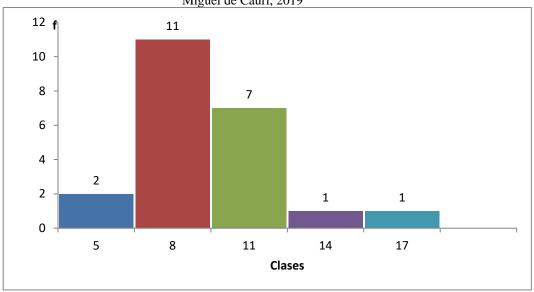
En la tabla que antecede se observa las estadísticas finales de las unidades de análisis de control, donde las medidas de tendencia central se han quedado como *regular* sobre la escala de calificación asumida en el estudio; además, el análisis y las comparaciones indican que la generación de aprendizajes sobre aplicaciones trigonométricas en los estudiantes de la Institución Educativa Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri, no fueron las óptimas.

Se recalca que al finalizar la investigación las medidas de tendencia central se ubicaron en la clase *regular* sobre la escala de calificación asumida; en ese sentido, la *Media* = 8,45 indicaba que el nivel de aprendizaje de aplicaciones trigonométricas no había mejorado y la tendencia era seguir estacionario.

La *Desviación estándar* = 2,20 comparado con la desviación de proceso es mayor, indicando que los conocimientos sobre aplicaciones trigonométricas sin el uso del programa heurístico eran dispersos; lo dicho está confirmado por el Rango = 10; mientras tanto, el *Coeficiente de asimetría* = -1,13 configura una asimetría negativa y el dato Mínimo = 5 ha permanecido inalterable desde el inicio de la investigación, lo cual indicaba que no había ninguna mejora de aprendizajes en las unidades de análisis del grupo de control.

En ese sentido, los estadígrafos de la prueba de salida analizados muestran que el aprendizaje de aplicaciones trigonométricas en los estudiantes del grupo de control de la Institución Educativa Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri, se ubicaron como *regulares* sobre la escala de calificación asumida.

Gráfico 6: Nivel de aprendizaje de aplicaciones trigonométricas al finalizar la aplicación del programa heurístico en estudiantes de la I. E. Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri, 2019



Fuente: Prueba final (PF) Diseño: La investigadora

En el gráfico que antecede se aprecia que la clase Media está sobre el intervalo (8 – 11], a su izquierda se ubican trece unidades de análisis y hacia su derecha están ubicados dos, es por ello que la mayor contundencia gráfica se observa hacía el dato *Mínimo* = 5; en términos generales, por los resultados obtenidos a través del proceso aprendizaje-enseñanza sin la aplicación del programa heurístico en el grupo de control no se logra mejorar el aprendizaje de los estudiantes de la Institución Educativa Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri.

CONTRASTE DEL QUINTO OBJETIVO ESPECÍFICO

La aplicación del programa heurístico ha mejorado el aprendizaje de aplicaciones trigonométricas en 4,65 puntos en promedio en los estudiantes de la Institución Educativa Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri al finalizar la investigación con tendencia a seguir mejorando.

4.3. PRUEBA DE HIPÓTESIS

4.3.1. DATOS PARA LA PRUEBA DE HIPÓTESIS

$$\mu_e = 13,10$$

$$\mu_c = 8,45$$

$$(\delta_e)^2 = 5.25$$

$$(\delta_c)^2 = 4.83$$

$$n_e = 20$$

$$n_c = 22$$

95% de confiabilidad

E = 5%, nivel de significancia, cola a la derecha.

t = 1,645 para 95% de confiabilidad y (20+22-2=40) grados de libertad

4.3.2. FORMULACIÓN DE HIPÓTESIS

$$H_0: \mu_E \leq \mu_C$$

$$H_A$$
: $\mu_E > \mu_C$

Ho: La aplicación del programa heurístico **no** mejora el aprendizaje de las aplicaciones trigonométricas en los estudiantes de la Institución Educativa Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri, 2019.

Ha: La aplicación del programa heurístico mejora el aprendizaje de las aplicaciones trigonométricas en los estudiantes de la Institución Educativa Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri, 2019.

4.3.3. DETERMINACIÓN DE LA PRUEBA

La hipótesis alterna indica que la prueba es unilateral de cola a la derecha, porque se trata de verificar sólo una probabilidad.

4.3.4. DETERMINACIÓN DEL NIVEL DE SIGNIFICANCIA DE LA PRUEBA

Se asume un nivel de significancia de 5% y un nivel de confiabilidad del 95%.

4.3.5. DETERMINACIÓN DE LA DISTRIBUCIÓN MUESTRAL

La distribución muestral adecuada al estudio es la distribución de diferencia de medias, se emplea la distribución T de Student, por ser el tamaño de la muestra $n < 30\,$

4.3.6. Cálculo de la T de prueba

La t crítica para 40 grados de libertad es: t = 1,645

• Cálculo de la T de prueba.

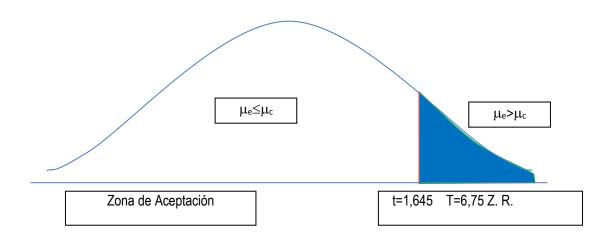
Fórmula:
$$T = \frac{\overline{X_1} - \overline{X_2}}{\sqrt{\frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

Reemplazando los datos en la fórmula:

$$T = \frac{\overline{13,10} - \overline{8,45}}{\sqrt{\frac{(20-1)(5,25) + (22-1)(4,83)}{20+22-2} \left(\frac{1}{20} + \frac{1}{22}\right)}}$$

Efectuando las operaciones indicadas en la fórmula, el valor de la T de prueba es: T=6,75

4.3.7. GRÁFICO



Fuente: Prueba de hipótesis de diferencia de dos medias Diseño: La investigadora

4.3.8. CONTRASTE DE LA HIPÓTESIS ALTERNATIVA

El valor T de prueba (T = 6,75) en el gráfico, se ubica a la derecha de la t crítica para 95% de confiabilidad (t = 1,645); que es la zona de rechazo, en consecuencia, se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alterna; porque, se tiene indicios suficientes que prueban que la aplicación del programa heurístico mejora el aprendizaje de las aplicaciones trigonométricas en los estudiantes de la Institución Educativa Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri, 2019.

CAPÍTULO V

5. DISCUSIÓN DE RESULTADOS

El objeto del estudio era probar que el uso del programa heurístico generaba mejor aprendizaje de las aplicaciones trigonométricas en los estudiantes de la Institución Educativa Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri 2019, para ello era necesario determinar el nivel de temas prerrequisito que tenían sobre el tema en estudio (Gómez, 2022).

En ese sentido, se formuló y validó el instrumento de recolección de datos (Anexo N° 02), además de su respectiva validación por menor variabilidad (Anexo N° 03); con el cual se recogieron y procesaron los datos recogidos con la prueba de entrada (PE), los estadígrafos resultantes mostraron que la proporción de saberes previos sobre aplicaciones trigonométricas en las unidades de análisis de la Institución Educativa Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri, eran *malas* sobre la escala de calificación con una débil tendencia hacia la clase *regular*, indicando aproximadamente el treinta y cinco por ciento de saberes previos (Caicedo, 2020).

Los ítems a desarrollar en matemática, sea en el nivel básico o superior, requieren de un setenta por ciento de saberes previos como mínimo para que la generación de aprendizajes sea óptima en el estudiante y aplicables en la realidad, convirtiéndoles en ciudadanos que proponen y desarrollan su entorno (Velásquez, 2018).

El objeto de la trigonometría es el estudio de la medida de ángulos y lados de los

triángulos, especializándose en la determinación de distancias inaccesibles o que no se podían medir de manera directa, como la distancia entre la Tierra y la Luna; también, en la física, ingeniería, en el estudio de fenómenos periódicos y propagación de ondas; además, en astronomía, artillería, cartografía, construcciones, navegación y otros (Ocampo, 2015).

Es básico que las unidades de análisis tengan nociones de medición de alturas como la de un edificio, un cerro, un árbol; además, de tener la noción sobre la línea de visión, etc., por lo tanto, cada tema trigonométrico tiene su aplicación práctica en la realidad, para lo cual se requiere una buena base de saberes previos y el grupo en estudio no los tenían, por lo que se les programó sesiones retroalimentación sobre temas faltantes y recuperarlos (Flores, 2018).

Luego de la retroalimentación sobre temas teóricos pertinentes a las aplicaciones trigonométricas, en el estudio se propuso determinar el aprendizaje de las aplicaciones trigonométricas con el uso del programa heurístico en los estudiantes de la Institución Educativa Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri, los mismos que se ubicaron como regulares con cierta tendencia hacia la clase buena sobre la escala de calificación (Rodríguez, 2022).

