

UNIVERSIDAD NACIONAL HERMILIO VALDIZÁN
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
ESCUELA PROFESIONAL DE MATEMÁTICA Y FÍSICA
CARRERA PROFESIONAL DE MATEMÁTICA Y FÍSICA



**MÉTODO COLABORATIVO Y RESOLUCIÓN DE FUNCIONES
CUADRÁTICAS EN ESTUDIANTES DEL COLEGIO NACIONAL DE
APLICACIÓN, HUÁNUCO 2022.**

LÍNEA DE INVESTIGACIÓN:

Oportunidades y resultados educativos de igual calidad

**TESIS PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE LICENCIADO(A) EN
EDUCACIÓN ESPECIALIDAD: MATEMÁTICA Y FÍSICA**

TESISTAS:

Flores Quinto, Cristian Jhordano

Huaranga Calero, Nihokoll Rocio

Mariño Jimenez, Diana Meliza

ASESOR:

Dr. Trujillo Atapoma Pio

HUÁNUCO – PERÚ

2023

DEDICATORIA

A mis padres, Élgiva y Dionicio,
por su apoyo durante mi carrera, a
ellos les dedico la presente
investigación.

Cristian Jhordano

A mis padres Charo y Roddy y a
mi abuela Tomasa por el amor,
apoyo, impulso y motivación
para realizar esta investigación.

Nhikoll Rocio

A mis padres, Manuel y Jesreelita
por su cariño y apoyo durante todos
estos años. A mi hermana Cynthia
por su respaldo incondicional que
me impulsaron a seguir adelante en
la formación de mi vida
profesional, a ellos dedicarles mis
logros que también son los suyos.

Diana Meliza

AGRADECIMIENTO

Agradecer a Dios y a nuestros padres por brindarnos su apoyo tanto moral como económico durante nuestra carrera profesional, lo cual nos permitió lograr nuestros objetivos.

Al director del Colegio Nacional de Aplicación - UNHEVAL, y asimismo a la docente María Ríos Guzmán por su amplia disposición en la aplicación del presente trabajo de investigación, que permitió su desarrollo y culminación.

A los maestros de la Carrera Profesional de Matemática y Física, a mis compañeros y a la universidad por sus enseñanzas, las cuales contribuyeron a nuestra formación profesional.

A nuestro asesor, Dr. Pio Trujillo Atapoma por orientarnos con sus conocimientos y brindarnos su ayuda para la elaboración de esta tesis.

Los investigadores

RESUMEN

Esta investigación tiene por título “MÉTODO COLABORATIVO Y RESOLUCIÓN DE FUNCIONES CUADRÁTICAS EN ESTUDIANTES DEL COLEGIO NACIONAL DE APLICACIÓN, HUÁNUCO 2022”. Su objetivo fue comprobar que el método colaborativo mejora la resolución de funciones cuadráticas. El tipo de investigación fue aplicativo con un diseño cuasi-experimental, en la cual aplicamos tres pruebas: prueba inicial, prueba de proceso y prueba de salida. El nivel fue explicativo donde se aplicó el método colaborativo para el aprendizaje de funciones cuadráticas de los estudiantes del tercer grado de secundaria del Colegio Nacional de Aplicación UNHEVAL, 2022. El estudio contó con una muestra de 60 estudiantes, 30 del grupo de control y 30 del grupo experimental. La técnica empleada fue la evaluación educativa y el instrumento implementado fue la prueba escrita. Para la validación de los instrumentos se utilizó el lfa de Cronbach y para el análisis de datos se utilizó la prueba de hipótesis en la distribución normal. Los resultados de las pruebas realizadas en esta investigación mostraron una mejora en el nivel de aprendizaje de los estudiantes del grupo experimental respecto a los estudiantes del grupo de control, obteniendo un mejor promedio de calificaciones.

Palabras clave: método colaborativo, resolución de funciones cuadráticas, aprendizaje colaborativo.

ABSTRACT

This research is titled “COLABORATIVE METHOD AND RESOLUTION OF QUADRATIC FUNCTIONS IN STUDENTS OF THE NATIONAL COLLEGE OF APPLICATION, HUÁNUCO 2022”. Its objective was to verify that the collaborative method improves the resolution of quadratic functions. The type of research was applicative with a quasi-experimental, in which we will apply three tests: initial test, process test and exit test. The level was explanatory where the collaborative method was applied for learning quadratic functions of the students of the 3rd grade of secondary school of the National College of Application UNHEVAL, 2022. The study had a sample of 60 students, 30 from the control group and 30 of the experimental group. The technique used was educational evaluation and the instrument implemented was the written test. To validate the instruments, Cronbach's alpha was used and for data analysis, the hypothesis test in the normal distribution was used. The results of the tests carried out in this research showed an improvement in the learning level of the students in the experimental group compared to the students in the control group, obtaining a better average grade.

Keywords: Collaborative method, resolution of quadratic functions, collaborative learning.

ÍNDICE

DEDICATORIA	ii
AGRADECIMIENTO	iii
RESUMEN	iv
ABSTRACT	v
ÍNDICE	vi
ÍNDICE DE TABLAS	x
ÍNDICE DE GRÁFICAS	xi
INTRODUCCIÓN	xii
CAPÍTULO I. PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN	13
1.1. Fundamentación del problema de investigación	13
1.2. Formulación del problema de investigación general y específico	14
1.2.1. Problema general	14
1.2.2. Problemas específicos	14
1.3. Formulación de objetivos generales y específicos	14
1.3.1. Objetivo general	14
1.3.2. Objetivos específicos	15
1.4. Justificación	15
1.5. Limitaciones	15
1.6. Formulación de hipótesis generales y específicas	16
1.6.1. Hipótesis general	16
1.6.2. Hipótesis específicas	16
1.7. Variables	17
1.7.1. Variable independiente	17
1.7.2. Variable dependiente	17
1.8. Definición teórica y operacionalización de variables	17
1.8.1. Método colaborativo	17
1.8.2. Resolución de funciones cuadráticas	17
1.8.3. Operacionalización de variables	18
CAPÍTULO II. MARCO TEÓRICO	19
2.1. Antecedentes	19
2.1.1. Antecedentes internacionales	19
2.1.2. Antecedentes nacionales	19

2.1.3. Antecedentes locales	20
2.2. Bases teóricas	22
2.2.1. Definición de método colaborativo	22
2.2.2. Las funciones cuadráticas	28
2.3. Bases conceptuales	37
2.4. Bases epistemológicas	37
CAPÍTULO III. METODOLOGÍA	39
3.1. Ámbito	39
3.2. Población	39
3.3. Muestra	39
3.4. Nivel y tipo de estudio	40
3.4.1. Nivel de estudio	40
3.4.2. Tipo de estudio	40
3.5. Diseño de investigación	40
3.6. Técnicas e Instrumentos	41
3.6.1. Observación	41
3.6.2. Técnicas de evaluación pedagógica	41
3.6.3. Técnicas para el análisis e interpretación de datos	41
3.6.4. Instrumentos para el procesamiento de datos	42
3.7. Validación y confiabilidad del instrumento	42
3.7.1. Validación de los instrumentos	42
3.7.2. Confiabilidad de los instrumentos	43
3.8. Procedimiento	44
3.9. Tabulación y análisis de datos	45
3.9.1. Tabulación	45
3.9.2. Análisis de datos	45
3.10. Consideraciones éticas	45
CAPÍTULO IV. RESULTADOS	46
4.1. Análisis descriptivo de datos del grupo experimental	46
4.1.1. Resultados respecto a la capacidad Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas del grupo experimental	46
4.1.2. Resultados respecto a la capacidad Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales del grupo experimental	48

4.1.3. Resultados respecto a la capacidad Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia del grupo experimental	50
4.2. Análisis descriptivo de datos: Grupo de Control	52
4.2.1. Resultados respecto a la capacidad Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas del grupo de control	52
4.2.3. Resultados respecto a la capacidad Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales del grupo de control	54
4.2.3. Resultados respecto a la capacidad Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia del grupo de control	56
4.3. Prueba de normalidad	58
4.3.1. Prueba de normalidad del grupo de control	58
4.3.2. Prueba de normalidad del grupo experimental	58
4.3.3. Valor de significancia de normalidad del grupo de control y el grupo experimental	60
4.4. Prueba de Hipótesis	61
4.4.1. Formulación de hipótesis	61
4.4.2. Determinación de la prueba	62
4.4.3. Determinación de nivel de significatividad de la prueba	62
4.4.4. Determinación de la distribución muestral de la prueba	62
4.4.5. Determinación del valor de los coeficientes críticos	62
4.4.6. Cálculo del estadístico de prueba (Z)	62
4.4.7. Figura	63
4.4.8. Contraste del objetivo o hipótesis general	63
CAPÍTULO V. DISCUSIÓN	64
CONCLUSIONES	67
RECOMENDACIONES O SUGERENCIAS	68
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	69
NOTA BIOGRÁFICA	74
ANEXOS	77
ANEXO 01: Matriz de consistencia	78
ANEXO 02: Consentimiento informado	80
ANEXO 03: Instrumentos	83
ANEXO 04: Validación de los instrumentos por jueces	104
ANEXO 05: Actas de sustentación	111

ANEXO 06: Constancia de similitud	115
ANEXO 07: Reporte de similitud	117
ANEXO 08: Autorización de publicación	119
ANEXO 09: Declaración jurada	123

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Población de estudio	39
Tabla 2. Muestra de estudio	40
Tabla 3. Estadística de fiabilidad	43
Tabla 4. Cálculo del Alfa de Cronbach	44
Tabla 5. Escala de calificación	45
Tabla 6. Análisis estadístico respecto a la capacidad traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas del grupo experimental	47
Tabla 7. Análisis estadístico respecto a la capacidad usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales del grupo experimental	49
Tabla 8. Análisis estadístico respecto a la capacidad argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia del grupo experimental	51
Tabla 9. Análisis estadístico respecto a la capacidad traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas del grupo de control	53
Tabla 10. Análisis estadístico respecto a la capacidad usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales del grupo de control	55
Tabla 11. Análisis estadístico respecto a la capacidad argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia del grupo de control	57
Tabla 12. Métodos de normalidad grupo de control	59
Tabla 13. Métodos de normalidad grupo experimental	60
Tabla 14. Valor de significación de la normalidad del grupo de control	60
Tabla 15. Valor de significación de la normalidad del grupo experimental	61

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Grafica de una función cuadrática	29
Figura 2. Grafica del vértice de una función	29
Figura 3. Grafica del vértice de una función	30
Figura 4. Grafica de la definición de máximo relativo	31
Figura 5. Grafica de la definición de mínimo relativo	31
Figura 6. Representación del dominio de un intervalo	32
Figura 7. Grafica de una función cuadrática	32
Figura 8. Grafica de una función cuadrática	33
Figura 9. Grafica de una función cuadrática	33
Figura 10. Resultado respecto a la capacidad traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas del grupo experimental	46
Figura 11. Resultado respecto a la capacidad usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales del grupo experimental	48
Figura 12. Resultado respecto a la capacidad argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia del grupo experimental	50
Figura 13. Resultado respecto a la capacidad traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas del grupo de control	52
Figura 14. Resultado usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales del grupo de control	54
Figura 15. Resultado respecto a la capacidad argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia del grupo de control	56
Figura 16. Análisis de la normalidad del grupo de control	58
Figura 17. Análisis de la normalidad del grupo experimental	59
Figura 18. Prueba de hipótesis	63

INTRODUCCIÓN

La investigación realizada tiene como objetivo determinar si al aplicar el método colaborativo mejora el aprendizaje de las funciones cuadráticas en los estudiantes del tercer grado de secundaria del Colegio Nacional de aplicación. El informe se ha estructurado en capítulos, siendo las siguientes:

El capítulo I se refiere al problema de investigación, donde se describen los problemas, los objetivos, las hipótesis, y la operacionalización de variables.

El capítulo II se refiere al Marco Teórico, donde se describen los antecedentes, el desarrollo de la teoría que fundamenta el contenido de la investigación y las bases epistemológicas.

El capítulo III se refiere al Marco Metodológico, donde se consignan los métodos, técnicas, los instrumentos empleados y se detalla la metodología aplicada en el proceso de la investigación.

En el capítulo IV se muestra los resultados obtenidos producto de la aplicación de los instrumentos de investigación, la interpretación de los resultados y la contrastación de hipótesis. Se presentan las conclusiones, recomendaciones y la bibliografía utilizada.

Asimismo, se incluyen los anexos correspondientes a esta investigación.

CAPÍTULO I. PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1.1. Fundamentación del problema de investigación

La pandemia ha afectado al mundo entero en múltiples dimensiones, desde lo social, económico, hasta al entorno político; los sistemas de salud sobrecargados y los sistemas de salud desatendidos (ONU, 2020). Estos cambios han provocado que estudiantes de todo el mundo enfrenten mayores dificultades de aprendizaje y socialización, especialmente en áreas como matemática (Serres, 2021). La incorporación de métodos colaborativos facilita la socialización de los estudiantes y crea un aprendizaje compartido sobre la resolución de funciones. Entendemos el aprendizaje colaborativo como:

(...) Una forma de aprendizaje que no se opone al trabajo individual, ya que puede considerarse una estrategia de aprendizaje complementaria que fortalece el desarrollo integral del alumno. Según el método de trabajo utilizado, el aprendizaje se divide en tres tipos: aprendizaje individual, aprendizaje competitivo y aprendizaje colaborativo. Con un individuo, el éxito del aprendizaje individual no depende del éxito de los demás; el éxito del competitivo depende de los fracasos de otros estudiantes, y el éxito del colaborativo depende del éxito de todos estudiantes (Collazos, C., Muñoz, J. y Hernández, Y., 2014).

Por otra parte, comprender el significado de las funciones es fundamental para el aprendizaje de varias ciencias porque se basa en el supuesto de que existe una relación entre una variable y otra. Al encontrar una relación, podemos predecir y controlar aspectos de la realidad simplemente conociendo el comportamiento de su función. (Ballester, 2009).

Si bien en Perú se ha retomado la educación presencial, la pandemia ha afectado el aprendizaje de los estudiantes, con más de 400.000 estudiantes desertando en 2020 (IPE, 2021). En el municipio de Huánuco, los estudiantes del tercer grado de secundaria del Colegio Nacional Aplicada - UNHEVAL presentaron dificultades de aprendizaje en la resolución de funciones, gracias a la práctica pre-profesional de los investigadores. Así lo confirman las evaluaciones de los estudiantes, de los cuales muy pocos alcanzan niveles adecuados de desempeño y mucho menos resultados excelentes. Por lo tanto, es necesario utilizar métodos colaborativos como alternativa para solucionar el problema del

bajo desempeño en la resolución de funciones. En este estudio se planea involucrar a estudiantes del Colegio Nacional de Aplicación- UNHEVAL, ya que además de tener una institución representativa en la ciudad de Huánuco, también cuenta con el permiso correspondiente para realizar la investigación en sus aulas. Se evaluaron los conocimientos adquiridos, el desempeño durante las sesiones y el trabajo colaborativo en la resolución de funciones cuadráticas en 30 estudiantes de tercer grado de secundaria.

1.2. Formulación del problema

1.2.1. Problema general

¿En qué medida el método colaborativo mejora la resolución de funciones cuadráticas entre estudiantes del tercer grado de secundaria del Colegio Nacional de Aplicación- UNHEVAL, Huánuco 2022?

1.2.2. Problemas específicos

- ¿En qué medida el método colaborativo mejora la traducción de datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas en los estudiantes del tercer grado de secundaria de Colegio Nacional de Aplicación UNHEVAL Huánuco-2022?
- ¿En qué medida el método colaborativo mejora las estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales en los estudiantes del tercer grado de secundaria Colegio Nacional de Aplicación UNHEVAL Huánuco-2022?
- ¿En qué medida el método colaborativo mejora la argumentación de afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia en los estudiantes del tercer grado de secundaria Colegio Nacional de Aplicación UNHEVAL Huánuco-2022?

1.3. Formulación de objetivos generales y específicos

1.3.1. Objetivos generales

Comprobar que el método colaborativo mejoró la resolución de funciones cuadráticas de estudiantes de tercer grado de secundaria del Colegio Nacional de Aplicación - UNHEVAL, Huánuco 2022.

1.3.2. Objetivos específicos

- Determinar en qué medida el método colaborativo mejora la traducción de datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas en los estudiantes del tercer grado de secundaria del Colegio Nacional de Aplicación UNHEVAL Huánuco-2022.
- Determinar en qué medida el método colaborativo mejora el uso de estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales en los estudiantes del tercer grado de secundaria del Colegio Nacional de Aplicación UNHEVAL Huánuco-2022.
- Determinar en qué medida el método colaborativo mejora la argumentación de afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia en los estudiantes del tercer grado de secundaria de la Colegio Nacional de Aplicación UNHEVAL Huánuco– 2022.

1.4. Justificación e importancia de la investigación

Aprender a resolver funciones cuadráticas utilizando el método colaborativo es fundamental para la carrera Matemática y Física de UNHEVAL porque es una forma de trabajo que pretende mejorar las habilidades de una sociedad muy diversa y hacer que cada miembro del grupo desempeñe una función única e importante. alcanzar una meta (MINEDU, 2016). Con esta investigación respecto al método colaborativo, se pretende dar a los docentes una alternativa de trabajo para el desarrollo de los aprendizajes de sus estudiantes que vaya acorde al Currículo Nacional y a múltiples lineamientos institucionales.

1.5. Limitaciones

No existieron limitaciones para el desarrollo de la presente investigación, ya que se contó con abundante bibliografía relacionada al método colaborativo como estilo de aprendizaje que se propone para el aprendizaje de las funciones cuadráticas. Además, se contó también con docentes de calidad y de gran capacidad investigativa en el campo de la Educación y con suficientes personas dispuestas a apoyar en la investigación.

1.6. Formulación de hipótesis generales y específicas

1.6.1. Hipótesis general

Ha: Método colaborativo mejora la resolución de funciones cuadráticas en estudiantes de tercer grado de secundaria del Colegio Nacional de Aplicación - UNHEVAL, Huánuco 2022.

Ho: El método colaborativo no mejora la resolución de funciones cuadráticas en estudiantes de tercer grado de secundaria del Colegio Nacional de Aplicación - UNHEVAL, Huánuco 2022

1.6.2. Hipótesis específicas

- **Ha₁:** El método colaborativo mejora la traducción de datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas en los estudiantes del tercer grado de secundaria del Colegio Nacional de Aplicación UNHEVAL 2022.
- **Ho:** El método colaborativo no mejora la traducción de datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas en los estudiantes del tercer grado de secundaria del Colegio Nacional de Aplicación UNHEVAL 2022.
- **Ha₂:** El método colaborativo mejora el uso de estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales en los estudiantes del tercer grado de secundaria del Colegio Nacional de Aplicación UNHEVAL 2022.
- **Ho:** El método colaborativo no mejora el uso de estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales en los estudiantes del tercer grado de secundaria del Colegio Nacional de Aplicación UNHEVAL 2022.
- **Ha₃:** El método colaborativo mejora la argumentación de afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia en los estudiantes del tercer grado de secundaria del Colegio Nacional de Aplicación UNHEVAL 2022.
- **Ho:** El método colaborativo no mejora la argumentación de afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia en los estudiantes del tercer grado de secundaria del Colegio Nacional de Aplicación UNHEVAL 2022.

1.7. Variables

1.7.1. Variable independiente

Método colaborativo

1.7.2. Variable dependiente

Resolución de funciones cuadráticas

1.8. Definición teórica y operacionalización de variables

1.8.1. Método colaborativo

El método colaborativo es un método que tiene como objetivo mejorar el aprendizaje a través del trabajo en equipo. Suele tener lugar en grupos de dos o más integrantes, donde todos resuelven problemas, completan tareas y aprenden nuevos conceptos de interés común. Este método permite que todos aprendan a través del trabajo activo, la idea es que todos procesen y sinteticen información y conceptos a través de actividades prácticas, en lugar de solo memorizar hechos y cifras.

1.8.2. Resolución de funciones cuadráticas

Una función cuadrática es una función de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$; $\forall a \neq 0$. Este tipo de función se denomina raíz cuadrática media porque el mayor exponente que puede tener la variable independiente en este tipo de función es 2. Se caracteriza porque los valores del rango de la función decrecen hasta llegar a un punto mínimo, para luego incrementar; o viceversa, los valores pueden incrementar hasta llegar a un punto máximo y luego decrecen. Todo esto depende de la dirección de la función que está dada por "a". El comportamiento de la función cuadrática está dado por la gráfica, que tiene una forma de parábola o parábola invertida, que se desarrolla desde el más al menos infinito o en los límites establecidos de un contexto.

1.8.3. Operacionalización de variables

VARIABLES	DIMENSIONES	INDICADORES	INSTRUMENTOS
V.I. Método Colaborativo	Interdependencia positiva	Trabaja de manera activa y coordinada. Establece acuerdos democráticamente. Demuestra responsabilidad.	
	Interdependencia de tareas	Cumple responsablemente el trabajo encomendado. Tiene sus objetivos claros. Aprende de forma autónoma.	
	Responsabilidad individual y grupal	Demuestra responsabilidad individual y grupal. Trabaja responsablemente en el grupo. Aporta información para el cumplimiento de objetivos	
	Habilidades interpersonales	Mantiene buenas relaciones dentro del grupo de trabajo. Brinda confianza y apoyo mutuo. Colabora responsablemente en el grupo.	
V.D. Resolución de funciones cuadráticas	Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas.	Reconoce relaciones no explícitas entre datos de dos magnitudes en situaciones de variación	TÉCNICA: Evaluación Educativa INSTRUMENTO: Prueba escrita
		Emplea representaciones tabulares, gráficas y algebraicas de una función.	
	Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales	Determina el conjunto de valores que puede tomar una variable en una función utilizando, combinando o creando nuevas estrategias que usen propiedades de las funciones.	
Simplifica las expresiones algebraicas de las funciones para resolverlas, encontrando su dominio, rango y representándolas a través de gráficas.			
Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia	Expresa, con diversas representaciones gráficas, tabulares y simbólicas, y con lenguaje algebraico, su comprensión sobre el comportamiento de una función cuadrática, sus valores máximos y mínimos, su vértice y orientación, para interpretar su solución en el contexto de la situación, estableciendo conexiones entre dichas representaciones		

CAPÍTULO II. MARCO TEÓRICO

2.1. Antecedentes

2.1.1. Antecedentes internacionales

- Ferreira J. (2019), desarrolló la tesis: Planificación, implementación y evaluación de un modelo pedagógico para la investigación colaborativa en física; diseño cuasi-experimental; y finalmente: se apuntó al desarrollo de habilidades científicas a través del trabajo en equipo. La población estuvo conformada por 171 estudiantes con un grupo control y un grupo experimental quienes completaron tres evaluaciones: pretest, proceso y posttest. Los resultados mostraron que los estudiantes que trabajaron con el modelo pedagógico colaborativo tuvieron un mejor desempeño, comprensión más correcta y desarrollo de habilidades científicas en comparación con los estudiantes del grupo de comparación.
- Gonzáles, M. (2017), desarrolló la tesis Aprendizaje Colaborativo en Resolución de Problemas Matemáticos en entornos Google Classroom; tipo cuantitativo; diseño cuasi-experimental; Finalmente, dicen: discutimos y analizamos el proceso de implementación del modelo propuesto, evaluamos sus efectos en los procesos de enseñanza-aprendizaje: proponemos estrategias que animen al estudiante a participar en el ambiente colaborativo creado, estudiamos su impacto. para usar en el aprendizaje. aumentar su motivación y habilidades para resolver problemas matemáticos. Los resultados de la intervención didáctica y su análisis muestran que la metodología de estas características tiene un efecto positivo en la motivación de los estudiantes y los resultados de aprendizaje.

2.1.2. Antecedentes nacionales

- Castro, Y. (2020), desarrolló la tesis: Colaboración para Mejorar la Gestión Pedagógica de la Institución Marcos Duran Martel, Amarilis, Huánuco, 2020; diseño de prueba preliminar; Y, por último: se utilizó la guía de observación como medio de recolección de información

posterior a la implementación de la colaboración. También se utilizaron estadísticas descriptivas e inferenciales para confirmar la hipótesis. La conclusión basada en el análisis estadístico afirma que hubo una mejora significativa en la gestión pedagógica después de la implementación de la colaboración.

- Flores, C. (2018), desarrolló la tesis Trabajo Colaborativo y Estrategias de Aprendizaje en Entornos Virtuales: Una Revisión Sistemática; y finalmente: el propósito de este estudio fue examinar publicaciones sobre la colaboración como metodología de enseñanza en un entorno virtual. Se revisaron 379 artículos, de los cuales se preseleccionaron 37. Examinando un total de 13 bases de datos, se concluye que todos los autores coinciden en que el aprendizaje colaborativo es fundamental para el aprendizaje y se basa en el rol social de una persona que tiene una base. antropológico y educativo.
- Cano, J., Guerra, R. (2019), desarrolló la tesis titulada: Colaboración y Resolución de Problemas en Matemáticas en I.E. Estudiantes. Ramón Castilla; correlación de tipo descriptivo; diseño no experimental - transversal; y finalmente dice: Los resultados obtenidos por los dispositivos están determinados por la correlación de Pearson, la cual tiene una relación o una relación que determina la cooperación de variables y resolución de problemas es $r_{xy} = 0.795$, también muestra que la conexión es sólida y favorable. , es decir, este logro demuestra que una gran colaboración conduce a una mejor resolución de problemas.