El programa heurístico como método ayuda al docente a una planificación detallada de las clases teórico-práctica de la trigonometría; por ejemplo, las razones trigonométricas ayudan en la resolución de un triángulo rectángulo, y debe entenderse que tiene tres lados y tres ángulos y uno de ellos es recto, esto hace que los ángulos agudos sean complementarios, y el tema de aplicaciones

permite a las unidades de análisis hallar tres de dichos elementos conociendo los otros tres, en el caso específico del triángulo rectángulo, es hallar dos conociendo los otro dos, donde uno de ellos necesariamente debe ser un lado (M. Guzmán, 2014).

El primer paso del programa heurístico es leer y comprender el problema, ello implica que las unidades de análisis deben tener un cierto nivel de comprensión lectora para que identifique las ideas centrales y los simbolice y los extraiga como datos, con los cuales se planifica la ejecución secuencial de las operaciones matemáticas identificadas, el resultado así hallado debe ser evaluado con lo cual se toma la decisión de potenciar la aplicación didáctica o de programar retroalimentaciones; en ese sentido, el tema de aplicaciones trigonométricas mejoró en los estudiantes de la Institución Educativa Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri, ubicándose como *regular* sobre la escala de calificación (Cabezas, 2016).

El aprendizaje está en función al nivel de saberes previos; es decir, a mayor cantidad de temas prerrequisitos, mayor nivel de aprendizaje de temas, esto es evidente en el estudio, ya que las unidades de análisis tenían aproximadamente treinta y cinco por ciento de saberes previos que no les permitía procesar la información teórica nueva recibida en la interacción de una clase, permitiéndoles llegar con un aprendizaje promedio a la clase *regular* sobre la escala de calificación asumida, y empezaban a tener mayor facilidad de traslapar los conocimientos teóricos adquiridos a casos reales (Loret de Mola, 2011).

En la generación de aprendizajes con la aplicación del programa heurístico se complementa con la cuestión metodológica de parte del docente dentro del aula de clases, en ese sentido, es imperativo en los docentes, sus formadores y las autoridades pertinentes de la gestión educativa buscar la aplicación coherente de las políticas educativas con las necesidades de desarrollo del País con respeto ambiental, porque es importante potenciar el aprendizaje analítico y práctico en las aulas y su posterior traslape a la realidad (UNESCO, 2019).

Es por ello, por lo que se debe determinar la generación del aprendizaje de las aplicaciones trigonométricas al finalizar el estudio con el uso del programa heurístico en los estudiantes de la Institución Educativa Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri, los mismos que en esta etapa se ubicaron como *buena* sobre la escala de calificación con tendencia a seguir mejorando (Crespo, 2007).

El conocimiento teórico práctico de las aplicaciones trigonométricas es relevante en la medida que sea usado en el desarrollo personal y colectivo; en este sentido, las unidades de análisis deben resolver tanto los problemas teóricos como los prácticos vinculados con el entorno; en ese sentido, se deben buscar siempre la aplicabilidad práctica en la realidad, ello se puede lograr generando el aprendizaje del tema problema con la aplicación del programa heurístico, ya que permite a las unidades de análisis lograr el dominio del conocimiento desde lo concreto, de una manera eficiente obteniendo un buen desarrollo psicomotor y cognitivo (Cruz, 2016).

La finalidad del trabajo de gabinete sobre el estudio era comparar, analizar y evaluar el aprendizaje de las aplicaciones trigonométricas antes y después de las clases con el programa heurístico en los estudiantes de la Institución Educativa Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri, 2019; llegándose a la conclusión que la aplicación del programa heurístico ha potencializado el aprendizaje de las aplicaciones trigonométricas en 6,15 puntos en promedio en las unidades de análisis al finalizar la investigación con una tendencia bien marcada a seguir mejorando (Acosta, 2019).

La generación de aprendizajes de impacto es a través de la aplicación de herramientas didácticas, como es el caso del programa heurístico; en ese sentido, para usarlos en las sesiones de aprendizaje, los temas matemáticos deben ser planificados con antelación para evitar las improvisaciones (Abal, 2018); es decir, para alcanzar las metas trazadas, como lo es el aprendizaje de aplicaciones trigonométricas, es preciso que el docente prepare el proceso de la clase con la debida anticipación y operativizar en el salón de clases el programa analítico (Villanueva, 2019); en ese sentido, el nivel de aprendizaje de los estudiantes de la Institución Educativa Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri quedaron como buena sobre la escala de calificación.

En el estudio, también fue necesario comparar, analizar y evaluar el aprendizaje de las aplicaciones trigonométricas con y sin la aplicación del programa heurístico en los estudiantes de la Institución Educativa Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri, 2019; dicha comparación cruzada, muestra la

mejora de 4,65 puntos en promedio en las unidades de análisis al finalizar la investigación con tendencia a seguir mejorando (Viza, 2018).

Es importante que el aprendizaje esté vinculado con los intereses y necesidades de las unidades de análisis para que usen lo aprendido de manera teórica, en una aplicación práctica y resuelvan problemas del entorno; en ese sentido, la comparación cruzada de los resultados finales sobre las aplicaciones trigonométricas del grupo de control con los del grupo experimental, permitió mostrar la efectividad de la aplicación del programa heurístico en los estudiantes de la Institución Educativa Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri 2019.

En la investigación el valor T=6,75, se ubica a la derecha de la t=1,645 crítica, para 95% de confiabilidad y 5% de significancia; que es la zona de rechazo, por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alterna, porque se tiene indicios suficientes que prueban que la aplicación del programa heurístico mejora el aprendizaje de las aplicaciones trigonométricas en los estudiantes de la Institución Educativa Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri, 2019.

6. CONCLUSIONES

- Se determinó que la proporción de saberes previos sobre aplicaciones trigonométricas en las unidades de análisis de la Institución Educativa Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri 2019, eran *malas* sobre la escala de calificación con una débil tendencia hacia la clase *regular*, indicando aproximadamente el treinta y cinco por ciento de dominio de temas prerrequisitos.
- Se determinó que el aprendizaje de las aplicaciones trigonométricas durante el uso del programa heurístico en los estudiantes de la Institución Educativa Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri, se ubicaron como regulares con cierta tendencia hacia la clase buena sobre la escala de calificación.
- Se determinó que el nivel de aplicaciones trigonométricas en los estudiantes de la Institución Educativa Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri se ubicaron como *buena* sobre la escala de calificación al finalizar la aplicación del programa heurístico, con intenciones a seguir mejorando.
- Se comparó, analizó y evaluó que el uso del programa heurístico ha potencializado el aprendizaje de aplicaciones trigonométricas en 6,15 puntos en promedio en las unidades de análisis de la Institución Educativa Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri al finalizar la investigación con una tendencia bien marcada a seguir mejorando.

• Se comparó, analizó y evaluó que la aplicación del programa heurístico había mejorado el aprendizaje de aplicaciones trigonométricas en 4,65 puntos en promedio en los estudiantes que se beneficiaron del uso de la ayuda didáctica, respecto al grupo de control en la Institución Educativa Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri al finalizar la investigación.

7. SUGERENCIAS

- Se sugiere a los docentes de la Institución Educativa Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri 2019, determinar el nivel de saberes previos sobre los temas matemáticos que desarrollarán y programarles retroalimentación en los temas faltantes.
- Se sugiere a los docentes de la Institución Educativa Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri 2019, tomar pruebas durante el proceso de aplicación del programa heurístico en el aprendizaje de las aplicaciones trigonométricas, de esa forma, se permitirán tomar las medidas correctivas si fuese necesario.
- Se sugiere a los docentes de la Institución Educativa Filother Mendoza
 Campos de San Miguel de Cauri 2019, determinar el nivel de aprendizaje
 de las aplicaciones trigonométricas al finalizar la aplicación del programa
 heurístico para que sepan la efectividad de la ayuda didáctica.
- Se sugiere a los docentes de la Institución Educativa Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri 2019, comparar, analizar y evaluar el nivel de aprendizaje de las aplicaciones trigonométricas antes y después de la aplicación del programa heurístico para determinar el nivel de mejora en el aprendizaje.
- Se sugiere a los docentes de la Institución Educativa Filother Mendoza
 Campos de San Miguel de Cauri 2019, hacer la comparación, el análisis y

la evaluación cruzada sobre el aprendizaje de las aplicaciones trigonométricas con y sin la aplicación del programa heurístico para determinar la efectividad de la ayuda didáctica.

8. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abal, P. S. (2018). Influencia del vertimiento de aguas residuales en el grado de contaminación de las aguas del río Huallaga en Huánuco, año 2017 [Universidad Alas Peruanas]. In *Universidad Andina del Cusco*. http://repositorio.ucv.edu.pe/bitstream/handle/20.500.12692/47102/Gutierrez_RS-SD.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Acosta, I. (2019). Estrategias metodológicas heurísticas para la resolución de problemas en cálculo diferencial en el área de matemática en los estudiantes del II ciclo de la escuela profesional de ingeniería civil, Universidad Nacional San Martín, 2017 [Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo]. https://repositorio.unprg.edu.pe/bitstream/handle/20.500.12893/8067/BC-4448 ACOSTA SANTISTEBAN.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Almeida, M. E. (2013). Las relaciones familiares y su incidencia en el aprendizaje significativo de los estudiantes de quinto a noveno grado de educación básica del Liceo Militar Siglo XXI, Parroquia el Quinche, Cantón Quito, Provincia de Pichincha [Universidad Técnica de Ambato].

 https://repositorio.uta.edu.ec/bitstream/123456789/5814/1/TESIS MARY 01-09-2013 FINAL.pdf
- Arias, D. (2009). Formación de docentes en Andragogía, necesidades básicas de aprendizaje y mejora de la calidad y equidad en el Instituto Superior Pedagógico de Ayaviri para la educación de jóvenes y adultos [Universidad Nacional Mayor de San Marcos]. http://cybertesis.unmsm.edu.pe/bitstream/handle/20.500.12672/2394/Arias_md.pdf?sequence=1
- Barrantes, L., Cruz, M. R., & Gutiérrez, R. E. (2016). La heurística como estrategia de enseñanza creativa en la resolución de problemas matemáticos relacionados con el pensamiento numérico de los estudiantes del ciclo tres grado sexto del Colegio Arborizadora Baja IED [Universidad de La Salle]. https://ciencia.lasalle.edu.co/cgi/viewcontent.cgi?article=1504&conte xt=maest_docencia
- Barreto, J. C. (2013). Deducción general del teorema de Pitágoras en trigonometría: de la didáctica de la geometría hasta la didáctica del análisis matemático. *Revista Premisa*, 15(59), 21–35.
- Cabezas, C. L. (2016). Resolución de problemas en los estudiantes del quinto grado de primaria de la Institución Educativa N.º 1230 Viña Alta, La Molina, 2016 [Universidad César Vallejo]. https://repositorio.ucv.edu.pe/bitstream/handle/20.500.12692/17725/C abezas_GCL.pdf?sequence=1
- Caicedo, D. L. (2020). Análisis del Nivel de Competencia Matemática en

- Estudiantes Neotomasinos [Universidad Santo Tomás, Bucaramanga]. https://repository.usta.edu.co/bitstream/handle/11634/29981/2020Caic edoDiego.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Cerna, Y. M., Calvo, N. H., & Méndez, F. M. (2016). Estrategias heurísticas en la resolución de problemas matemáticos, para el desarrollo de habilidades metacognitivas en los estudiantes del 1° grado de educación secundaria de la i.e. José María Arguedas de Marcará-Carhuaz-2016. [Universidad Nacional Santiago Antúnez de Mayolo]. http://repositorio.unasam.edu.pe/bitstream/handle/UNASAM/2036/T0 33_46324561_T.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Cocinero, P. C. (2015). Método Heurístico Y Su Incidencia En El Aprendizaje Del Álgebra [Universidad Rafael Landívar]. In *Heuristico*. http://recursosbiblio.url.edu.gt/tesisjcem/2015/05/86/Cocinero-Pablo.pdf
- Crespo, E. (2007). Modelo didáctico sustentado en la heurística para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática asistida por computadora [Universidad Félix Varela]. https://dspace.uclv.edu.cu/bitstream/handle/123456789/7465/Erik Crespo.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Cruz, M. I. (2016). Elaboración y aplicación de guía didáctica con enfoque constructivista para el aprendizaje de trigonometría en los estudiantes de tercer semestre, de la escuela Ciencias Exactas, período Diciembre 2012 Junio 2013 [Universidad Nacional de Chimborazo]. http://dspace.unach.edu.ec/bitstream/51000/1592/1/UNACH-FCEHT-TG-C.EXAC-000001.pdf
- Dueñas, Lucía Anne Marie Escobal, R. A., & Mejía, M. R. (2018). *El puzzle hexagonal y el aprendizaje de las expresiones algebraicas en los estudiantes del segundo grado de educación secundaria del Colegio Nacional de Aplicación UNHEVAL 2015* [Universidad Nacional Hermilio Vladizán]. https://repositorio.unheval.edu.pe/bitstream/handle/20.500.13080/291 9/TEDM 00199 D96.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Fernández, E. M., Ruiz, J. F., & Rico, L. (2016). Significado escolar de las razones trigonométricas elementales. *Ensenanza de Las Ciencias*, 34(3), 51–71. https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.1871
- Ferrer, M. Y., Gavino, N. A., & Aquino, F. (2019). El método de Polya y el aprendizaje de polígonos en los estudiantes del segundo grado de educación secundaria de la Institución Educativa José Carlos Mariátegui "El Amauta"- 2017 [Universidad Nacional Hermilio Valdizán].
 - https://repositorio.unheval.edu.pe/bitstream/handle/20.500.13080/461 9/TEDM00212F43.pdf?sequence=1&isAllowed=y

- Fierro, B. S. (2014). El uso del software adobe flash CS5 en la resolución de triángulos rectángulos en los décimos años de E.G.B. de la unidad educativa Dr. Víctor Mideros de San Antonio de Ibarra y de la unidad educativa República del Ecuador" del cantón Otavalo. [Universidad Técnica del Norte]. http://repositorio.utn.edu.ec/jspui/bitstream/123456789/4916/1/05 FECYT 2466 TRABAJO GRADO.pdf
- Flores, E. M. (2018). *La aplicación de funciones trigonométricas en situaciones concretas* [Universidad Nacional de Trujillo]. https://dspace.unitru.edu.pe/bitstream/handle/UNITRU/12070/FLORE S MATA EDGAR MARINO.pdf?sequence=3
- Gómez, J. P. (2022). Propuesta pedagógica basada en actividades de enseñanza-aprendizaje para el desarrollo de la competencia de resolución de problemas en estudiantes de cuarto grado de secundaria [Universidad de Piura]. https://pirhua.udep.edu.pe/bitstream/handle/11042/5516/EDUC_2203. pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Gutierrez, J. A. (2012). Estrategias de enseñanza y resolución de problemas matemáticos según la percepción de estudiantes del cuarto grado de primaria de una institución educativa Ventanilla [Universidad San Ignacio de Loyola]. https://repositorio.usil.edu.pe/server/api/core/bitstreams/a3b74b45-7a01-491f-ba3f-f1408942f39a/content
- Guzmán, C., & Saucedo, C. L. (2015). Experiencias, vivencias y sentidos en torno a la escuela y a los estudios: Abordajes desde las perspectivas de alumnos y estudiantes. *Revista Mexicana de Investigacion Educativa*, 20(67), 1019–1054. https://www.scielo.org.mx/pdf/rmie/v20n67/v20n67a2.pdf
- Guzmán, M. (2014). Las Razones Trigonométricas a Partir De La Semejanza De Triángulos. http://www.bdigital.unal.edu.co/12915/
- Llatas, L. J. (2016). Programa Educativo para el Aprendizaje Autónomo basado en Estrategias didácticas fundamentadas en el uso de las tecnologías y comunicación. La investigación formativa de los estudiantes del primer ciclo de la USAT [Universidad de Málaga]. In *Universidad De Malaga*. https://riuma.uma.es/xmlui/bitstream/handle/10630/11732/TD_LLAT AS_ALTAMIRANO_Lino_Jorge.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Loret de Mola, J. E. (2011). Estilos Y Estrategias De Aprendizaje En El Rendimiento Académico De Los Estudiantes De La Universidad Peruana "Los Andes" De Huancayo Perù. *Revista de Estilos de Aprendizaje*, 4(8), 149–185. http://revistaestilosdeaprendizaje.com/article/view/941/1649
- Lupiañez, J. L. (2009). Expectativas de aprendizaje y planificación curricular

- en un programa de formación de profesores de Matemática de Secundaria [Universidad de Granada]. http://funes.uniandes.edu.co/798/2/TesisLupiañezPublicada.pdf
- Meira, P. Á. (2013). Problemas ambientales globales y educación ambiental: Una aproximación desde las representaciones sociales del cambio climático. *Revista Integra Educativa*, 6(3), 29–64. http://www.scielo.org.bo/pdf/rieiii/v6n3/n6a03.pdf
- Méndez, P. A. (2015). Prácticas de enseñanza de matemáticas en tercer año de educación general básica de la Escuela 9 de Julio de Cayambé [Universidad Politécnica Salesiana Sede Quito]. http://dspace.ups.edu.ec/bitstream/123456789/5081/1/UPS-CYT00109.pdf
- Morales, J. R. (2013). El Material Didáctico Y Su Incidencia En El Aprendizaje Significativo En El Área De Matemáticas De Los Estudiantes De Tercer, Cuarto Y Quinto Grado De Educación General Básica De La Escuela Fiscal Mixta "Inés Gangotena" De La Parroquia Sangolquí, Cantón R [Universidad Técnica de Ambato]. https://repositorio.uta.edu.ec/bitstream/123456789/5089/1/teb_2013_8 58.pdf
- Navas, M. E. (2019). Implementación de oficinas de la niñez en los municipios del departamento de Jutiapa , para aplicación de metodologías eficientes que contribuyan a la disminución de violencias y delitos [Universidad de San Carlos de Guatemala]. http://www.repositorio.usac.edu.gt/13124/1/13 TMPsF%28026%29.pdf
- Ñiño de Guzmán, R. (2015). Estrategias metodológicas para mejorar capacidades en la resolución de problemas multiplicativos en los estudiantes de cuarto grado de la Institución Educativa 54005 Miguel Grau Abancay [Universidad Nacional de San Agustín]. http://repositorio.unsa.edu.pe/bitstream/handle/UNSA/4472/EDSniayr.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Núñez, I. (2004). La gestión de la información, el conocimiento, la inteligencia y el aprendizaje organizacional desde una perspectiva sociopsicológica. *Acimed*, *12*(3), 1–75. http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1024-94352004000300004
- Ocampo, I. C. (2015). Aprendizaje basado en problemas, ABP: una propuesta para transformar la enseñanza-aprendizaje de las aplicaciones de la trigonometría en la solución de triángulos en el grado 10º [Universidad de Medellín]. https://repository.udem.edu.co/bitstream/handle/11407/2250/T_MEM _23.pdf?sequence=1