2.1.3. Antecedentes locales

- Santos, M. (2020), desarrolló Tesis: Estrategias de Aprendizaje Colaborativo para la Resolución de Problemas Utilizando el Método Pólya en Investigación Matemática; tipo de calidad; diseño cuasi-experimental; y finalmente: su objetivo fue implementar estrategias didácticas orientadas a la creación de conocimiento con los estudiantes, utilizando como herramienta el método colaborativo. Participaron del estudio la docente y 24 alumnos de 2º B de bachillerato con edades entre 13 y 15 años; Se realizaron 2 pruebas (pre-test y post-test) para

determinar el nivel de desarrollo de los estudiantes. La conclusión del estudio fue que los estudiantes mejoraron su construcción del conocimiento matemático cuando trabajaron.

- Castro, Y. (2021), Tesis Trabajada: Colaboración para Mejorar la Gestión Pedagógica de la Institución Marcos Duran Martel, Amarilis, Huánuco, 2020. Diseño Cuasi-Experimental; Y finalmente: el objetivo del estudio fue conocer en qué medida la colaboración mejora el liderazgo pedagógico de los docentes del Colegio Marcos Duran Martel de Huánuco Amarilis, 2020. Haciendo un pre y post test a una muestra de 24 docentes. El grupo experimental fue seleccionado a criterio del investigador mediante un muestreo de tipo no probabilístico intencional, para el procesamiento de los datos se utilizó estadística descriptiva y la prueba t de Student para confirmar la hipótesis. La conclusión de este estudio fue que el liderazgo pedagógico mejoró significativamente después de la implementación de la colaboración.
- Carrillo, R. (2019) desarrolló una tesis: Gestión del conocimiento y aprendizaje colaborativo para estudiantes de la institución educativa Marcos Duran Martel-Huánuco-2017; sobre el tipo y diseño correlacional y para resumir: se utilizó la técnica de prueba y contraprueba para comparar los resultados y contestar la hipótesis. De igual forma se utilizó la técnica del índice de correlación para determinar el grado de correlación entre la gestión del conocimiento y el aprendizaje colaborativo, de lo cual se concluyó que existe una relación significativa entre la gestión del conocimiento y el aprendizaje colaborativo entre los estudiantes de la institución educativa. Marcos Duran Martel, por lo que se recomienda su durabilidad.
- León, A., Machacuay, J. (2021) desarrollaron una tesis: La colaboración y el logro de competencias en inglés; tipo de correlación; y finalmente: se obtuvo el siguiente resultado durante la recolección, procesamiento y presentación de datos: El índice de correlación muestra que los valores $r = 0,45$ y $r = 0,74$ están en el rango de $0,40 \leq r < 0,80$ y su interpretación muestra que existe una correlación significativa entre la colaboración y el logro de las habilidades esenciales del idioma inglés por parte de los estudiantes. Por lo tanto,

tenemos: Existe una relación directa y significativa entre la colaboración y las habilidades esenciales del idioma inglés según lo perciben los estudiantes en otro programa especial profesional.

2.2. Bases teóricas

2.2.1. Definición de método colaborativo

Para definir el método colaborativo es necesario partir de los paradigmas educativos que se han desarrollado a través de la investigación y la práctica docente. Esos paradigmas son: el paradigma del efecto, el paradigma de la condición y el paradigma de la interacción. César Colli y Carles Monereo en el libro *Psicología de la Educación Virtual: Aprender a enseñar con las Tecnologías de la Información y la Comunicación*, citando a Dillenbourg (1996), señalan que esta división de paradigmas se basó en la elección de variables utilizadas para describir el aprendizaje y desarrollo de la educación, de esta manera es posible comprender la formación de conceptos y el trabajo en las aulas entre los estudiantes. El paradigma de efecto trata de confirmar que determinadas formas de organización cooperativa en el aula, dan como resultado generalmente un mejor rendimiento de los estudiantes. Sin embargo, investigaciones a este paradigma dominante entre los años 70 y 80 mostraron que efectivamente se logra un mejor rendimiento de los estudiantes; pero que este resultado no se da de manera automática ni es una constante en cada aplicación. Después, en un intento de aumentar la eficiencia de las organizaciones sociales en el aula, se originó el paradigma de las condiciones. Este paradigma trata de asociar las características de las situaciones cooperativas que estén vinculadas con la mejora del rendimiento de los estudiantes; un gran aporte de este paradigma fue diferenciar y sistematizar la formación de grupos mediante tres factores: la composición del grupo, las características de la tarea y la actuación del profesor.

Si bien el paradigma condicional abordó más aspectos que sus antecesores, no tuvo en cuenta la complejidad de la interacción entre variables, condiciones y factores y el aprendizaje de los estudiantes. Por lo tanto, el objetivo de la nueva investigación fue desarrollar formas de aumentar la probabilidad de interacciones entre estudiantes y formar una

construcción compartida de significado. Intentan agregar más procesos que involucren el contexto colaborativo, como aumentar el conflicto cognitivo, explicaciones detalladas, creatividad, comprensión mutua, toma de decisiones compartida, coordinación de roles y motivación. Así, tenemos un paradigma de interacción que reconoce la necesidad de centrar la investigación en los procesos interactivos entre estudiantes (Dillenbourg, 1999, citado en Coll. S y Monereo, C., 2008). De esta forma, el método colaborativo se entiende dentro del paradigma de la interacción. Sin embargo, cabe resaltar la necesidad de desarrollar este tipo de métodos colaborativos se remonta a la década de los 40 (Lara, 2001). El método colaborativo es entonces una metodología activa de aprendizaje que incita al alumno a construir su conocimiento a partir de la interacción que se produce en el aula. Es tanto un sistema organizativo que crea una influencia mutua entre los miembros del grupo como un proceso que les permite desarrollar gradualmente un sentido de responsabilidad mutua por el aprendizaje de los demás (Johnson & Johnson, 1999). El método colaborativo es un método de aprendizaje activo orientado al pago donde la interacción es fundamental para el desarrollo del aprendizaje. Promueve la cohesión social, el pensamiento crítico y el desarrollo de muchas habilidades cognitivas y sociales. (Lanza y Barrios, 2012).

El método colaborativo, que es una metodología de trabajo en grupo para el aprendizaje conjunto, asume estructuras grupales que permiten la comunicación entre sus miembros y que generan nuevos aprendizajes. A través de la organización del grupo y la explicación de conceptos por parte de los integrantes se crea un ambiente social propicio para el aprendizaje colaborativo, lo que hace que cada estudiante observe y aprenda diferentes perspectivas, dudas, conocimientos y consideraciones (Del Valle, 2008).

Esta metodología desarrolla el aprendizaje colaborativo, que es un proceso donde un individuo aprende más en grupo que solo; se trata de interactuar con miembros de un grupo en particular. Es un proceso en el que cada individuo aprende más como resultado de la interacción de los miembros del grupo que él solo. (Guanawardena, Lowe y Anderson, 1997).

Según Ritzer, el aprendizaje colaborativo ocurre a través de la construcción del conocimiento compartido, que también ocurre a través del tiempo y espacio compartido del grupo. En relación con el compartir surge la intersubjetividad, que es el proceso de compartir la conciencia y el conocimiento entre los individuos (Ritzer, 1994).

Según María Calzadilla, el aprendizaje colaborativo es otro de esos postulados constructivistas que parten de la comprensión de la educación como un proceso de construcción social, que permite el conocimiento de diferentes perspectivas para resolver un determinado problema, desarrolla la tolerancia a la diversidad y la competencia para formar una alternativa común. (Calzadilla, 2002).

Según Edith Ruíz, Leticia Galindo, Nadia Martínez, Rosa Galindo, el trabajo en equipo se basa en la psicología social del desarrollo organizacional; que promueve la comprensión de los procesos que inciden en el desarrollo común de los aprendizajes en el campo de la psicología educativa desde una perspectiva social y cultural. Ferreiro (2013), citado en Edith Ruíz, Leticia Galindo, Nadia Martínez, Rosa Galindo, 2015; Señala que la escuela activa, impulsada por John Dewey, enfatizó la necesidad de interacción y colaboración en los métodos educativos; sin embargo, los psicólogos Lewin y Moreno comenzaron a estudiar los procesos grupales en 1930 para comprender el funcionamiento de los grupos y la toma de decisiones que se lleva a cabo en ellos. Al acumular una cantidad significativa de información y avanzar en el conocimiento científico, ha surgido una "teoría y práctica grupal" multidisciplinaria en la enseñanza. Con el tiempo, varios autores siguieron y desarrollaron este tipo de enfoque del trabajo en equipo y el aprendizaje para lograr mejores aprendizajes y adaptarse a las demandas educativas de la sociedad. En nuevas propuestas educativas que incluyen la colaboración, se consideró la influencia de la sociedad en el comportamiento individual y se estudiaron métodos de aprendizaje basados en la aceptación de la realidad del grupo, que sugieren cambiar las prácticas educativas y fomentar una mayor participación, comunicación, relación y colaboración entre los estudiantes. En la

actualidad, el trabajo en equipo cobra gran importancia porque enfatiza la interacción social y la colaboración, ya que son vistas como generadoras de aprendizaje y desarrollo cognitivo, articulando las interacciones y relaciones sociales de los estudiantes como requisito previo para la construcción del conocimiento. Vygotsky afirmó que el trabajo en equipo es un proceso de construcción social del conocimiento, que incluye una fase interna y permite a los sujetos pasar de la zona del conocimiento a la zona del desarrollo personal y potencial, lo cual es posible solo a través de la comunicación con otra persona. (Ruíz, Galindo y Martínez, 2015).

El aprendizaje colaborativo posibilita el desarrollo de competencias matemáticas, así como competencias transversales importantes para el desarrollo personal y profesional del alumno, que le ayudan en la gestión, la toma de decisiones y el fomento de la creatividad y la innovación. en definitiva, promover mejores aprendizajes (Casamayor, 2010).

El método colaborativo cuenta con una estructura necesaria que conforman sus pilares para su correcta implementación. Interdependencia positiva, interdependencia de tareas, responsabilidad de equipo y habilidades de comunicación.

- **Interdependencia positiva**

De acuerdo con el Programa de Desarrollo de Habilidades Docentes del TEC de Monterrey, la interdependencia positiva consiste en que los estudiantes se apoyen entre sí para lograr dos objetivos: adquirir conocimientos y desarrollar habilidades de trabajo en equipo. Los estudiantes comparten tanto sus metas como su progreso; el éxito es compartido por todos los miembros. La interdependencia positiva se logra cuando el alumno participa y se relaciona con su grupo, entendiendo que el fracaso o éxito de cada uno es el fracaso del grupo mismo (TEC de Monterrey, 2018).

- **Interdependencia de tareas**

Según Pedro Yedra, la interdependencia de las tareas consiste en que el trabajo de cada miembro del grupo es fundamental para la consecución del objetivo, es decir, el éxito del grupo depende de que cada uno realice

sus tareas con diligencia. Las tareas asignadas deben complementarse entre sí para que ningún estudiante pueda avanzar a la siguiente etapa si todo el equipo, es decir, todos los miembros, no cumplieron con sus tareas (Yedra, 2017).

- **Responsabilidad individual y grupal**

Según María Penaloza de Osorio, los métodos colaborativos conllevan a que exista el trabajo personal; estos no lo anulan. Sin embargo, la interdependencia positiva y de tareas causa que los estudiantes no solo se hagan responsables de su propia tarea, si no de que cada integrante también la esté cumpliendo. Así su éxito también será el éxito de todos los miembros de su grupo (Penaloza, 2011).

- **Habilidades interpersonales**

Las habilidades interpersonales son actitudes y hábitos que facilitan la comunicación entre grupos y crean un ambiente de respeto y cooperación. Según el Ministerio de Educación:

Las habilidades personales son importantes para la colaboración, la capacidad de comunicarse con confianza, escuchar activamente con una mente abierta, comprometerse con el equipo, tomar decisiones con objetividad y disciplina, apoyar las ideas de otros miembros, ser humilde y realista y, más importante, no tener miedo a participar para que, entre otras cosas, fluya la colaboración dentro de su grupo y de la misma institución educativa (MINEDU, 2016).

También se destacan diferencias importantes entre aprendizaje cooperativo y el aprendizaje colaborativo, según María Lucero, las diferencias importantes entre aprendizaje colaborativo y cooperativo son:

- **El objetivo:** en el aprendizaje cooperativo es lo mismo que en una organización para aumentar la productividad. Estos son objetivos específicos, bien definidos y medibles. Por otro lado, en la educación colaborativa, la meta es el desarrollo integral del estudiante. Los objetivos de esta son un poco más abstractos, se persigue el desarrollo humano y el de la sociedad.
- **El ambiente:** el aprendizaje cooperativo proporciona entornos controlados y cerrados para aumentar la productividad y, sobre todo, el

control de los estudiantes. En cambio, en el aprendizaje colaborativo los ambientes son heurísticos, abiertos, libres, lo que estimula la creatividad e interacción entre estudiantes.

- **El trabajo:** En el aprendizaje cooperativo se asegura su participación en los procesos grupales con todos los recursos de los que dispone la organización. El estudiante no tiene derecho a elegir su participación. Se espera que todos los miembros de la organización participen en el proceso (sistema) de trabajo en equipo. En cambio, en el aprendizaje conjunto, se puede incorporar o dejar el grupo en el momento en que una persona lo desee, depende únicamente del compromiso personal.
- **Aporte individual:** en la cooperación, las contribuciones individuales se realizan a través de su conocimiento y experiencia personal, pero se aplican a las metas y políticas de la organización. Por otro lado, en el aprendizaje conjunto, cada individuo aporta su experiencia de vida al grupo y así enriquece el proceso y con ello a las personas que participan en él.
- **Pasos del proceso grupal:** en el aprendizaje cooperativo, los pasos deben definirse muy claramente y con anticipación. En cambio, en el aprendizaje colaborativo, si existen, no son rígidos, se pueden cambiar en cualquier momento, porque deben adaptarse al desarrollo del grupo y del individuo.
- **Las reglas:** en el aprendizaje cooperativo, las reglas se definen explícitamente de antemano y no se pueden romper, construir o limitar por lo que se puede o no hacer. Por otro lado, en el aprendizaje colaborativo, las reglas son generativas, es decir, de naturaleza constructiva, no limitan ni superan, sino que su propósito es generar creatividad (Lucero, 2003).

2.2.2. Las funciones cuadráticas:

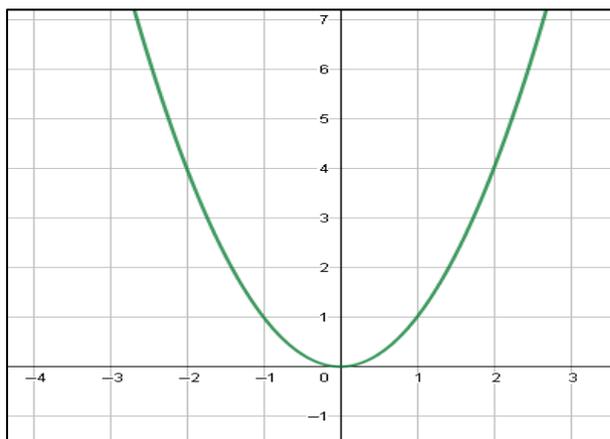
La definición matemática de una función se define como sigue: Sean A y B dos conjuntos. La función f de A a B es una relación que se da de cada elemento de A con un y sólo un elemento de B. El dominio de f es el conjunto A, y el dominio o anti-dominio de f son los elementos de B (Rojas, 2018).

Más prácticamente, "decimos que una variable dependiente es una función de la variable o variables de las que depende" (Steiner, 1996).

El concepto de función y las propias funciones permiten conocer el comportamiento de una variable en relación con otra y son muy utilizadas tanto en la vida cotidiana como en procesos muy complejos. Ramón Garduño menciona algunos ejemplos:

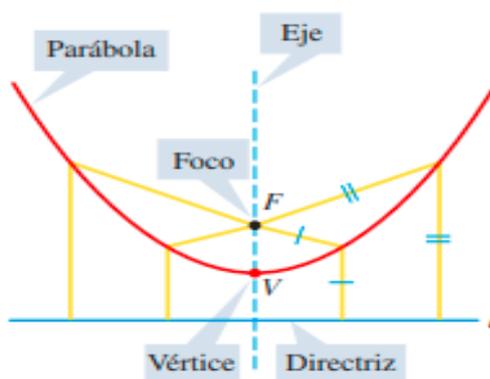
- Las ecuaciones diofánticas son muy útiles para obtener información contable.
- Los valores mínimos y máximos son muy útiles para encontrar el método de construcción más eficiente.
- Calcular los ingresos de jubilación, los intereses o los calendarios de pago de préstamos es fácil en matemáticas.
- La teoría del código y la criptología son herramientas necesarias, sin ellas no sería posible enviar imágenes desde satélites, por ejemplo.
- En medicina, la propiedad reflectante de los conos se puede aplicar en el tratamiento de cálculos renales (Conogasi, 2018).

Así como las funciones tienen muchas aplicaciones para muchas actividades y problemas; la función cuadrática es una de ellas. Una función cuadrática es una función polinomial de segundo grado en la forma: $f(x) = ax^2 + bx + c$, para todo $a \neq 0$. Analizando la gráfica de las funciones cuadráticas, encontramos que todas son parábolas en el plano de la siguiente manera:

Figura 1*Gráfica de una función cuadrática*

Nota: Gráfico hecho en el software educativo GeoGebra

La parábola que se observa está dada por la unión de puntos donde se ubican los valores de “x” (eje horizontal) y los valores de “y” (eje vertical), elevando al cuadrado cada valor de “x” y que le corresponda un valor en “y”. Geométricamente, la parábola se define como la unión de puntos del plano que están a la misma distancia de un punto fijo llamado F (foco) y una recta fija (directriz).

Figura 2*Gráfica del vértice de una función*

Nota: Adaptado de Precálculo para las matemáticas, (p. 724). Por Stewar, 2012. Cenage Learning Editores.

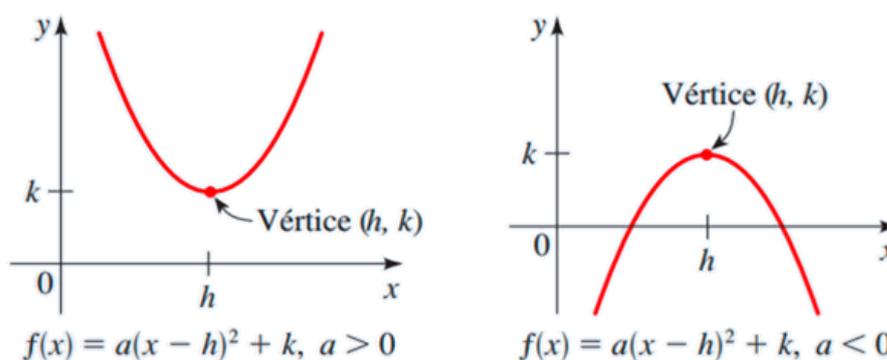
El punto V es el vértice de la parábola y se encuentra a la mitad entre el foco y la directriz, y el eje de simetría es la recta que corre por el foco

perpendicular a la directriz. (Stewart, 2012)

Una función cuadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ para $a \neq 0$ puede representarse de forma normal: $f(x) = ax^2 + bx + c \rightarrow f(x) = a(x - h)^2 + k$ para $a \neq 0$. De esta manera se observa en su gráfica que el vértice estará ubicado en el punto $(h; k)$ y se puede inferir fácilmente que la parábola abre hacia arriba o hacia abajo dependiendo del signo que acompañe a "a".

Figura 3

Gráfica del vértice de una función



Nota: Adaptado de Precálculo para las matemáticas, (p. 224). Por Stewart, 2012. Cengage Learning Editores.

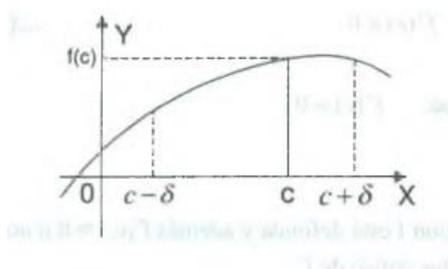
Teniendo en cuenta el vértice, podemos deducir que para la función habrá un valor máximo y mínimo dependiendo del valor de "a" y de la ubicación de su vértice. Definimos al valor máximo de una función como $f: D \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, tiene un valor máximo absoluto en $f(c)$ donde: $c \in D$ si $f(c) \geq f(x), \forall x \in D$, y definimos al valor mínimo de una función como $f: D \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, tiene un valor mínimo absoluto en $f(c)$ donde: $c \in D$ si $f(c) \leq f(x), \forall x \in D$. Sin embargo, cuando las funciones están limitadas por un intervalo abierto, pueden tener otro tipo de máximos y mínimos, son los máximos y mínimos relativos.

Definimos el máximo relativo como $f(c)$ que es un valor máximo relativo de la función f si existe un intervalo abierto $\langle c - \delta, c + \delta \rangle$ tal que, $f(c)$ está definida y $f(x) \leq f(c) \forall x \in \langle c - \delta, c + \delta \rangle$. De manera análoga, definimos el mínimo relativo como $f(c)$ que es un valor mínimo relativo de

la función f si existe un intervalo abierto $\langle c - \delta, c + \delta \rangle$ tal que, $f(c)$ está definida y $f(x) \geq f(c) \forall x \in \langle c - \delta, c + \delta \rangle$. (Espinoza, 2002)

Figura 4

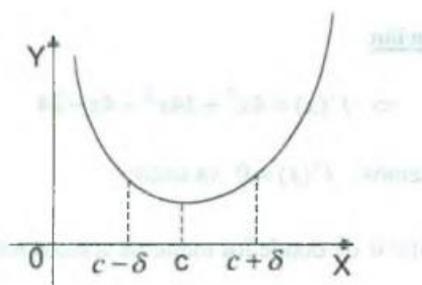
Gráfica de la definición de máximo relativo



Nota: Adaptado de Análisis Matemático I, (p. 567). Por Espinoza, 2002.
Editorial Servicios Gráficos

Figura 5

Gráfica de la definición de mínimo relativo



Nota: Adaptado de análisis matemático i, (p. 567). Por Espinoza, 2002.
Editorial Servicios Gráficos

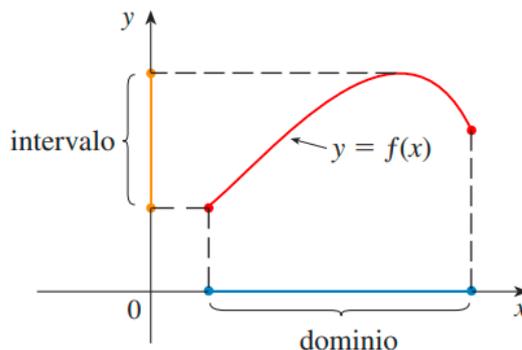
Para hallar el punto del vértice de una parábola, es decir, el valor máximo o mínimo de una función cuadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, solo debemos reemplazar para $x = -\frac{b}{2a}$. Si a es mayor que 0, será el valor mínimo, en cambio si a es menor que 0, será el valor máximo.

Existe la función f de un conjunto D a un conjunto Y , esta función es una regla que asigna a cada elemento; es decir, $x \in D$ y este se relaciona a un único elemento de $f(x) \in Y$.

Al conjunto D de todos los valores posibles de entrada de una función se le denomina dominio de la función, mientras que el conjunto de todos los valores posibles de $f(x)$ cuando x varía en todos sus valores posibles se le denomina rango de la función (Thomas, 2010).

Figura 6

Representación del dominio en un intervalo



Nota: Adaptado de Precálculo para las matemáticas, (p. 344). Por Stewart, 2012. Cenage Learning Editores.

Para todos los polinomios de grado 2 hay fórmula general de factorización que es la siguiente

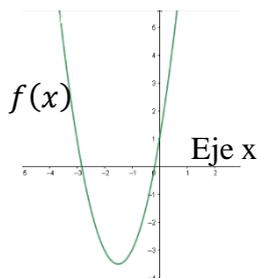
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Esta fórmula nos da las raíces de x , es decir, los valores para los cuales los polinomios de grado 2 resulte en 0. El mismo principio se aplica para las funciones cuadráticas, ya que las raíces de x serán los valores de x que al remplazarlos en f nos den $f(x) = 0$. Esto indica la intersección al eje x de la función $f(x)$. Es decir, al aplicar la fórmula general, notaremos lo siguiente:

Si $b^2 - 4ac > 0$, entonces la ecuación tiene dos raíces reales y distintas, y la gráfica de $f(x)$ interseca al eje x en dos puntos diferentes.

Figura 7

Gráfica de una función cuadrática $2x^2 + 6x + 1$

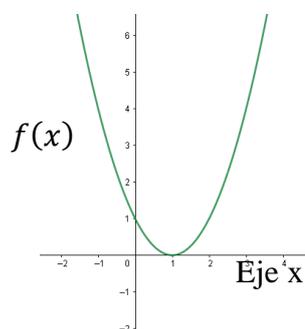


Nota: Gráfico hecho en el software educativo GeoGebra

Si $b^2 - 4ac = 0$, entonces la ecuación tiene dos raíces reales e iguales, y la gráfica de $f(x)$ es tangente al eje x .

Figura 8

Gráfica de una función cuadrática $x^2 - 2x + 1$

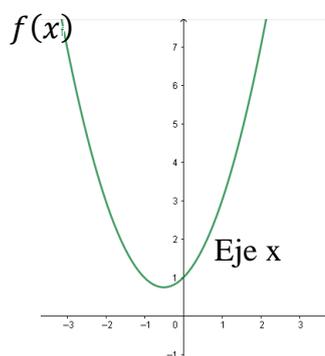


Nota: Gráfico hecho en el software educativo GeoGebra

Si $b^2 - 4ac < 0$, entonces la ecuación no tiene raíz real alguna, y la gráfica de $f(x)$ no interseca al eje x en ningún punto.