- Oloya, J. J. (2018). Monitoreo, acompañamiento y evaluación para mejorar la práctica docente en la competencia de resolución de problemas en el área de matemática del III ciclo de educación básica regular de la Institución Educativa N° 80248 del distrito de Curgos, provincia [Instituto Pedagógico Nacional Monterrico]. http://repositorio.ipnm.edu.pe/bitstream/20.500.12905/673/1/oloyap_j uan.pdf
- Paragua, M., Bustamante, N., Norberto, L. A., Paragua, M. G., & Paragua, C. A. (2022). *Investigación Científica. Formulación de Proyectos de Investigación y Tesis*. https://www.unheval.edu.pe/portal/investigacion-cientifica-formulacion-de-proyectos-de-investigacion-y-tesis/
- Paragua, M., Paragua, C. A., Paragua, M. G., & Norberto, L. A. (2021). Análisis de funciones matemáticas usando la primera y segunda derivada en estudiantes de Matemática y Física de la UNHEVAL. *Investigación Valdizana*, 15, 17–23.
- Paragua, M., Paragua, M. G., & Paragua, C. A. (2021). Relación entre la Yupana y el aprendizaje de la multiplicación de números enteros. *Meta: Avaliacao*, *13*(38), 81–100. https://doi.org/10.22347/2175-2753V13I38.2956
- Paragua, M., Pasquel, L., Paragua, C. A., Paragua, M. G., & Cajas, T. V. (2018a). Method Four Steps and the Learning of the Derivative By. *Comuni@cción*, 9(1), 48–55. http://www.scielo.org.pe/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2219-71682018000100005&lng=es&tlng=es.
- Paragua, M., Pasquel, L., Paragua, C. A., Paragua, M. G., & Cajas, T. V. (2018b). Método cuatro pasos y el aprendizaje de la derivada por definición. *Comuni@cción*, 9, 48–55.
- Peña, I. D. (2018). Fortalecimiento del proceso aprendizaje de las funciones trigonométricas en el marco de la metodología resolución de problemas de George Pólya con estudiantes de décimo grado de la Institución Educativa Antonio Nariño del municipio de San José de Cúcuta [Universidad Autónoma de Bucaramanga]. https://repository.unab.edu.co/handle/20.500.12749/2606
- Perdomo, W. (2015). Estudio de evidencias de aprendizaje significativo en un aula bajo el modelo Flipped Classroom [Tecnológico de Monterrey]. https://repository.unab.edu.co/bitstream/handle/20.500.12749/3161/20 15_Tesis_William_Perdomo_Rodriguez.pdf?sequence=1&isAllowed =y
- Pino, P. (2017). La Influencia de la Electro Trigonometría en el Proceso de Aprendizaje de la Trigonometría en los Estudiantes del Quinto Grado de Educación Secundaria en el Colegio Experimental de Aplicación,

- Lurigancho-Chosica [Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle]. https://repositorio.une.edu.pe/bitstream/handle/20.500.14039/1241/TE SIS.pdf?sequence=5&isAllowed=y
- Retamozo, A. C. (2015). Aplicación De Las Técnicas De Resolución De Problemas Y El Rendimiento Académico De Los Estudiantes En El Área De Matemática En El Cuarto Grado De Educación Secundaria De La Institución Educativa Privada "Trilce" De San Juan De Lurigancho Ugel Nº 05 De [Universidad Inca Garcilaso de la Vega]. http://repositorio.uigv.edu.pe/bitstream/handle/20.500.11818/870/T_M.INV.DOC.UNIVERSITARIA_06566902_RETAMOZO_CAMAR A_CARLOS_ALBERTO.pdf?sequence=1
- Ríos, J. J. (2018). Estilos de aprendizaje para mejorar el rendimiento académico en estudiantes del segundo ciclo de la escuela profesional de ingeniería de sistemas (filial bagua) de la Facultad de Ingeniería de Sistemas y Mecánica Eléctrica de la Universidad Nacional Torib [Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo]. https://repositorio.unprg.edu.pe/bitstream/handle/20.500.12893/7885/BC-4093 RIOS VALLEJOS.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Rodas, L. J. (2014). Mapas mentales en el aprendizaje de las funciones trigonométricas. Estudio realizado en el grado tercero básico, sección B, del Colegio Dr. Rodolfo Robles. [Universidad Rafael Landívar]. http://recursosbiblio.url.edu.gt/tesiseortiz/2014/05/86/Rodas-Lilian.pdf
- Rodríguez, S. C. (2022). El software matemático GeoGebra como herramienta didáctica en el aprendizaje de cónicas en los alumnos de matemática básica de la facultad de ingeniería química de la UNAC del semestre 2019-A. In *Univerdidad Nacional del Callao*. Universidad Nacional del Callao.
- Rovalino, J. R. (2015). Aplicación de la metodología de resolución de problemas y su relación con el aprendizaje de geometría plana, en los estudiantes del tercer semestre de la Escuela de Ciencias, Carrera de Ciencias Exactas, durante el periodo septiembre 2013 octubre 2014 [Universidad Nacional de Chimborazo]. http://dspace.unach.edu.ec/bitstream/51000/2171/1/UNACH-FCEHT-TG-C.EXAC-2015-000005.pdf
- Ruiz, F. (2017). Las estrategias heurísticas y la resolución de problemas de los estudiantes del tercer año de Secundaria de la I.E. Nº 6094 "Santa Rosa", Chorrillos; Lima, 2016 [Universidad César Vallejo]. In *Universidad César Vallejo*. https://repositorio.ucv.edu.pe/bitstream/handle/20.500.12692/5622/Ruiz_OF.PDF?sequence=1&isAllowed=y
- Sáenz, E. E. (2018). Estrategias de enseñanza aprendizaje para el desarrollo de

- las competencias científicas de acuerdo a los estilos de aprendizaje con la mediación de las TIC [Universidad Autónoma de Bucaramanga]. https://repository.unab.edu.co/bitstream/handle/20.500.12749/2637/20 18_Tesis_Saenz_Vargas_Eucaris_Esther.pdf?sequence=1&isAllowed =y
- Sylva, M. (2009). David Ausubel y su aporte a la educación. In *Ciencia UNEMI* (Vol. 2, Issue 3). https://ojs.unemi.edu.ec/index.php/cienciaunemi/article/view/126/127
- Talledo, M. (2019). Estrategias didácticas heurísticas para mejorar la capacidad de resolución de problemas en el área de la matemática en los estudiantes de cuarto Grado de Primaria de la I.E. N° 15513 Talara Alta, región Piura; 2018 [Universidad Pedro Ruiz Gallo]. https://repositorio.unprg.edu.pe/bitstream/handle/20.500.12893/8419/BC-4822 TALLEDO MORAN.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Tünnermann, C. (2011). El constructivismo y el aprendizaje de los estudiantes. *Universidades*, 48, 21–32. https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=37319199005
- Umatambo, S. L. (2013). La influencia del uso de material multimedia en el mejoramiento del aprendizaje de la trigonometría en los estudiantes del décimo año de Educación Básica del Colegio Rincón del Saber en el año lectivo 2011 2012 [Universidad Central del Ecuador]. http://www.dspace.uce.edu.ec:8080/bitstream/25000/2000/1/T-UCE-0010-310.pdf
- UNESCO. (2019). La formación docente en servicio en el Perú: proceso de diseño de políticas y generación de evidencias. In *Ministerio De Educación*.

 https://repositorio.minedu.gob.pe/bitstream/handle/20.500.12799/6808
 /La formación docente en servicio en el Perú proceso de diseño de políticas y generación de evidencias.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Velásquez, A. Y. (2018). Los estilos de aprendizaje y su relación con el nivel de logro en la evaluación censal de estudiantes en el área de matemática de la I.E. "Nueva Juventud" del segundo y cuarto grado de primaria de educación básica regular del distrito Santa Rita de Siguas [Universidad Nacional de San Agustín de Arequipa]. http://repositorio.unsa.edu.pe/bitstream/handle/UNSA/6416/EDMvech ay.pdf?sequence=1
- Villanueva, I. Z. (2019). Sistema de tareas docente en el aprendizaje de la derivada en los estudiantes del primer año de la escuela profesional de ingeniería en telecomunicaciones, UNSA-2018 [Universidad Nacional de San Agustín]. http://repositorio.unsa.edu.pe/bitstream/handle/UNSA/10328/EDDviv eiz.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Viza, S. R. (2018). Aplicación del método heurístico para elevar el nivel de aprendizaje del área de matemática en la institución educativa 40163 Benigno Ballón Farfán - Paucarpata Arequipa - 2017 [Universidad Nacional de San Agustín de Arequipa]. http://repositorio.unsa.edu.pe/bitstream/handle/UNSA/7719/EDvicasr 2.pdf?sequence=3

ANEXOS

ANEXO 1 MATRIZ DE CONSISTENCIA

Título: Programa heurístico y las aplicaciones trigonométricas en los estudiantes de la institución educativa Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri, 2019

PROBLEMA	OBJETIVO	HIPÓTESIS	METODOLOGÏA
Problema General:	Objetivo General	Hipótesis	Tipo de
¿En qué medida la aplicación del	Probar que la aplicación del	General:	Investigación:
programa heurístico mejorará el	programa heurístico mejorará el	Ho: La	Explicativo
aprendizaje de las aplicaciones	aprendizaje de las aplicaciones	aplicación del	
trigonométricas en los estudiantes	trigonométricas en los estudiantes	programa	Diseño de
de la Institución Educativa Filother	de la Institución Educativa	heurístico no	Investigación:
Mendoza Campos de San Miguel de	Filother Mendoza Campos de San	mejorará el	Cuasi experimental
Cauri, 2019?	Miguel de Cauri, 2019.	aprendizaje de	
		las	Esquema:
Problemas Específicos:	Objetivos Específicos:	aplicaciones	GE: O1xO2x
Cuál es el nivel de saberes	 Determinar el nivel de saberes 	trigonométric	O3
previos sobre las aplicaciones	previos sobre las aplicaciones	as en los	GC: O1O3
trigonométricas en los estudiantes	trigonométricas en los	estudiantes de	
de la Institución Educativa	estudiantes de la Institución	la Institución	
Filother Mendoza Campos de San	Educativa Filother Mendoza	Educativa	
Miguel de Cauri, 2019?	Campos de San Miguel de	Filother	
• ¿Cuál es el nivel de aprendizaje de	Cauri, 2019.	Mendoza	
las aplicaciones trigonométricas	 Determinar el nivel de 	Campos de	
durante la aplicación del programa	aprendizaje de las aplicaciones	San Miguel de	
heurístico en los estudiantes de la	trigonométricas durante la	Cauri, 2019.	
Institución Educativa Filother	aplicación del programa	Ha: La	
Mendoza Campos de San Miguel	heurístico en los estudiantes de	aplicación del	
de Cauri, 2019?	la Institución Educativa Filother	programa	
• ¿Cuál es el nivel de aprendizaje de	Mendoza Campos de San	heurístico	
las aplicaciones trigonométricas al	Miguel de Cauri, 2019.	mejorará el	
finalizar la aplicación del		aprendizaje de	
programa heurístico en los	aprendizaje de las aplicaciones	las	
estudiantes de la Institución	trigonométricas al finalizar la	aplicaciones	
Educativa Filother Mendoza	aplicación del programa	trigonométric	
Campos de San Miguel de Cauri,	heurístico en los estudiantes de	as en los	
2019?	la Institución Educativa Filother	estudiantes de	
¿Cuál es el nivel de aprendizaje de	Mendoza Campos de San	la Institución	
las aplicaciones trigonométricas	Miguel de Cauri, 2019.	Educativa Filother	
antes y después de la aplicación	 Comparar, analizar y evaluar el nivel de aprendizaje de las 	Mendoza	
del programa heurístico en los estudiantes de la Institución	aplicaciones trigonométricas	Campos de	
Educativa Filother Mendoza	antes y después de la aplicación	San Miguel de	
Campos de San Miguel de Cauri,	del programa heurístico en los	Cauri, 2019.	
2019?	estudiantes de la Institución	2017.	
¿Cuál es el nivel de aprendizaje de	Educativa Filother Mendoza		
las aplicaciones trigonométricas	Campos de San Miguel de		
con y sin la aplicación del	Cauri, 2019.		
programa heurístico en los			
estudiantes de la Institución	nivel de aprendizaje de las		
Educativa Filother Mendoza	aplicaciones trigonométricas		
Campos de San Miguel de Cauri,	con y sin la aplicación del		
2019?	programa heurístico en los		
	estudiantes de la Institución		
	Educativa Filother Mendoza		
	Campos de San Miguel de		
	Cauri, 2019		

MATRÍZ DE CONSISTENCIA

Título: Programa heurístico y las aplicaciones trigonométricas en los estudiantes de la institución educativa Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri, 2019

	PC	OBLACIÓN		MUESTRA			INS'	TRUM	ENTOS		
	Población estudiantil		n estudiantil de la			Muestra estudiantil de la institución			Pruebas	de	evaluación
	institución educativa Filother			educativa Filother Mendoza Campos-					escrita.		
	Mendoz	a Campos- (Cauri			Cauri			Prueba de	entrac	la (PE)
	Grado y	N°	Total		Anual	N° de	GC	GE	Prueba de	proce	so (PP)
	Seción	Alumnos				Alumnos			Prueba de	salida	(PS)
	1° ABC	66			5° A	20		20			
	2° ABC	65			5° B	22	22				
	3° ABC	63	335		5° C	17					
	4° ABC	65			5° D	17					
	5° ABCD	76									
	Fuente: Nó	mina de mat	rícula –		TOTAL 22 20						
		2019		F	uente: No	ómina de ma	trícula	- 2019			
	Diseño	: La Investig	gada		Dis	eño: La Inve	stigada				
L				<u> </u>					l		

ANEXO 2

CONSENTIMIENTO INFORMADO

Institución Educativa: FILOTHER MENDOZA CAMPOS- CAURI

Tesista: MARINA BOZA VALDEZ

Título: PROGRAMA HEURÍSTICO Y LAS APLICACIONES

TRIGONOMETRÍCAS EN LOS ESTUDIANTES DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA FILOTHER MENDOZA CAMPOS DE

SAN MIGUEL DE CAURI, 2019

PRESENTACIÓN:

Yo, Marina Boza Valdez identificado con DNI Nº 71693219 como estudiante de la escuela profesional de matemática y física de la Universidad Nacional "Hermilio Valdizán", vengo realizando un trabajo de investigación como parte de los requisito para la obtención del Grado de título profesional, cuyos datos son los siguientes:

OBJETIVO DEL ESTUDIO:

Probar que la aplicación del programa heurístico mejora el aprendizaje de las aplicaciones trigonométricas en los estudiantes de la Institución Educativa Filother Mendoza Campos de San Miguel de Cauri, 2019.

JUSTIFICACIÓN DEL ESTUDIO:

La investigación se justifica desde el punto de vista legal de acuerdo al reglamento que norma los procedimientos para la obtención del título profesional en la Universidad Nacional Hermilio Valdizán. La base legal que sustenta dicho reglamento es:

- ✓ La constitución política del Perú que establece los fines de la educación universitaria (Art. 18º); como la creación intelectual y artística, la investigación científica y tecnológica.
- ✓ El estatuto de la Universidad Nacional Hermilio Valdizán, que instituye a la Escuela de Post grado como la unidad académica del más alto nivel en la UNHEVAL.

METODOLOGÍA:

De tipo explicativo, diseño cuasi experimental; porque se manipulan las variables durante el trabajo de campo, y son recreables en cualquier otro escenario con una ligera modificación de los instrumentos de recolección de datos.

MOLESTIAS O RIESGOS:

No existe ninguna molestia o riesgo mínimo al participar en este trabajo de investigación. Usted es libre de aceptar o de no aceptar.

BENEFICIOS:

No existe beneficio directo para usted por participar de este estudio. Sin embargo, se le informará de manera personal y confidencial de algún resultado que se crea conveniente que usted tenga conocimiento.

COSTOS E INCENTIVOS:

Usted no deberá pagar nada por participar en el estudio, su participación no le generará ningún costo.

CONFIDENCIALIDAD:

Los investigadores registraremos su información con códigos y no con nombres. Si los resultados de este seguimiento son publicados en una revista científica, no se mostrará ningún dato que permita la identificación de las personas que participan en este estudio. Sus archivos no serán mostrados a ninguna persona ajena al estudio sin su consentimiento.

CONSENTIMIENTO:

Acepto voluntariamente participar en este estudio, he comprendido perfectamente la información que se me ha brindado sobre las cosas que van a suceder si participo en el proyecto, también entiendo que puedo decidir no participar y que puedo retirarme del estudio en cualquier momento.