Figura 9

Gráfica de una función cuadrática $x^2 + x + 1$



Nota: Gráfico hecho en el software educativo GeoGebra

Según James Stewart, el método más usado para representar una función es su gráfica sobre un plano. La gráfica de una función f da una imagen útil del comportamiento de una función. La gráfica de f también permite tener una imagen del dominio de f sobre el eje x y su rango en el eje. (Stewart, Redlin y Watson, 2012).

El método colaborativo aplicado a la enseñanza de la matemática

La educación matemática se ha adaptado a una serie de métodos que actualizan la enseñanza en la sociedad actual en la que vivimos. Al respecto, Miguel González señala que el principal objetivo de la evaluación de las competencias matemáticas PISA 2015 es que los alumnos resuelvan problemas en conjunto, formen y mantengan un entendimiento común que mantenga la organización del grupo. El mismo pasaje compara esto con el objetivo de evaluación de la prueba PISA 2003, que evaluó la capacidad de los estudiantes para articular, usar e interpretar las matemáticas en una variedad de contextos. El cambio entre ambas pruebas es notorio; Ahora el objetivo es que el alumno participe de manera efectiva en el proceso de aprendizaje, al mismo tiempo que se involucra con sus compañeros, compartiendo sus conocimientos, habilidades y esfuerzos para lograr el objetivo. También señala que el concepto de resolución colaborativa de problemas corresponde a los procesos de investigación, comprensión, presentación, diseño, planificación, implementación y finalmente seguimiento y reflexión. (González, 2017).

Así que tenemos un método colaborativo como estrategia para mejorar las habilidades y destrezas de los estudiantes. Esta estrategia consiste básicamente en formar grupos de trabajo entre los estudiantes para resolver el problema, fortaleciendo el rol tanto de los estudiantes como del docente.

Rol del estudiante: Los estudiantes que están comprometidos con el aprendizaje observan los siguientes comportamientos en clase:

- Los estudiantes son responsables de su propio aprendizaje. Definen las actividades que el docente dirige al grupo para lograr el objetivo.
- Los estudiantes están satisfechos con su aprendizaje, desarrollo de actividades y motivación de los demás miembros.
- El estudiante entiende que debe estar abierto a la escucha ya las sugerencias para resolver el problema. Empatizan con otros miembros y reconocen las fortalezas de sus compañeros.
- Los estudiantes tratan de mejorar sus estrategias de resolución de problemas para ser más efectivos. En otras palabras, pueden usar la

metacognición para mejorar su aprendizaje. (Collazos, Guerrero y Vergara, s.f.)

Rol del maestro: Para generar un aprendizaje colaborativo donde el conocimiento se construya, descubra y transforme, el docente debe jugar un rol menos directivo y unidireccional, “(...) Actúa como facilitador, guía y coordinador, ayudando al grupo a resolver conflictos y manejar sensibilidades. proporcionar recursos o ser un intermediario temporal común entre muchas otras funciones” (Rodríguez, 2017).

Según Collazos, Guerrero y Vergara, el docente debe cumplir 3 roles principales para implementar el método colaborativo. Ellos son: el maestro como instructor, el maestro como mediador cognitivo y el maestro como instructor.

Profesor como diseñador instruccional:

El profesor define las configuraciones iniciales del trabajo, como el sistema de evaluación, las condiciones para el éxito de la actividad, el contenido temático a completar y el seguimiento en la lección. En este rol, el docente determina los objetivos, el material de trabajo, la división de la materia en subtemas y tareas, el tamaño de los grupos, la estructura y la distribución en el aula. El docente puede diseñar y llevar a la clase el material de aprendizaje de acuerdo al contexto del estudiante de tal manera que relacione lo aprendido con su vida diaria; También debe asegurarse de que los grupos no tengan más de 6 personas y estén espaciados para que los estudiantes puedan ver a cada miembro; y promover el clima laboral y el respeto (Collazos, Guerrero, & Vergara, 2001).

Profesor como mediador cognitivo:

El profesor es responsable de profundizar en el conocimiento de los temas tratados y regularmente pregunta: "¿Por qué? ¿Qué crees que significa eso? ¿Cómo saber si es verdad? Al hacer estas preguntas, se puede desarrollar la metacognición del estudiante. El profesor puede dirigir los esfuerzos de los estudiantes con instrucciones lo suficientemente específicas, para que no hagan el trabajo demasiado fácil y los desafíen a

resolver el problema. Debido a la división de responsabilidades y la interdependencia de las tareas, todos los alumnos deben ser capaces de argumentar sus respuestas, porque el éxito no depende solo de uno, sino de todo el grupo.

El profesor como instructor:

El profesor enseña el trabajo en equipo, porque la colaboración no es solo reunir a 3-4 alumnos para hacer alguna actividad. El docente debe encaminar a los estudiantes a la colaboración y fortalecer sus relaciones interpersonales. El maestro debe asegurarse de que todos en el grupo estén trabajando, que estén bien encaminados para resolver el problema y brindar retroalimentación cada vez que un estudiante se sienta atascado o necesite ayuda.

En cuanto a la evaluación del método colaborativo, se recomiendan 3 evaluaciones: Evaluación diagnóstica para conocer el nivel actual de los estudiantes, evaluación formativa para evaluar el proceso y evaluación suma para evaluar el nivel al final del uso. sobre métodos colaborativos (Collazos, Guerrero, & Vergara, s.f.).

El método colaborativo aplicado en la enseñanza de funciones cuadráticas

Como se ha dicho antes, el método colaborativo permite alcanzar metas más ambiciosas con la participación de los alumnos organizados en grupos. Ayuda a tomar decisiones más sistemáticas, favorece las relaciones interpersonales y mejora la integración y el trato de los alumnos. Esto a su vez aumenta la confianza en sí mismo, la autoestima y las habilidades de liderazgo del estudiante. (Ramírez y Giménez, 2019). En este sentido, las metas de aprendizaje pueden ser mayores que simplemente encontrar una relación entre variables; También podemos hacer que el alumno obtenga el dominio, región, vértice, valor mínimo o máximo, gráficas e interpretaciones de una función. Esto se hace aplicando un método colaborativo basado en la interdependencia positiva, la interdependencia de tareas, la responsabilidad individual y grupal y las habilidades de

comunicación. El trabajo que debe hacer el docente para implementar métodos colaborativos en el aprendizaje de funciones cuadráticas consiste en asignar tareas específicas e interdependientes a cada miembro del grupo (por ejemplo, expresar la función en forma estándar, hacer una tabla de valores, hacer un gráfico, encontrar el vértice, etc. .), fomentando la profundización de conceptos (haciendo preguntas que un estudiante pueda argumentar) y creando una atmósfera de respeto y compañerismo en cada grupo (entendiendo que la única manera de tener éxito es que los demás miembros del grupo tengan éxito). De esta forma, se organizan actividades para el mejor desarrollo del aprendizaje de las funciones de grado por parte de los estudiantes.

2.3. Bases conceptuales

- **Método:** Conjunto de procedimientos para lograr una meta u objetivo.
- **Métodos colaborativos:** Son procesos y comportamientos que fomentan la colaboración y comunicación entre los estudiantes para lograr sus objetivos.
- **El aprendizaje colaborativo:** Es un proceso que comienza con un modelo de enseñanza donde un grupo de personas aprende y desarrolla sus objetivos y el desarrollo paulatino de la comunicación.
- **Trabajo en equipo:** Es el trabajo realizado por un grupo de personas, estructurado de manera que permite que las actividades se desarrollen hacia un objetivo común.
- **Función:** es una relación entre dos conjuntos por una regla (operación) con un conjunto de salida y un conjunto de llegada. Se pueden representar gráficamente en un plano cartesiano.
- **Función cuadrática:** es una función de grado 2. Esto significa que esta variable está elevada a la potencia de 2. Se representan gráficamente mediante una parábola.

2.4 Bases epistemológicas

El Método colaborativo se sustenta en las siguientes bases y teorías:

- **Socio constructivismo:** El alumno crea su propio conocimiento y es protagonista de su propio aprendizaje. Este aprendizaje se produce a través

de las interacciones con su entorno ya través de las características biológicas y neurológicas de cada persona (Ginsburg, 1987).

- **Teoría de la intersubjetividad:** El alumno construye su aprendizaje con la oportunidad de acercar su individualidad a otro alumno. De esta forma, la intersubjetividad colectiva no significa la acumulación de acciones individuales. (Roselli, 2011).
- **Teoría del conflicto cognitivo:** Los estudiantes encuentran que sus soluciones o métodos propuestos no son suficientes para proporcionar una respuesta satisfactoria y sienten la necesidad de utilizar una estrategia diferente. (Aguilar y Otak, 2004).
- **Teoría de la cognición distribuida:** La cognición no es una característica única, sino compartida y basada en el entorno social de aprendizaje. (Roselli, 2011).
- **Paradigma de la interacción:** Basada en la interacción social como medio de aprendizaje y desarrollo de habilidades (Dillenbourg, 2002).
- **Teoría sociocultural:** El desarrollo humano está estrechamente relacionado con esta interacción con el contexto sociocultural. (Pozú, 2015).

CAPÍTULO III. METODOLOGÍA

3.1. Ámbito

El estudio se realizó en las inmediaciones del Colegio Nacional Aplicado UNHEVAL, ubicado sobre la vía colectora en la comarca Amarilis de la ciudad de Huánuco.

3.2 Población

La población estuvo conformada por 373 estudiantes del Colegio Nacional Aplicado UNHEVAL como se muestra en el siguiente cuadro:

Tabla 1

Población estudiantil del Colegio Nacional de Aplicación UNHEVAL, Huánuco 2022

Grado	Sección	Número de alumnos
Primero	A	36
	B	35
	C	36
Segundo	A	37
	B	38
Tercero	A	30
	B	30
Cuarto	A	30
	B	30
Quinto	A	33
	B	32
TOTAL		373

Nota: Nómima de matrícula 2022 CNA-UNHEVAL

3.3. Muestra

Como sugiere Roberto Hernández Sampieri (Ob. Cit 2000; 226), explica: “El muestreo no probabilístico, también llamado muestreo controlado, implica un procedimiento de selección informal y algo arbitrario. Sin embargo, se utilizan en muchos estudios y se extraen conclusiones sobre la población.

Para determinar la muestra de nuestro estudio, se utilizó una muestra no probabilística en la que se seleccionó como grupo experimental a los estudiantes de tercer grado de secundaria de la Sección “A” del Colegio Nacional y

estudiantes del grupo de control “B”. Solicitud-UNHEVAL. La distribución se hizo de la siguiente manera.

Tabla 2

Muestra estudiantil del Colegio Nacional Aplicación UNHEVAL 2022.

GRADO	GRUPO	SECCIÓN	Nº DE ESTUDIANTES
Tercero	Grupo experimental	A	30
	Grupo de control	B	30
TOTAL			60

Nota: Información mostrada en base a la nómina de matrícula CNA-UNHEVAL 2022.

3.4. Nivel y tipo de estudio

3.4.1. Nivel de estudio

Este estudio está diseñado a nivel explicativo, debido a que en este estudio se manipularon variables para obtener el resultado esperado en las unidades de análisis, y se explican y confirman las causas de los eventos o fenómenos objeto de estudio. (Hernández, 2014).

3.4.2. Tipo de investigación.

Esta investigación fue de tipo aplicativo (Paragua, et al., 2021), ya que a partir de la aplicación de un método colaborativo se tuvo la finalidad generar nuevos conocimientos y conocer cuánto influye la variable independiente: Método colaborativo, con la variable dependiente: Resolución de funciones cuadráticas.

3.5. Diseño de investigación

El diseño utilizado en nuestra investigación fue cuasi experimental, en el que se contó con un grupo experimental y otro de control.

G1. O1..... X.....O2.....X.....O3

G2. O1.....O2.....O3

Leyenda:

GE = Grupo experimental

GC = Grupo de control

X = Variable independiente

O1, O2, O3 = Observaciones

3.6. Técnicas e instrumentos**3.6.1. Observación**

La investigación se basó en una guía de observación para recopilar información sobre cómo y cuándo utilizar el enfoque colaborativo.

3.6.2. Técnicas de evaluación pedagógica

Se utilizaron pruebas de evaluación que constaron de cuatro preguntas antes, durante y después del aprendizaje a través del método colaborativo por cada dimensión de la variable dependiente. Se realizaron las siguientes pruebas: prueba inicial (PI), prueba de proceso (PP) y prueba de salida (PF); considerando los desempeños desarrollados por los estudiantes. Las preguntas de las pruebas tuvieron un valor de cinco puntos como máximo y cero puntos como mínimo, donde cinco puntos significaron una respuesta destacada y cero puntos, ninguna respuesta; bajo esta escala, los valores intermedios fueron establecidos de acuerdo al desarrollo de cada pregunta respecto al desempeño evaluado.

3.6.3. Técnicas para el análisis e interpretación de datos

Para el desarrollo del estudio se seleccionaron y validaron los siguientes instrumentos y procesos:

Pruebas: El diseño de estas pruebas fue la herramienta más importante para el éxito de la recolección de datos y la prueba de hipótesis, se construyeron a partir de las variables, dimensiones e indicadores de una matriz de continuidad, cuyo propósito fue recolectar información sobre el logro de las habilidades matemáticas.

Recolección de la información: Este paso consiste básicamente en recopilar y filtrar información consultando la información contenida en las herramientas de campo.

Clasificación de la información: Esto se hizo con el objetivo de agrupar los datos por la distribución de frecuencias de las variables independientes y dependientes.

La codificación y tabulación: La codificación es el paso en el que se formó un cuerpo o grupo de símbolos o valores para que la información se presentara en forma tabular, generalmente en números o letras. La tabulación mecánica se realizó mediante programas estadísticos informáticos o paquetes como SPSS versión 25 y Excel.

3.6.4. Instrumentos para el análisis de datos

- **Estadística descriptiva para cada variable**
- **Distribución de frecuencias.** - Se calculó los valores de las frecuencias absoluta y porcentual.
- **Estadígrafos de tendencia central.** - Se calculó la media y moda.
- **Estadística inferencial para cada variable.** Se aplicó la prueba de diferencias de medias usando la prueba de T de student.
- **Cuadros estadísticos bidimensionales.** - Con el fin de presentar la información organizada y así facilitar la lectura y el análisis, se elaboraron cuadros estadísticos bidimensionales, o dobles, porque separan dos variables de investigación.
- **Gráficos de columnas o barras.** - Se utiliza para asociar puntos con sus respectivas frecuencias, es propio del plano de medida con intervalos, es el más indicado y comprensible.

3.7. Validación y confiabilidad del instrumento

3.7.1. Validación de los instrumentos

Para validar las herramientas de este estudio, un experto las sometió al proceso de validación, se presentó una ficha que contenía las categorías de medidas e ítems considerados; pertinencia, consistencia, adecuación y claridad. Expertos utilizados en la validación de instrumentos.

3.7.2. Confiabilidad de los instrumentos

Se eligió criterio de confiabilidad de los instrumentos de investigación para el desarrollo de funciones cuadráticas en el campo de las matemáticas para estudiantes de tercero de secundaria un método denominado coeficiente de confiabilidad alfa de Cronbach con base en su práctica de aplicación. recomendado si el instrumento tiene escalas de respuesta múltiple, como es el caso de nuestros dos instrumentos. La escala de valores que determina la fiabilidad viene dada por los siguientes valores.

Donde:

$$\alpha = \frac{K}{K-1} \left[1 - \frac{\sum S_i^2}{S_T^2} \right]$$

α : coeficiente de conf. Alfa de Cronbach.

K: número de preguntas.

S_i^2 : varianza de cada pregunta.

S_T^2 : varianza total.

Para determinar el cálculo de alfa de Cronbach, se utilizó el programa IBM SPSS-25.0, en el cual se procesó los datos tomados a 60 alumnos de una muestra piloto que se detalla a continuación.

Tabla 3

Estadísticas de fiabilidad

Estadísticas de fiabilidad	
Alfa de Cronbach	N de elementos
,880	12

Nota: Tabla estadística realizada mediante SPSS

Tabla 4*Tabla del cálculo del Alfa de Cronbach*

Estadísticas de total de elemento				
	Media de escala si el elemento se ha suprimido	Varianza de escala si el elemento se ha suprimido	Correlación total de elementos corregida	Alfa de Cronbach si el elemento se ha suprimido
ítem 1	23,8167	96,525	,636	,867
ítem 2	23,8167	99,406	,507	,874
ítem 3	24,0167	93,237	,627	,867
ítem 4	23,6333	92,304	,699	,862
ítem 5	23,7667	94,216	,664	,865
ítem 6	23,7667	102,012	,454	,877
ítem 7	23,6500	97,960	,523	,874
ítem 8	23,6667	98,192	,584	,870
ítem 9	23,5667	98,758	,584	,870
ítem 10	23,8167	99,881	,525	,873
ítem 11	23,3167	98,627	,592	,870
ítem 12	23,3333	102,734	,505	,874

Nota: Tabla estadística realizada mediante SPSS

En la tabla 3 se nota que el coeficiente es de 0,880 lo que nos indica que la confiabilidad del instrumento es alta según las escalas de fiabilidad por Hernández Sampieri y otros. Por lo tanto, nuestro instrumento de evaluación es factible para esta investigación.

3.8. Procedimiento

El procedimiento estadístico constó de los siguientes procesos: Análisis exploratorio de los efectos estudiados mediante estadística descriptiva: frecuencias, porcentajes, media, forma y varianza. Contraste de hipótesis generales y específicas, utilizando T de Student para muestras relacionadas y muestras independientes, y análisis interpretativo general

3.9. Tabulación y análisis de datos

3.9.1. Tabulación

Los datos recolectados fueron procesados mediante el software estadístico SPSS V25 y el software Excel, donde se organizaron, tabularon y clasificaron los datos. Estos programas de software permiten calcular porcentajes, frecuencias, desviación estándar, t-student, etc. y utilizar los gráficos y tablas correspondientes para la posterior presentación y análisis del estudio.

3.9.2. Análisis de datos

Los datos obtenidos de los grupos experimental y control mediante el método colaborativo junto con las pruebas de evaluación (pruebas de llegada, proceso y salida) fueron analizados y se obtuvieron estadísticas descriptivas mediante el siguiente procedimiento: Análisis descriptivo de los resultados de los grupos experimental y controles examinados. variables, en primer lugar, interpretando las medidas de tendencia central y decaimiento de cada prueba y seleccionando para su evaluación la siguiente escala de calidad también es comparable.

Tabla 5

Escala de calificación del aprendizaje

Evaluación literal	Calificación vigesimal
AD (logro destacado)	18-20
A (logro esperado)	15-17
B (logro en proceso)	11-14
C (logro mínimo o nulo)	0-10

Nota: Esta escala fue establecida por el Ministerio de Educación (2020)

3.10. Consideraciones éticas

Este estudio no presentó riesgo para el grupo experimental o de control; Dado que la población de estudio no estuvo expuesta a riesgo, se dio el consentimiento y el uso de los datos personales (nombre, sexo y edad) es completamente confidencial.

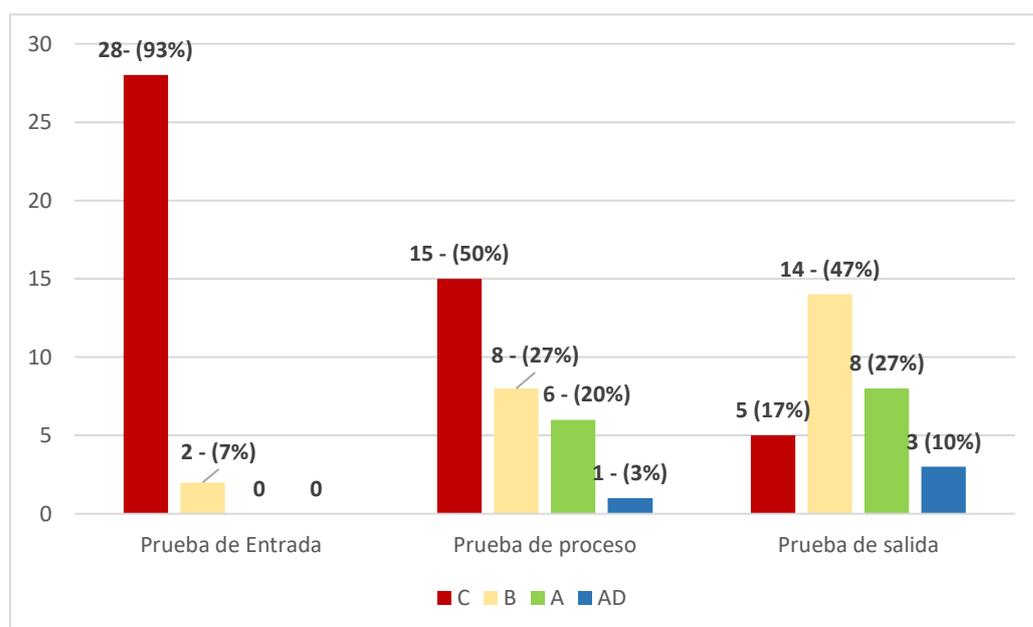
CAPÍTULO IV. RESULTADO

4.1. Análisis descriptivo de datos del grupo experimental

4.1.1. Resultados obtenidos respecto a la capacidad Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas del grupo experimental

Figura 10

Resultados de las pruebas de entrada, proceso y salida en la capacidad Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráfica del grupo experimental.



Nota: Gráfica diseñada por los investigadores organizando los datos según la calificación obtenida según la escala propuesta.

Tabla 6

Análisis estadístico de la prueba de entrada, proceso y salida realizada a los estudiantes sobre la capacidad Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas del grupo experimental.

<i>Estadígrafos</i>	<i>P.E.</i>	<i>P.P.</i>	<i>P.S.</i>
Media	5.33	8.80	13.60
Mediana	5.76	10.80	14.00
Moda	4.33	9.81	14.66
Desviación estándar	2.99	2.36	2.73
Varianza de la muestra	8.96	5.57	7.49
Coficiente de asimetría	0.33	-0.43	-0.38
Rango	12.00	16.00	14.00
Mínimo	0.00	2.00	6.00
Máximo	12.00	18.00	20.00
N	30.00	30.00	30.00

Nota: Tabla estadística de medidas de tendencia central y dispersión de los datos obtenidos en las pruebas.

Se observa en los resultados obtenidos que las medidas de tendencia central aumentaron considerablemente después de la aplicación del Método Colaborativo. La media aumentó en 8.27, la mediana, en 8.24 y la moda, en 10.33; esto se traduce en que todas las medidas de tendencia central, que en un inicio estaban ubicadas en la calificación C, después de la aplicación del Método Colaborativo, se posicionaron en la calificación B con tendencias a seguir mejorando.

Se observa también que la varianza y la desviación estándar redujeron su valor inicial en 1.47 y 0.26 respectivamente; esto demuestra que las calificaciones obtenidas por los estudiantes estuvieron menos dispersas después de la aplicación del Método Colaborativo. También tenemos en cuenta el coeficiente de asimetría, que pasa de un valor inicialmente positivo a negativo después de la aplicación del Método Colaborativo; esto se interpreta como un abultamiento de los datos hacia la calificación C, hacia

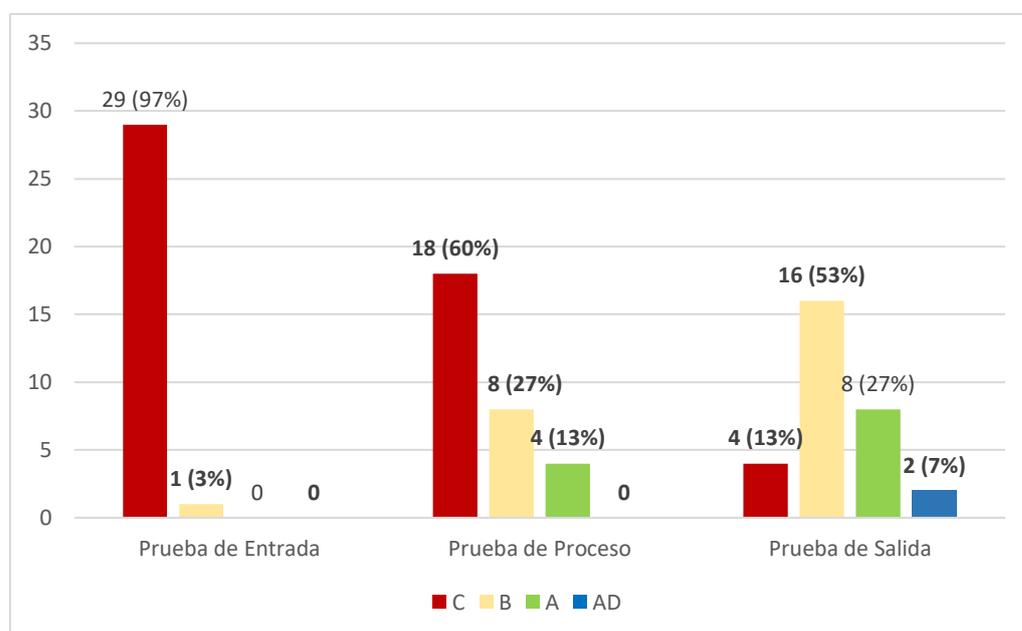
la izquierda, en la prueba de entrada, y un abultamiento en la clase B, hacia la derecha, en la prueba de salida.

Teniendo en cuenta el análisis estadístico, se observa una mejora del desempeño Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas después de la aplicación del Método Colaborativo.

4.1.2. Resultados obtenidos respecto a la capacidad Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales del grupo experimental

Figura 11

Resultados de las pruebas de entrada, proceso y salida en la capacidad Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales del grupo experimental



Nota: Gráfica diseñada por los investigadores organizando los datos según la calificación obtenida según la escala propuesta.