CONTACTO SOBRE LOS DERECHOS COMO PARTICIPANTES EN EL ESTUDIO:

Tesista: Marina Boza Valdez, con número de celular 929006986 estudiante de la Universidad Nacional Hermilio Valdizán, Facultad de Ciencias de la Educación, carrera profesional de Matemática y física; Ciudad Universitaria de Cayhuayna. Av. Universitaria Nº 601 - 607 Pillcomarca, Huánuco.

Firma del Participante

Huella Digital

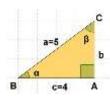
15 - 04 - 2020 Fecha

Nombre:

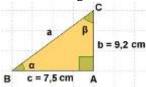
DNI:

ANEXO 3 INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE DATOS PRUEBA DE ENTRADA

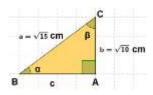
1. Halla las razones trigonométricas de los ángulos en el siguiente triángulo rectángulo:



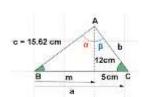
2. Halla las razones trigonométricas de los ángulos en el siguiente triángulo rectángulo:



3. Halla las razones trigonométricas de los ángulos en el siguiente triángulo rectángulo:



4. Halla las razones trigonométricas de los ángulos de los siguientes triángulos rectángulos:



- 5. Calcula las razones trigonométricas de un ángulo α situado en el primer cuadrante sabiendo que $Sen \alpha = \frac{1}{3}$
- 6. Calcula las razones trigonométricas del ángulo α situado en el segundo cuadrante sabiendo que $\cos\alpha=-\frac{1}{4}$
- 7. Calcula las razones trigonométricas del ángulo α situado en el tercer cuadrante sabiendo que $Tg \ \alpha = \frac{4}{3}$
- 8. Calcula las razones trigonométricas de un ángulo α situado en el cuarto cuadrante sabiendo que $Cot \alpha = -\frac{12}{5}$
- 9. Halla el ángulo α y las demás razones trigonométricas, sabiendo que $Sen \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ y $Cos \alpha = -\frac{1}{2}$
- 10. Halla las razones trigonométricas del ángulo α si sen $\alpha = \frac{5}{6}$

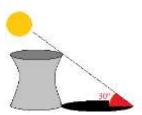
PRUEBA DE PROCESO

Nombre y apellido: Grado y sección:

- 1. Resuelva $4x \text{ sen } 30^{\circ} 0 = x+5$
- 2. Resuelva Sen 20° cosec $(x + 7)^{\circ} = 1$
- 3. Calcula el valor de $E = Sec^2\theta \cot^2\theta = \frac{1k}{3k}$, si $3\cos\theta = 1$
- 4. Reduce al primer cuadrante Sen 120º
- 5. Reduce al primer cuadrante *Cos* 250º
- 6. Grafica la representación gráfica de la Rt coseno
- 7. Halla la altura de la iglesia de San Miguel de Cauri, si el observador está a 28 m de distancia del pie de la torre, además: $\alpha = 74^{\circ}$ y $\beta = 37^{\circ}$
- 8. Ubica gráficamente a Cauri que se encuentra a 125 km de Jesús, sabiendo que, si una persona se desplaza de Cauri a Jesús, debe seguir el rumbo *E* 1/4 *SE*.
- En un triángulo cualquiera, dos de sus lados tienen longitudes a y b respectivamente.
 Calcula su área sabiendo que el Angulo comprendido entre dichos lados es α.
- 10. Desde la cima de un monte se observa a la parte superior de un edificio con un ángulo de elevación de 37º y el pie del mismo bajo un ángulo de depresión de 53º si el observador se encuentra a 72 m del edificio ¿Cuál es la altura de este?

PRUEBA FINAL

- 1. Para medir la anchura de un río se han medido los ángulos de la figura desde dos puntos de una orilla distantes 160 m. Halla la anchura del río.
- 2. Calcula la altura de la torre de refrigeración de una central nuclear si se sabe que su sombra mide 271 metros cuando los rayos solares forman un ángulo de 30°.



- 3. Desde una determinada distancia, una bandera situada en la parte superior de un torreón se observa con un ángulo de 47°. Si nos acercamos 17,8 metros al torreón, la bandera se observa con un ángulo de 75°. Calcular la altura a la que se encuentra la bandera. para simplificar los cálculos podemos escribir $\tan(\alpha)$ (tangente de α en lugar de $sen(\alpha)/\cos(\alpha)$.
- 4. El Huascarán en el Perú, tiene una altura aproximada de 6800 m. Un estudiante de trigonometría, a una distancia de varios kilómetros, ve que el ángulo entre el suelo y la cumbre es 30°. ¿A qué distancia respecto al centro de la base de la montaña está el estudiante?
- 5. Una persona echa a volar una cometa sujeta al cordel a 2 m sobre el terreno. El hilo está tenso y forma un ángulo de 60° con la horizontal. Calcula la altura aproximada de la cometa sobre el terreno, cuando se ha soltado 250 m de cordel.
- 6. Un depredador de bosques a 200 m de la base de un cedro, y observa que el ángulo entre el suelo y la punta del árbol es 60°. Halla la altura del árbol de cedro.
- 7. Para determinar la distancia entre dos puntos A y B que están en orillas opuestas de un río, un topógrafo determina un segmento AC de 240 m a lo largo de una orilla, y determina que las medidas de <BAC = 64° y de <ACB = 55°. Calcula la distancia de A hasta B. (Ley senos).
- 8. Una carretera recta forma un ángulo de 15° con la horizontal. Cuando el ángulo de elevación del Sol es 57°, un poste vertical al lado de la carretera forma una sombra de 75 m de longitud pendiente abajo. Calcula la longitud del poste. (Ley senos).
- 9. El ángulo en una esquina de un terreno triangular es 74°, y los lados que se cortan en esa esquina tienen 175 m y 150 m de longitud. Calcula la longitud del tercer lado.
- 10. Para determinar la distancia entre los puntos A y B, un topógrafo escoge un punto C que está a 420 m de A y 540 m de B. Si el ángulo ACB mide 64°, calcula la distancia ente A y B.

ANEXO 3 PROBLEMAS DE APLICACIONES TRIGONOMÉTRICAS

- 1. Un depredador de bosques a 200 m de la base de un cedro, y observa que el ángulo entre el suelo y la punta del árbol es 60°. Halla la altura del árbol de cedro.
- 2. El Huascarán en el Perú, tiene una altura aproximada de 6800 m. Un estudiante de trigonometría, a una distancia de varios kilómetros, ve que el ángulo entre el suelo y la cumbre es 30°. ¿A qué distancia respecto al centro de la base de la montaña está el estudiante?
- 3. Una persona echa a volar una cometa sujeta al cordel a 2 m sobre el terreno. El hilo está tenso y forma un ángulo de 60° con la horizontal. Calcula la altura aproximada de la cometa sobre el terreno, cuando se ha soltado 250 m de cordel.
- 4. Un cable de retenida se fija a la punta de una antena de radio, y a un punto en el terreno horizontal a una distancia de 40 m de la base de la misma. Si el cable forma un ángulo de 59° con el suelo, calcula su longitud aproximada.
- 5. Para determinar la distancia *d* entre dos puntos P y Q en las orillas opuestas de un lago, un topógrafo localiza un punto R que está a 50 m de P, de tal modo que RP es perpendicular a PQ. A continuación, con un teodolito, el topógrafo mide el ángulo PRQ, que resulta 73°. Calcula la distancia *d*.
- 6. Calcula el ángulo aproximado de elevación α del Sol, cuando una persona de 2 m de estatura proyecta una sombra de 2 m de longitud en un terreno a nivel.
- 7. Desde un punto A, que está a 9 m sobre el piso, el ángulo de elevación de la parte superior del edificio es 32°, y el ángulo de depresión a la base de la construcción es 13°. Calcula la altura aproximada del edificio.
- 8. Para determinar la distancia entre dos puntos A y B que están en orillas opuestas de un río, un topógrafo determina un segmento AC de 240 m a lo largo de una orilla, y determina que las medidas de <BAC = 64° y de <ACB = 55°. Calcula la distancia de A hasta B. (Ley senos).
- 9. Una carretera recta forma un ángulo de 15° con la horizontal. Cuando el ángulo de elevación del Sol es 57°, un poste vertical al lado de la carretera forma una sombra de 75 m de longitud pendiente abajo. Calcula la longitud del poste. (Ley senos).
- 10. El ángulo en una esquina de un terreno triangular es 74°, y los lados que se cortan en esa esquina tienen 175 m y 150 m de longitud. Calcula la longitud del tercer lado
- 11. Para determinar la distancia entre los puntos A y B, un topógrafo escoge un punto C que está a 420 m de A y 540 m de B. Si el ángulo ACB mide 64°, calcula la distancia ente A y B.
- 12. Dos automóviles salen al mismo tiempo de una ciudad, y viajan por carreteras rectas que forman un ángulo 84° entre sí. Las velocidades de los vehículos son 60 km/h y 45 km/h, respectivamente. ¿A qué distancia aproximadamente se encuentran 20 min después?