Tabla 7

Análisis estadístico de la prueba de entrada, proceso y salida realizada a los estudiantes sobre la capacidad Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales del grupo experimental.

<i>Estadígrafos</i>	<i>P.E.</i>	<i>P.P.</i>	<i>P.S.</i>
Media	5,47	10,20	12,77
Mediana	5,87	10,75	14,00
Moda	5,00	9,33	13,69
Desviación estándar	2,96	2,31	2,57
Varianza de la muestra	8,76	5,34	6,61
Coefficiente de asimetría	0,16	0,38	-0,36
Rango	13,00	11,00	12,00
Mínimo	0,00	5,00	18,00
Máximo	13,00	16,00	6,00
N	30.00	30.00	30.00

Nota: Tabla estadística de medidas de tendencia central y dispersión de los datos obtenidos en las pruebas.

Se observa en los resultados obtenidos que las medidas de tendencia central aumentaron considerablemente después de la aplicación del Método Colaborativo. La media aumentó en 7.30, la mediana, en 8.13 y la moda, en 8.69; esto se traduce en que todas las medidas de tendencia central, que en un inicio estaban ubicadas en la calificación C, después de la aplicación del Método Colaborativo, se posicionaron en la calificación B con tendencias a seguir mejorando.

Se observa también que la varianza y la desviación estándar redujeron su valor inicial en 2.15 y 0.39 respectivamente; esto demuestra que las calificaciones obtenidas por los estudiantes estuvieron menos dispersas después de la aplicación del Método Colaborativo. También tenemos en cuenta el coeficiente de asimetría, que pasa de un valor inicialmente positivo a negativo después de la aplicación del Método Colaborativo; esto se interpreta como un abultamiento de los datos hacia la calificación C, hacia

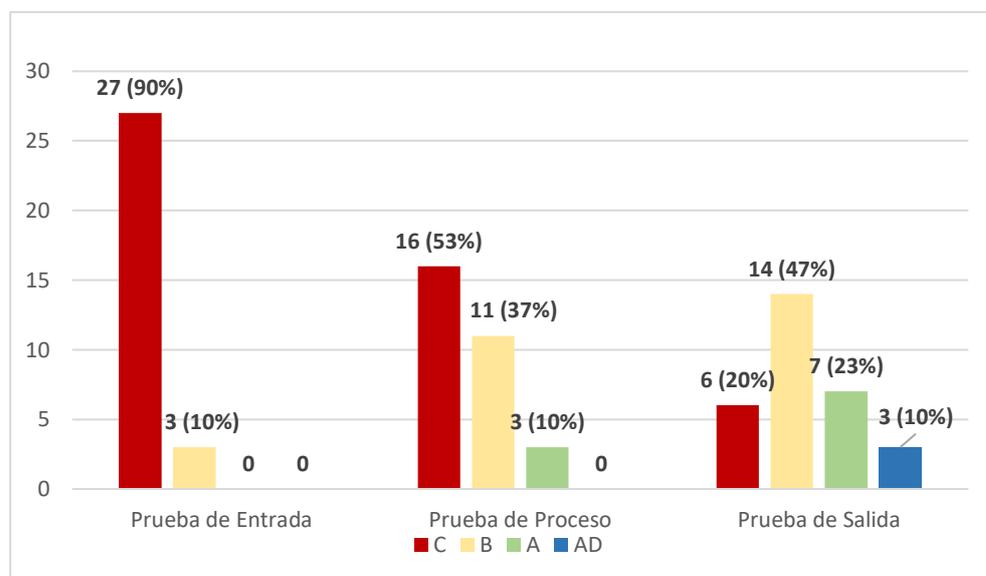
la izquierda, en la prueba de entrada, y un abultamiento en la clase B, hacia la derecha, en la prueba de salida.

Teniendo en cuenta el análisis estadístico, se observa una mejora del desempeño Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales después de la aplicación del Método Colaborativo.

4.1.3. Resultados obtenidos respecto a la capacidad Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia del grupo experimental

Figura 12

Resultados de las pruebas de entrada, proceso y salida en la capacidad Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia del grupo experimental



Nota: Gráfica diseñada por los investigadores organizando los datos según la calificación obtenida según la escala propuesta.

Tabla 8

Análisis estadístico de la prueba de entrada, proceso y salida realizada a los estudiantes sobre la capacidad Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia del grupo experimental

<i>Estadígrafos</i>	<i>P.E.</i>	<i>P.P.</i>	<i>P.S.</i>
Media	6,30	10,20	12,80
Mediana	6,60	10,10	14,00
Moda	5,57	9,62	13,54
Desviación estándar	2,76	2,31	2,58
Varianza de la muestra	7,62	5,34	6,64
Coefficiente de asimetría	0,27	0,25	-0,29
Rango	8,00	10,00	14,00
Mínimo	3,00	6,00	6,00
Máximo	11,00	16,00	20,00
N	6,30	30,00	30,00

Nota: Tabla estadística de medidas de tendencia central y dispersión de los datos obtenidos en las pruebas.

Se observa en los resultados obtenidos que las medidas de tendencia central aumentaron considerablemente después de la aplicación del Método Colaborativo. La media aumentó en 6.50, la mediana, en 7.40 y la moda, en 7.97; esto se traduce en que todas las medidas de tendencia central, que en un inicio estaban ubicadas en la calificación C, después de la aplicación del Método Colaborativo, se posicionaron en la calificación B con tendencias a seguir mejorando.

Se observa también que la varianza y la desviación estándar redujeron su valor inicial en 0.98 y 0.18 respectivamente; esto demuestra que las calificaciones obtenidas por los estudiantes estuvieron menos dispersas después de la aplicación del Método Colaborativo. También tenemos en cuenta el coeficiente de asimetría, que pasa de un valor inicialmente positivo a negativo después de la aplicación del Método Colaborativo; esto se interpreta como un abultamiento de los datos hacia la calificación C, hacia

la izquierda, en la prueba de entrada, y un abultamiento en la clase B, hacia la derecha, en la prueba de salida.

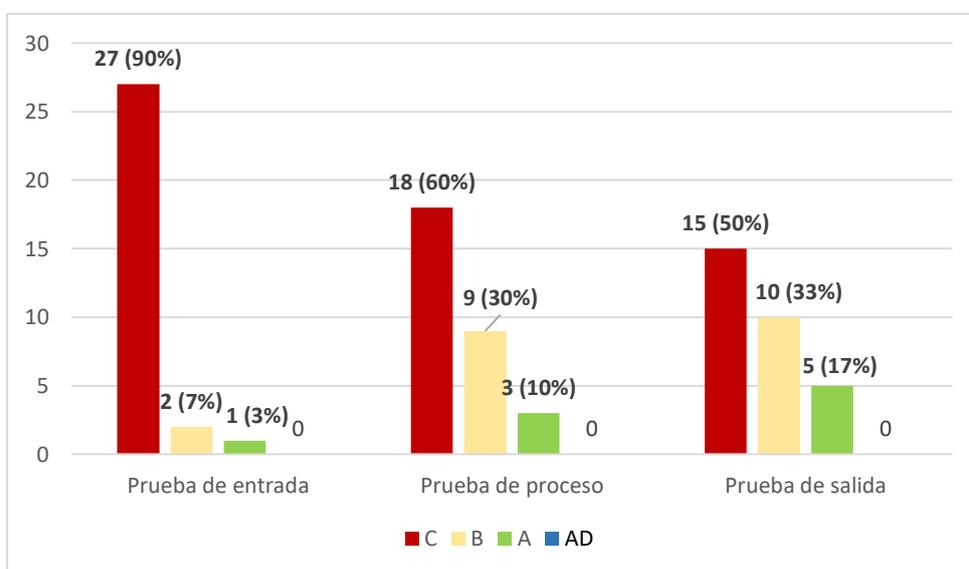
Teniendo en cuenta el análisis estadístico, se observa una mejora del desempeño Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia después de la aplicación del Método Colaborativo.

4.2. Análisis descriptivo de datos del grupo de control

4.2.1. Resultados obtenidos respecto a la capacidad Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas del grupo de control

Figura 13

Resultados de las pruebas de entrada, proceso y salida en la capacidad Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas del grupo de control



Nota: Gráfica diseñada por los investigadores organizando los datos del grupo de control según la calificación obtenida.

Tabla 9

Análisis estadístico de la prueba de entrada, proceso y salida realizada a los estudiantes sobre la capacidad Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas del grupo de control

<i>Estadígrafos</i>	<i>P.E.</i>	<i>P.P.</i>	<i>P.S.</i>
Media	5.06	6.40	8.80
Mediana	5.00	6.18	8.44
Moda	3.57	5.60	7.42
Desviación estándar	2.99	2.73	2.36
Varianza de la muestra	8.96	7.49	5.57
Coefficiente de asimetría	0.42	0.29	0.58
Rango	16.00	15.00	14.00
Mínimo	0.00	0.00	3.00
Máximo	16.00	15.00	17.00
N	30.00	30.00	30.00

Nota: Tabla estadística de medidas de tendencia central y dispersión de los datos obtenidos en las pruebas.

Se observa en los resultados obtenidos que las medidas de tendencia central tuvieron un crecimiento limitado. La media aumentó en 3.74, la mediana, en 3.44 y la moda, en 3.85; esto se traduce en que todas las medidas de tendencia central, que en un inicio estaban ubicadas en la calificación C, se mantuvieron en la misma calificación.

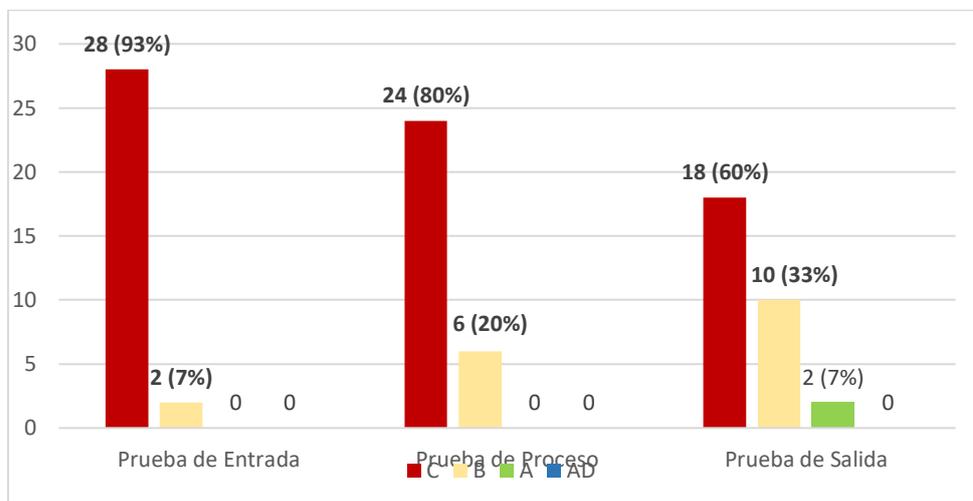
Se observa también que la varianza y la desviación estándar redujeron su valor inicial en 3.39 y 0.63 respectivamente; esto demuestra que las calificaciones obtenidas por los estudiantes están menos dispersas. También tenemos en cuenta el coeficiente de asimetría, que mantiene un valor inicialmente positivo hasta en la prueba de salida; esto se interpreta como un abultamiento de los datos hacia la calificación C, hacia la izquierda, en la prueba de entrada y de salida.

Teniendo en cuenta el análisis estadístico, se observa una mejora limitada del desempeño Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia sin la aplicación del Método Colaborativo.

4.2.2. Resultados obtenidos respecto a la capacidad Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales del grupo de control

Figura 14

Resultados de las pruebas de entrada, proceso y salida en la capacidad. Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales del grupo de control



Nota: Gráfica diseñada por los investigadores organizando los datos del grupo de control según la calificación obtenida.

Tabla 10

Análisis estadístico de la prueba de entrada, proceso y salida realizada a los estudiantes sobre la capacidad Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales del grupo de control.

<i>Estadísticos</i>	<i>P.E.</i>	<i>P.P.</i>	<i>P.S.</i>
Media	5,43	6,33	7,63
Mediana	6,67	7,33	7,33
Moda	4,77	4,97	5,27
Desviación estándar	2,97	2,75	2,50
Varianza de la muestra	8,81	7,57	6,27
Coefficiente de asimetría	0,22	0,50	0,94
Rango	14,00	12,00	13,00
Mínimo	0,00	0,00	15,00
Máximo	14,00	12,00	2,00
N	30.00	30.00	30.00

Nota: Tabla estadística de medidas de tendencia central y dispersión de los datos obtenidos en las pruebas.

Se observa en los resultados obtenidos que las medidas de tendencia central tuvieron un crecimiento limitado. La media aumentó en 2.20, la mediana, en 0.66 y la moda, en 0.50; esto se traduce en que todas las medidas de tendencia central, que en un inicio estaban ubicadas en la calificación C, se mantuvieron en la misma calificación.

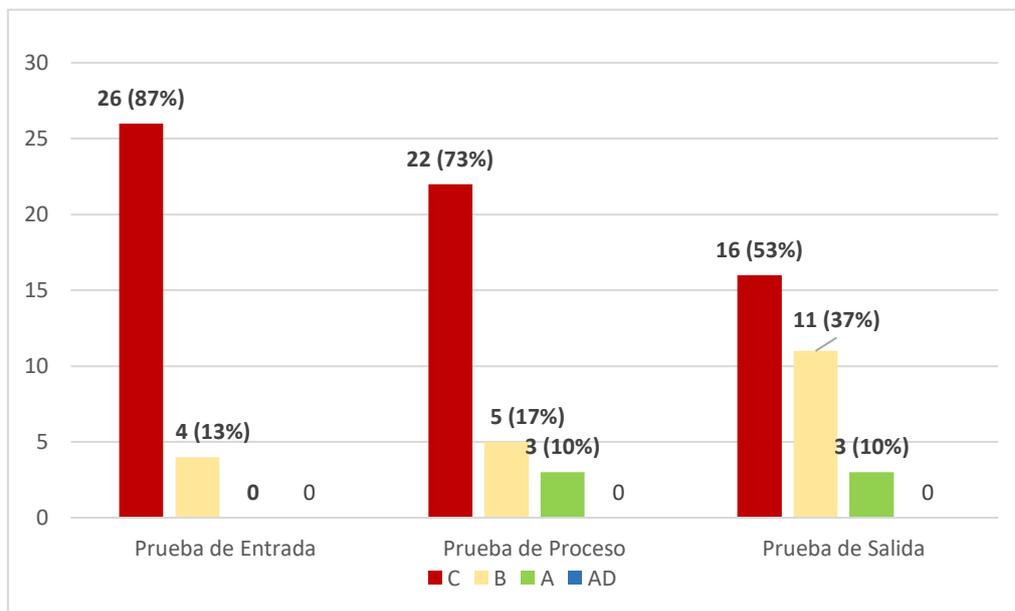
Se observa también que la varianza y la desviación estándar redujeron su valor inicial en 2.54 y 0.47. respectivamente; esto demuestra que las calificaciones obtenidas por los estudiantes están menos dispersas. También tenemos en cuenta el coeficiente de asimetría, que mantiene un valor inicialmente positivo hasta en la prueba de salida; esto se interpreta como un abultamiento de los datos hacia la calificación C, hacia la izquierda, en todas las pruebas.

Teniendo en cuenta el análisis estadístico, se observa una mejora bastante limitada del desempeño Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia sin la aplicación del Método Colaborativo.

4.2.3. Resultados obtenidos respecto a la capacidad Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia del grupo de control

Figura 15

Resultados de las pruebas de entrada, proceso y salida en la capacidad Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia del grupo de control



Nota: Gráfica diseñada por los investigadores organizando los datos del grupo de control según la calificación obtenida.

Tabla 11

Análisis estadístico de la prueba de entrada, proceso y salida realizada a los estudiantes sobre la capacidad Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia.

<i>Estadísticos</i>	<i>P.E.</i>	<i>P.P.</i>	<i>P.S.</i>
Media	7,03	8,03	10,00
Mediana	7,47	6,67	10,33
Moda	5,27	5,78	8,62
Desviación estándar	2,61	2,44	2,31
Varianza de la muestra	6,80	5,98	5,33
Coefficiente de asimetría	0,68	0,92	0,60
Rango	9,00	12,00	10,00
Mínimo	2,00	3,00	5,00
Máximo	11,00	15,00	15,00
N	30.00	30.00	30.00

Nota: Tabla estadística de medidas de tendencia central y dispersión de los datos obtenidos en las pruebas.

Se observa en los resultados obtenidos que las medidas de tendencia central tuvieron un crecimiento limitado. La media aumentó en 2.93, la mediana, en 2.86 y la moda, en 3.35; esto se traduce en que todas las medidas de tendencia central, que en un inicio estaban ubicadas en la calificación C, se mantuvieron en la misma calificación.

Se observa también que la varianza y la desviación estándar redujeron su valor inicial en 1.47 y 0.08. respectivamente; esto demuestra que las calificaciones obtenidas por los estudiantes están menos dispersas. También tenemos en cuenta el coeficiente de asimetría que mantiene un valor inicialmente positivo hasta en la prueba de salida; esto se interpreta como un abultamiento de los datos hacia la calificación C, hacia la izquierda en todas las pruebas.

Teniendo en cuenta el análisis estadístico, se observa una mejora bastante limitada del desempeño Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia sin la aplicación del Método Colaborativo.

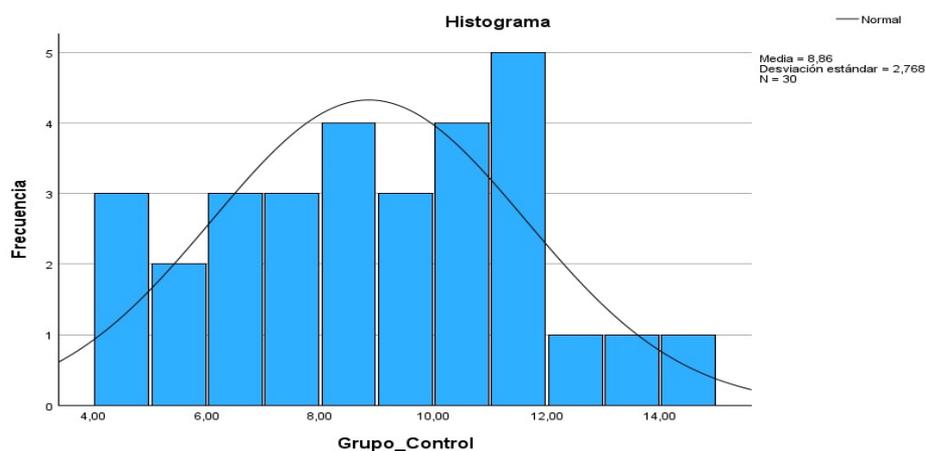
4.3. Prueba de normalidad:

Para posteriormente hacer la prueba de la hipótesis general para llegar a las conclusiones pertinentes en esta investigación, se realizó una prueba de normalidad, para ver la distribución de los datos generales en ambos grupos y optar por una prueba de hipótesis paramétrica o no paramétrica

4.3.1. Análisis de la normalidad del grupo de control

Figura 16

Análisis de la normalidad de los datos obtenidos en el grupo de control



Nota: Gráfico elaborado mediante el programa SPSS

Coefficientes de asimetría y curtosis:

- Coeficiente de asimetría: 0.101
- Coeficiente de curtosis: 0.601

Planteo de hipótesis:

H₀: Los datos tienen una distribución normal

H_a: Los datos no tienen una distribución normal

Nivel de significancia: $\alpha = 0,05$

Estadístico de prueba: Método de Shapiro – Wilk

Tabla 12

Métodos de normalidad para una investigación

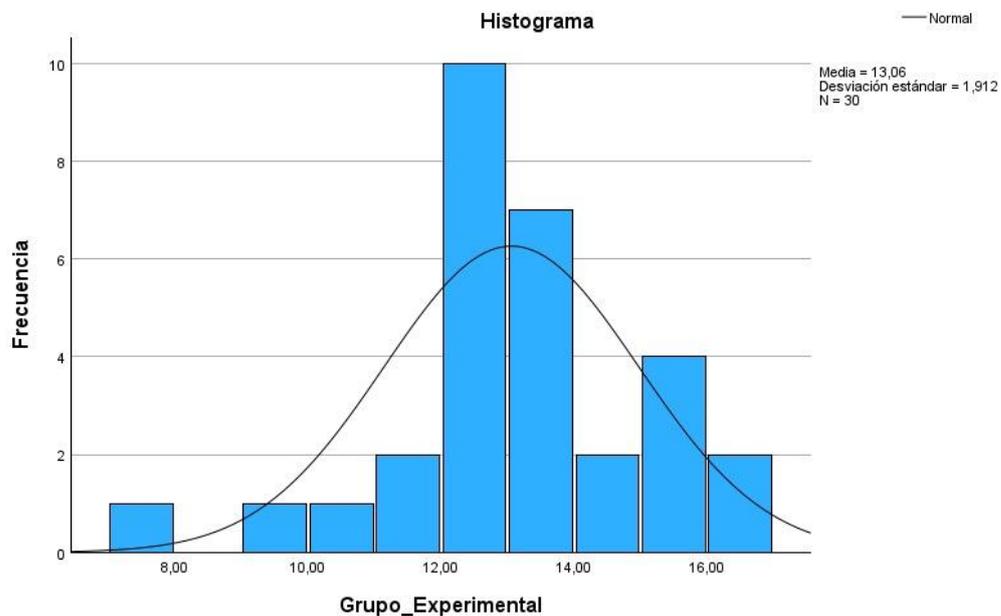
Shapiro - Wilk	Kolmogorov – Smirnov
n<=50	n>50

Nota: Elegimos el método Shapiro - Wilk debido a que el tamaño de la muestra es menor igual a 50

4.3.2. Análisis de la normalidad del grupo experimental

Figura 17

Análisis de la normalidad de los datos obtenidos en el grupo experimental



Nota: Gráfico elaborado mediante el programa SPSS

Coefficientes de asimetría y curtosis:

- Coeficiente de asimetría: -0.264
- Coeficiente de curtosis: -0.158

Planteo de hipótesis:**Ho:** Los datos tienen una distribución normal**Ha:** Los datos no tienen una distribución normal**Nivel de significancia:** $\alpha = 0,05$ **Estadístico de prueba:** Método de Shapiro Wilk**Tabla 13***Métodos de normalidad para una investigación*

Shapiro - Wilk	Kolmogorov – Smirnov
n<=50	n>50

Nota: Elegimos el método Shapiro Wilk debido a que el tamaño de la muestra es menor igual a 50

4.3.3. Valor de significancia de normalidad del grupo de control y el grupo experimental

Tabla 14*Valor de significancia de la normalidad del grupo de control*

	Shapiro-Wilk		
	Estadístico	gl	Sig.
Grupo de control	,923	30	,555

Nota: Tabla elaborada mediante el programa SPSS

Tabla 15

Valor de significancia de normalidad del grupo experimental

	Shapiro-Wilk		
	Estadístico	Gl	Sig.
Grupo experimental	,941	30	,095

Nota: Gráfico elaborado mediante el programa SPSS

Criterio de decisión

- Si $p < 0.05$ rechazamos la H_0 y aceptamos la H_a
- Si $p \geq 0.05$ aceptamos la H_0 y rechazamos la H_a

Decisión y conclusión

Como $p = 0.096 > 0.05$ y $p = 0.555 > 0.05$, entonces aceptamos la H_0 y rechazamos la H_a , es decir, las observaciones tienen una distribución normal. Por lo que dicha contrastación se realizó con una prueba estadística paramétrica como la prueba z.

4.4. Prueba de hipótesis:

4.4.1. Formulación de hipótesis

H_0 : El método colaborativo no mejorará la resolución de funciones cuadráticas en los estudiantes del tercer grado de secundaria del Colegio Nacional de Aplicación – UNHEVAL, Huánuco 2022.

$$**$H_0: \mu_e \leq \mu_c$**$$

H_a : El método colaborativo mejorará la resolución de funciones cuadráticas en los estudiantes del tercer grado de secundaria del Colegio Nacional de Aplicación – UNHEVAL, Huánuco 2022.

$$**$H_a: \mu_e > \mu_c$**$$

4.4.2. Determinación de la prueba:

La hipótesis alternativa tiene un contraste unilateral teniendo la región de rechazo en la cola derecha, porque se trata de verificar solo una probabilidad.

4.4.3. Determinación de nivel de significatividad de la prueba

Asumimos el nivel de significación de 5%, en consecuencia, el nivel de confiabilidad es de 95 %.

4.4.4. Determinación de la distribución muestral de la prueba

La distribución de las probabilidades adecuada para la prueba es la distribución normal Z, mediante la diferencia de medias. Además, como $n_1 \geq 30$ y $n_2 \geq 30$ (muestra grande), las distribuciones de datos se aproximan a la distribución normal, propiedad que permite utilizar la prueba propuesta.

4.4.5. Determinación del valor de los coeficientes críticos

El valor de z crítico para el 95% en un contraste unilateral con cola a la derecha es 1,96.

4.4.6. Cálculo del estadístico de prueba (Z)

Se calcula el estadístico de prueba (Z) de la siguiente forma:

$$Z_{prueba} = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

Reemplazamos en la fórmula:

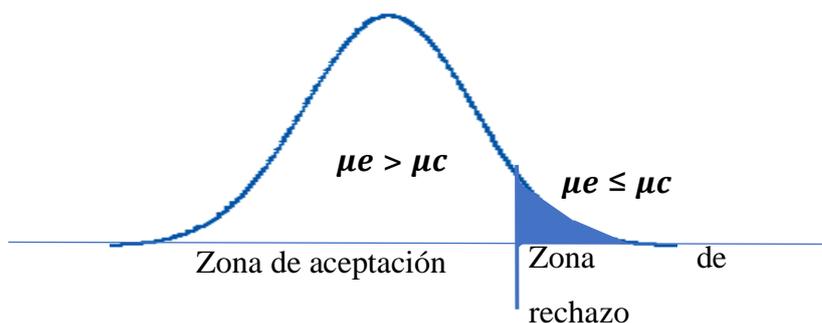
$$Z_{prueba} = \frac{13,06 - 8,81}{\sqrt{\frac{6,90}{30} + \frac{5,71}{30}}}$$

Entonces: $Z = 6,55$

4.4.7. Figura:

Figura 18

Prueba de hipótesis para la aceptación o rechazo de la H_0



Nota: Prueba de hipótesis de diferencia de dos medias diseñada por los investigadores.

4.4.8. Contraste del objetivo o hipótesis general

El valor $Z = 6,55$ en el gráfico se ubica a la derecha de la zona de rechazo para $z = 1,96$; por consiguiente, se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alternativa; porque se tienen indicios suficientes que prueban que el método colaborativo mejoró la resolución de funciones cuadráticas en los estudiantes del tercer grado de secundaria del Colegio Nacional de Aplicación – UNHEVAL, Huánuco 2022.

CAPÍTULO V. DISCUSIÓN

En esta investigación se aplicó el Método Colaborativo para mejorar el nivel de aprendizaje de funciones cuadráticas en los estudiantes del tercer grado de secundaria del Colegio Nacional de Aplicación – UNHEVAL, Huánuco 2022; sin embargo, para lograr este objetivo fue necesario conocer el nivel de aprendizaje de los estudiantes. Se aplicó la prueba de entrada y los resultados arrojaron un nivel de aprendizaje ubicados en la calificación C, tanto en el de control como en el experimental, ya que para lograr el nivel de aprendizaje esperado es necesario “apoyarse en las construcciones previas de los alumnos para garantizar la significatividad de los contenidos a aprender” (Rey, Tapia, Tarifa & Hernández, 2009).

Durante la aplicación del método colaborativo se observó que los estudiantes obtuvieron un alza en sus calificaciones, aunque C aún era la calificación más frecuente, los datos mostraban una tendencia a alejarse de los resultados de la prueba de entrada, ya que los estudiantes que la habían obtenido se redujo a casi la mitad. Como el nivel de saberes previos fue bajo, se debe iniciar un proceso de introducción o acercamiento al tema a tratar de manera que los estudiantes puedan obtener los elementos necesarios para construir su conocimiento, hacer esto es necesario cuando se encuentran conocimientos previos desorganizados y poco desarrollados (Pérez, 2019)

Como la retroalimentación favorece a la sofisticación de los conceptos en la construcción del conocimiento (Neveu, 2020), se comprobó que la explicación de conceptos abstractos de manera analítica y aislada no produce un nivel de aprendizaje satisfactorio sobre funciones cuadráticas, por lo cual se promovió la socialización del conocimiento en los estudiantes formando grupos de colaboración que ayudaron a la construcción de conocimiento en todos sus miembros, comprobándose que la aplicación del método colaborativo mejoró el nivel de aprendizaje de los estudiantes ubicándolos en la calificación B sobre la escala de calificaciones.

Durante la aplicación del método colaborativo el objetivo del estudio fue determinar el nivel de aprendizaje sobre funciones cuadráticas respecto a las tres capacidades propuestas y observar si estas mejoraban. Los estudiantes del tercer

grado de secundaria del Colegio Nacional de Aplicación – UNHEVAL, Huánuco 2022, mostraron que el nivel de todas las capacidades, Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas, Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales, Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia, tuvieron un alza obteniendo la calificación B con una tendencia a alejarse de los resultados de la prueba de entrada.

En ese sentido era fundamental, para la capacidad Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas que los estudiantes muestren desempeños como transformar relaciones a expresiones algebraicas y a gráficas y evaluar si la expresión o gráfica satisface todas las condiciones del problema. Es fundamental, también, para la capacidad Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales, que los estudiantes demuestren desempeños como seleccionar y combinar métodos matemáticos y gráficos para simplificar expresiones algebraicas y resolver ecuaciones cuadráticas. Por último, para la capacidad Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia, es necesario que el estudiante plantee afirmaciones sobre el cambio del signo del coeficiente cuadrático de una función y sus variaciones en su gráfica.

Por esto, para obtener un nivel de aprendizaje esperado, el estudiante debía demostrar su conocimiento sobre: la forma general de una función cuadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, comprendiendo que es imprescindible que la variable de la función sea de grado dos; el dominio y rango de una función sabiendo los valores posibles para $f(x)$; el comportamiento de la gráfica de una función al cambiar algún aspecto de su ecuación, ya sea cambiarle el signo para que la parábola abra hacia abajo en el eje y o cambiándole la forma normal a la misma; y saber reconocer el valor máximo en una función, es decir, hallar el vértice de la función como valor mínimo o máximo. Se analizaron definiciones muy elementales como lo son la de variable: cantidad a la que se le puede asignar, durante un proceso de análisis, un número determinado de valores; y la de constante: cantidad fija que no cambia en ningún momento del proceso de análisis (Granville, 2009). También fue motivo de análisis la resolución de las ecuaciones de una variable de segundo grado mediante la fórmula general $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$, la factorización o las gráficas, obteniendo dos raíces, soluciones, para x .

Se observó que la aplicación del método colaborativo ayudó a compartir y afianzar más los conocimientos respecto a las funciones cuadráticas y a motivar en los estudiantes habilidades interpersonales.

Al finalizar la aplicación del método colaborativo en la enseñanza de funciones cuadráticas en los estudiantes del tercer grado de secundaria del Colegio Nacional de Aplicación – UNHEVAL 2022 se pudo contrastar en los resultados que el nivel de aprendizaje respecto a las capacidades: Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas, Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales, Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia, mejoró obteniendo una calificación media de B según la escala de calificaciones, además con una marcada tendencia a seguir mejorando; esto coincide con las investigaciones hechas por Ferreira, M. (2019) y Cano, J., Guerra, R. (2019),

Los datos se obtuvieron de la prueba de entrada, proceso y salida de las tres capacidades propuestas, estos fueron procesados y contrastados rigurosamente antes, durante y después de la aplicación del método colaborativo en los estudiantes del tercer grado de secundaria del Colegio Nacional de Aplicación – UNHEVAL 2022. Este análisis permite conocer la validez de la aplicación del método colaborativo como herramienta didáctica del docente para mejorar el aprendizaje en los estudiantes: y para la continuidad de resultados favorables en los niveles de aprendizaje, esto coincide con las investigaciones anteriores hechas por Carrillo, R. (2019) y Santos, M. (2020).

Es necesario seguir aplicando esta estrategia de manera pertinente, en caso no sea así, esta información habrá sido momentánea que se olvidaría por su desuso, de acuerdo a la investigación hecha por Flores, C. (2018).

CONCLUSIONES:

Después de haber ejecutado nuestro proyecto de investigación, obtuvimos las siguientes conclusiones:

- Se comprobó que la aplicación del método colaborativo mejora el aprendizaje de funciones cuadráticas en los estudiantes del tercer grado de secundaria del Colegio Nacional de Aplicación – UNHEVAL 2022.
- Se determinó el método colaborativo mejora la traducción de datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas en los estudiantes del tercer grado de secundaria del Colegio Nacional de Aplicación UNHEVAL Huánuco-2022.
- Se estableció que el método colaborativo mejora el uso de estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales en los estudiantes del tercer grado de secundaria del Colegio Nacional de Aplicación UNHEVAL Huánuco-2022.
- Se precisó que el método colaborativo mejora la argumentación de afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia en los estudiantes del tercer grado de secundaria del Colegio Nacional de Aplicación UNHEVAL Huánuco– 2022.

RECOMENDACIONES O SUGERENCIAS:

- A las instituciones educativas aplicar el método colaborativo en el área de matemática con el fin de mejorar las capacidades matemáticas de los estudiantes.
- A los docentes en general tomar una prueba diagnóstica al inicio de clases así conocer en el nivel que se encuentran sus estudiantes, y tomar las precauciones necesarias para poder nivelarlos.
- A los docentes, actualizarse y capacitarse en el uso de más métodos de enseñanza para las matemáticas, de modo que de esta forma ayuden a los estudiantes a desarrollar habilidades en la resolución de funciones cuadráticas
- A los docentes involucrarse en el desarrollo de diversos métodos de enseñanza de las matemáticas en los diferentes niveles ya tratados en esta investigación, ya que permitirá mejorar el aprendizaje significativo de las matemáticas.
- A los padres de familia en la educación de sus hijos, guiándolos sobre la importancia de utilizar estrategias para mejorar la enseñanza de las matemáticas

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aguilar, P. & Oktac, A. (2004). Generación del conflicto cognitivo a través de una actividad de criptografía que involucra operaciones binarias. RELIME. Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa, ISSN 1665- 2436, pp.117-144. Recuperado el 30 de mayo de 2019 de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/revista?codigo=7978>.
- Ballester, S. (2009). Aplicación De Las Funciones En La Vida Real Y Otras Áreas. Revista Digital Innovación y Experiencias, 1(23). pp.1-17. Recuperado el 6 de abril del 2022 desde: https://archivos.csif.es/archivos/andalucia/ensenanza/revistas/csicsif/revista/pdf/Numero_23/SERGIO_BALLESTER_SAMPEDRO01.pdf
- Banco Mundial (2021) Actuemos ya para proteger el capital humano de nuestros niños: Los costos y la respuesta ante el impacto de la pandemia de COVID-19 en el sector educativo de América Latina y el Caribe. Recuperado desde: <http://hdl.handle.net/10986/35276>
- Cano, J. & Guerra, R. (2019). Trabajo colaborativo y resolución de problemas en el área de matemática (tesis de posgrado). Universidad César Vallejo. Trujillo, Perú. Recuperado desde: https://repositorio.ucv.edu.pe/bitstream/handle/20.500.12692/45326/Cano_CJ_R-Guerra_VRH-SD.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Carrillo, R. (2019). Gestión del conocimiento y el Aprendizaje Colaborativo. Universidad Hermilio Valdizán. Huánuco, Perú. Recuperado desde: <https://repositorio.unheval.edu.pe/bitstream/handle/20.500.13080/5989/PPE00243C31.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Casamayor, G. & Sánchez M. (2008). “La formación on-line”, una mirada integral sobre el b-Learning. España: Editorial Grao.
- Calzadilla, M. (2002). Aprendizaje colaborativo y tecnologías de la información y la comunicación. Revista Iberoamericana de Educación. 29(1). 5-7. Recuperado desde: <https://rieoei.org/RIE/article/view/2868/3812>
- Coll, C. & Monereo, C. (2008) Psicología de la educación virtual: Aprender y enseñar con las tecnologías de la comunicación. (pp. 234-235) Madrid, España. Ediciones Morata.

- Collazos, C., Guerrero, L. & Vergara, A. (s.f.). Aprendizaje colaborativo: un cambio en el rol del profesor. Chile: Universidad de Chile.
- Collazos, C., Muñoz, J. & Hernández, Y., (2014). Aprendizaje colaborativo apoyado por computador. (1era ed., Vol. 1). (pp. 9). Recuperado desde: <https://mountainscholar.org/bitstream/handle/20.500.11785/585/BookId-519-AprendizajeColaborativoApoyadoporComputador.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Collazos, C., Muñoz, J. & Hernández, Y., (2014). Aprendizaje colaborativo apoyado por computador. (1era ed., Vol. 1). (pp. 14). Recuperado desde: <https://mountainscholar.org/bitstream/handle/20.500.11785/585/BookId-519-AprendizajeColaborativoApoyadoporComputador.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Collazos, C., Muñoz, J. & Hernández, Y., (2014). Aprendizaje colaborativo apoyado por computador. (1era ed., Vol. 1). (pp. 11). Recuperado desde: <https://mountainscholar.org/bitstream/handle/20.500.11785/585/BookId-519-AprendizajeColaborativoApoyadoporComputador.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Collazos, C., Muñoz, J. & Hernández, Y., (2014). Aprendizaje colaborativo apoyado por computador. (1era ed., Vol. 1). (pp. 16). Recuperado desde: <https://mountainscholar.org/bitstream/handle/20.500.11785/585/BookId-519-AprendizajeColaborativoApoyadoporComputador.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Conogasi. A. (2018). Aplicación de las Matemáticas en la vida cotidiana. 2022, Julio 25, Conogasi.org. Recuperado desde: <https://conogasi.org/articulos/aplicacion-de-las-matematicas-en-la-vida-cotidiana/>
- Del Valle, I. (2008). Propuesta para promover el aprendizaje colaborativo y su aporte a los salones de clases divergentes IX encuentro internacional virtual educa. Zaragoza. Recuperado desde: <https://recursos.educoas.org/sites/default/files/12311.pdf>
- Dillenboug, P. (1999). “What do you mean by ‘collaborative learning’?”. En: P. Dillenbourg (ed.). Collaborative Learning: Cognitive and Computational Approaches. Amsterdam: Pergamon Press.

- Dillenbourg, P. (2002). Over-scripting CSCL: The risks of blending collaborative learning with instructional design. En: P. A. Kirschner (Ed.), Three worlds of CSCL. Can we support. Heerlen: Open Universiteit Nederland.
- Espinoza, E. (2002) Análisis Matemático I para estudiantes de ciencias e ingeniería. Editorial Servicios Gráficos JJ
- Ginsburg, H. (1989). Piaget y la teoría del desarrollo intelectual. México D.F: Hall Hispanoamérica.
- Gonzales, M. (2017). Aprendizaje colaborativo en la resolución de problemas matemáticos en entornos Google Classroom. (tesis de maestría) Universidad Internacional de Rioja. La Coruña, España. Recuperado desde: <https://reunir.unir.net/handle/123456789/6164>
- Granville, W (2009) Cálculo diferencial e Integral. México, Editorial Limusa
- Gunawardena, Ch., Lowe, C. & Anderson, T. (1997). Analysis of a global online debate and the development of an interaction analysis model for examining social, construction of knowledge in computer conferencing. Journal Educational Computing Research.17(4)
- Hernández, R. (2014). Metodología de la Investigación. México D.F., México. INTERAMERICANA EDITORES, S.A. DE C.V.
- Huaytan, M. (2016). Trabajo colaborativo y su influencia en el aprendizaje de la matemática (Tesis de Maestría), Universidad César Vallejo, Perú. Recuperado desde: https://repositorio.ucv.edu.pe/bitstream/handle/20.500.12692/7291/Huayta_YMJ.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Instituto Peruano de Economía, (5 de junio del 2021). Efectos de la COVID-19 en la Educación. El Comercio. <https://www.ipe.org.pe/portal/efectos-del-covid-19-en-la-educacion/>
- Johnson, D, & Johnson, R. (1999) Aprender juntos y solos. Buenos Aires, Argentina: Editorial Aique.
- Lanza, E. & Barrios, F. (2012) Aprendizaje colaborativo como fórmula para el Desarrollo de competencias en el Espacio Europeo de Educación superior: un estudio exploratorio con alumnos de psicología de la universidad autónoma de Madrid, ponencia presentada en el Congreso Internacional de Docencia Universitaria e Innovación, Barcelona, España.

- León, A. & Machacuay, J. (2021). Trabajo colaborativo y logro de las competencias significativas en el área de inglés (tesis de segunda especialidad). Universidad Nacional Hermilio Valdizan, Huánuco, Perú. Recuperado desde: <https://repositorio.unheval.edu.pe/bitstream/handle/20.500.13080/6766/2ED.I NG026L47.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Lucero, M. (2003). Entre el trabajo colaborativo y el aprendizaje colaborativo. *Revista Iberoamericana de Educación*.33(1). 6-8. Recuperado desde: <https://rieoei.org/RIE/article/view/2923/3847>
- Ministerio de Educación (2016) Contenido transversal Habilidades interpersonales Guía para el participante-Segundo fascículo (1.ª ed., pp. 11–20). (2016). (1.ª ed.). Lima: Ministerio de Educación.
- Ministerio de Educación (2020) Resolvemos situaciones de contexto empleando funciones cuadráticas. Recuperado desde: <https://resources.aprendoencasa.pe/perueduca/secundaria/3/semana-6/pdf/s6-3-sec-matematica.pdf>
- Ministerio de Educación (2016) Currículo Nacional de la Educación Básica. Lima: Perú.
- Organización de las Naciones Unidas (2020) Documento de políticas: La COVID-19 en un mundo urbano, pp.14-20
- Penaloza de Osorio. (2011). La Responsabilidad Individual y Grupal en el Aprendizaje Colaborativo. Recuperado 10 de enero de 2022, de Intercolaborativos Recuperado desde: <http://4colaborativos.blogspot.com/2011/04/la-responsabilidad.html>
- Pozú, J., (2015). Actitudes hacia los ambientes virtuales de aprendizaje y el uso de tecnología de la información y comunicación en docentes de una universidad particular de Lima. Tesis de maestría, Universidad Peruana Cayetano Heredia, Lima. Recuperado desde: <https://hdl.handle.net/20.500.12866/20>
- Ramírez, G. & Giménez, S. (2019). Estudio Del Efecto Del Método Aprendizaje Colaborativo En La Enseñanza-Aprendizaje De Factorización De Expresiones Algebraicas En Alumnos De Octavo Grado, CONCEPCIÓN. *Revista de Ingeniería, Ciencia y Sociedad*. 1(26) pp. 1-5
- Ritzer, G. (1994). *Teoría sociológica contemporánea*. Madrid, España: McGraw-Hill Interamericana de España.

- Rodríguez, C. (2017) El rol del docente en el aprendizaje colaborativo/cooperativo. Aprender Colaborando. Recuperado desde: <https://www.aprendercolaborando.com/el-rol-del-profesor/>
- Rojas, C. (2018) Aplicaciones de las funciones algebraicas. Barranquilla, Colombia. Editorial Universidad del Norte, pp. 24-36
- Roselli, N (2011) Teoría del aprendizaje colaborativo y teoría de la representación social: convergencias y posibles articulaciones. Revista colombiana de ciencias sociales.(2)2, pp. 173-191. Recuperado desde: <https://www.redalyc.org/pdf/4978/497856287004.pdf>
- Roselli, N. (2011). Diferencias en el proceso de construcción colaborativa a través del chat según el tipo de tarea. Revista de Psicología, 29(1), pp 3-36
- Ruíz, E., Galindo, L., Martínez, N. & Galindo (2015), R. El Aprendizaje Colaborativo En Ambientes Virtuales. Jalisco, México. Editorial Centro (pp. 17-18)
- Serres, Y. (2021). Impactos de la pandemia por COVID-19 en el currículo matemático: una reflexión personal. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática. 16(20).
- Steiner, E. (1996) The Chemistry Maths Book. Oxford University. Inglaterra. Pp.26-27
- Stewart J., Redlin L. y Watson S. (2012) Precálculo: Matemáticas para el cálculo. (6ta Ed.) Corporativo Santa Fe.
- Stewart, J (2012) Precálculo. Matemáticas para el cálculo. (6ta Ed.). Cengage Learning Editores.
- Tecnológico de Monterrey (2010) Programa de desarrollo de habilidades docentes: Aprendizaje Colaborativo. Recuperado desde: https://www.itesca.edu.mx/documentos/desarrollo_academico/metodo_aprendizaje_colaborativo.pdf
- Thomas, G. (2010) Cálculo de una variable. (12da Ed.) Pearson Educación.
- Yedra, P. (2017). Un Elemento Esencial: La Interdependencia Positiva. Recuperado 16 de enero de 2022, de Don Bosco Educa. Recuperado desde: <https://donboscoeduca.com/2017/06/06/un-elemento-esencial-la-interdependencia-positiva/>

NOTA BIOGRÁFICA

CRISTIAN JHORDANO FLORES QUINTO nació en la ciudad de Huánuco el 17 de febrero de 1999 en el hospital Essalud, hijo de don Dionicio Flores Vázquez y doña Elgiva Quinto Barrueta, con domicilio en jr. Junín N°319, en el distrito de Huánuco, provincia de Huánuco y departamento de Huánuco.

SUS ESTUDIOS:

Escolaridad:

Primaria: Institución Educativa Privada “Euclides” en Huánuco

Secundaria: Institución Educativa Privada “San Agustín” en Huánuco.

Estudio Superior:

Universidad Nacional Hermilio Valdizán UNHEVAL– Facultad de Ciencias de la Educación, Obteniendo el bachiller en la especialidad de Matemática y Física.

Formación Profesional:

Realizó Prácticas Pre Profesionales en el Colegio Nacional de Aplicación, desde el día 22 de marzo del 2023 al 22 de julio de 2022 y en la Institución Educativa Marino Adrián Meza Rosales desde el día hasta el día 7 de noviembre del 2022, hasta el día 15 de diciembre del 2022.

Laboró como docente en la Institución Educativa Alfonso Ugarte en el Centro Poblado San José de Paucar, desde el 13 de marzo del 2023 hasta el 31 de agosto del 2023.

NOTA BIOGRÁFICA

NHIKOLL ROCIO HIARANGA CALERO, nació en la ciudad de Huánuco el 07 de diciembre de 2001 en el Centro de Salud Moras, distrito de Huánuco, hija de don Roddy Gomer Huaranga Figueroa y doña Charo Antonia Calero Camavilca, con domicilio en Calle Las Flores C-8 en el distrito de Huánuco, provincia de Huánuco y en el departamento de Huánuco.

SUS ESTUDIOS:

Escolaridad:

Primaria: Institución Educativa Particular “Amadeus Mozart” - Huánuco;

Secundaria: Institución Educativa “Milagro de Fátima” -Huánuco.

Estudio Superior:

Universidad Nacional Hermilio Valdizán UNHEVAL – Facultad de Ciencias de la Educación obteniendo el bachiller en la especialidad de Matemática y Física.

Formación Profesional:

Realizó Prácticas Pre Profesionales en el Colegio Nacional de Aplicación, desde el día 22 de marzo del 2023 al 22 de julio de 2022 y en la Institución Educativa Marino Adrián Meza Rosales desde el día hasta el día 7 de noviembre del 2022, hasta el día 15 de diciembre del 2022.

Laboró como docente en la Institución Educativa Integrada Augusto Cardich, desde el 6 de marzo al 31 de julio del 2023.

NOTA BIOGRÁFICA

DIANA MELIZA MARIÑO JIMENEZ, nació en la provincia de Huamalés el 27 de marzo del 2000 en el Centro de salud Llata, distrito de Llata, hija de don Manuel Alejandro Mariño Meza y doña Jesreelita Merary Jimenez Lastra, con domicilio en Jr. México k-01 AA.HH. Jorge Chávez en el distrito de Huánuco, provincia de Huánuco y departamento de Huánuco.

SUS ESTUDIOS:

Escolaridad:

Primaria: Institución Educativa N° 33130 C.V. “Leoncio Prado” – Las Moras de Huánuco

Secundaria: Institución Educativa “Milagro de Fátima” en Huánuco.

Estudio Superior:

Universidad Nacional Hermilio Valdizán UNHEVAL – Facultad de Ciencias de la Educación obteniendo el bachiller en la especialidad de Matemática y Física.

Formación Profesional:

Realizó practicas pre profesionales en el Colegio Nacional de Aplicación UNHEVAL, Huánuco del 15 de marzo al 30 de junio de 2022, realizo practicas preprofesionales en la Institución Educativa Agropecuario “Marino Adrián Meza Rosales” del 15 de octubre al 13 de diciembre del 2022.

Laboró como docente en la Institución Educativa Particular “San Francisco de Asís” a partir del 13 de marzo del 2023 hasta el 22 de diciembre del 2023.

ANEXOS

Anexo N° 01. Matriz de consistencia

Título: Método colaborativo y resolución de funciones cuadráticas en los estudiantes del colegio nacional de Aplicación, Huánuco 2022.