ANEXO 4



UNIVERSIDAD NACIONAL HERMILIO VALDIZÁN-HUÁNUCO UNIDAD DE INVESTIGACIÓN FACULTAD DE CIENCIAS DE LAEDUCACIÓN



"Bicentenario del Perú: 200 años de Independencia"

CONSTANCIA N°0122-2021-UNHHEVAL-FCE/UI

CONSTANCIA DE APTO DE SIMILITUD

LA DIRECCIÓN DE LA UNIDAD DE INVESTIGACIÓN:

Hace constar que:

BOZA VALDEZ, Marina

Autor del borrador de la tesis, titulado:

PROGRAMA HEURÍSTICO Y LAS APLICACIONES TRIGONOMETRÍCAS EN LOS ESTUDIANTES DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA FILOTHER MENDOZA CAMPOS DE SAN MIGUEL DE CAURI, 2019. Carrera Profesional Matemática y Física.

Ha obtenido, un reporte de similitud general del 25%/30% con el aplicativo TURNITIN, porcentaje de similitud permitido, para tesis de pregrado. En consecuencia, es APTO. Se adjunta el reporte de similitud.

Se expide la presente constancia, para los fines pertinentes.

Cayhuayna, 27 de diciembre de 2021.

(Design)

Dr. Zásima Pedro Jacha Ayala Director de la Unidad de Investigación Facultad de Ciencias de la Educación

ANEXO 5



"Año del Fortalecimiento de la Soberania Nacional"

UNIVERSIDAD NACIONAL HERMILIO VALDIZÁN

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN



ACTA DE SUSTENTACIÓN DE TESIS

En la ciudad de H reunidos en la Sala miembros del Jurac conformados por:	de Grade	ne do la Faci	diad do Ci	anciae do la Edu	cación que fu	eron designado	is come
Presidente	:	Dr. R.	fino	Rojas F	10>65	10	
Secretario (a)	:	Pr. P	io Tr	villo Ata	homa.	a ,	
Vocal		# D	AND PROPERTY OF THE PARTY OF TH	ardenas o		6	
Con el asesoramie	ento del	Dr. Pasa	eque f	losales 11d	ecio.	el (la) Ba	achiller:
Manna B	OZA V	ALPEZ	U			aspirante al Ti	tulo de
Licenciado (a) en E	Educación	en la Especi	alidad:	natemático	1 Fisit	ra	
de sustentación de Trigono m Fllo Ther	la tesis til ETrica Llendo	tulada: Pro	grama o est os di	Heuristi adiantes L sen Migue	co y las	por iniciado el p <u>poplica es</u> de la ción de la ción	wat
	+				2 220		
Concluido el proce	so de sus	tentación, ca	da miembr	o del jurado proc	edió a la evalu	ación el (la) asp	oirantė,
teniendo presente	los criterio	s de evaluac	ión siguien	ites:			
 Presentacion per Locución Equilibrio emoc Nivel de conoci Orden y cohere Habildiad para 	ional meinto ncia	reguntas		Deficiente: (0 Regular: (14 Bueno: (15; 1 Muy Bueno: (Excelente: (1) : (_ 6) : (_ 17; 18) : (_	16	
Obteniendo, en co	nsecuenci	a, el (la) titula	ando la not	ade: dircis	115	_	
Equivalente a:	Вин	0	· ·	*		£:	
Calificación que se Universidad Nacion				del Reglamento	General de (Grados y Título	s de la
Los miembros del .	Jurado firn	nan el ACTA	en señal d	e conformidad, si	endo a las:	11:25 4	
Ø	5		· (Z	red.	_	- Bue	6_
PRESID	Victoria Company	DN	SECR	RETARIO	DAILAR	VOCAL	c =

ANEXO 6
OPERACIONALIZACION DE LA VARIABLE

Variables	Dimensiones	Indicadores	Instrumento
	Lectura comprensiva	(PE: 1-10)	Prueba de Entrada
V.I.	del problema.	Anexo 2	
Programa	Planificación del	(PP: 1-10)	Prueba de Proceso
heurístico	desarrollo del problema.	Anexo 2	
	Ejecución de la	(PS: 1-10)	Prueba de Salida
	planificación.	Anexo 2	
V.D.	Saber previo	(PE: 1-10)	Prueba de Entrada
Aplicaciones		Anexo 2	
trigonométricas	Aprendizaje en proceso	(PP: 1-10)	Prueba de Proceso
		Anexo 2	
	Aprendizaje final	(PS: 1-10)	Prueba de Salida
		Anexo 2	



VICERRECTORADO DE INVESTIGACIÓN

DIRECCIÓN DE INVESTIGACIÓN





AUTORIZACIÓN DE PUBLICACIÓN DIGITAL Y DECLARACIÓN JURADA DEL TRABAJO DE INVESTIGACIÓN PARA OPTAR UN GRADO ACADÉMICO O TÍTULO PROFESIONAL

Pregrado	X	Segunda Es	pecialidad	Posgrado:	Maestría	Doctorado	0
Pregrado (tal y como	está regi:	strado en SUNEDU)		1			
Facultad	CIENCI	AS DE LA EDUCAC	IÓN				
Escuela Profesional	MATEN	MÁTICA Y FÍSICA					
Carrera Profesional	MATEN	MÁTICA Y FÍSICA					
Grado que otorga							
Título que otorga	LICENC	CIADA EN EDUCAC	IÓN ESPECIAL	IDAD: MATEMÁTICA Y FÍS	ISCA		
Segunda especialio	lad (tal y	como está registrad	do en SUNEDU)		the state of the s		
Facultad							
Nombre del programa							
Título que Otorga							
Posgrado (tal y como	está regis	strado en SUNEDU)		W. S. C.			
Nombre del							
Programa de estudio							
Grado que otorga							
Nro. de Documento:	71693	219	17	Correo Electrónico:	marinabozavaldez		
Nro. de Documento:	/1693.	219	18	Correo Electrónico:	marinabozavaldez		
Apellidos y Nombres:					1		
		The second second second					
Tipo de Documento:	DNI	Pasaporte	C.E.	Nro. de Celular:			
	DNI	Pasaporte	C.E.	Nro. de Celular: Correo Electrónico:			
Tipo de Documento: Nro. de Documento:	DNI	Pasaporte	C.E.				
Tipo de Documento: Nro. de Documento:	DNI	Pasaporte Pasaporte	C.E.				
Tipo de Documento: Nro. de Documento: Apellidos y Nombres:				Correo Electrónico:			
Tipo de Documento: Nro. de Documento: Apellidos y Nombres: Tipo de Documento: Nro. de Documento:	DNI	Pasaporte	C.E.	Correo Electrónico: Nro. de Celular: Correo Electrónico:	ndicar el Grado Académico	del Asesor)	
Tipo de Documento: Nro. de Documento: Apellidos y Nombres: Tipo de Documento: Nro. de Documento: . Datos del Asesor:	DNI Ingrese to	Pasaporte dos los datos reque	C.E.	Correo Electrónico: Nro. de Celular:			NO
Tipo de Documento: Nro. de Documento: Apellidos y Nombres: Tipo de Documento: Nro. de Documento: . Datos del Asesor: (El Trabajo de Investiga	DNI Ingrese to	Pasaporte dos los datos reque	C.E. ridos completos r?: (marque co	Correo Electrónico: Nro. de Celular: Correo Electrónico: según DNI, no es necesario i		a) SI x	NO
Tipo de Documento: Nro. de Documento: Apellidos y Nombres: Tipo de Documento: Nro. de Documento: . Datos del Asesor:	DNI Ingrese to	Pasaporte dos los datos reque nta con un Aseso	C.E. ridos completos r?: (marque co	Correo Electrónico: Nro. de Celular: Correo Electrónico: según DNI, no es necesario i on una "X" en el recuadro del	costado, según correspondo 00- 0001-6446-	a) SI x	NO
Tipo de Documento: Nro. de Documento: Apellidos y Nombres: Tipo de Documento: Nro. de Documento: Datos del Asesor: (El Trabajo de Investiga Apellidos y Nombres: Tipo de Documento: Datos del Jurado c	DNI Ingrese to ción cue PARAG DNI	Pasaporte dos los datos reque nta con un Aseso UA MORALES, Mo x Pasaporte	C.E. ridos completos r?: (marque co	Nro. de Celular: Correo Electrónico: según DNI, no es necesario i on una "X" en el recuadro del ORCID ID:	00- 0001-6446- 22400343	a) SI x 1816	
Tipo de Documento: Nro. de Documento: Apellidos y Nombres: Tipo de Documento: Nro. de Documento: Datos del Asesor: El Trabajo de Investiga Apellidos y Nombres: Tipo de Documento: Datos del Jurado co	DNI Ungrese to ción cue PARAG DNI alificado	Pasaporte dos los datos reque nta con un Aseso UA MORALES, Mo x Pasaporte pr: (Ingrese solament	C.E. ridos completos r?: (marque co	Nro. de Celular: Correo Electrónico: según DNI, no es necesario i on una "X" en el recuadro del ORCID ID: Nro. de documento:	00- 0001-6446- 22400343	a) SI x 1816	
Tipo de Documento: Nro. de Documento: Apellidos y Nombres: Tipo de Documento: Nro. de Documento: Datos del Asesor: (El Trabajo de Investiga Apellidos y Nombres: Tipo de Documento: Datos del Jurado c	DNI Ingrese to ción cue PARAG DNI alificado	Pasaporte dos los datos reque nta con un Aseso UA MORALES, Mo x Pasaporte pr: (Ingrese solament LORES, Agustín	C.E. ridos completos r?: (marque co	Nro. de Celular: Correo Electrónico: según DNI, no es necesario i on una "X" en el recuadro del ORCID ID: Nro. de documento:	00- 0001-6446- 22400343	a) SI x 1816	
Tipo de Documento: Nro. de Documento: Apellidos y Nombres: Tipo de Documento: Nro. de Documento: Datos del Asesor: (El Trabajo de Investiga Apellidos y Nombres: Tipo de Documento: Datos del Jurado co Jurado) Presidente:	DNI Ingrese to ción cue PARAG DNI ROJAS F TRUJILL	Pasaporte dos los datos reque nta con un Aseso UA MORALES, Mo x Pasaporte pr: (Ingrese solament ELORES, Agustín O ATAPOMA, Pio	C.E. ridos completos r?: (marque co	Nro. de Celular: Correo Electrónico: según DNI, no es necesario i on una "X" en el recuadro del ORCID ID: Nro. de documento:	00- 0001-6446- 22400343	a) SI x 1816	
Tipo de Documento: Nro. de Documento: Apellidos y Nombres: Tipo de Documento: Nro. de Documento: . Datos del Asesor: (El Trabajo de Investiga Apellidos y Nombres: Tipo de Documento: . Datos del Jurado co Jurado) Presidente: Secretario:	DNI Ingrese to ción cue PARAG DNI ROJAS F TRUJILL	Pasaporte dos los datos reque nta con un Aseso UA MORALES, Mo x Pasaporte pr: (Ingrese solament LORES, Agustín	C.E. ridos completos r?: (marque co	Nro. de Celular: Correo Electrónico: según DNI, no es necesario i on una "X" en el recuadro del ORCID ID: Nro. de documento:	00- 0001-6446- 22400343	a) SI x 1816	
Tipo de Documento: Nro. de Documento: Apellidos y Nombres: Tipo de Documento: Nro. de Documento: Datos del Asesor: (El Trabajo de Investiga Apellidos y Nombres: Tipo de Documento: Datos del Jurado con Jurado) Presidente: Secretario: Vocal:	DNI Ingrese to ción cue PARAG DNI ROJAS F TRUJILL	Pasaporte dos los datos reque nta con un Aseso UA MORALES, Mo x Pasaporte pr: (Ingrese solament ELORES, Agustín O ATAPOMA, Pio	C.E. ridos completos r?: (marque co	Nro. de Celular: Correo Electrónico: según DNI, no es necesario i on una "X" en el recuadro del ORCID ID: Nro. de documento:	00- 0001-6446- 22400343	a) SI x 1816	