PROBLEMA	OBJETIVOS	HIPÓTESIS	METODOLOGÍA
<p>Problema General</p> <p>¿En qué medida el método colaborativo mejora la resolución de funciones cuadráticas en los estudiantes del tercer grado de secundaria del Colegio Nacional de Aplicación UNHEVAL Huánuco 2022?</p> <p>Problema Específicos</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿En qué medida el método colaborativo mejora la traducción de datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas en los estudiantes del tercer grado de secundaria del Colegio Nacional de Aplicación UNHEVAL Huánuco-2022? • ¿En qué medida el método colaborativo mejora el uso de estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales en los estudiantes del tercer grado de secundaria del Colegio Nacional de Aplicación UNHEVAL Huánuco-2022? • ¿En qué medida el método colaborativo mejora la argumentación de afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia en los estudiantes del tercer grado de secundaria del Colegio Nacional de Aplicación UNHEVAL Huánuco-2022? 	<p>Objetivo General</p> <p>Comprobar que el método colaborativo mejora la resolución de funciones cuadráticas en los estudiantes del tercer grado de secundaria del Colegio Nacional de Aplicación-UNHEVAL, Huánuco 2022.</p> <p>Objetivos Específicos</p> <ul style="list-style-type: none"> • Determinar en qué medida el método colaborativo mejora la traducción de datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas en los estudiantes del tercer grado de secundaria del Colegio Nacional de Aplicación UNHEVAL Huánuco-2022. • Determinar en qué medida el método colaborativo mejora el uso de estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales en los estudiantes del tercer grado de secundaria del Colegio Nacional de Aplicación UNHEVAL Huánuco-2022. • Determinar en qué medida el método colaborativo mejora la argumentación de afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia en los estudiantes del tercer grado de secundaria del Colegio Nacional de Aplicación UNHEVAL Huánuco- 2022. 	<p>Hipótesis general</p> <p>Ha: El método colaborativo mejora la resolución de funciones cuadráticas en estudiantes de tercer grado de secundaria del Colegio Nacional de Aplicación - UNHEVAL, Huánuco 2022.</p> <p>Ho: El método colaborativo no mejora la resolución de funciones cuadráticas en Colegio Nacional de Aplicación - UNHEVAL, Huánuco 2022.</p> <p>Hipótesis específicas</p> <ul style="list-style-type: none"> • Ha1: El método colaborativo mejora la traducción de datos y condiciones a expresiones algebraicas y gráficas en los estudiantes del tercer grado de secundaria del Colegio Nacional de Aplicación UNHEVAL 2022. • Ha2: El método colaborativo mejora el uso de estrategias y procedimientos para encontrar equivalencias y reglas generales en los estudiantes del tercer grado de secundaria del Colegio Nacional de Aplicación UNHEVAL 2022. • Ha3: El método colaborativo mejora la argumentación de afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia en los estudiantes del tercer grado de secundaria del Colegio Nacional de Aplicación UNHEVAL 2022. 	<p>Nivel de investigación: Explicativo</p> <p>Tipo: Aplicativo</p> <p>Diseño de investigación: Cuasi-experimental</p> <p>Esquema: GE:O1...X...O2..X...O3 GC:O1.....O2.....O3</p>

POBLACIÓN			MUESTRA				INSTRUMENTOS
Población estudiantil del Colegio Nacional Aplicación-UNHEVAL 2022.			Muestra estudiantil del colegio nacional de aplicación UNHEVAL 2022.				Prueba de entrada (PE) Prueba de proceso (PP) Prueba de salida (PS)
GRADO/SECCION		POBLACION	Grado	Grupo	Sección	N° estudiantes	
3°	A	30	Tercero	GE	A	30	
	B	30		GC	B	30	
TOTAL		60	TOTAL			60	
Fuente: Nómina de matrícula CNA-UNHEVAL 2022 Diseño: Investigadores			Fuente: Nómina de matrícula CNA-UNHEVAL 2022 Diseño: Investigadores				

Anexo 02: Consentimiento informado

Consentimiento informado

Huánuco, 15 de diciembre del 2023

Estimado lector:

La Universidad Nacional Hermilio Valdizán, se encuentra realizando una investigación titulada **MÉTODO COLABORATIVO Y RESOLUCIÓN DE FUNCIONES CUADRÁTICAS EN ESTUDIANTES DEL COLEGIO NACIONAL DE APLICACIÓN, HUÁNUCO 2022**, desarrollada por Cristian Jhordano FLORES QUINTO, Niholl Rocío HUARANGA CALERO, Diana Meliza MARIÑO JIMENEZ. Como únicos responsables, en el marco de su proyecto de investigación para obtener el título de Licenciado en Ciencias de la Educación, en la especialidad de Matemática y Física. El presente documento tiene como finalidad hacerle conocer los detalles del estudio y solicitarle su consentimiento informado para participar en él.

Nombre completo de los investigadores(as):

1. Cristian Jhordano FLORES QUINTO
2. Diana Meliza MARIÑO JIMENEZ
3. Niholl Rocío HUARANGA CALERO

Nombre completo del Asesor: Dr. Pío TRUJILLO ATAPOMA



Investigador:
Cristian Jhordano Flores Quinto



Investigadora:
Diana Meliza Mariño Jimenez



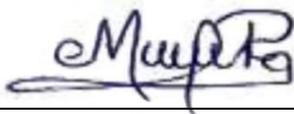
Investigadora:
Niholl Rocío Huaranga Calero

DECLARACIÓN DE CONSENTIMIENTO INFORMADO

Yo, Lic. María Isabel Ríos Guzmán, identificada con DNI N°22518114 declaro lo siguiente:

- Presto libremente mi conformidad para participar en el Proyecto de Investigación titulado MÉTODO COLABORATIVO Y RESOLUCIÓN DE FUNCIONES CUADRÁTICAS EN ESTUDIANTES DEL COLEGIO NACIONAL DE APLICACIÓN, HUÁNUCO 2022.
- Comprendo que mi participación es totalmente voluntaria, que puedo retirarme del estudio cuando quiera sin tener que dar explicaciones y sin que esto repercuta en mis cuidados médicos.
- He sido también informada de que los datos personales de mi persona y de los estudiantes a mi cargo serán protegidos y de estricto orden privado.

Tomando ello en consideración, **OTORGO** mi **CONSENTIMIENTO** para cubrir los objetivos especificados en el proyecto.



Lic. Maria Isabel Rios Guzman

DNI: 22518114

Huánuco, 3 de abril del 2022

Anexo 03: Instrumentos

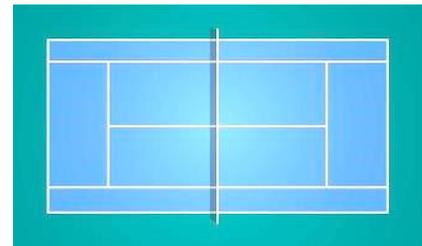
APELLIDOS Y NOMBRES:

GRADO Y SECCIÓN: **FECHA:**

CAPACIDAD TRADUCE DATOS Y CONDICIONES A EXPRESIONES ALGEBRAICAS Y GRÁFICAS

Se requiere construir una cancha de tenis (de color celeste) en el parque Los Portales obteniendo el área máxima con las siguientes condiciones:

- El ancho debe ser el triple del largo
- El perímetro debe ser menor igual a 64 m



Responda las siguientes preguntas:

1. ¿Cuál es el dominio de la función $f(x)$ que define a la cancha de tenis?
2. ¿Cuál es la función que representaría este caso?
3. ¿Cuál es el área máxima de la cancha de tenis sin romper las condiciones preestablecidas?
4. Grafique la función obtenida:

CAPACIDAD USA ESTRATEGIAS Y PROCEDIMIENTOS PARA ENCONTRAR REGLAS GENERALES

Una cooperativa tiene un plan de inversión cuya rentabilidad se expresa en la siguiente función: $R(x) = -0,5x^2 + 2x + 3$ que tiene como unidad mil nuevos soles.

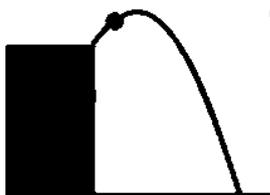
5. ¿Cuál es la máxima rentabilidad (punto máximo) que se puede alcanzar con ese plan de inversión?
6. ¿Cuál es el rango de la función?

7. ¿A partir de qué valores de x comienzo a perder dinero?

8. Factorice la función $R(x)$

CAPACIDAD ARGUMENTA AFIRMACIONES SOBRE RELACIONES DE CAMBIO Y EQUIVALENCIA.

Lanzamos una pelota desde una posición elevada, y sigue una trayectoria, donde $f(x) = -x^2 + 2x + 3$



9. Halla la altura inicial

10. ¿Cuál es la altura máxima que alcanza?

11. ¿Cuál es la distancia al bloque cuando la pelota llega al suelo?

12. Halla el dominio de la función.

EXPERIENCIA DE APRENDIZAJE: "LAS FUNCIONES CUADRÁTICAS EN NUESTRA VIDA COTIDIANA"

Area	Matemática	Grado	3°
Fecha	17 - 04 - 2022	Sección	Unica
Docente	Cristian Jhordano Flores Quinto Diana Mliza Mariño Jimenez Nhikoll Rocio Huaranga Calero		

I. APRENDIZAJE ESPERADO:

Competencia	Capacidades	Desempeños precisados	Criterios de Evaluación	Evidencia de aprendizaje	Instrumento de Evaluación
Resuelve problemas de regularidad, equivalencia y cambio.	<ul style="list-style-type: none"> - Traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas. - Comunica su comprensión sobre las relaciones algebraicas. - Usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales. - Argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia 	<ul style="list-style-type: none"> - Establece y evalúa las relaciones entre dos variables identificando su variación y proporcionalidad. - Selecciona y emplea estrategias para determinar la ecuación que describa el contexto que le señala el problema. - Resuelve las funciones identificando sus puntos máximos y mínimos, puntos de intersección y el dominio y rango de la función - Plantea afirmaciones sobre las funciones cuadráticas y justifica su interpretación 	<ul style="list-style-type: none"> - Determina la relación proporcional de dos variables en su contexto - Utiliza las propiedades de las ecuaciones cuadráticas, la factorización y la fórmula cuadrática para hallar las raíces de "x". - Grafica las funciones en un plano cartesiano y señala las partes que tiene la gráfica como también los puntos críticos - Utiliza las inecuaciones cuadráticas y el dominio y el rango para contextualizar las ecuaciones cuadráticas. - Plantea afirmaciones sobre las funciones cuadráticas teniendo en cuenta el rango, dominio, puntos críticos y puntos máximos en una función 	El estudiante resuelve diversas situaciones del cuaderno de trabajo y/o ficha de actividades donde hallará las soluciones de funciones cuadráticas y las interpretará utilizando las gráficas hechas por ellos mismos.	Lista de cotejo

Propósito

Determina la medida del área y el perímetro de diversas regionales circulares.

Competencias transversales	Enfoque transversal
<ul style="list-style-type: none"> - Gestiona su aprendizaje de manera autónoma - Se desenvuelve en los entornos virtuales generados por las tics 	<ul style="list-style-type: none"> - Enfoque búsqueda de la excelencia.

Secuencia didáctica	Duración aproximada
<p>INICIO: El docente saluda a todos los estudiantes y recuerda los “Acuerdos de Convivencia”.</p> <p>El docente presenta la siguiente situación significativa, utilizando papelotes o en diapositivas proyectadas.</p>	10 mins
<p>DESARROLLO: Ya presentada al estudiante la situación significativa, se les organiza en grupos de 5 participantes. Cada grupo debe estar conformado lo más heterogéneo posible, en este caso analizaremos las notas anteriores de los estudiantes para conformarlos.</p> <p>Una vez que analizaron la situación significativa, se les presenta el marco teórico y las propiedades de las funciones y funciones cuadráticas.</p> <p>El docente debe asegurarse de hacer significativo el aprendizaje, motivando al pensamiento crítico con preguntas como “¿Por qué?”, “¿Cómo?”, “¿Qué pasaría si lanzo la pelota hacia arriba?”, “¿Los valores que pueden tomar son ilimitados?”</p> <p>El docente debe asegurarse que en todo momento prime un ambiente de respeto y camaradería.</p> <p>Luego de trabajar el marco teórico, comienza el trabajo de los estudiantes para resolver los problemas que le fueron dados, motivándolos en todo momento.</p> <p>Todos los estudiantes expondrán su trabajo y cómo lo hicieron en equipo.</p>	
<p>CIERRE: Una vez terminadas las exposiciones, se realizan las preguntas a cada equipo para que las respondan ellos mismos: “¿Cómo te sentiste trabajando con tu equipo?”, “¿Encontraste alguna dificultad al momento de realizar tus actividades?”, “¿Cómo motivarías más a tus compañeros para hacer un mejor trabajo la próxima clase?”, “¿Cuál crees que fue la mejor cualidad de tu grupo?”.</p>	10mins

LAS FUNCIONES CUADRÁTICAS EN NUESTRA VIDA COTIDIANA

Manuel es un estudiante del 3er grado de secundaria muy observador, él realiza el experimento de dejar caer una esfera, desde una determinada altura (varias veces). Esta esfera experimenta un Movimiento Vertical de Caída Libre.



Un Movimiento Vertical de Caída Libre es aquel donde la velocidad inicial es cero y conforme va transcurriendo el tiempo aumenta a razón de $9,8 \text{ m/s}$; porque este cuerpo está afecto a la Aceleración de la gravedad que es $9,8 \text{ m/s}^2$ en el planeta Tierra.

Con la ayuda de un cronómetro (para medir el tiempo, en segundos) y una wincha (para medir la altura, en metros).

Manuel encuentra la altura desde la cual se deja caer la esfera, esta altura depende del tiempo que demora la esfera desde que se deja caer hasta que llega al suelo.

Para el experimento de dejar caer libremente una esfera desde una determinada altura, Manuel encontró los siguientes resultados:

Tiempo(s)	0	1	2	3	...
Altura(m)	0	5,0	19,8	44,0	...

Manuel investiga y encuentra información de la fórmula, que los físicos ya demostraron:

Donde:

$$h = V_0 + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t \cdot t$$

h = Altura o espacio vertical recorrido

V₀ = Velocidad inicial

g = Aceleración de la gravedad

t = Tiempo transcurrido

Como la Velocidad inicial es nula y la aceleración de la gravedad es 9,8 m/s², la fórmula quedaría así:

$$h = 0 + \frac{1}{2}(9,8)t \cdot t$$

$$h = (4,9)t.$$

1° Manuel tabula la función: **h = 4,9.t²**

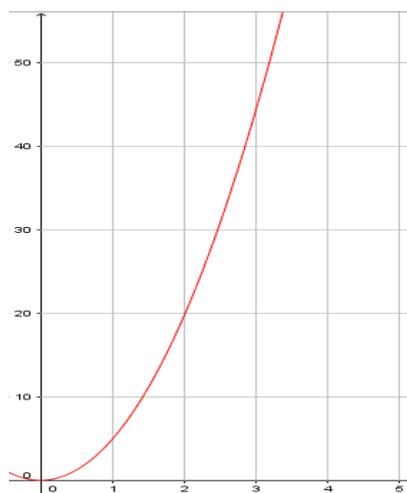
Tiempo(s)	0	1	2	3	...
Altura(m)	0	4,9	19,6	44,1	...

2° Manuel compara los resultados obtenidos en su experimento y los encontrados con la fórmula. Llegando a la conclusión que la diferencia es por un error en la estimación y la fórmula es válida.

$$h = 4,9.t^2 \quad \text{o}$$

$$f(t) = 4,9.t^2$$

3° Manuel obtiene la siguiente gráfica:



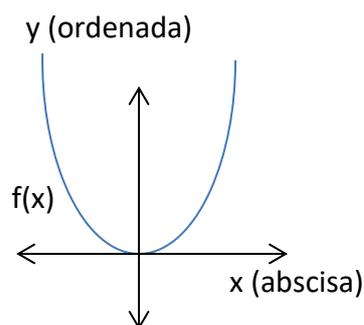
4° Manuel observa que la gráfica es la mitad de una parábola, porque el tiempo es sólo positivo. A medida que el tiempo avanza, la altura se incrementa proporcionalmente al cuadrado del tiempo.

APRENDEMOS:

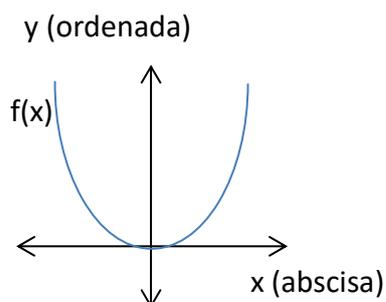
1. Una función cuadrática es aquella que matemáticamente se puede expresar con la siguiente expresión polinomial:

$$f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c \quad \text{Donde: } a, b \text{ y } c \text{ son números reales, } a \text{ es diferente de cero}$$

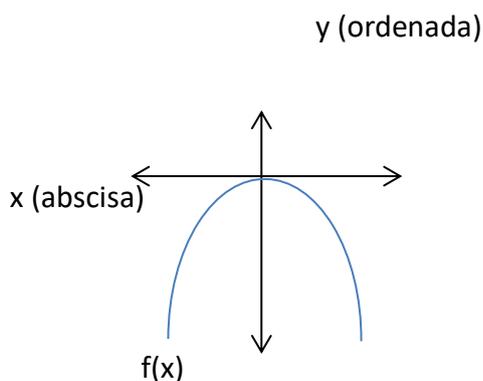
El gráfico es una parábola



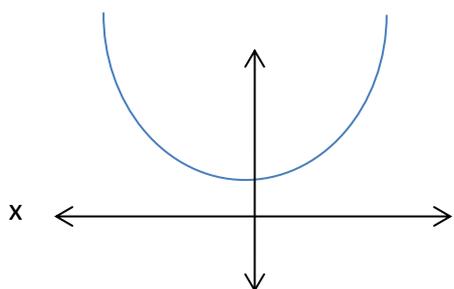
Si: $a > 0$, la parábola se abre hacia arriba



Si $a < 0$, la parábola se abre hacia abajo



“ c ” representa el desplazamiento del vértice en el eje de las ordenadas Y $f(x)$



Al estudiar las funciones también debemos saber sobre su dominio y rango:

Dominio: Son todos los valores que puede tomar “ x ”, es decir, los valores que van a ser introducidos a la función para obtener otros.

$$\text{Dom: } [0; +\infty]$$

Rango: Son todos los valores que puede tomar “ y ”, es decir, los valores que obtenemos luego de que “ x ” pasó por la función.

$$\text{Ran: } [0; +\infty]$$

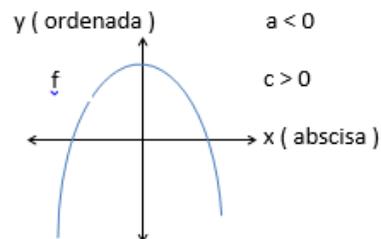
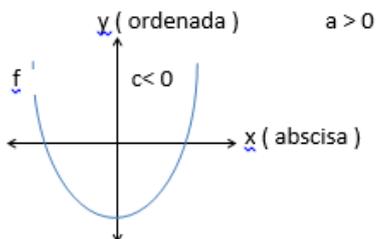
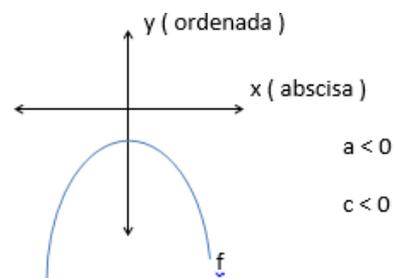
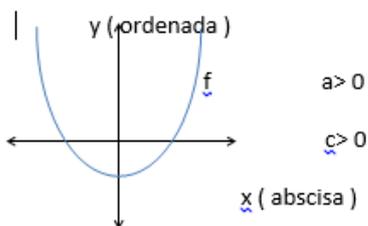
En el caso de Manuel, tenemos que el dominio sería desde 0 hasta los segundos que tarde en caer la pelota. Y el rango sería la altura, que depende de cuántos segundos hayan pasado. Ambos son iguales, pero esto no siempre es así, a veces tenemos restricciones tanto para el rango como para el dominio.



Sabemos que la fórmula general de toda Función cuadrática es: $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$;

Donde: "a" es diferente de cero. Se dan dos casos:

1° Cuando $b = 0$, la función cuadrática sería $f(x) = a \cdot x^2 + c$; Donde: a y c son



números reales, $a \neq 0$

Analicemos la función cuadrática $f(x)$, que tiene la forma $f(x) = (ax + m)^2 + n$.

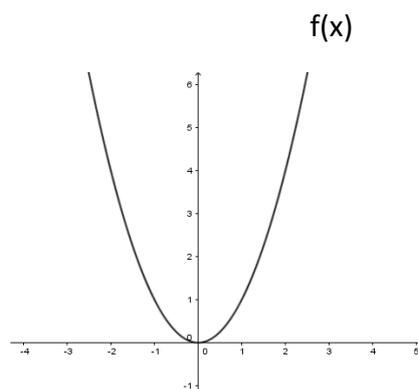
Dónde: a , m y n son números enteros.

Se concluye que:

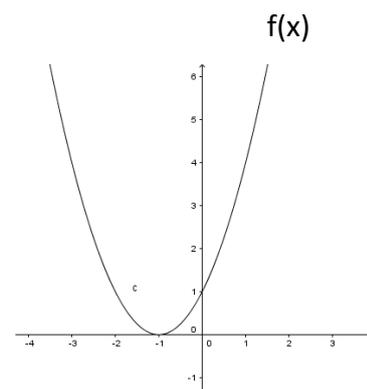
- "m" es el valor que se debe de desplazar el vértice de la parábola sobre el eje de las abscisas.

Ejemplo:

$$f(x) = (x + 0)^2$$



$$f(x) = (x + 1)^2$$

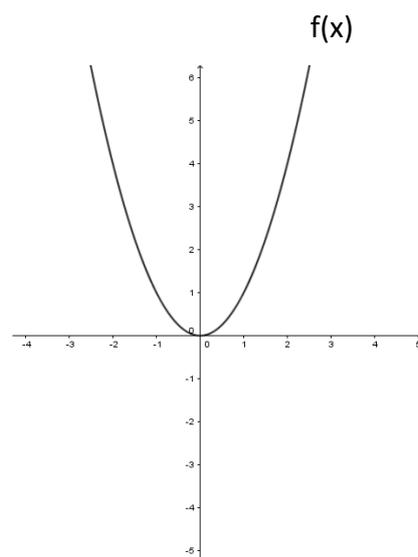


Como podemos observar, el vértice de la parábola se desplaza -1 posiciones en el eje de las abscisas

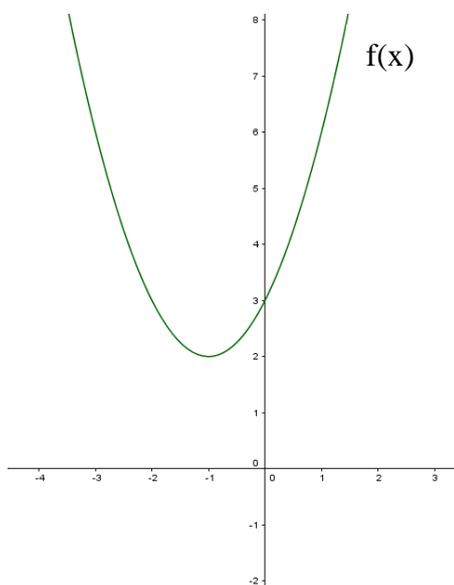
+n es el valor que se debe de desplazar el vértice de la parábola sobre el eje de las ordenadas.

Ejemplo:

$$f(x) = (x + 0)^2 + 0$$



$$f(x) = (x + 1)^2 + 2$$



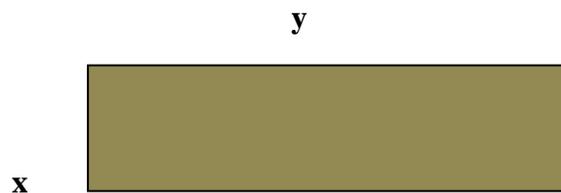
Como podemos observar, el vértice de la parábola se desplaza +2 posiciones en el eje de las ordenadas y, -1 en el eje de las abscisas.

ANALIZAMOS:

- 1) Jorge compró en oferta 300 metros de malla y decide cercar parte de sus tierras, pero tendría que ser el mayor terreno rectangular posible. ¿Cuáles tendrían que ser las dimensiones de uno de sus lados y el área de este terreno?

La longitud del ancho del terreno: **x**

La longitud del largo del terreno: **y**



Como necesitamos hallar el perímetro tenemos: **$2x + 2y = 300$**

$$x + y = 150$$

$$Y = 150 - x$$

Y como el Área es: **$A = x \cdot y$**

$$A = x (150 - x)$$

$$A = -x^2 + 150x$$

Como necesitamos que sea el área la mayor posible entonces observamos que la gráfica de esta función es una parábola se abre hacia abajo entonces el vértice representa los valores máximos por tanto hallaremos aplicando la fórmula:

$$V = \left(\frac{-b}{2a}; \frac{-b^2 + 4ac}{4a} \right) = \left(\frac{-150}{2(-1)}; \frac{-150^2 + 4(-1)0}{4(-1)} \right) = (75; 5625)$$

Por tanto, el ancho deberá ser **75m** y el área sería de **5625 m²**.

El largo sería de **150 - 75 = 75**

Entonces, para que Jorge pueda cercar la mayor parte de su terreno con 300 metros deberá ser un cuadrado de lado de 75 m y tendría un área de 5625 m

- 2) La población del pueblo de Zeta, fue invadido por una plaga de mosquitos, los enfermeros del centro de salud recibieron la medicina para la cura, con la indicación de administrar a los niños la dosis mínima de la expresión $R(x) = x^2 - 50x + 2500$, donde x es la dosis en miligramos, Calcula la dosis mínima de la medicina, que los enfermeros deben administrar a los niños, para curarlos de la picadura de la plaga de los mosquitos.

Resolución.-

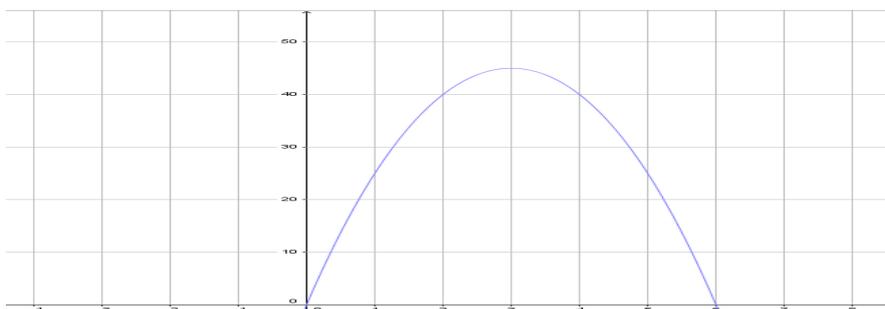
Por las características de la expresión $R(x) = x^2 - 50x + 2500$, podemos deducir que es una parábola que se abre hacia arriba ($a > 0$) por tanto su vértice representara los valores mínimos de la función.

Aplicando la formula tenemos:

$$V = \left(\frac{-b}{2a}; \frac{-b^2 + 4ac}{4a} \right) = \left(\frac{-(-50)}{2(1)}; \frac{-50^2 + 4(1)2500}{4(1)} \right) = (25; 3125)$$

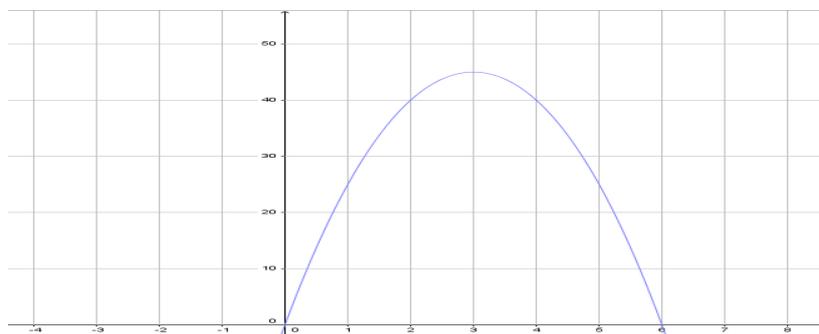
Por lo tanto, el valor mínimo es de 25 mg, dosis que los enfermeros deberán administrar a los niños para curarlos.

- 3) Si analizamos el lanzamiento de una bala con una velocidad de 50 m/s y un ángulo de inclinación de 37°.
Observaremos que la trayectoria que sigue la bala es una parábola.
Consideraremos que la aceleración de la gravedad es 10 m/s².



En el punto inicial la bala tiene una velocidad de 50 m/s pero se inician dos movimientos en simultáneo: uno horizontal donde la velocidad es constante cuyo valor es 40 m/s y otro vertical donde la velocidad varía y se inicia con 30 m/s.

Verticalmente se realiza un movimiento rectilíneo uniformemente variado, primero desacelerado y luego acelerado. Como la velocidad es 30 m/s y la aceleración de la gravedad es -10 m/s^2 (negativa porque desacelera y aproximada); después de 1 s la velocidad disminuye a 20 m/s, luego de 2 s la velocidad es 10 m/s y al cabo de 3 s la bala llega a su punto máximo con una velocidad de 0 m/s. A partir de allí al descender aumenta 10 m/s cada segundo.



Aplicando la función: $h = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} g \cdot t^2$

Calculando la altura máxima $h(\text{máx.}) = 30(3) - 1/2(10)(3)^2$

$$h(\text{máx.}) = 90 - 5(9)$$

$$h(\text{máx.}) = 90 - 45$$

$$h(\text{máx.}) = 45 \text{ m}$$

2° Comparemos las magnitudes tiempo vs altura (para el tramo AB) a través de la función cuadrática

$$f(t) = v_0 \cdot t + \frac{1}{2} g \cdot t^2$$

$$h = v_0 \cdot t + 1/2 (-10) \cdot t^2$$

$$h = 30 \cdot t - 5 \cdot t^2$$

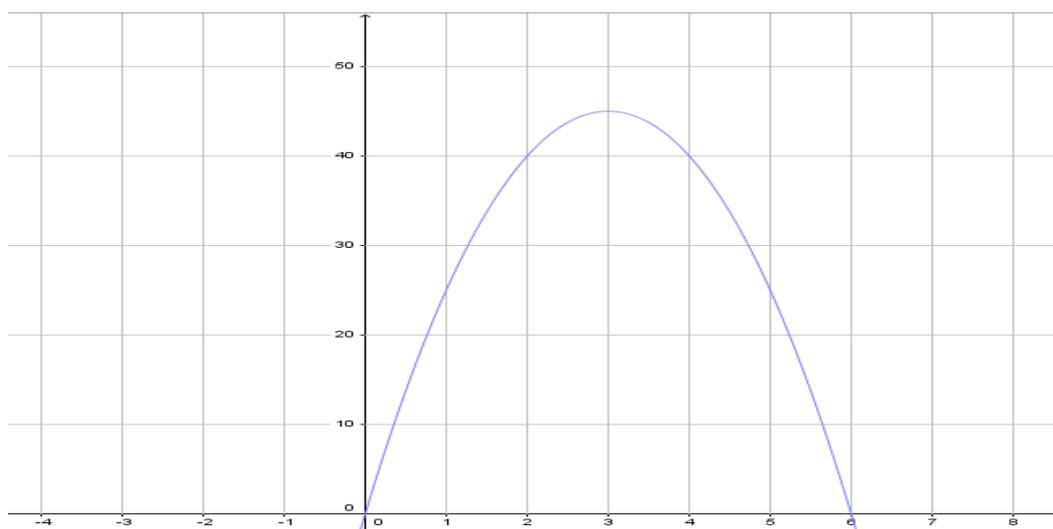
3° Tabulemos

$$f(x) = 30 \cdot t - 5 \cdot t^2$$

$$h = 30 \cdot t - 5 \cdot t^2$$

Tiempo (s)	0	1	2	3	4	5	6
Altura (m)	0	25	40	45	40	25	0

4° Graficamos



PRACTICAMOS:

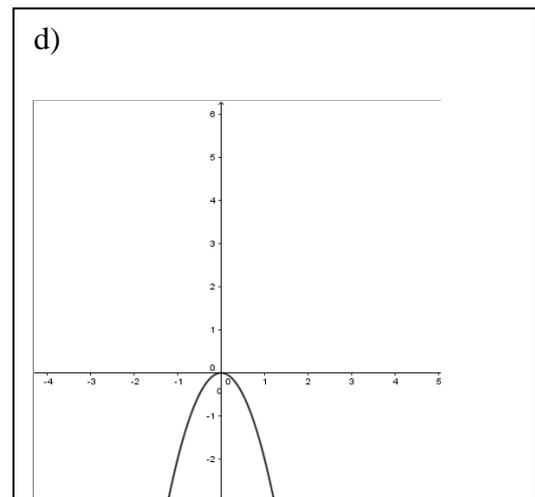
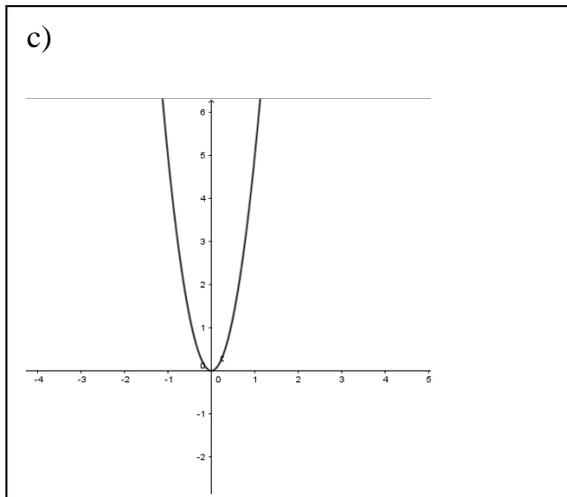
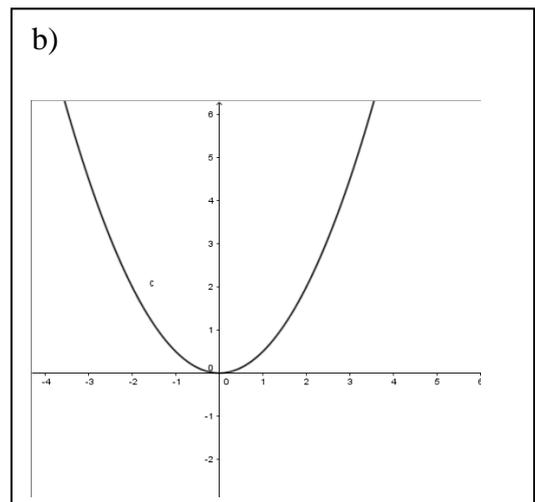
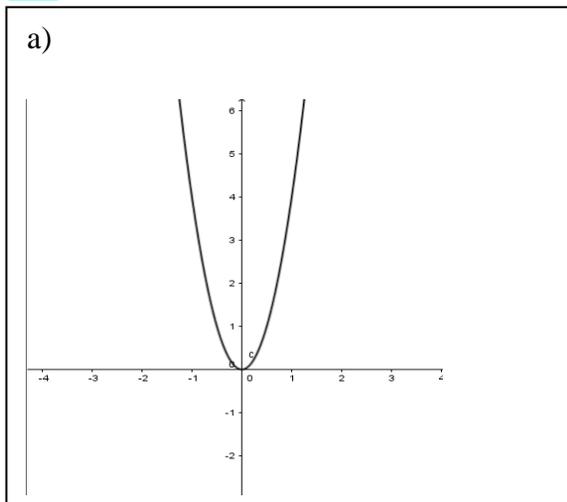
- 1) A Rubén le gusta jugar tiro al blanco, y quiere saber cómo podría calcular el área de cada Círculo del tablero. Su profesor le dice: El área de un círculo es directamente proporcional al cuadrado del radio de la circunferencia y el valor de Pi (π) sería la constante. A partir de esta información, ¿Cuál es la representación matemática de la función Área del círculo $A(c)$, que Rubén debe emplear para encontrar el área de cada círculo?
 - a) $A(r) = \pi r^2$
 - b) $A(r) = \pi r^3$
 - c) $A(x) = 2\pi$
 - d) $A(x) = \pi r^3$
- 2) Dada la siguiente tabla de tabulación:

X	...	-2	-1	0	+1	+2	...
y	...	+12	+3	0	+3	+12	...

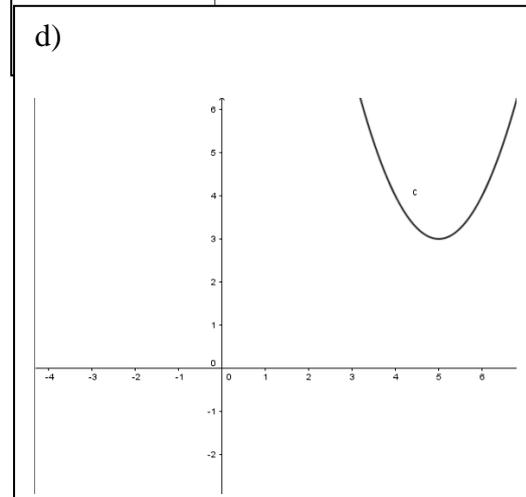
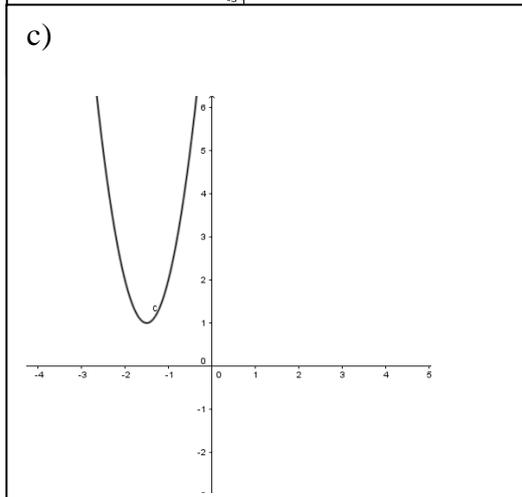
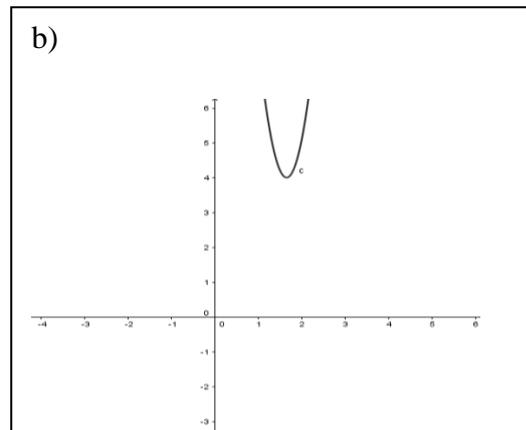
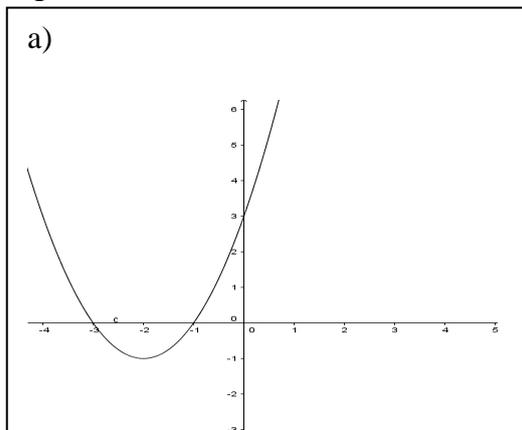
Establece una relación cuadrática entre las magnitudes X e Y

- a) $f(x) = x^2$
- b) $f(x) = x^3$
- c) $f(x) = 2x^2$
- d) $f(x) = 3x^2$

3) ¿Cuál de las siguientes gráficas representa la función cuadrática: $g(x) = \frac{1}{2}x^2$?



- 4) Encuentra la gráfica que corresponde a la función cuadrática $f(x) = (2x + 3)^2 + 1$, luego de realizar la tabulación.



- 5) La función $g(x) = 2x^2 - 5$, se representa gráficamente mediante una parábola. Determina el punto de intersección con el eje de las ordenadas.

- a) +5
- b) -5
- c) +2
- d) -2

- 6) Dada la siguiente función: $f(x) = (ax + m)^2$, donde "a" es un número real mayor que $\frac{7}{3}$ pero menor que 100,34.

¿Cuál sería la abertura de la parábola?

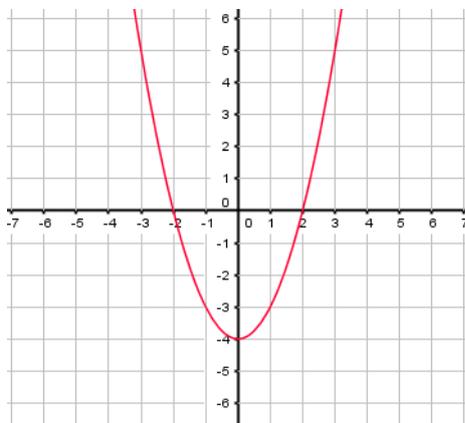
- a) Hacia arriba
- b) Hacia abajo
- c) Hacia la derecha
- d) Hacia la izquierda

- 7) ¿Qué sucedería con la gráfica de una función cuadrática $g(x) = (x + 1)^2 + n$, sabiendo que n es un número natural, si aumentáramos el valor de n en cinco unidades?
- a) El vértice de la parábola se desplazaría cinco unidades hacia abajo en el eje de las ordenadas
 - b) El vértice de la parábola se desplazaría cinco unidades hacia arriba en el eje de las ordenadas
 - c) El vértice de la parábola se desplazaría una unidad hacia la derecha en el eje de las abscisas
 - d) El vértice de la parábola se desplazaría una unidad hacia la izquierda en el eje de las abscisas

Elabora una tabla de valores y grafica la función $f(x) = x^2 + 1$, con dominio \mathbb{R}

- 8) Indica sin graficar, en qué puntos corta al eje de las abscisas la gráfica de la función cuadrática:
 $F(x) = x^2 - 6x + 7$
- a) (5;9) y (0; 4,1)
 - b) (0;1) y (0; 4)
 - c) (1,5 ;0) y (4,41; 0)
 - d) (0;1,59) y (0; 4,41)
- 9) Halla el vértice y la ecuación del eje de simetría de la gráfica de la función cuadrática: $y = (x - 2)^2 + 1$.
- a) (1,2)
 - b) (2,1)
 - c) (-2,-1)
 - d) (-1,-2)

- 10) Indica cuál de las siguientes expresiones algebraica corresponde a la siguiente gráfica



- a. $f(x) = -4x^2$
- b. $f(x) = x^2 - 4$
- c. $f(x) = x^2 + 4$
- d. $f(x) = 2x^2 + 4$

- 11) Halla la ecuación de una función cuadrática cuya gráfica tiene su vértice en el punto V (-1,-4) y pasa por el punto (1 ,0)

- a) $y = x^2 + 3x + 1$
- b) $(y - 4) = (x - 1)^2$
- c) $y = x^2 + 3x + 5$
- d) $(y + 4) = (x + 1)^2$

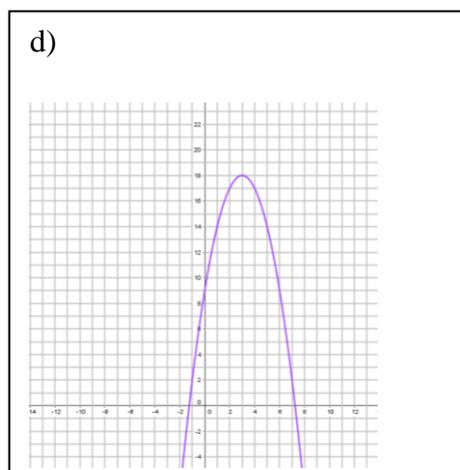
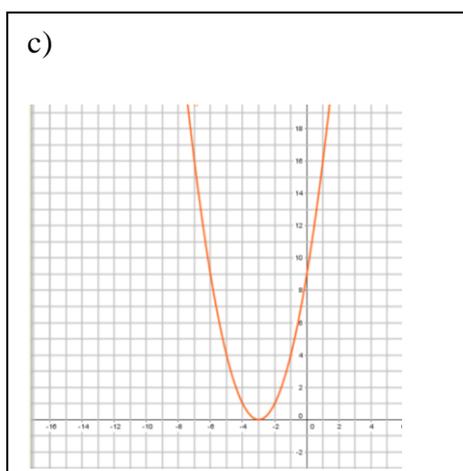
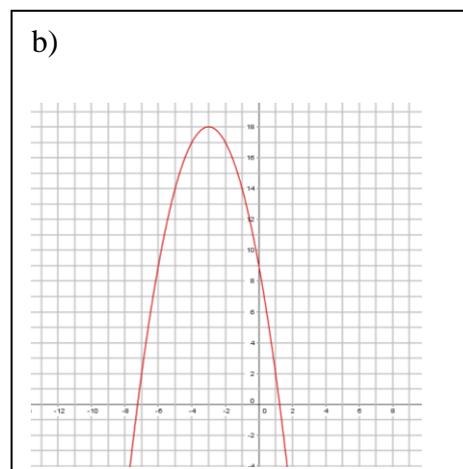
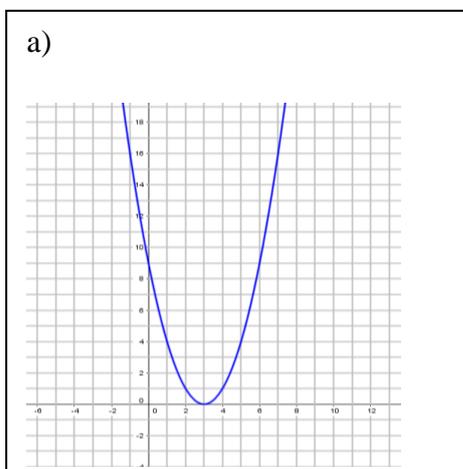
- 12) Un Biólogo introdujo en una isla una cantidad de garzas blancas, que en un principio se reprodujeron rápidamente, pero por el cambio climático, empezó a escasear los alimentos por tanto la población decreció. Se pudo registrar que el número de garzas blancas está representado por la siguiente expresión: $f(x) = -x^2 + 22x + 104$, donde "x" representa los años que transcurrieron desde el momento que se introdujeron. Se desea saber ¿Cuál fue la cantidad inicial de garzas? y ¿en cuántos años se extinguirán por completo ?, a fin de tomar medidas de protección de esta especie.

- a) 87 y 5 años
- b) 54 y 16 años
- c) 104 y 26 años
- d) 100 y 20 años

13) Jaime es un estudiante de física y observa a su amigo Enrique, jugador de fútbol, tratando de describir la trayectoria de la pelota que él pateó, mediante la siguiente función: $y = -0,03x^2 + 0,5x$; donde "y" es la altura que alcanza la pelota (expresada en metros), cuando se encuentra a " x " metros de distancia desde el punto de lanzamiento. ¿Cuál es la altura máxima que alcanzó la pelota? y ¿ a qué distancia impactó del punto inicial ?

- a) 2 m y 8 m
- b) 8,33 m y 2 m
- c) 2,5m y 8m
- d) 2,05m y 8,33m

14) Tabula la siguiente función: $f(x) = -x^2 - 6x + 9$, y luego determina que gráfico le corresponde.



15) Si graficamos la función: $y = x^2$, y luego trasladamos el vértice dos unidades a la derecha y finalmente trasladamos el vértice una unidad hacia abajo. ¿Cuál es la expresión que representa al gráfico final, que se ha generado?

a) $y = (x - 2)^2 - 1$

b) $y = (x + 2)^2 - 1$

c) $y = (x - 1)^2 + 2$

d) $y = x^2 + x - 2$

AUTOEVALUACIÓN:

Llegó el momento de evaluar tu aprendizaje respondiendo este cuestionario:

Criterios de evaluación para mis logros	Lo logré	Estoy en proceso	Estoy en inicio
Evalué si la expresión algebraica que planteo representa las condiciones del problema, como los datos, términos desconocidos o variación entre dos magnitudes.			
Empleé estrategias como la factorización y la fórmula de la ecuación cuadrática para hallar las soluciones a la función cuadrática			
Expresé con representaciones gráficas los valores máximos, mínimos e intersecciones, su eje de simetría, vértice y orientación, para interpretar su solución en relación a la situación.			
Grafiqué las funciones de acuerdo a las condiciones dadas y planteé afirmaciones sobre sus relaciones. Justifiqué o descarté la validez de mis afirmaciones mediante propiedades o razonamiento inductivo y deductivo.			

METACOGNICIÓN:

¿Cómo me sentí al realizar las tareas con mi grupo de trabajo?

¿Cuáles fueron mis principales aportes al grupo?

¿Cómo se sintieron mis compañeros con mi trabajo?

¿Cuáles fueron las dificultades del trabajo en equipo?

¿Cuáles fueron mis dificultades y cómo puedo mejorar?

ANEXO N°04: Validación de instrumentos por jueces



UNIVERSIDAD NACIONAL HERMILIO VALDIZÁN
HUÁNUCO - PERÚ



ESCUELA PROFESIONAL DE MATEMÁTICA Y FÍSICA

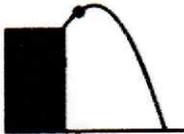
VALIDACIÓN DEL INSTRUMENTO

Nombre del experto: Dr. Agustín Rojas Flores

Especialidad: Matemática y Física

“Calificar con 1, 2, 3 ó 4 cada ítem respecto a los criterios de relevancia, coherencia, suficiencia y claridad”

DIMENSIÓN	ÍTEM	RELEVANCIA	COHERENCIA	SUFICIENTE	CLARIDAD
Capacidad traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y graficas	Se requiere construir una cancha de tenis (de color celeste) en el parque Los Portales obteniendo el área máxima con las siguientes condiciones: - El ancho debe ser el triple del largo - El perímetro debe ser menor igual a 64 m Responda las siguientes preguntas:				
	1. ¿Cuál es el dominio de la función $f(x)$ que define la cancha de tenis?				4
	2. ¿Cuál es la función que representa este caso?				4
	3. ¿Cuál es el área máxima de la cancha de tenis sin romper las condiciones preestablecidas?				4
	4. Grafica la función obtenida				4
Capacidad usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales	Una cooperativa tiene un plan de inversión cuya rentabilidad se expresa en la siguiente función: $R(x) = -0,5x^2 + 2x + 3$ que tiene como unidad mil nuevos soles.				
	5. ¿Cuál es la máxima rentabilidad (punto máximo) que se puede alcanzar con ese plan de inversión?				4
	6. ¿Cuál es el rango de la función?				4
	7. ¿A partir de que valores de “x” comenzó a perder dinero?				4
	8. Factorice la función $R(x)$				4

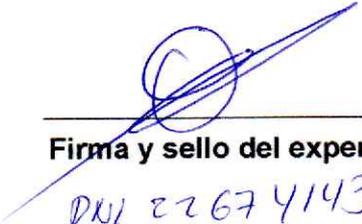
Capacidad argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia	Lanzamos una pelota desde una posición elevada, y sigue una trayectoria, donde $f(x) = -x^2 + 2x + 3$				
					
	9. Halla la altura inicial				4
	10. ¿Cuál es la altura máxima que alcanza?				4
	11. ¿Cuál es la distancia al bloque cuando la pelota llega al suelo?				4
	12. Halla el dominio de la función.				4

¿Hay alguna dimensión o ítem que no fue evaluada? SI () NO (X) En caso de Sí,
¿Qué dimensión o ítem falta? _____

DECISIÓN DEL EXPERTO:

El instrumento debe ser aplicado: SI (X) NO ()

Firma y sello del experto


DNI 22674143



**UNIVERSIDAD NACIONAL HERMILIO VALDIZÁN
HUÁNUCO - PERÚ**



ESCUELA PROFESIONAL DE MATEMÁTICA Y FÍSICA

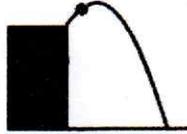
VALIDACIÓN DEL INSTRUMENTO

Nombre del experto: Dr. Pio Trujillo Atapoma

Especialidad: Matemática y Física

“Calificar con 1, 2, 3 ó 4 cada ítem respecto a los criterios de relevancia, coherencia, suficiencia y claridad”

DIMENSIÓN	ÍTEM	RELEVANCIA	COHERENCIA	SUFICIENTE	CLARIDAD
Capacidad traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y graficas	Se requiere construir una cancha de tenis (de color celeste) en el parque Los Portales obteniendo el área máxima con las siguientes condiciones: - El ancho debe ser el triple del largo - El perímetro debe ser menor igual a 64 m Responda las siguientes preguntas:				
	1. ¿Cuál es el dominio de la función $f(x)$ que define la cancha de tenis?				4
	2. ¿Cuál es la función que representa este caso?				4
	3. ¿Cuál es el área máxima de la cancha de tenis sin romper las condiciones preestablecidas?				4
	4. Grafica la función obtenida				4
Capacidad usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales	Una cooperativa tiene un plan de inversión cuya rentabilidad se expresa en la siguiente función: $R(x) = -0,5x^2 + 2x + 3$ que tiene como unidad mil nuevos soles.				
	5. ¿Cuál es la máxima rentabilidad (punto máximo) que se puede alcanzar con ese plan de inversión?				4
	6. ¿Cuál es el rango de la función?				4
	7. ¿A partir de que valores de “x” comenzó a perder dinero?				4
	8. Factorice la función $R(x)$				4