VICERRECTORADO DE INVESTIGACIÓN

DIRECCIÓN DE INVESTIGACIÓN





- 5. Declaración Jurada: (Ingrese todos los datos requeridos completos)
- a) Soy Autor (a) (es) del Trabajo de Investigación Titulado: (Ingrese el título tal y como está registrado en el Acta de Sustentación)

PROGRAMA HEURÍSTICO Y LAS APLICACIONES TRIGONOMETRÍCAS EN LOS ESTUDIANTES DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA FILOTHER MENDOZA CAMPOS DE SAN MIGUEL DE CAURI, 2019

b) El Trabajo de Investigación fue sustentado para optar el Grado Académico ó Título Profesional de: (tal y como está registrado en SUNEDU)

TÍTULO PROFESIONAL DE LICENCIADA EN EDUCACIÓN ESPECIALIDAD: MATEMÁTICA Y FÍSICA

- c) El Trabajo de investigación no contiene plagio (ninguna frase completa o párrafo del documento corresponde a otro autor sin haber sido citado previamente), ni total ni parcial, para lo cual se han respetado las normas internacionales de citas y referencias.
- d) El trabajo de investigación presentado no atenta contra derechos de terceros.
- e) El trabajo de investigación no ha sido publicado, ni presentado anteriormente para obtener algún Grado Académico o Título profesional.
- f) Los datos presentados en los resultados (tablas, gráficos, textos) no han sido falsificados, ni presentados sin citar la fuente.
- g) Los archivos digitales que entrego contienen la versión final del documento sustentado y aprobado por el jurado.
- h) Por lo expuesto, mediante la presente asumo frente a la Universidad Nacional Hermilio Valdizan (en adelante LA UNIVERSIDAD), cualquier responsabilidad que pudiera derivarse por la autoría, originalidad y veracidad del contenido del Trabajo de Investigación, así como por los derechos de la obra y/o invención presentada. En consecuencia, me hago responsable frente a LA UNIVERSIDAD y frente a terceros de cualquier daño que pudiera ocasionar a LA UNIVERSIDAD o a terceros, por el incumplimiento de lo declarado o que pudiera encontrar causas en la tesis presentada, asumiendo todas las cargas pecuniarias que pudieran derivarse de ello. Asimismo, por la presente me comprometo a asumir además todas las cargas pecuniarias que pudieran derivarse para LA UNIVERSIDAD en favor de terceros con motivo de acciones, reclamaciones o conflictos derivados del incumplimiento de lo declarado o las que encontraren causa en el contenido del trabajo de investigación. De identificarse fraude, piratería, plagio, falsificación o que el trabajo haya sido publicado anteriormente; asumo las consecuencias y sanciones que de mi acción se deriven, sometiéndome a la normatividad vigente de la Universidad Nacional Hermilio Valdizan.

6. Datos del Documento Digital a Publicar: (Ingrese todos los datos requeridos completos)

Modalidad de obtención	Tesis	х	Tesis Formato Artículo		Tesis For	mato Patente	de Invención	
del Grado Académico o Título Profesional: (Marque con X seaún Ley Universitaria	Trabajo de Investigación		Trabajo de Suficiencia Profesional		Tesis I	Formato Libro, Pa	revisado por ares Externos	
con la que inició sus estudios)	Trabajo Académico		Otros (especifique modalidad)					
Palabras Clave: (solo se requieren 3 palabras)	Programa		Heurist	ico		Aplica	aciones trigono	métricas

Tipo de Acceso: (Marque	Acceso Abierto	X	Condición Cerrada (*)	
con X según corresponda)	Con Periodo de Embargo (*)		Fecha de Fin de Embargo:	

¿El Trabajo de Investigación, fue realizado en el marco de una Agencia Patrocinadora? (ya sea por financiamientos de proyectos, esquema financiero, beca, subvención u otras; marcar con una "X" en el recuadro del costado según corresponda):	SI	NO	х
Información de la Agencia Patrocinadora:			

El trabajo de investigación en digital y físico tienen los mismos registros del presente documento como son: Denominación del programa Académico, Denominación del Grado Académico o Título profesional, Nombres y Apellidos del autor, Asesor y Jurado calificador tal y como figura en el Documento de Identidad, Titulo completo del Trabajo de Investigación y Modalidad de Obtención del Grado Académico o Título Profesional según la Ley Universitaria con la que se inició los estudios.

7. Autorización de Publicación Digital:



VICERRECTORADO DE INVESTIGACIÓN

DIRECCIÓN DE INVESTIGACIÓN





A través de la presente. Autorizo de manera gratuita a la Universidad Nacional Hermilio Valdizán a publicar la versión electrónica de este Trabajo de Investigación en su Biblioteca Virtual, Portal Web, Repositorio Institucional y Base de Datos académica, por plazo indefinido, consintiendo que con dicha autorización cualquier tercero podrá acceder a dichas páginas de manera gratuita pudiendo revisarla, imprimirla o grabarla siempre y cuando se respete la autoría y sea citada correctamente. Se autoriza cambiar el contenido de forma, más no de fondo, para propósitos de estandarización de formatos, como también establecer los metadatos correspondientes.

Firma:	3000	
Apellidos y Nombres: BOZA	ALDEZ, Marina	Huella Digital
DNI: 716932	19	nuella Digital
Firma:		
Apellidos y Nombres:		the No. Picket
DNI:		Huella Digital
Firma:		
Apellidos y Nombres:		Huella State I
DNI:		Huella Digital
Fecha: 23/12/2022		

Nota:

- ✓ No modificar los textos preestablecidos, conservar la estructura del documento.
- ✓ Marque con una X en el recuadro que corresponde.
- ✓ Llenar este formato de forma digital, con tipo de letra calibri, tamaño de fuente 09, manteniendo la alineación del texto que observa en el modelo, sin errores gramaticales (recuerde las mayúsculas también se tildan si corresponde).
- ✓ La información que escriba en este formato debe coincidir con la información registrada en los demás archivos y/o formatos que presente, tales como: DNI, Acta de Sustentación, Trabajo de Investigación (PDF) y Declaración Jurada.
- Cada uno de los datos requeridos en este formato, es de carácter obligatorio según corresponda.