Capacidad argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia	Lanzamos una pelota desde una posición elevada, y sigue una trayectoria, donde $f(x) = -x^2 + 2x + 3$				
					
	9. Halla la altura inicial				4
	10. ¿Cuál es la altura máxima que alcanza?				4
	11. ¿Cuál es la distancia al bloque cuando la pelota llega al suelo?				4
	12. Halla el dominio de la función.				4

¿Hay alguna dimensión o ítem que no fue evaluada? SI () NO (X) En caso de Sí,
¿Qué dimensión o ítem falta? _____

DECISIÓN DEL EXPERTO:

El instrumento debe ser aplicado: SI (X) NO ()



Firma y sello del experto

DNI: 22432324



**UNIVERSIDAD NACIONAL HERMILIO VALDIZÁN
HUÁNUCO - PERÚ**



ESCUELA PROFESIONAL DE MATEMÁTICA Y FÍSICA

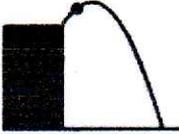
VALIDACIÓN DEL INSTRUMENTO

Nombre del experto: M^{tra} Roddy Gomer Huaranga Figueroa

Especialidad: Matemática y Física, Educación Matemática

“Calificar con 1, 2, 3 ó 4 cada ítem respecto a los criterios de relevancia, coherencia, suficiencia y claridad”

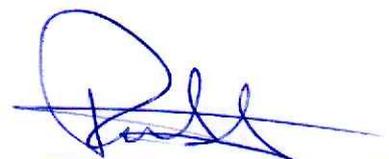
DIMENSIÓN	ÍTEM	RELEVANCIA	COHERENCIA	SUFICIENTE	CLARIDAD
Capacidad traduce datos y condiciones a expresiones algebraicas y graficas	Se requiere construir una cancha de tenis (de color celeste) en el parque Los Portales obteniendo el área máxima con las siguientes condiciones: - El ancho debe ser el triple del largo - El perímetro debe ser menor igual a 64 m Responda las siguientes preguntas:				
	1. ¿Cuál es el dominio de la función $f(x)$ que define la cancha de tenis?				4
	2. ¿Cuál es la función que representa este caso?				4
	3. ¿Cuál es el área máxima de la cancha de tenis sin romper las condiciones preestablecidas?				4
	4. Grafica la función obtenida				4
Capacidad usa estrategias y procedimientos para encontrar reglas generales	Una cooperativa tiene un plan de inversión cuya rentabilidad se expresa en la siguiente función: $R(x) = -0,5x^2 + 2x + 3$ que tiene como unidad mil nuevos soles.				
	5. ¿Cuál es la máxima rentabilidad (punto máximo) que se puede alcanzar con ese plan de inversión?				4
	6. ¿Cuál es el rango de la función?				4
	7. ¿A partir de que valores de “x” comenzó a perder dinero?				3
	8. Factorice la función $R(x)$				4

Capacidad argumenta afirmaciones sobre relaciones de cambio y equivalencia	Lanzamos una pelota desde una posición elevada, y sigue una trayectoria, donde $f(x) = -x^2 + 2x + 3$				
					
	9. Halla la altura inicial				3
	10. ¿Cuál es la altura máxima que alcanza?				4
	11. ¿Cuál es la distancia al bloque cuando la pelota llega al suelo?				4
	12. Halla el dominio de la función.				4

¿Hay alguna dimensión o ítem que no fue evaluada? SI () NO () En caso de Sí,
¿Qué dimensión o ítem falta? _____

DECISIÓN DEL EXPERTO:

El instrumento debe ser aplicado: SI () NO ()



Firma y sello del experto
DNI: 07497870

ANEXO N°05: Actas de sustentación



UNIVERSIDAD NACIONAL HERMILO VALDIZÁN-HUÁNUCO

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN



ACTA DE SUSTENTACIÓN DE TESIS

En la ciudad de Huánuco, siendo las 15:00 horas, del día 11 de diciembre del 2023, reunidos en la Sala de Grados de la Facultad de Ciencias de la Educación los docentes que fueron designados como miembros del Jurado según Resolución N° 3346-2023-UNHEVAL-FCE/D de fecha 04 de diciembre de 2023, conformados por:

Dr. Melecio PARAGUA MORALES	Presidente
Mg. Joel Cipriano TARAZONA BARDALES	Secretario
Mg. Dionicio Ruperto FERNANDEZ SANTA CRUZ	Vocal

Con el asesoramiento del Dr. Pio TRUJILLO ATAPOMA el (la) Bachiller: **Cristian Jhordano FLORES QUINTO** aspirante al Título Profesional de Licenciado (a) en Educación Especialidad: **Matemática y Física**, se dio por iniciado el proceso de sustentación de la tesis titulada: **MÉTODO COLABORATIVO Y RESOLUCIÓN DE FUNCIONES CUADRÁTICAS EN ESTUDIANTES DEL COLEGIO NACIONAL DE APLICACIÓN, HUÁNUCO 2022.**

Concluido el proceso de sustentación, cada miembro del jurado procedió a la evaluación del (de la) aspirante, teniendo presente los criterios de evaluación siguientes:

- Presentación personal	Deficiente: (00-13) ()
- Locución	Regular: (14) ()
- Equilibrio emocional	Bueno: (15-16) ()
- Nivel de conocimiento	Muy Bueno: (17-18) (<u>17</u>)
- Orden y coherencia	Excelente: (19-20) ()
- Habilidad para absolver preguntas	

Obteniendo, en consecuencia, el (la) titulado la nota de: diecisiete

Equivalente a: muy bueno

Calificación que se realizó de acuerdo al Art. 78° del Reglamento General de Grados y Títulos Modificado de la Universidad Nacional Hermilio Valdizán.

Los miembros del Jurado firman el ACTA en señal de conformidad, siendo a la: 17:15, horas del día 11 de diciembre de 2023.


 PRESIDENTE
 DNI N° 22400343


 SECRETARIO
 DNI N° 22513276


 VOCAL
 DNI N° 22640968



ACTA DE SUSTENTACIÓN DE TESIS

En la ciudad de Huánuco, siendo las 15:00 horas, del día 11 de diciembre del 2023, reunidos en la Sala de Grados de la Facultad de Ciencias de la Educación los docentes que fueron designados como miembros del Jurado según Resolución N° 3346-2023-UNHEVAL-FCE/D de fecha 04 de diciembre de 2023, conformados por:

Dr. Melecio PARAGUA MORALES	Presidente
Mg. Joel Cipriano TARAZONA BARDALES	Secretario
Mg. Dionicio Ruperto FERNANDEZ SANTA CRUZ	Vocal

Con el asesoramiento del Dr. Pio TRUJILLO ATAPOMA el (la) Bachiller: **Nhikoll Rocio HUARANGA CALERO** aspirante al Título Profesional de Licenciado (a) en Educación Especialidad: **Matemática y Física**, se dio por iniciado el proceso de sustentación de la tesis titulada: **MÉTODO COLABORATIVO Y RESOLUCIÓN DE FUNCIONES CUADRÁTICAS EN ESTUDIANTES DEL COLEGIO NACIONAL DE APLICACIÓN, HUÁNUCO 2022.**

Concluido el proceso de sustentación, cada miembro del jurado procedió a la evaluación del (de la) aspirante, teniendo presente los criterios de evaluación siguientes:

- Presentación personal	Deficiente: (00-13) (<u> </u>)
- Locución	Regular: (14) (<u> </u>)
- Equilibrio emocional	Bueno: (15-16) (<u> 16 </u>)
- Nivel de conocimiento	Muy Bueno: (17-18) (<u> </u>)
- Orden y coherencia	Excelente: (19-20) (<u> </u>)
- Habilidad para absolver preguntas	

Obteniendo, en consecuencia, el (la) titulado la nota de: dieciséis

Equivalente a: bueno

Calificación que se realizó de acuerdo al Art. 78° del Reglamento General de Grados y Títulos Modificado de la Universidad Nacional Hermilio Valdizan.

Los miembros del Jurado firman el ACTA en señal de conformidad, siendo a la: 17:15, horas del día 11 de diciembre de 2023.


 PRESIDENTE
 DNI N° 22400843


 SECRETARIO
 DNI N° 22513276


 VOCAL
 DNI N° 22640468



ACTA DE SUSTENTACIÓN DE TESIS

En la ciudad de Huánuco, siendo las 15:00 horas, del día 11 de diciembre del 2023, reunidos en la Sala de Grados de la Facultad de Ciencias de la Educación los docentes que fueron designados como miembros del Jurado según Resolución N° 3346-2023-UNHEVAL-FCE/D de fecha 04 de diciembre de 2023, conformados por:

Dr. Melecio PARAGUA MORALES	Presidente
Mg. Joel Cipriano TARAZONA BARDALES	Secretario
Mg. Dionicio Ruperto FERNANDEZ SANTA CRUZ	Vocal

Con el asesoramiento del Dr. Pio TRUJILLO ATAPOMA el (la) Bachiller: **Diana Meliza MARIÑO JIMENEZ** aspirante al Título Profesional de Licenciado (a) en Educación Especialidad: **Matemática y Física**, se dio por iniciado el proceso de sustentación de la tesis titulada: **MÉTODO COLABORATIVO Y RESOLUCIÓN DE FUNCIONES CUADRÁTICAS EN ESTUDIANTES DEL COLEGIO NACIONAL DE APLICACIÓN, HUÁNUCO 2022.**

Concluido el proceso de sustentación, cada miembro del jurado procedió a la evaluación del (de la) aspirante, teniendo presente los criterios de evaluación siguientes:

- Presentación personal	Deficiente: (00-13) (<u> </u>)
- Locución	Regular: (14) (<u> </u>)
- Equilibrio emocional	Bueno: (15-16) (<u> 16 </u>)
- Nivel de conocimiento	Muy Bueno: (17-18) (<u> </u>)
- Orden y coherencia	Excelente: (19-20) (<u> </u>)
- Habilidad para absolver preguntas	

Obteniendo, en consecuencia, el (la) titulando la nota de: dieciséis

Equivalente a: bueno

Calificación que se realizó de acuerdo al Art. 78° del Reglamento General de Grados y Títulos Modificado de la Universidad Nacional Hermilio Valdizan.

Los miembros del Jurado firman el ACTA en señal de conformidad, siendo a la: 17:15, horas del día 11 de diciembre de 2023.


 PRESIDENTE
 DNI N° 22400343


 SECRETARIO
 DNI N° 22513276


 VOCAL
 DNI N° 22640468

ANEXO N°06: Constancia de similitud



CONSTANCIA DE SIMILITUD N°144-2023 SOFTWARE ANTIPLAGIO – (FCE) – UNHEVAL

La unidad de investigación de la: Facultad de Ciencias de la Educación, emite la presente constancia de Antiplagio, aplicando al Software TURNITIN, la cual reporta un 25% de similitud, correspondiente a los interesados **FLORES QUINTO Cristian Jhordano, HUARANGA CALERO Nihokoll Rocio y MARIÑO JIMENEZ Diana Meliza** del trabajo de investigación, **MÉTODO COLABORATIVO Y RESOLUCIÓN DE FUNCIONES CUADRÁTICAS EN ESTUDIANTES DEL COLEGIO NACIONAL DE APLICACIÓN, HUÁNUCO 2022**, de la Carrera Profesional de Matemática y Física, considerando como asesor al **Dr. Pio TRUJILLO ATAPOMA**.

DECLARANDO (APTO)

Se expide la presente, para los trámites pertinentes

Pillco Marca, 28 de noviembre 2023



Dr. Zósimo Pedro Jacha Ayala

Director de la Unidad de Investigación Facultad de Ciencias de la Educación (E)

UNHEVAL

ANEXO N°07: Reporte de similitud

NOMBRE DEL TRABAJO

MÉTODO COLABORATIVO Y RESOLUCIÓN DE FUNCIONES CUADRÁTICAS EN ESTUDIANTES DEL COLEGIO NACIONAL DE APLICACIÓN, HUÁNUCO 2022

AUTOR

**FLORES QUINTO Cristian Jhordano,
HUARANGA CALERO Nhkoll Rocio y
MARIÑO JIMENEZ Diana Meliza**

RECUENTO DE PALABRAS

16275 Words

RECUENTO DE CARACTERES

88921 Characters

RECUENTO DE PÁGINAS

91 Pages

TAMAÑO DEL ARCHIVO

1007.2KB

FECHA DE ENTREGA

Nov 28, 2023 3:28 PM GMT-5

FECHA DEL INFORME

Nov 28, 2023 3:29 PM GMT-5

● **25% de similitud general**

El total combinado de todas las coincidencias, incluidas las fuentes superpuestas, para cada base de datos

- 25% Base de datos de Internet
- Base de datos de Crossref
- 6% Base de datos de trabajos entregados
- 1% Base de datos de publicaciones
- Base de datos de contenido publicado de Crossref

● **Excluir del Reporte de Similitud**

- Material bibliográfico
- Coincidencia baja (menos de 15 palabras)
- Material citado

ANEXO N°07: Autorización de publicación



AUTORIZACIÓN DE PUBLICACIÓN DIGITAL Y DECLARACIÓN JURADA DEL TRABAJO DE INVESTIGACIÓN PARA OPTAR UN GRADO ACADÉMICO O TÍTULO PROFESIONAL

1. Autorización de Publicación: (Marque con una "X")

Pregrado	X	Segunda Especialidad		Posgrado:	Maestría		Doctorado
-----------------	---	-----------------------------	--	------------------	----------	--	-----------

Pregrado (tal y como está registrado en **SUNEDU**)

Facultad	CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN
Escuela Profesional	MATEMÁTICA Y FÍSICA
Carrera Profesional	MATEMÁTICA Y FÍSICA
Grado que otorga	
Título que otorga	TÍTULO PROFESIONAL DE LICENCIADO (A) EN EDUCACIÓN ESPECIALIDAD: MATEMÁTICA Y FÍSICA

Segunda especialidad (tal y como está registrado en **SUNEDU**)

Facultad	
Nombre del programa	
Título que Otorga	

Posgrado (tal y como está registrado en **SUNEDU**)

Nombre del Programa de estudio	
Grado que otorga	

2. Datos del Autor(es): (Ingrese todos los **datos** requeridos **completos**)

Apellidos y Nombres:	FLORES QUINTO CRISTIAN JHORDANO						
Tipo de Documento:	DNI	X	Pasaporte		C.E.		Nro. de Celular: 940615541
Nro. de Documento:	72318636				Correo Electrónico:	cristianfq545@gmail.com	

Apellidos y Nombres:	HUARANGA CALERO NHIKOLL ROCIO						
Tipo de Documento:	DNI	X	Pasaporte		C.E.		Nro. de Celular: 928992856
Nro. de Documento:	73079956				Correo Electrónico:	NhiKollrociouaranga123@gmail.com	

Apellidos y Nombres:	MARIÑO JIMENEZ DIANA MELIZA						
Tipo de Documento:	DNI	X	Pasaporte		C.E.		Nro. de Celular: 901962658
Nro. de Documento:	75923010				Correo Electrónico:	dianamelizamj@gmail.com	

3. Datos del Asesor: (Ingrese todos los **datos** requeridos **completos según DNI**, no es necesario indicar el Grado Académico del Asesor)

¿El Trabajo de Investigación cuenta con un Asesor?: (marque con una "X" en el recuadro del costado, según corresponda)	SI	X	NO		
Apellidos y Nombres:	DR. TRUJILLO ATAPOMA PIO			ORCID ID: 0000-0002-4018-7661	
Tipo de Documento:	DNI	X	Pasaporte		Nro. de documento: 22432324

4. Datos del Jurado calificador: (Ingrese solamente los **Apellidos y Nombres completos según DNI**, no es necesario indicar el Grado Académico del Jurado)

Presidente:	PARAGUA MORALES MELECIO
Secretario:	TARAZONA BARDALES JOEL CIPRIANO
Vocal:	FERNANDEZ SANTA CRUZ DIONICIO RUPERTO
Vocal:	
Vocal:	
Accesitario	


5. Declaración Jurada: (Ingrese todos los datos requeridos completos)

a) Soy Autor (a) (es) del Trabajo de Investigación Titulado: (Ingrese el título tal y como está registrado en el Acta de Sustentación)
MÉTODO COLABORATIVO Y RESOLUCIÓN DE FUNCIONES CUADRÁTICAS EN ESTUDIANTES DEL COLEGIO NACIONAL DE APLICACIÓN, HUÁNUCO 2022.
b) El Trabajo de Investigación fue sustentado para optar el Grado Académico o Título Profesional de: (tal y como está registrado en SUNEDU)
LICENCIADO (A) EN EDUCACIÓN ESPECIALIDAD: MATEMÁTICA Y FÍSICA
c) El Trabajo de investigación no contiene plagio (ninguna frase completa o párrafo del documento corresponde a otro autor sin haber sido citado previamente), ni total ni parcial, para lo cual se han respetado las normas internacionales de citas y referencias.
d) El trabajo de investigación presentado no atenta contra derechos de terceros.
e) El trabajo de investigación no ha sido publicado, ni presentado anteriormente para obtener algún Grado Académico o Título profesional.
f) Los datos presentados en los resultados (tablas, gráficos, textos) no han sido falsificados, ni presentados sin citar la fuente.
g) Los archivos digitales que entrego contienen la versión final del documento sustentado y aprobado por el jurado.
h) Por lo expuesto, mediante la presente asumo frente a la Universidad Nacional Hermilio Valdizan (en adelante LA UNIVERSIDAD), cualquier responsabilidad que pudiera derivarse por la autoría, originalidad y veracidad del contenido del Trabajo de Investigación, así como por los derechos de la obra y/o invención presentada. En consecuencia, me hago responsable frente a LA UNIVERSIDAD y frente a terceros de cualquier daño que pudiera ocasionar a LA UNIVERSIDAD o a terceros, por el incumplimiento de lo declarado o que pudiera encontrar causas en la tesis presentada, asumiendo todas las cargas pecuniarias que pudieran derivarse de ello. Asimismo, por la presente me comprometo a asumir además todas las cargas pecuniarias que pudieran derivarse para LA UNIVERSIDAD en favor de terceros con motivo de acciones, reclamaciones o conflictos derivados del incumplimiento de lo declarado o las que encontraren causa en el contenido del trabajo de investigación. De identificarse fraude, piratería, plagio, falsificación o que el trabajo haya sido publicado anteriormente; asumo las consecuencias y sanciones que de mi acción se deriven, sometiéndome a la normatividad vigente de la Universidad Nacional Hermilio Valdizan.

6. Datos del Documento Digital a Publicar: (Ingrese todos los datos requeridos completos)

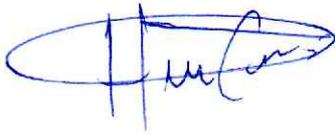
Ingrese solo el año en el que sustentó su Trabajo de Investigación: (Verifique la Información en el Acta de Sustentación)			2023		
Modalidad de obtención del Grado Académico o Título Profesional: (Marque con X según Ley Universitaria con la que inició sus estudios)	Tesis	X	Tesis Formato Artículo		
	Trabajo de Investigación		Trabajo de Suficiencia Profesional		
	Trabajo Académico		Otros (especifique modalidad)		
Palabras Clave: (solo se requieren 3 palabras)	MÉTODO COLABORATIVO	RESOLUCIÓN DE FUNCIONES CUADRÁTICAS	APRENDIZAJE COLABORATIVO		
Tipo de Acceso: (Marque con X según corresponda)	Acceso Abierto	X	Condición Cerrada (*)		
	Con Periodo de Embargo (*)		Fecha de Fin de Embargo:		
¿El Trabajo de Investigación, fue realizado en el marco de una Agencia Patrocinadora? (ya sea por financiamientos de proyectos, esquema financiero, beca, subvención u otras; marcar con una "X" en el recuadro del costado según corresponda):			SI	NO	X
Información de la Agencia Patrocinadora:					

El trabajo de investigación en digital y físico tienen los mismos registros del presente documento como son: Denominación del programa Académico, Denominación del Grado Académico o Título profesional, Nombres y Apellidos del autor, Asesor y Jurado calificador tal y como figura en el Documento de Identidad, Título completo del Trabajo de Investigación y Modalidad de Obtención del Grado Académico o Título Profesional según la Ley Universitaria con la que se inició los estudios.



7. Autorización de Publicación Digital:

A través de la presente. Autorizo de manera gratuita a la Universidad Nacional Hermilio Valdizán a publicar la versión electrónica de este Trabajo de Investigación en su Biblioteca Virtual, Portal Web, Repositorio Institucional y Base de Datos académica, por plazo indefinido, consintiendo que con dicha autorización cualquier tercero podrá acceder a dichas páginas de manera gratuita pudiendo revisarla, imprimirla o grabarla siempre y cuando se respete la autoría y sea citada correctamente. Se autoriza cambiar el contenido de forma, más no de fondo, para propósitos de estandarización de formatos, como también establecer los metadatos correspondientes.

Firma: 		
Apellidos y Nombres:	FLORES QUINTO CRISTIAN JHORDANO	Huella Digital
DNI:	72318636	
Firma: 		
Apellidos y Nombres:	HUARANGA CALERO NHIKOLL ROCIO	Huella Digital
DNI:	73079956	
Firma: 		
Apellidos y Nombres:	MARIÑO JIMENEZ DIANA MELIZA	Huella Digital
DNI:	75923010	
Fecha: 15 /12 /2023		

Nota:

- ✓ No modificar los textos preestablecidos, conservar la estructura del documento.
- ✓ Marque con una **X** en el recuadro que corresponde.
- ✓ Llenar este formato de forma digital, con tipo de letra **calibri**, **tamaño de fuente 09**, manteniendo la alineación del texto que observa en el modelo, sin errores gramaticales (*recuerde las mayúsculas también se tildan si corresponde*).
- ✓ La información que escriba en este formato debe coincidir con la información registrada en los demás archivos y/o formatos que presente, tales como: DNI, Acta de Sustentación, Trabajo de Investigación (PDF) y Declaración Jurada.
- ✓ Cada uno de los datos requeridos en este formato, es de carácter obligatorio según corresponda.

Anexo 09: Declaración jurada



UNIVERSIDAD NACIONAL "HERMILIO VALDIZÁN"

Licenciada con Resolución del Consejo Directivo N° 099-2019-SUNEDU/CD

Facultad de Ciencias de la Educación

Unidad de Investigación

"Año de Unidad, la Paz y del Desarrollo"



DECLARACIÓN JURADA

Yo, FLORES QUINTO, Cristian Jhordano, identificado con DNI N°72318636, con domicilio en el Jr. Junín N° 319, distrito de Huánuco, provincia de Huánuco, departamento de Huánuco aspirante al título profesional correspondiente al programa de la carrera profesional de Matemática y Física.

DECLARANDO BAJO JURAMENTO QUE:

La tesis titulada "MÉTODO COLABORATIVO Y RESOLUCIÓN DE FUNCIONES CUADRÁTICAS EN ESTUDIANTES DEL COLEGIO NACIONAL DE APLICACIÓN HUÁNUCO, 2022" fue elaborada dentro del marco ético y legal en su redacción. Si en el futuro se detectara evidencias de vulnerabilidad en el sistema antiplagio mediante actos que lindan con lo ético y legal, me someto a las sanciones a las que hubiera lugar.

Huánuco, 20 de diciembre del 2023

Cristian Jhordano FLORES QUINTO





DECLARACIÓN JURADA

Yo, HUARANGA CALERO, Nhkoll Rocio, identificada con: 73079956, con domicilio en el Psje. Las Flores C-8, distrito de: Huánuco, provincia de: Huánuco, departamento de: Huánuco; aspirante al: TÍTULO PROFESIONAL correspondiente al programa de la carrera profesional de Matemática y Física.

DECLARANDO BAJO JURAMENTO QUE:

La tesis titulada "MÉTODO COLABORATIVO Y RESOLUCIÓN DE FUNCIONES CUADRÁTICAS EN ESTUDIANTES DEL COLEGIO NACIONAL DE APLICACIÓN, HUÁNUCO 2022" fue elaborada dentro del marco ético y legal en su redacción. Si en el futuro se detectara evidencias de vulnerabilidad en el sistema antiplagio mediante actos que lindan con lo ético y legal, me someto a las sanciones a que hubiera lugar.

Huánuco, 20 de diciembre de 2023

NHIKOLL ROCIO HUARANGA CALERO

**UNIVERSIDAD NACIONAL "HERMILIO VALDIZÁN"**

Licenciada con Resolución del Consejo Directivo N° 099-2019-SUNEDU/CD

Facultad de Ciencias de la Educación

Unidad de Investigación

"Año de Unidad, la Paz y del Desarrollo"

**DECLARACIÓN JURADA**

Yo, MARIÑO JIMENEZ , Diana Meliza, identificado con: 75923010, con domicilio en el Jr. Mexico Mz k-01 , distrito de: Huánuco, provincia de: Huánuco, departamento de: Huánuco; aspirante al: Título Profesional correspondiente al programa de la Carrera Profesional de Matemática y Física

DECLARANDO BAJO JURAMENTO QUE:

La tesis titulada "MÉTODO COLABORATIVO Y RESOLUCIÓN DE FUNCIONES CUADRÁTICAS EN ESTUDIANTES DEL COLEGIO NACIONAL DE APLICACIÓN UNHEVAL, HUÁNUCO 2022" fue elaborada dentro del marco ético y legal en su redacción. Si en el futuro se detectara evidencias de vulnerabilidad en el sistema antiplagio mediante actos que lindan con lo ético y legal, me someto a las sanciones a que hubiera lugar.

Huánuco, 20 de diciembre de 2023


DIANA MELIZA MARIÑO JIMÉNEZ

